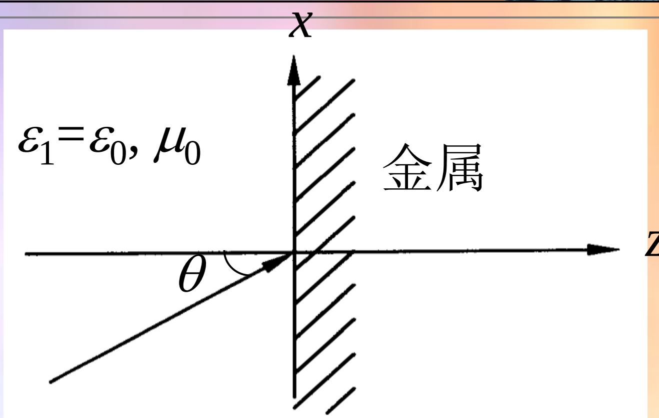
CISE 11120010

电磁场与电磁波

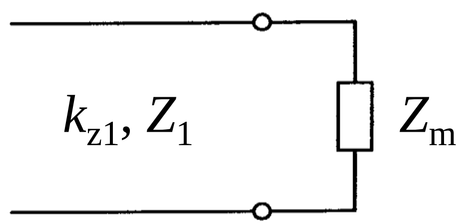
第17讲

1.介质—导体交界面
2.介质—等离子体交界面
3.多层介质系统对平面波的反射与透射

介质-导体交界面的反射



(a)



(b)

导体 $\nabla\times \boldsymbol{H} = j\omega\varepsilon \boldsymbol{E}+\sigma \boldsymbol{E} = j\omega(\varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega})\boldsymbol{E} = j\omega\tilde{\varepsilon} \boldsymbol{E}$

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \mathrm{j}\frac{\sigma}{\omega} = \varepsilon_0\tilde{\varepsilon}_m,\qquad \varepsilon_\mathrm{m} = \varepsilon_\mathrm{m}' - \mathrm{j}\varepsilon_\mathrm{m}''$$

$$\varepsilon_\mathrm{m}'\approx 1,\qquad \varepsilon_\mathrm{m}'' = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0},\qquad \varepsilon_\mathrm{m}'' >> \varepsilon_\mathrm{m}'$$

$$k_\mathrm{zm} = \sqrt{k_0^2(\varepsilon_\mathrm{m}' - j\varepsilon_\mathrm{m}'') - k_x^2}\approx\sqrt{-jk_0^2\varepsilon_\mathrm{m}''}$$

$$=\sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma}{2}}(1-j) = \frac{1}{\delta}(1-j),\qquad \delta=\sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}}$$

δ 是趋肤深度，特征阻抗为

$$Z_\mathrm{TE} = Z_\mathrm{TM} = Z_\mathrm{m} = R(1+\mathrm{j}),\qquad R = \frac{\omega\mu_0\delta}{2} = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}$$

反射系数 $\boldsymbol{\Gamma} = \dfrac{Z_m - Z_1}{Z_m + Z_1}$

对于**理想**导体， $\delta\rightarrow 0$ ， $R\rightarrow 0$ ，反射系数 $\boldsymbol{\Gamma}\rightarrow -1$

平面波垂直投射到理想导体表面的反射

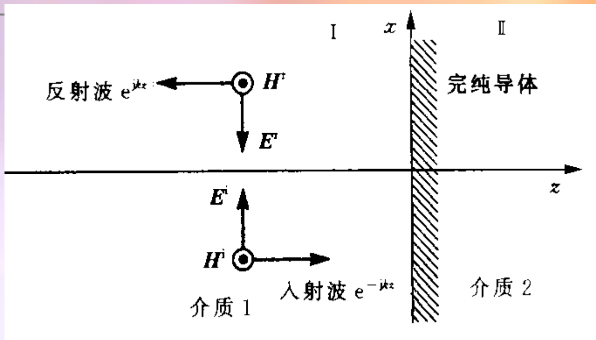
相当于TEM模投射到**理想**导电面。用传输线等效时

$$E_x = \varphi(x)U(z) = U(z)$$
$$H_y = \varphi(x)I(z) = I(z)$$
$$\varphi(x) = 1$$

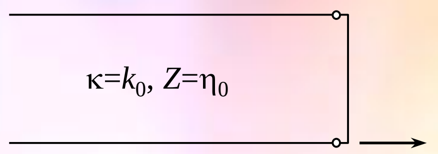
$U(z)$、$I(z)$满足传输线方程，传输线参数为

$$k = k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$$

$$Z = \eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$$



（a）



（b）

完纯导体用z=0处的短路线代替

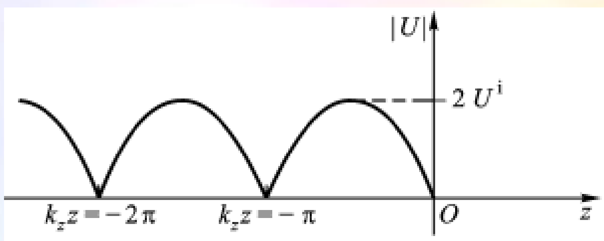
$$U(z) = -2\mathrm{j}U^{\mathrm{i}}\sin(kz)$$

