Տրանսֆերային ուսուցման որոշակի մեթոդի ընհանրացման սխալանքի գնահատման մասին

Գևորգ Մինասյան

Երևանի Պետական Համալսարան

31 Մայիսի 2019

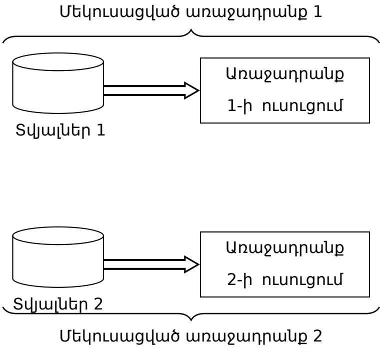
Տրանսֆերային ուսուցում

Տրանսֆերային ուսուցում

Դասական մեքենայական ուսուցում

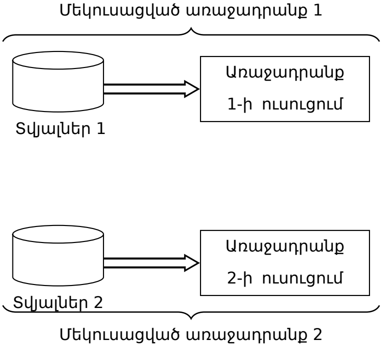
Տրանսֆերային ուսուցում

Դասական մեքենայական ուսուցում



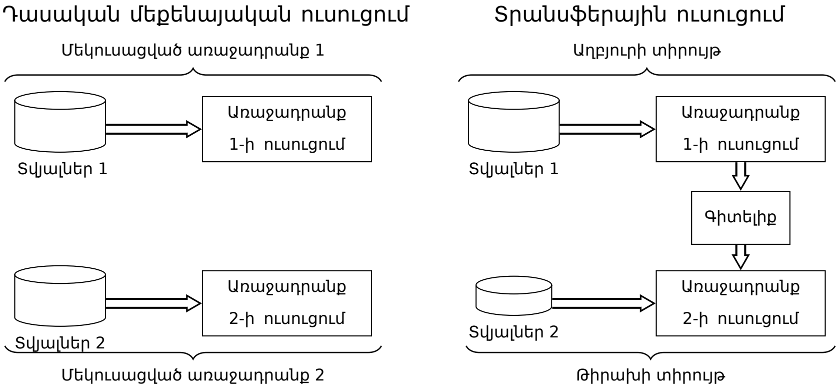
Տրանսֆերային ուսուցում

Դասական մեքենայական ուսուցում



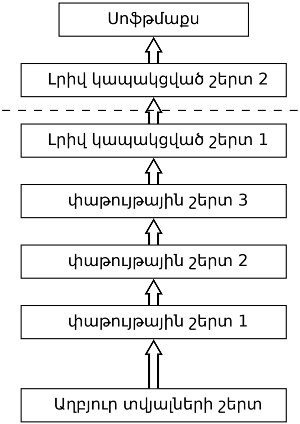
Տրանսֆերային ուսուցում

Տրանսֆերային ուսուցում

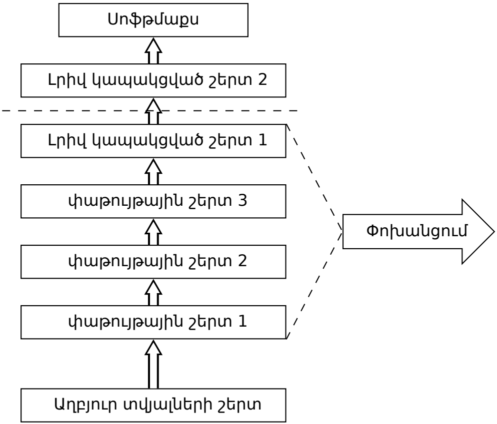


Տրանսֆերային ուսուցումը վարժեցված նեյրոնային ցանցի միջոցով

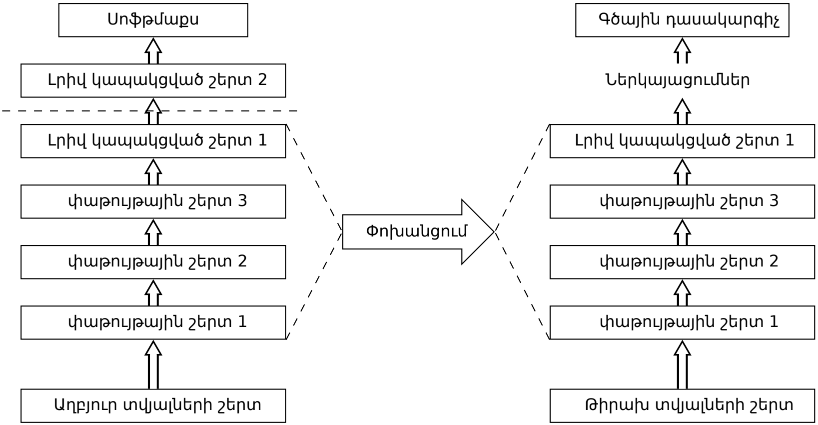
Տրանսֆերային ուսուցումը վարժեցված նեյրոնային ցանցի միջոցով



Տրանսֆերային ուսուցումը վարժեցված նեյրոնային ցանցի միջոցով



Տրանսֆերային ուսուցումը վարժեցված նեյրոնային ցանցի միջոցով



Նշանակումներ

Նշանակումներ

- $\mathcal{X}$ բոլոր հնարավոր տվյալների օրինակների բազմություն

Նշանակումներ

- $\mathcal{X}$ բոլոր հնարավոր տվյալների օրինակների բազմություն
- $\mathcal{C}$ բոլոր հնարավոր դասերի բազմություն

Նշանակումներ

- $\mathcal{X}$ բոլոր հնարավոր տվյալների օրինակների բազմություն
- $\mathcal{C}$ բոլոր հնարավոր դասերի բազմություն
- $\mathcal{F}$ տվյալների ներկայացումների ֆունկցիաների դաս

$$f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}^d, \ \forall f \in \mathcal{F}$$

