

Guía de Ejercicios

1) Aplique la definición de transformada de Laplace de las siguientes funciones:

1. $f(t) = t$
2. $f(t) = e^{3t+1}$
3. $f(t) = \sinh t$
4. $f(t) = t^2$
5. $f(t) = \cos t$
6. $f(t) = \sin^2 t$

2) Encuentre la $\mathcal{L}\{f(t)\}$ aplicando la tabla.

1. $f(t) = 2t^4$
2. $f(t) = 4t - 10$
3. $f(t) = t^2 + 6t - 3$
4. $f(t) = 7t + 3$
5. $f(t) = 1 + e^{4t}$
6. $f(t) = (1 + e^{2t})^2$
7. $f(t) = 4t^2 - 5 \sin 3t$
8. $f(t) = -4t^2 + 16t + 9$
9. $f(t) = (2t - 1)^3$
10. $f(t) = t^2 - e^{-9t} + 5$
11. $f(t) = (t + 1)^3$
12. $f(t) = (e^t - e^{-t})^2$
13. $f(t) = \cos 5t + \sin 2t$
14. $f(t) = \cosh kt$
15. $f(t) = e^t \sinh t$
16. $f(t) = e^{-t} \cosh t$

3) Encuentre la $\mathcal{L}\{f(t)\}$ usando primero una identidad trigonométrica.

1. $f(t) = \sin 2t \cos 2t$
2. $f(t) = \sin(4t + 5)$
3. $f(t) = \cos^2 t$
4. $f(t) = 10 \cos\left(t - \frac{\pi}{6}\right)$

4) Traslación en el eje s. Encontrar $F(s)$.

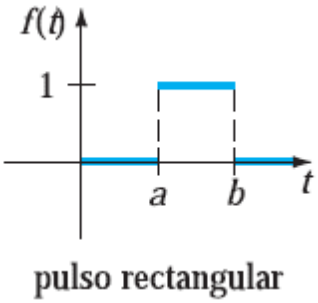
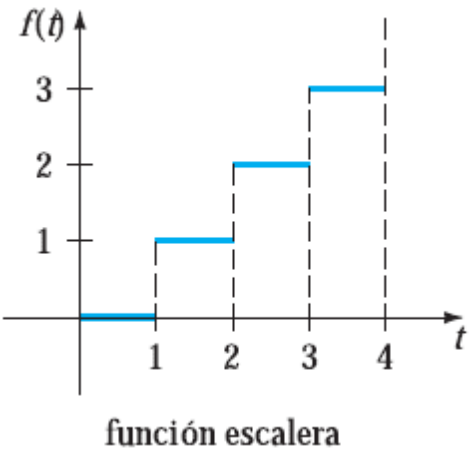
| | |
|----|---|
| 1. | $\mathcal{L}\{te^{10t}\}$ |
| 2. | $\mathcal{L}\{t^3 e^{-2t}\}$ |
| 3. | $\mathcal{L}\{t(e^t + e^{2t})^2\}$ |
| 4. | $\mathcal{L}\{(1 - e^t + 3e^{-4t}) \cos 5t\}$ |
| 5. | $\mathcal{L}\{e^t \sin 3t\}$ |

5) Traslación en el eje t. Encuentre $F(s)$.

| | | | |
|----|---|----|--|
| 1) | $\mathcal{L}\{(t - 1) \mathcal{U}(t - 1)\}$ | 3) | $\mathcal{L}\{e^{2-t} \mathcal{U}(t - 2)\}$ |
| 2) | $\mathcal{L}\{t \mathcal{U}(t - 2)\}$ | 4) | $\mathcal{L}\{(3t + 1) \mathcal{U}(t - 1)\}$ |

6) Escriba cada función en términos de funciones escalón unitario. Encuentre la transformada de Laplace de la función dada.

| | | | |
|----|--|----|--|
| a) | $f(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t < 3 \\ -2, & t \geq 3 \end{cases}$ | b) | $f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 4 \\ 0, & 4 \leq t < 5 \\ 1, & t \geq 5 \end{cases}$ |
|----|--|----|--|

| | | | |
|----|--|----|--|
| c) | $f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 1 \\ t^2, & t \geq 1 \end{cases}$ | d) | $f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 3\pi/2 \\ \text{sen } t, & t \geq 3\pi/2 \end{cases}$ |
| e) |  <p>pulso rectangular</p> | f) |  <p>función escalera</p> |

7) Use la propiedad de la derivada de la transformada para resolver las siguientes transformadas de Laplace.

1. $\mathcal{L}\{te^{-10t}\}$

3. $\mathcal{L}\{t \sinh 3t\}$

2. $\mathcal{L}\{t \cos 2t\}$

4. $\mathcal{L}\{te^{2t} \sin 6t\}$

8) Transformada de integrales

a. $\mathcal{L}\{1 * t^3\}$

b. $\mathcal{L}\{e^{-t} * e^t \cos t\}$

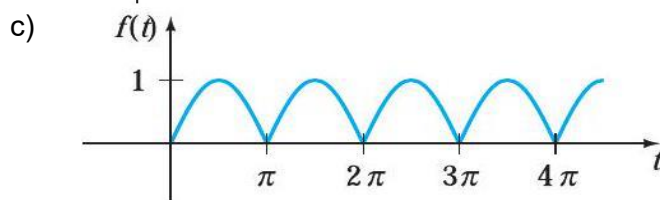
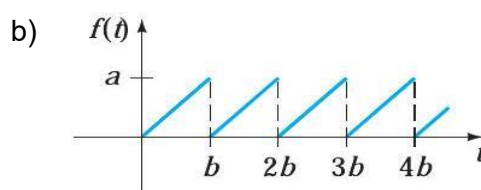
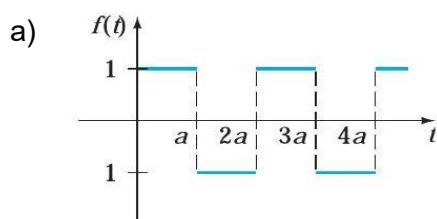
c. $\mathcal{L}\left\{\int_0^t e^{\tau} d\tau\right\}$

d. $\mathcal{L}\left\{\int_0^t e^{-\tau} \cos \tau d\tau\right\}$

e. $\mathcal{L}\left\{\int_0^t \tau e^{-\tau} d\tau\right\}$

9) Transformada de una función periódica

Determinar la transformada de Laplace de cada una de las funciones periódicas.



10) Rectificación de onda completa de $\sin t$

Practica N° 2: Transformada de Laplace

- 1) A partir de los ejercicios asignados a su grupo, calcular la transformada de Laplace:
 - a) Analíticamente (usando propiedades/tablas).
 - b) Con **SymPy (Python)** para verificar.

Documentar en el cuaderno los pasos analíticos y el código de validación.

- 2) Creación de un Banco de Transformadas
 - a) Cada grupo debe crear un mini banco de transformadas de Laplace en Python:
 - b) Definir una función en Python `mi_laplace(f)` que calcule la transformada de una función simbólica.
 - c) Documentar al menos 5 funciones relevantes.
 - d) Incluir ejemplos de verificación numérica con `lambdify` y gráficos comparativos.

En el caso de incluir al sexto participante (IA) deberá presentar las interacciones realizadas para la realización del ejercicio.

- 3) Actividad de investigación:
 - a) Investigar sobre el origen, concepto y propiedades de la función Delta de Dirac.
 - b) Definir la transformada de Laplace para esta ecuación y ejemplificar.
 - c) Resolver lo ejemplificado con código de validación en Python.