$$I(z) = \frac{2}{\eta_0}U^{\mathrm{i}}\cos(kz)$$

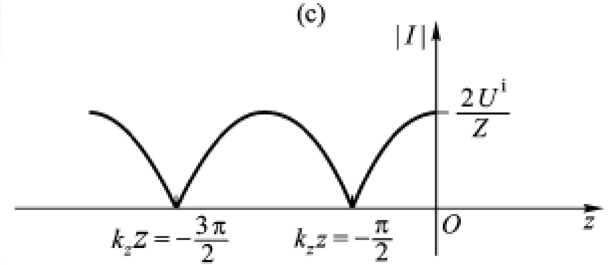
U、I 的瞬时值为

$$u(z,t) = \mathrm{Re}\left[U(z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right] = 2U^{\mathrm{i}}\sin(kz)\sin(\omega t)$$

$$i(z,t) = \mathrm{Re}\left[I(z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right] = \frac{2U^{\mathrm{i}}}{\eta_0}\cos(kz)\cos(\omega t)$$



(c)

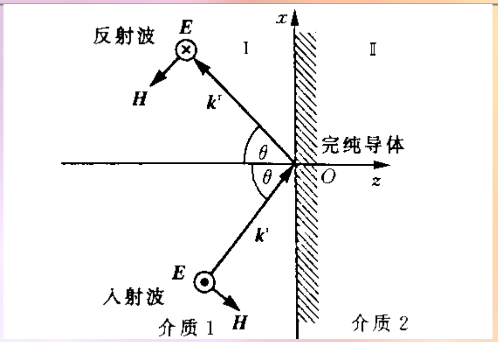


(d)

TE平面波倾斜投射到理想导体表面的反射

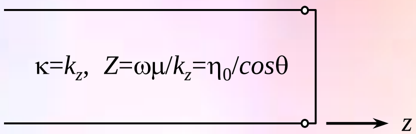
TE模场量E_y，H_x、H_z

$$\begin{cases} E_y = -\varphi(x)U(z) = -\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}U(z) & \varphi(x) = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x} \\ H_x = \varphi(x)I(z) = -\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}I(z) & k_x = k_1 \sin\theta = k_0 \sin\theta \end{cases}$$



(a)

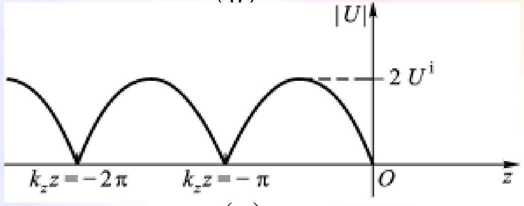
传输线 模型(**理想**导体用短路线表示)



(b)

$$k_z = k_1 \cos\theta = k_0 \cos\theta = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\cos\theta$$

$$Z = \frac{\omega\mu_0}{k_z} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \Big/ \cos\theta = \eta_0/\cos\theta$$

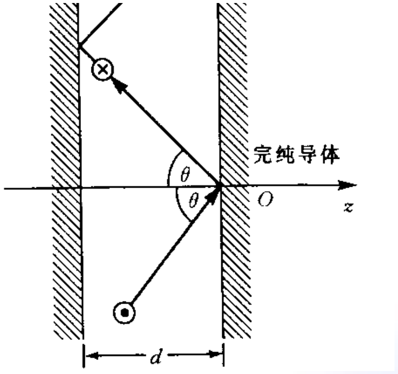


(c)