Նշանակումներ

- $\mathcal{X}$ բոլոր հնարավոր տվյալների օրինակների բազմություն
- $\mathcal{C}$ բոլոր հնարավոր դասերի բազմություն
- $\mathcal{F}$ տվյալների ներկայացումների ֆունկցիաների դաս

$$f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}^d, \ \forall f \in \mathcal{F}$$

- $\exists R > 0 \ \forall f \in \mathcal{F} \ ||f(x)|| \leq R \ \forall x \in \mathcal{X}$

Նշանակումներ

Նշանակումներ

- $\mathcal{T}$ վերահսկվող առաջդրանքը բաղկացած է k հատ

$$\{c_1, c_2, ..., c_k\} \subseteq \mathcal{C}$$

միմյանցից տարբեր դասերից, որտեղ $k \geq 2$

Նշանակումներ

- $\mathcal{T}$ վերահսկվող առաջդրանքը բաղկացած է k հատ

  $$\{c_1, c_2, ..., c_k\} \subseteq \mathcal{C}$$

  միմյանցից տարբեր դասերից, որտեղ $k \geq 2$
- $\mathcal{P}(\mathcal{T})$ վերասհկվող առաջադրանքների դիտարկվելու հավանականային բաշխումը

Նշանակումներ

- $\mathcal{T}$ վերահսկվող առաջդրանքը բաղկացած է k հատ

$$\{c_1, c_2, ..., c_k\} \subseteq \mathcal{C}$$

  միմյանցից տարբեր դասերից, որտեղ $k \geq 2$
- $\mathcal{P}(\mathcal{T})$ վերասահկվող առաջադրանքների դիտարկվելու հավանականային բաշխումը
- $\mathcal{P}(\mathcal{T} \mid |\mathcal{T}| = k)$ k հատ դասերից բաղկացած վերասահկվող առաջադրանքների դիտարկվելու հավանականային բաշխումը

Նշանակումներ

Նշանակումներ

- $\mathcal{D}_c(x)$ c դասին համապատասխան հավանականային բաշխումն է, ցույց է տալիս, թե x օրինակը ինչքանով է համապատասխան c դասին

