1. Hallar el resultado de las siguientes operaciones
   a. $(4-3i)+(2i-8)$
   b. $3(-1+4i)-2(7-i)$
   c. $(3+2i)(2-i)$
   d. $(i-2)\{2(1+i)-3(i-1)\}$
   e. $\frac{2-3i}{4-i}$
   f. $(4+i)(3+2i)(1-i)$
   g. $\frac{(2+i)(3-2i)(1+2i)}{(1-i)^2}$
   h. $(2i-1)^2\left\{\frac{4}{1-i}+\frac{2-i}{1+i}\right\}$
   i. $\frac{i^4+i^9+i^{16}}{2-i^5+i^{10}-i^{15}}$

2. Suponga que $z_1=1-i, z_2=-2+4i$ y $z_3=\sqrt{3}-2i$. Evalúe los incisos siguientes:
   a. $|2z_2-3z_1|^2$
   b. $(z_3-\bar{z}_3)^5$
   c. $|z_1\bar{z}_2+z_2\bar{z}_1|$
   d. $\left|\frac{z_1+z_2+1}{z_1-z_2+i}\right|$
   e. $\frac{1}{2}\left(\frac{z_3}{\bar{z}_3}+\frac{\bar{z}_3}{z_3}\right)$
   f. $\left(\overline{z_2+z_3)(z_1-z_3}\right)$
   g. $|z_1^2+\bar{z}_2^2|^2+|\bar{z}_3^2-z_2^2|^2$
   h. $\mathrm{Re}\{2z_1^3+3z_2^2-5z_3^2\}$

3. Encuentre números reales x y y tales que
   $$2x-3iy+4ix-2y-5-10i=(x+y+2)-(y-x+3)i.$$

4. Sea $w=3iz-z^2$ y $z=x+iy$. Encuentre $|w|^2$ en términos de x y y.
5. Realice las operaciones indicadas tanto analítica como gráficamente.
   a) $(2+3i)+(4-5i)$
   b) $(7+i)-(4-2i)$
   c) $3(1+2i)-2(2-3i)$
   d) $3(1+i)+2(4-3i)-(2+5i)$

6. Sean $z_1=4-3i$ y $z_2=-1+2i$. Obtenga gráfica y analíticamente.
   a) $|z_1+z_2|$,
   b) $|z_1-z_2|$,
   c) $\bar{z}_1-\bar{z}_2$ y
   d) $|2\bar{z}_1-3\bar{z}_2-2|$.

7. Verifique la relación para los números complejos $Z=5+i$ y $W=3-2i$

a) $|z.w|=|z|.|w|$

b) $\left|\frac{z}{w}\right|=\frac{|z|}{|w|}$

8. Representar gráficamente en el plano complejo los siguientes números y pasarlos a las formas restantes

a) $Z = 2(cos60^o + i\ sen60^o)$
b) $Z = 1/5(cos45^o + i\ sen45^o)$
c) $Z = 16(cos120^o + i\ sen120^o)$
d) $Z = 7(cos100^o + i\ sen100^o)$
e) $Z = 4(cos400^o + i\ sen400^o)$
f) $Z = 6(cos312^o + i\ sen312^o)$
g) $Z = (1+\sqrt{2})(cos-60^o + i\ sen-60^o)$

9. Describa gráficamente la región representada en los incisos siguientes:
   a) $1 < |z+i| \leq 2$,
   b) $\mathrm{Re}\{z^2\} > 1$,
   c) $|z+3i| > 4$
   d) $|z+2-3i| + |z-2+3i| < 10$.

10. Represente en forma gráfica lo que se indica en los incisos siguientes y expréselo en forma rectangular:
    a) $6(\cos\ 135° + i\mathrm{sen}135°)$, b) 12 cis 90°, c) 4 cis 315°, d) $2e^{5\pi i/4}$, e) $5e^{7\pi i/6}$ y f) $3e^{-2\pi i/3}$.

11. Evalúe las expresiones de los incisos siguientes:
    a. (5 cis 20°)(3 cis 40°)
    b. $(\text{ 2 cis } 50°)^6$
    c. $\dfrac{(8\mathrm{cis}40°)^3}{(2\mathrm{cis}60°)^4}$

    d) $\dfrac{(3e^{\pi i/6})(2e^{-5\pi i/4})(6e^{5\pi i/3})}{(4e^{2\pi i/3})^2}$

    e) $\left(\dfrac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}\right)^4 \left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^5$

12. Resuelva las ecuaciones con números complejos

$$Z^3 + 4 = 5 + i$$

$$Z^4 + 2i = 6 + 3i$$

$$Z^5 + 16 = 0$$

13. Resuelva las siguientes ecuaciones en C en forma biónica:
    a. $(1+i).z = 1$
    b. $\frac{1}{z} = i$
    c. $|z| - z = 1 + 2i$
    d. $z^2 = 3 + 4i$
    e. $z^2 - (2+i).z + (-1+7i) = 0$
    f. $5z^2 + 2z + 10 = 0\ y$
    g. $z^2 + (i-2)z + (3-i) = 0$
    h. $z^5 - 2z^4 - z^3 + 6z - 4 = 0$.

i. $z^4 + z^2 + 1 = 0$ y b) localícelas en el plano complejo.
Recuerde:
La fórmula resolvente de una cuadrática se puede utilizar con complejos.