短路传输线上电压、电流的分布为纯驻波

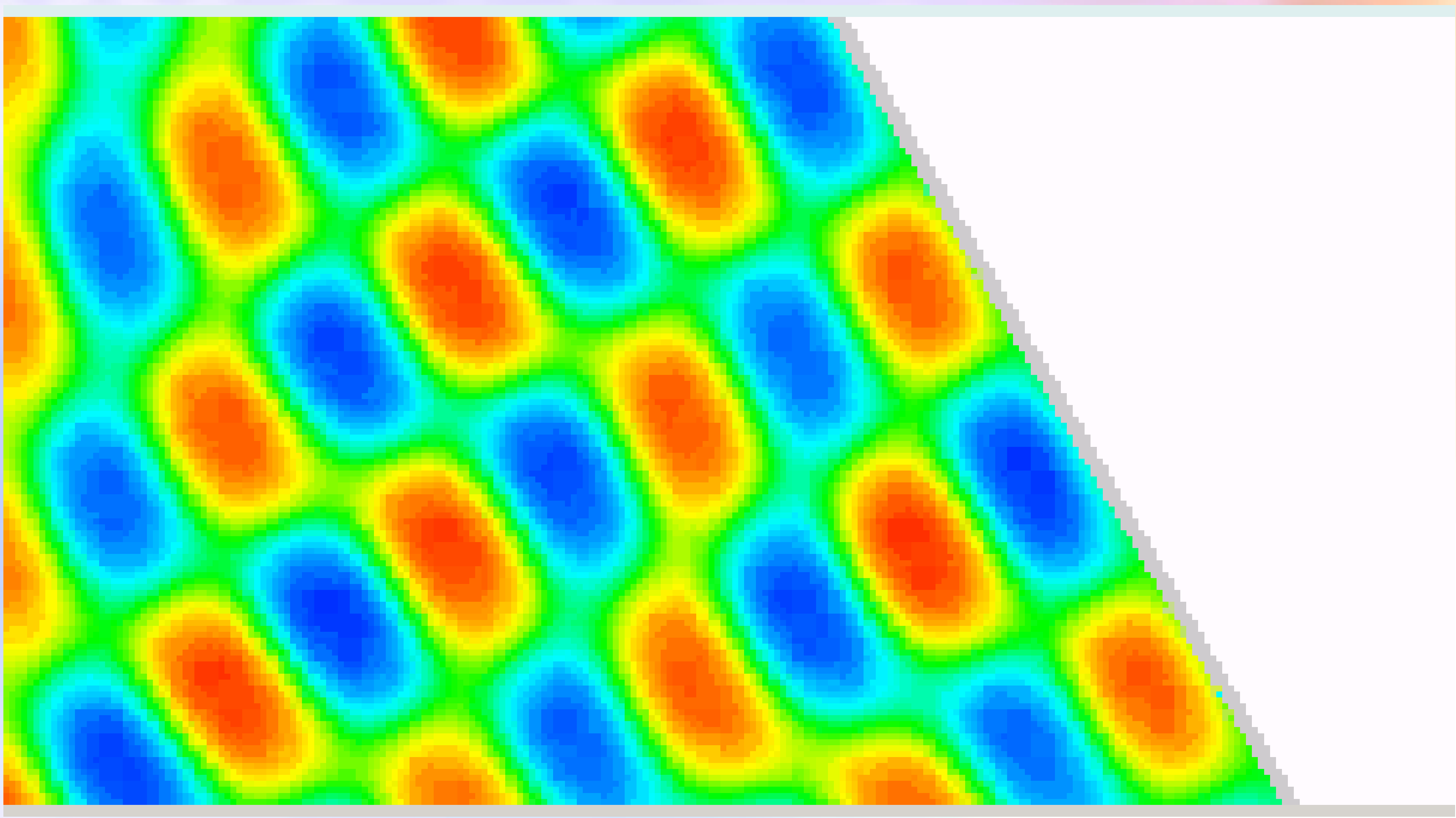
$$U(z) = -2\mathrm{j}U^{\mathrm{i}}\sin(k_z z)$$

$$I(z) = \frac{2U^{\mathrm{i}}}{Z}\cos(k_z z)$$



(d)

介质—导体



等离子体

什么是等离子体?

等离子体是电离了的气体，含有大量带正电的离子和带负电的电子，与束缚在原子中的带负电的电子和带正电的核不同，等离子体中的电子和离子可以自由运动。

离开地面80~120km高空的电离层就是一个等离子体，电离层是由太阳辐射来的紫外光电离高空大气而形成的。

等离子体分析模型:

如果时谐电场作用于等离子体，等离子体中的电子和离子将受电场力作用而运动。因为电子质量比离子质量小得多，离子的运动可忽略，电子将在平衡位置附近作简谐振动。

电子离开平衡位置振荡，电子和离子的重心不重合，形成电偶极子。所以时谐电场扰动下的等离子体可看成无限多振荡电偶极子的集合。

等离子体单位体积中的电偶极矩

时谐场作用于等离子体，电子受到的力，按洛伦兹力方程为

$$\boldsymbol{F}=e\boldsymbol{E} \qquad (1)$$

假设***x***为电子离开正离子的位移，在电子作简谐振荡假定下，有

$$\boldsymbol{F}=m\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t^2}=-m\omega^2\boldsymbol{x} \qquad (2)$$

根据偶极子定义，偶极矩密度***P***为

$$\boldsymbol{P}=-Ne\boldsymbol{x} \qquad (3)$$

由式（1）与式(2)求得***x***，再将此***x***代入式（3) 得到

$$\boldsymbol{P}=\frac{-Ne^2}{m\omega^2}\boldsymbol{E}$$

等离子体的等效介电常数

任何介质中$\boldsymbol{D}$由自由空间部分与介质极化产生的电偶极矩$\boldsymbol{P}$两部分构成。

等离子体也是一种介质，所以等离子体中$\boldsymbol{D}$也由自由空间部分与电偶极矩$\boldsymbol{P}$两部分构成，即

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} - \frac{Ne^2}{m\omega^2}\boldsymbol{E} = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_{\mathrm{P}}^2}{\omega^2}\right)\boldsymbol{E}$$

式中

$$\omega_{\mathrm{P}} = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}}$$

称为等离子体频率。所以等离子体可用一有效介电常数为

$$\varepsilon_{\mathrm{e}} = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_{\mathrm{P}}^2}{\omega^2}\right)$$