Նշանակումներ

- $\mathcal{D}_c(x)$ c դասին համապատասխան հավանականային բաշխումն է, ցույց է տալիս, թե x օրինակը ինչքանով է համապատասխան c դասին
- $\mathcal{D}_\mathcal{T}(x,c) = \mathcal{D}_\mathcal{T}(c)\mathcal{D}_c(x)$ $\mathcal{T}$ վերահսկվող առաջադրանքի պիտակավորված տվյալների հավանականային բաշխումն է

Նշանակումներ

- $\mathcal{D}_c(x)$ c դասին համապատասխան հավանականային բաշխումն է, ցույց է տալիս, թե x օրինակը ինչքանով է համապատասխան c դասին
- $\mathcal{D}_\mathcal{T}(x, c) = \mathcal{D}_\mathcal{T}(c)\mathcal{D}_c(x)$ $\mathcal{T}$ վերահսկվող առաջադրանքի պիտակավորված տվյալների հավանականային բաշխումն է
- $S = \{(x_1, y_1), ..., (x_M, y_M) \, | x_i \in \mathcal{X}, y_i \in \mathcal{T}\}$ $\mathcal{T}$ առաջադրանքի պիտակավորված օրինակների ուսուցման բազմությունն է ընտրված միմյանցից անկախ և $\mathcal{D}_\mathcal{T}(x, c)$ հավանականային բաշխումից

Նշանակումներ

Նշանակումներ

- $\mathcal{T}$ առաջադրանքի բազմադաս դասակարգիչը ֆունկցիա է՝ $g : \mathcal{X} \to \mathcal{R}^k$, որի արժեքի կորդինատները ինդեքսավորված են այդ առաջադրանքի դասերով:

Նշանակումներ

- $\mathcal{T}$ առաջադրանքի բազմադաս դասակարգիչը ֆունկցիա է՝ $g : \mathcal{X} \to \mathcal{R}^k$, որի արժեքի կոորդինատները ինդեքսավորված են այդ առաջադրանքի դասերով:
- $l(\{g(x)_y - g(x)_{y'}\}_{y \neq y'})$-ը $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{T}$ կետում g դասակարգիչով պայմանավորված կորուստն է

Նշանակումներ

- $\mathcal{T}$ առաջադրանքի բազմադաս դասակարգիչը ֆունկցիա է՝ $g : \mathcal{X} \to \mathcal{R}^k$, որի արժեքի կորդինատները ինդեքսավորված են այդ առաջադրանքի դասերով:
- $l(\{g(x)_y - g(x)_{y'}\}_{y \neq y'})$-ը $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{T}$ կետում g դասակարգիչով պայմանավորված կորուստն է
- $l(v) = \max\{0, 1 + \max_i\{-v_i\}\}$

Նշանակումներ

- $\mathcal{T}$ առաջադրանքի բազմադաս դասակարգիչը ֆունկցիա է՝ $g : \mathcal{X} \to \mathcal{R}^k$, որի արժեքի կորդինատները ինդեքսավորված են այդ առաջադրանքի դասերով։
- $l(\{g(x)_y - g(x)_{y'}\}_{y \neq y'})$-ը $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{T}$ կետում g դասակարգիչով պայմանավորված կորուստն է
- $l(v) = \max\{0, 1 + \max_i\{-v_i\}\}$
- $l(v) = \log_2(1 + \sum_i e^{-v_i})$

Նշանակումներ

Նշանակումներ

- $\mathcal{T}$ առաջադրանքի համար g դասակարգիչի կորուստը հետևյալն է՝

$$L(\mathcal{T}, g) = \mathop{\mathbb{E}}_{(x,c)\sim\mathcal{D}_{\mathcal{T}}} \left[l(\{g(x)_c - g(x)_{c'}\}_{c \neq c'}) \right]$$

Նշանակումներ

- $\mathcal{T}$ առաջադրանքի համար g դասակարգիչի կորուստը հետևյալն է՝

$$L(\mathcal{T}, g) = \mathop{\mathbb{E}}_{(x,c)\sim\mathcal{D}_{\mathcal{T}}} \left[l(\{g(x)_c - g(x)_{c'}\}_{c \neq c'}) \right]$$