14. A) Escriba una ecuación polinómica de grado 2 con coeficientes complejos tal que una raíz sea real y la otra compleja no real
B) ¿Sería posible lo mismo si los coeficientes fueran todos reales? ¿Por qué?

Recuerde:

Si z_1 y z_2 son las raíces de: $az^2 + bz + c = 0$ entonces $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} \wedge z_1 . z_2 \frac{c}{a}$

15. Resuelva analítica y gráficamente los siguientes problemas:

a. Los vectores posición de los puntos A, B y C del triángulo ABC están dados por $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 4 - 2i,$ y $z_3 = 1 - 6i$ respectivamente. Demuestre que ABC es un triángulo isósceles y encuentre la longitud de sus lados.
b. Sean z_1, z_2, z_3 y z_4 los vectores posición de los vértices del cuadrilátero $ABCD$. Demuestre que $ABCD$ es un paralelogramo si y sólo si $z_1 - z_2 - z_3 + z_4 = 0$.
c. Un avión recorre 150 millas hacia el sureste, 100 millas hacia el oeste, 225 millas en una dirección de 30° hacia el norte del este, y 200 millas hacia el noreste. Determine a) analíticamente y b) gráficamente a qué distancia y en qué dirección está de su punto de partida.
d. Halle los vértices de un hexágono regular inscripto en una circunferencia con centro en el origen y radio igual a 1, sabiendo que uno de ellos es el punto (1,0).
e. El número 5i es una raíz cubica de un numero complejo, calcule las otras raíces y el número.
f. Un cuadrado de centro 0 tiene un vértice en (3,4). Halle las coordenadas de los demás vértices.

16. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} z + w = 2 - 3i \\ z - w = -3 + i \end{cases}$	b) $\begin{cases} z + 3w = 1 + 2i \\ iz + w = 2 - i \end{cases}$
c) $\begin{cases} (2 + i)x + 2y = 1 + 7i \\ (1 - i)x + iy = 0 \end{cases}$	d) $\begin{cases} (1 + i)x - iy = 2 + i \\ (2 + i)x + (2 - i)y = 2i \end{cases}$

Practica N° 1: Números complejos

Objetivos

- Aplicar conceptos de números complejos mediante su implementación en Python.
- Desarrollar habilidades en la representación, operaciones y transformaciones de números complejos usando herramientas computacionales.
- Familiarizarse con el uso de librerías estándar de Python como `cmath`, `matplotlib` y `numpy`.

Tipo de actividad: grupal.

Formato de entrega:

1. Resolvé las actividades propuestas utilizando un **cuaderno Jupyter**.
2. Asegurate de **comentar el código** con explicaciones claras que permitan comprender cada paso de la resolución.
3. Una vez finalizada la práctica, deberán **crear un documento complementario** que incluya:
    a. Nombre de la actividad.
    b. Datos completos del grupo (nombres y apellidos de los integrantes).
    c. Enlace al cuaderno compartido (asegurarse de que el acceso esté habilitado).
4. Subí el **documento complementario** en la tarea **"Práctica N.º 1: Números complejos"** disponible en el aula virtual.

Actividad 1 Representación binómica y partes de un complejo

Escribir un programa que, dado un número complejo z = a + bi, muestre:
- Parte real.
- Parte imaginaria.
- Representación binómica.

Actividad 2 Operaciones básicas

Crear una función que reciba dos números complejos y devuelva:
- Suma
- Resta
- Producto
- Cociente

Mostrar los resultados en consola con formato a + bi.

Actividad 3 Potencias de i

Construir una función que calcule i^n para un valor entero n ingresado por el usuario. Mostrar el resultado simplificado.

Actividad 4 Módulo y conjugado

Dado un número complejo z, calcular:
- Su módulo.
- Su conjugado.
- Verificar que $z * \bar{z} = |z|^2$.

Actividad 5 División entre números complejos

Implementar una función que divida dos números complejos sin usar el operador '/', utilizando la fórmula de conjugado y módulo.

Actividad 6 Forma polar y trigonométrica

Para un número complejo dado:
- Calcular su módulo.
- Calcular su argumento (en radianes y grados).
- Escribir su forma trigonométrica.

Actividad 7 Representación grafica

De la guía de ejercicios prácticos realice el punto 6.

a) Realice las operaciones de forma manual y el procedimiento utilizando un cuaderno Jupyter.

b) Realice la gráfica de los números con el resultado de la operación, dar formato a los ejes e indicar con los títulos la referencia a los ejercicios.

Actividad 8 Potencia en forma polar

Implementar el teorema de De Moivre para calcular z^n usando la forma polar del número complejo.

Actividad 9 Raíces n-ésimas de un número complejo

Dado un número complejo z y un entero n, calcular las n raíces de z y graficarlas en el plano complejo.

Actividad 10 Sistemas de ecuaciones

Resolver los sistemas de ecuaciones del punto 16 y realizar la comprobación en un cuaderno Jupyter.