的介质等效。

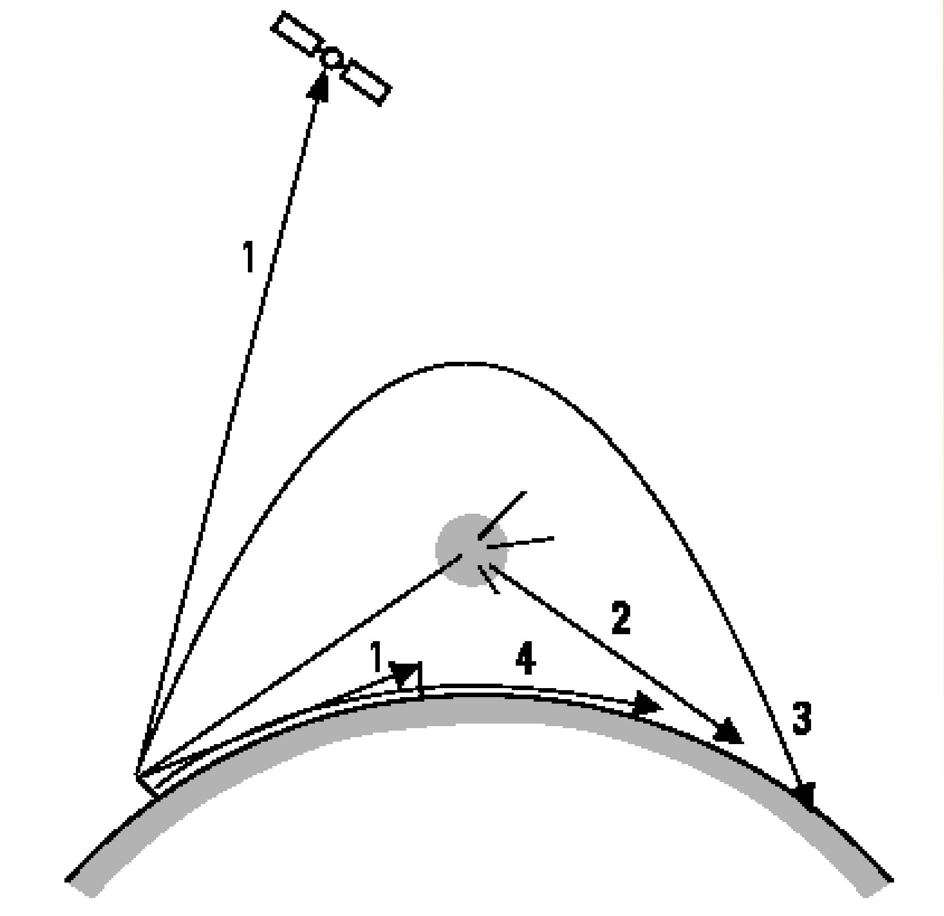
电离层中等离子体对电磁波传播的影响

电离层中电子浓度随电离层离开地面的高度以及昼夜时间而变化。

白天的典型值为10^{12}电子/m^3，相应的$\omega_p=5.64\times10^7$radls，或f_p=9MHz。

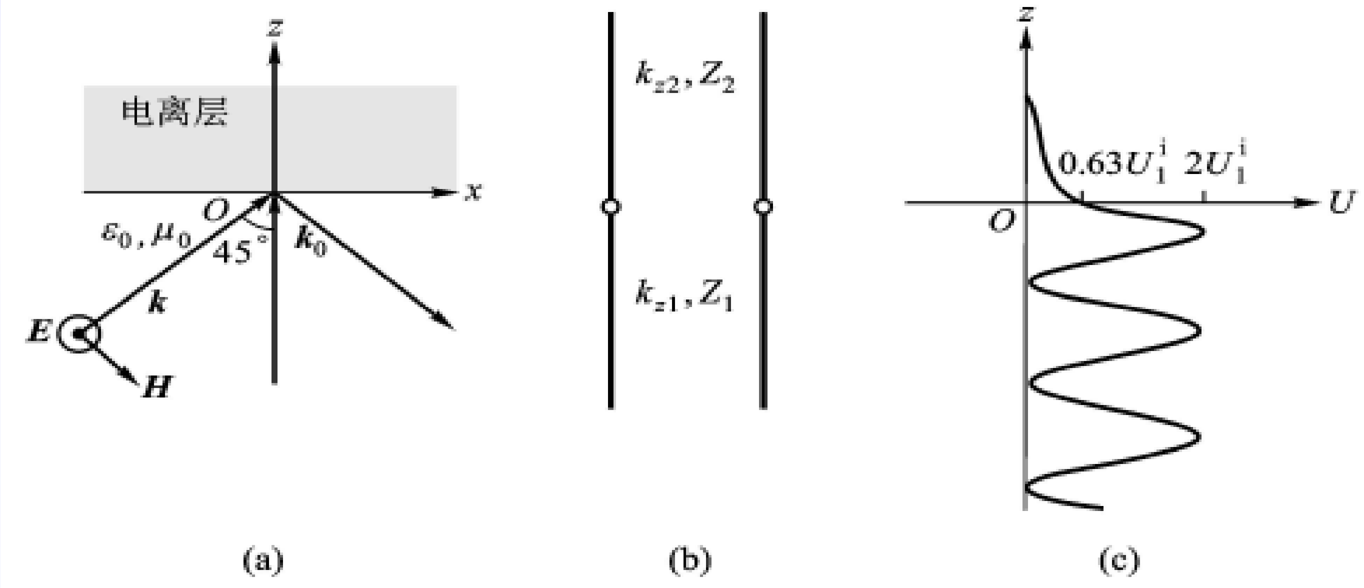
因此，如果电磁场的频率$f>>f_p$，电离层与自由空间无多大差别。

但是**对于较低频率的电磁场，ε可以为负，对电磁波全反射，可作为电磁波的反射体。**



上述结论在考虑地磁场影响后就变得不正确了。

电离层的反射



(a) (b) (c)

电离层可看作等离子体， $\varepsilon=\varepsilon_0\left(1-\dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$