- $\mathcal{V} = \{W : ||W||_\infty \leq Q$ և $Q > 0\}$

Նշանակումներ

- $\mathcal{T}$ առաջադրանքի համար g դասակարգիչի կորուստը հետևյալն է՝

$$L(\mathcal{T}, g) = \mathop{\mathbb{E}}_{(x,c)\sim\mathcal{D}_{\mathcal{T}}} \left[l(\{g(x)_c - g(x)_{c'}\}_{c \neq c'}) \right]$$

- $\mathcal{V} = \{W : ||W||_\infty \leq Q$ և $Q > 0\}$
- $g(x) = Wf(x)$, որտեղ $W \in \mathcal{V}$

Նշանակումներ

- $\mathcal{T}$ առաջադրանքի համար g դասակարգիչի կորուստը հետևյալն է՝

$$L(\mathcal{T}, g) = \mathop{\mathbb{E}}_{(x,c)\sim\mathcal{D}_{\mathcal{T}}}\left[l(\{g(x)_c - g(x)_{c'}\}_{c\neq c'})\right]$$

- $\mathcal{V} = \{W : ||W||_\infty \leq Q$ և $Q > 0\}$
- $g(x) = Wf(x)$, որտեղ $W \in \mathcal{V}$
- $L(\mathcal{T}, f) = \inf_{W\in\mathcal{V}} L(\mathcal{T}, f, W)$

Նշանակումներ

Նշանակումներ

Վերահսկիչ միջին կորուստ

k դասերից բաղկացած առաջադրանքների վերահսկիչ միջին կորուստը f ներկայացման համար սահմանվում է որպես՝

$$L_k(f) = \mathop{\mathbb{E}}_{\mathcal{T}\sim\mathcal{P}}\left[L(\mathcal{T}, f) \mid |\mathcal{T}| = k\right]$$

Նշանակումներ

Նշանակումներ

Էմպիրիկ վերահսկիչ միջին կորուստ

Դիցուք ունենք միմյանցից անկախ $\mathcal{P}(\mathcal{T} \mid |\mathcal{T}| = k)$ բաշխումից ընտրված N հատ առաջադրանքներ՝ $\mathcal{T}_1, ..., \mathcal{T}_N$: Էմպիրիկ վերահսկիչ միջին կորուստը f ներկայացման համար հետևյալն է՝

$$\hat{L}_k(f) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} L(\mathcal{T}_i, f)$$

Ռադեմախերի բարդությունը

Ռադեմախերի բարդությունը

Ներկայացումների էմպիրիկ Ռադեմախերի բարդությունը

Դիցուք $\mathcal{F}$ տվյալների ներկայացումների ֆունկցիաների ընտանիք է՝

$$\forall f \in \mathcal{F}, f : \mathcal{X} :\to \mathbb{R}^d$$

իսկ S-ը m հզորությամբ տվյալների ֆիքսված օրինակների բազմություն է՝

$$S = \{x_i | x_i \in \mathcal{X}, \forall i \in [m]\}$$

Այդ դեպքում ներկայացումների $\mathcal{F}$ ընտանիքի էմպիրիկ Ռադեմախերի բարդությունը ֆիքսված օրինակների S բազմության համար սահմանվում է հետևյալ կերպ՝

$$\hat{\mathcal{R}}_S(\mathcal{F}) = \frac{1}{m} \mathop{\mathbb{E}}_{\sigma \sim \{\pm 1\}^{md}} \sup_{f \in \mathcal{F}} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{d} \sigma_{ij} f_j(x_i)$$