当入射电磁波ω小于ω_p时，ε有可能小于1甚至为负。

设入射波角频率，$\omega=\omega_p/\sqrt{5}$，则电离层用$\varepsilon_2=-4\varepsilon_0$ 的介质表示。

当ε为负时，等离子体相当于一导体，对入射电磁波全反射。

1968年，苏联科学家受等离子态的介电系数为负这一特性，给出了双负介质的传播特性的研究论文。

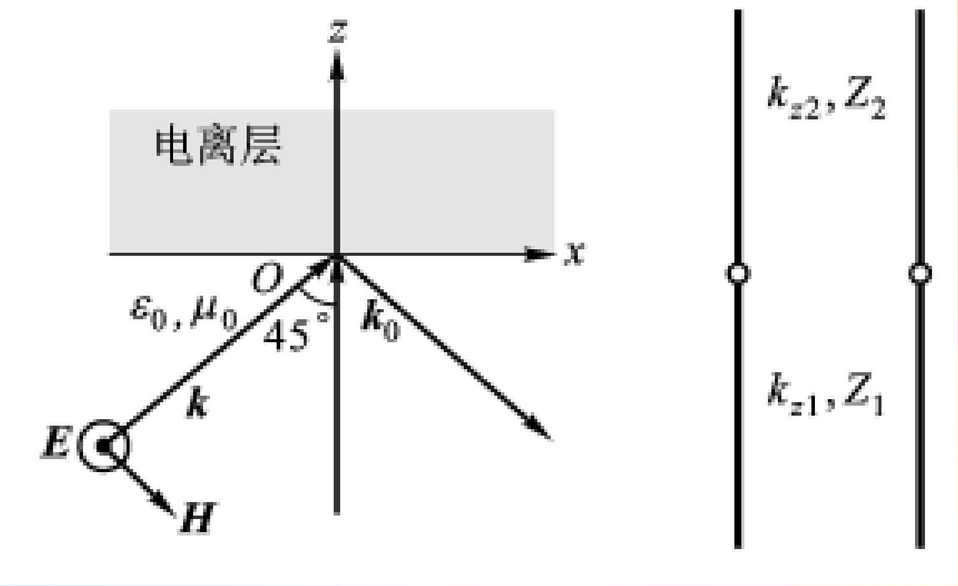
利用传输线理论分析电离层的反射

$$k_1 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_1} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = k_0$$

$$k_2 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_2} = \omega\sqrt{\mu_0\left(-4\varepsilon_0\right)} = -\mathrm{j}2k_0$$

$$k_x = k_1 \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}k_0$$

$$k_{z1} = k_1 \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}k_0$$

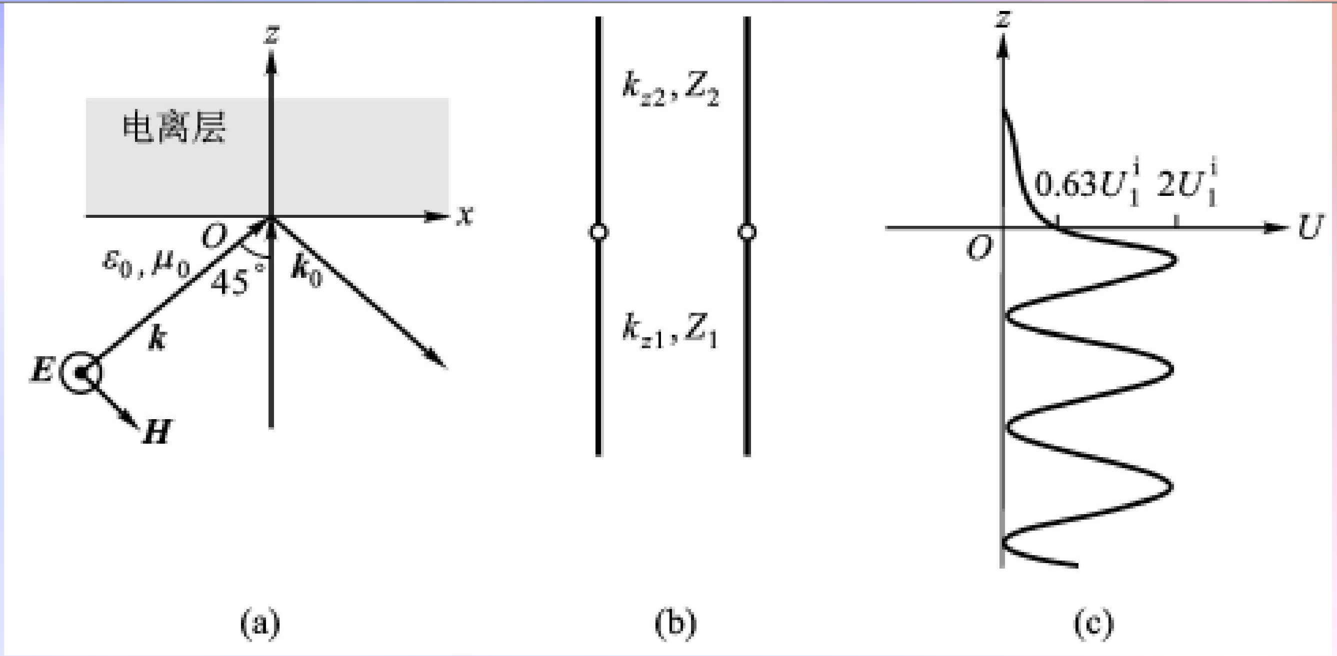


$$k_{z2} = \sqrt{k_2^2 - k_x^2} = \sqrt{-4k_0^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}k_0\right)^2} = -\mathrm{j}2.12k_0$$