Անհավասարություն Ռադեմախերի բարդությունների վերաբերյալ

Անհավասարություն Ռադեմախերի բարդությունների վերաբերյալ

Թեորեմ

Դիցուք $\mathcal{X}$-ը և $\mathcal{Y}$-ը որևէ բազմություններ են և $(x_1, x_2, ..., x_n) \in X^N$: Տրված է նաև $\mathcal{F}$ ֆունկցիաների բազմություն, որի կամայական $f \in \mathcal{F}$ ֆունկցիա $\mathcal{X}$ բազմությունը արտապատկերում է $\mathbb{R}^d$ էվկլիդյան տարածություն՝ $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}^d$: Դիցուք h_i ֆունկցիաներ ունենք՝

$$h_i : \mathbb{R}^d \times \mathcal{Y} \to \mathbb{R}$$

կամայական $i \in [n]$ համար: Կենթադրենք, որ բոլոր $h_i(v, y)$ ֆունկցիաները, ինչ-որ L դրական հաստատունով Լիպշից հատկությամբ օժտված ֆունկցիաներ են ըստ v-ի կամայական $y \in \mathcal{Y}$ համար: Այդ դեպքում տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը՝

$$\mathop{\mathbb{E}}_{\sigma \sim \{\pm 1\}^n} \left[\sup_{\substack{f \in \mathcal{F} \\ y \in \mathcal{Y}}} \sum_{i=1}^{n} \sigma_i h_i(f(x_i), y) \right] \leq \sqrt{2} L \mathop{\mathbb{E}}_{\sigma \sim \{\pm 1\}^{nd}} \left[\sup_{f \in \mathcal{F}} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{d} \sigma_{ij} f_j(x_i) \right]$$

Ներկայացումների ուսուցման ալգորիթմը

Ներկայացումների ուսուցման ալգորիթմը

$\mathcal{F}$ դասից ներկայցման ֆունկցիա սովորելու ալգորիթմը հետևյալն է՝

$$(\hat{f}, \hat{W}) = \underset{\substack{f \in \mathcal{F} \\ W \in \mathcal{V}}}{\operatorname{argmin}} \hat{L}(\mathcal{T}, f, W)$$

որտեղ $\hat{f}$-ը փնտրվող ներկայացումն է։

Վերահսկիչ միջին կորուստի գնահատականը

Վերահսկիչ միջին կորուստի գնահատականը

- $\rho_{min} = \min_{c \in \mathcal{T}} D_{\mathcal{T}}(c)$

Վերահսկիչ միջին կորուստի գնահատականը

- $\rho_{min} = \min_{c \in \mathcal{T}} D_{\mathcal{T}}(c)$
- $m(c)$ այն T_i առաջադրանքների քանակը, որոնցում c դասն է մասնակցում

Վերահսկիչ միջին կորուստի գնահատականը

- $\rho_{min} = \min_{c \in \mathcal{T}} D_{\mathcal{T}}(c)$
- $m(c)$ այն T_i առաջադրանքների քանակը, որոնցում c դասն է մասնակցում
- $m_{max} = \max_{c \in T} m(c)$

Վերահսկիչ միջին կորուստի գնահատականը

Վերահսկիչ միջին կորուստի գնահատականը

Թեորեմ

Դիցուք δ-ն կամայական դրական թիվ է, իսկ l կորստի ֆունկցիան սահմափակ է B-ով և η հաստատունով Լիպշից հատկությամբ օժտված ֆունկցիա է։ Այդ դեպքում առնվազն $1-\delta$ հավանականությամբ $\forall f \in \mathcal{F}$ ներկայացման ֆունկցիայի և $\forall W \in \mathcal{V}$ մատրիցայի համար տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը՝

$$L_k(\hat{f}) \leq \frac{m_{max}}{n\rho_{min}} L(\mathcal{T}, f, W) + O\left(\frac{\eta Q m_{max}}{\sqrt{n}\rho_{min}}\hat{\mathcal{R}}_S(\mathcal{F}) + \frac{Bm_{max}}{n\rho_{min}}\sqrt{\frac{\log\left(\frac{1}{\delta}\right)}{M}} + B\sqrt{\frac{k\log\left(\frac{1}{\delta}\right)}{n}}\right)$$