$$Z_1 = \begin{cases} \omega\mu_0/k_{z1} = \sqrt{2}\eta_0 & \text{TE} \\ k_{z1}/\omega\varepsilon_1 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\eta_0 & \text{TM} \end{cases} \qquad Z_2 = \begin{cases} \omega\mu/k_{z2} = \dfrac{\mathrm{j}}{2.12}\eta_0 & \text{TE} \\ k_{z2}/\omega\varepsilon_2 = \dfrac{\mathrm{j}2.12}{4}\eta_0 & \text{TM} \end{cases} \qquad \Gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

$$\Gamma_{\text{TE}} = 1.0\mathrm{e}^{\mathrm{j}143^\circ} \qquad \Gamma_{\text{TM}} = 1.0\mathrm{e}^{\mathrm{j}286^\circ}$$

电离层的反射



$$\Gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \qquad \Gamma_{TE} = 1.0e^{j143^\circ}$$

$$\Gamma_{TM} = -1.0e^{j286^\circ} = 1.0e^{j106^\circ}$$

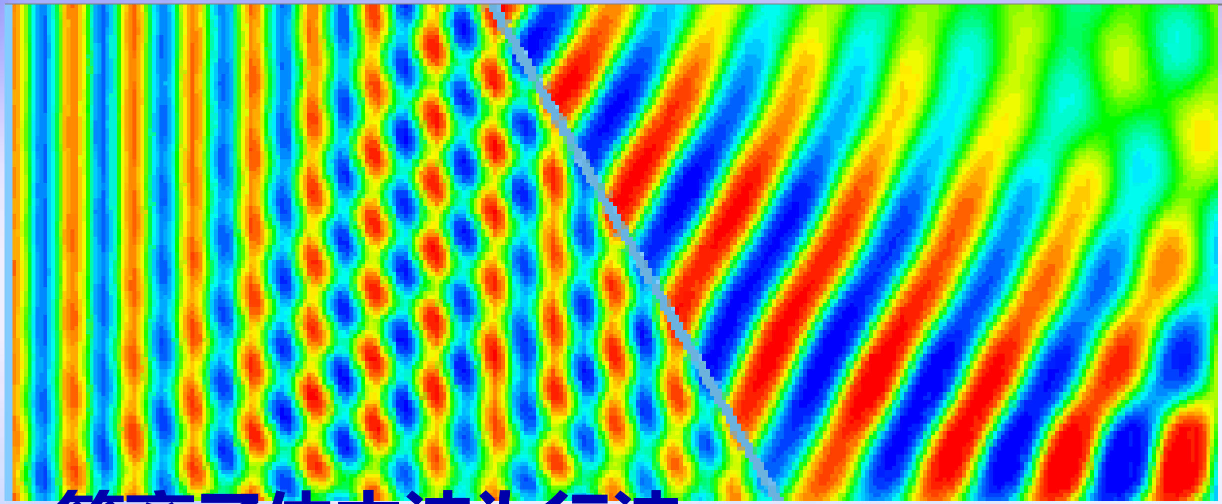
注意，TE、TM模反射系数的相角ψ是不同的。区域I为纯驻波

$$d_{\min 1} = \frac{\lambda}{4} + \frac{143^\circ}{720^\circ}\lambda = 0.4486\lambda \qquad \left|U(z=0)\right| = \left|U_1^i\left(1+\Gamma_{TE}(0)\right)\right| = 0.63U_1^i$$

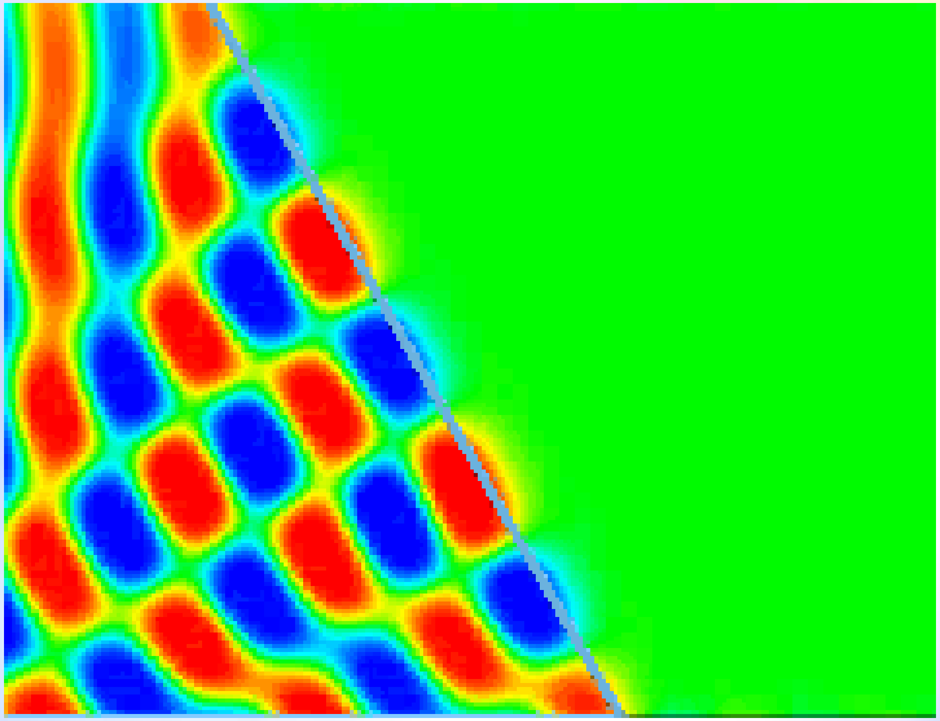
电离层中没有波的传播。沿界面有波的传播

$$\varphi(x) = e^{-jk_x x} = e^{-j\frac{\sqrt{2}}{2}k_0 x}$$

介质-电离层



等离子体中波为行波
(*f*高于*f*p)



等离子体中没有波的传播
(*f*低于*f*p)

单层介质系统中的波动分析

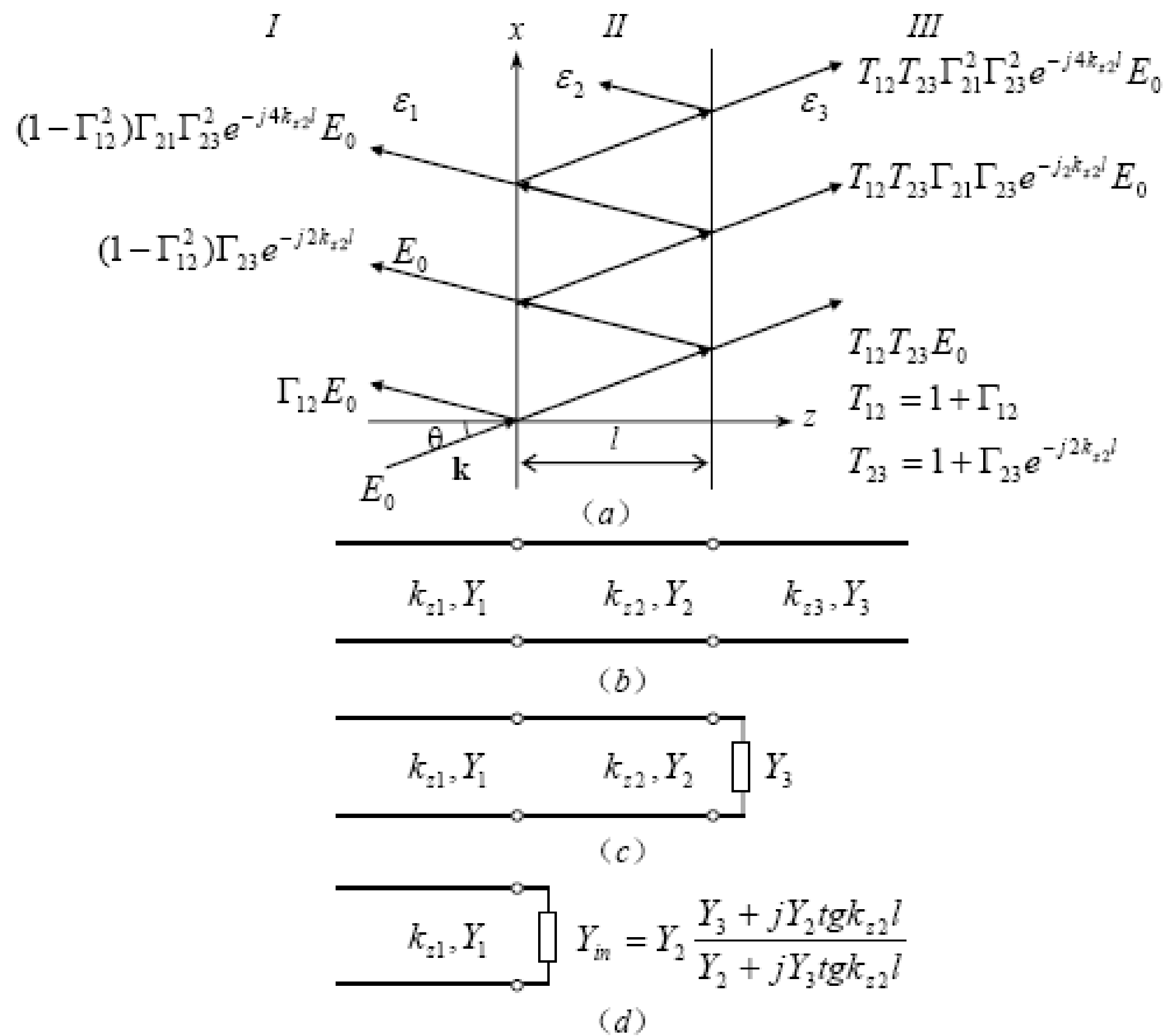


图 5-24　单层平板介质系统对平面波反射、透射的射线分析与波动分析

（a）单层平板介质系统　（b）、（c）、（d）等效电路

单层介质系统中的波动分析

选择与界面垂直的*z*轴为纵向，*x*轴与界面平行，波矢**k**在*x*-*z*平面内。如同分析平面界面时所做的那样，图5-24(*a*)所示的单层平板介质系统可用图5-24(*b*)所示的电路等效。其中*kz*1, *Y*1、*kz*2, *Y*2、*kz*3, *Y*3分别为区域*I*、*II*、*III*对应的等效传输线的传播常数和特征波导纳。

$$k_{zi}=\sqrt{k_0^2\varepsilon_{ri}-k_x^2}$$

$$k_0^2=\omega^2\mu\varepsilon_0$$

$$k_x=k_1\sin\theta$$

$$Y_i=\begin{cases}\dfrac{\omega\varepsilon_{ri}\varepsilon_0}{k_{zi}} & TM模\\[2ex] \dfrac{k_{zi}}{\omega\mu} & TE模\end{cases}$$