Վերահսկիչ միջին կորուստի գնահատականը

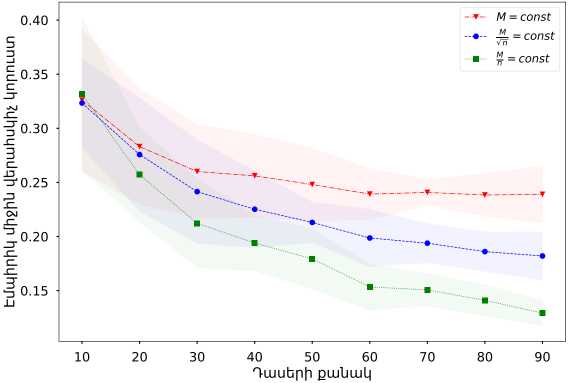
Վերահսկիչ միջին կորուստի գնահատականը

Հետևանք

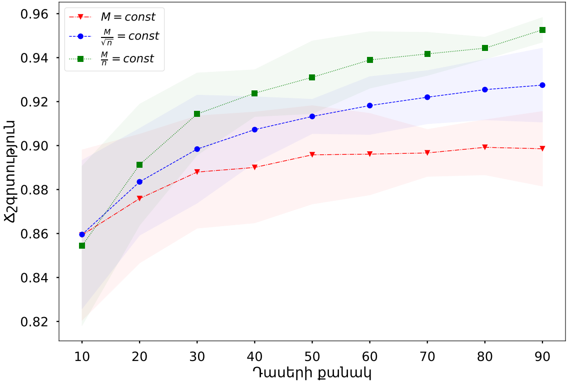
Դիցուք δ-ն կամայական դրական թիվ է, իսկ l կորստի ֆունկցիան սահմափակ է B-ով և η հաստատունով Լիպշից հատկությամբ օժտված ֆունկցիա է: Բացի այդ $\mathcal{P}(\mathcal{T})$ և $\mathcal{D}_{\mathcal{T}}(c)$-ն հավասարավանական են, այդ դեպքում առնվազն $1-\delta$ հավանականությամբ $\forall f \in \mathcal{F}$ ներկայացման ֆունկցիայի և $\forall W \in \mathcal{V}$ մատրիցայի համար տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը՝

$$L_k(\hat{f}) \leq m_{max} L(\mathcal{T}, f, W) + O\left(\eta Q m_{max}\sqrt{n}\hat{\mathcal{R}}_S(\mathcal{F}) + B m_{max}\sqrt{\frac{\log\left(\frac{1}{\delta}\right)}{M}} + B\sqrt{\frac{k\log\left(\frac{1}{\delta}\right)}{n}}\right)$$

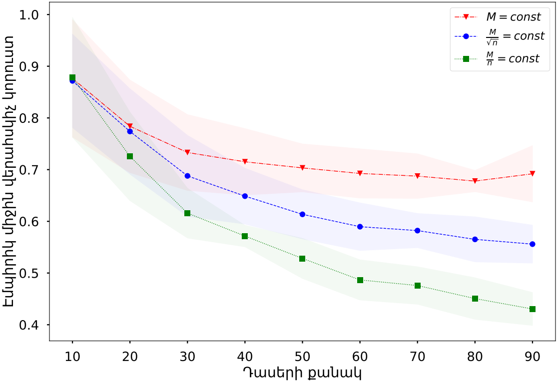
Իսկ եթե $|\mathcal{C}| \to \infty$, ապա $m_{max} \to 1$:



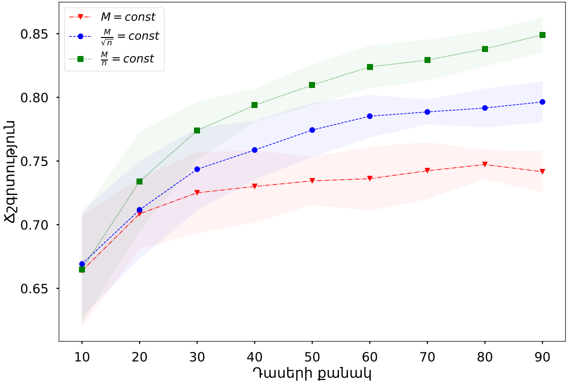
$k = 2$ քանակությամբ դասերից բաղկացած առաջադրանքի էմպիրիկ միջին վերահսկիչ կորստի կախվածությունը ներկայացումների ցանցի վարժեցման ժամանակ օգտագործված դասերի քանակից։



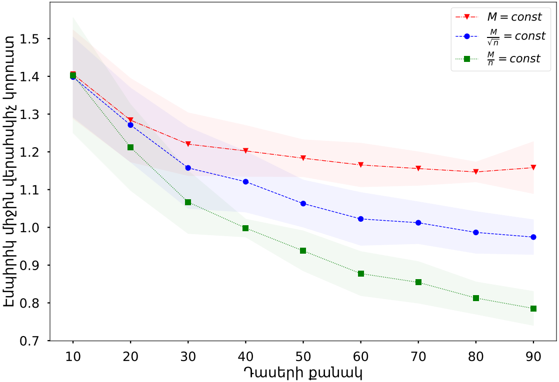
$k = 2$ քանակությամբ դասերից բաղկացած առաջադրանքի ճշգրտության կախվածությունը ներկայացումների ցանցի վարժեցման ժամանակ օգտագործված դասերի քանակից:



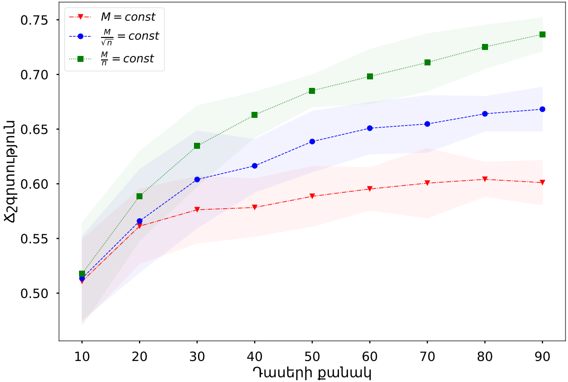
$k = 5$ քանակությամբ դասերից բաղկացած առաջադրանքի էմպիրիկ միջին վերահսկիչ կորստի կախվածությունը ներկայացումների ցանցի վարժեցման ժամանակ օգտագործված դասերի քանակից։



$k = 5$ քանակությամբ դասերից բաղկացած առաջադրանքի ճշգրտության կախվածությունը ներկայացումների ցանցի վարժեցման ժամանակ օգտագործված դասերի քանակից։



$k = 10$ քանակությամբ դասերից բաղկացած առաջադրանքի էմպիրիկ միջին վերահսկիչ կորստի կախվածությունը ներկայացումների ցանցի վարժեցման ժամանակ օգտագործված դասերի քանակից։



$k = 10$ քանակությամբ դասերից բաղկացած առաջադրանքի ճշգրտության կախվածությունը ներկայացումների ցանցի վարժեցման ժամանակ օգտագործված դասերի քանակից:

	$M = const$			$\frac{M}{\sqrt{n}} = const$			$\frac{M}{n} = const$		
	$k = 2$	$k = 5$	$k = 10$	$k = 2$	$k = 5$	$k = 10$	$k = 2$	$k = 5$	$k = 10$
$n = 10$	85.930	66.386	51.077	85.955	66.918	51.352	85.440	66.498	51.760
$n = 20$	87.590	70.856	56.126	88.350	71.168	56.594	89.130	73.404	58.875
$n = 30$	88.795	72.506	57.624	89.840	74.356	60.393	91.435	77.400	63.458
$n = 40$	89.005	73.002	57.835	90.725	75.866	61.643	92.385	79.386	66.309
$n = 50$	89.580	73.442	58.853	91.325	77.436	63.865	93.105	80.966	68.515
$n = 60$	89.610	73.614	59.526	91.820	78.522	65.085	93.895	82.396	69.817
$n = 70$	89.665	74.238	60.060	92.200	78.854	65.473	94.170	82.928	71.096
$n = 80$	89.920	74.724	60.410	92.545	79.166	66.401	94.430	83.810	72.518
$n = 90$	89.855	74.156	60.107	92.750	79.642	66.821	95.265	84.906	73.671

Շնորհակալություն