单层介质系统中的波动分析

从区域I看进去 z=0处的反射系数、透射系数为

$$\Gamma(z=0^-)=\frac{Y_1-Y_{in}}{Y_1+Y_{in}}$$

$$T(z=0^-)=\frac{2Y_1}{Y_1+Y_{in}}$$

$$\Gamma_{12}=-\Gamma_{21}=\frac{Y_1-Y_2}{Y_1+Y_2}$$

$$\Gamma_{23}=-\Gamma_{32}=\frac{Y_2-Y_3}{Y_2+Y_3}$$

引入区域I与II、II与III界面的反射系数

输入导纳Y_{in}可写为

$$Y_{in}=Y_2\frac{1-\Gamma_{23}e^{-j2k_{z2}l}}{1+\Gamma_{23}e^{-j2k_{z2}l}}$$

$$\Gamma=\frac{\Gamma_{12}+\Gamma_{23}e^{-j2k_{z2}l}}{1+\Gamma_{12}\Gamma_{23}e^{-j2k_{z2}l}}$$

$$T=\frac{T_{12}T_{23}}{1-\Gamma_{21}\Gamma_{23}e^{-j2k_{z2}l}}$$

式中

$$T_{12}=\frac{2Y_1}{Y_1+Y_2}=1+\Gamma_{12}$$

$$T_{23}=1+\Gamma_{23}e^{-j2k_{z2}l}$$

单层介质系统中的波动分析

反射系数、透射系数为

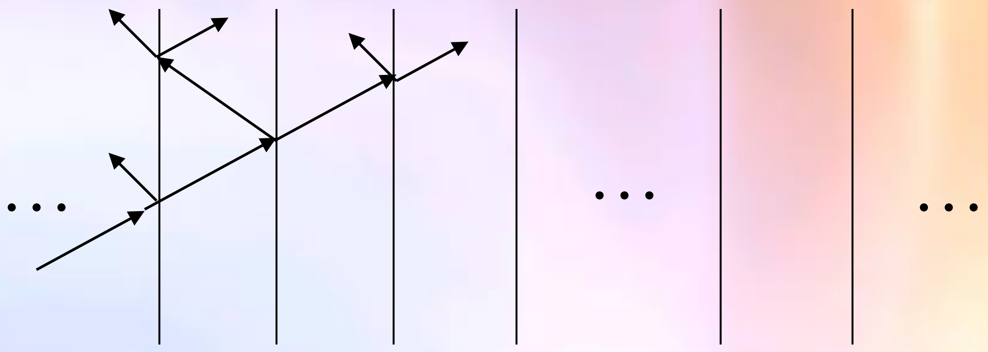
$$\Gamma = \Gamma_{12} + \left(1-\Gamma_{12}^2\right)\Gamma_{23}e^{-j2k_{z2}l} + \left(1-\Gamma_{12}^2\right)\Gamma_{21}\Gamma_{23}^2 e^{-j4k_{z2}l} + \cdots$$

$$T = T_{12}T_{23}\left(1+\Gamma_{21}\Gamma_{23}e^{-j2k_{z2}l} + \Gamma_{21}^2\Gamma_{23}^2 e^{-j4k_{z2}l} + \cdots\right)$$

多层平板介质中波的传播

本节讨论的多层平板介质系统其相对介电常数沿 z 轴的分布可表示为

$$\varepsilon_{\mathrm{r}}(z)=\begin{cases}\varepsilon_{\mathrm{rI}} & z<0\\ \varepsilon_{\mathrm{r1}} & 0<z<z_1\\ \varepsilon_{\mathrm{r2}} & z_1<z<z_2\\ \vdots & \vdots\\ \varepsilon_{\mathrm{rn}} & z_{n-1}<z<z_n\\ \varepsilon_{\mathrm{rIII}} & z>z_n\end{cases}$$



要确定区域 I 的反射波，区域 III 的透射波的大小及其传播方向，以及在 n 层介质内的场分布或波的传播。

在本征坐标系中 $\boldsymbol{k}=k_x\mathbf{x}_0+k_z\mathbf{z}_0$， $k_y=0$。

对 TE 模， $\boldsymbol{E}=E_y\mathbf{y}_0$， $\boldsymbol{H}=H_x\mathbf{x}_0+H_z\mathbf{z}_0$，

TM 模， $\boldsymbol{H}=H_y\mathbf{y}_0$， $\boldsymbol{E}=E_x\mathbf{x}_0+E_z\mathbf{z}_0$，

多层介质系统中场分布（或波的传播）的求解也有两个途径：场量匹配法，传输线模型法。

多层介质中TE波传播的传输线模型

电压$U(z)$、电流$I(z)$与第j层介质中场量 E_{jy}, H_{jx} 关系为

$$E_{jy} = -\varphi_j(x)U_j(z)$$

$$H_{jx} = \varphi_j(x)I_j(z)$$

模式函数$\varphi_j(x)$

$$\varphi_j(x) - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}$$

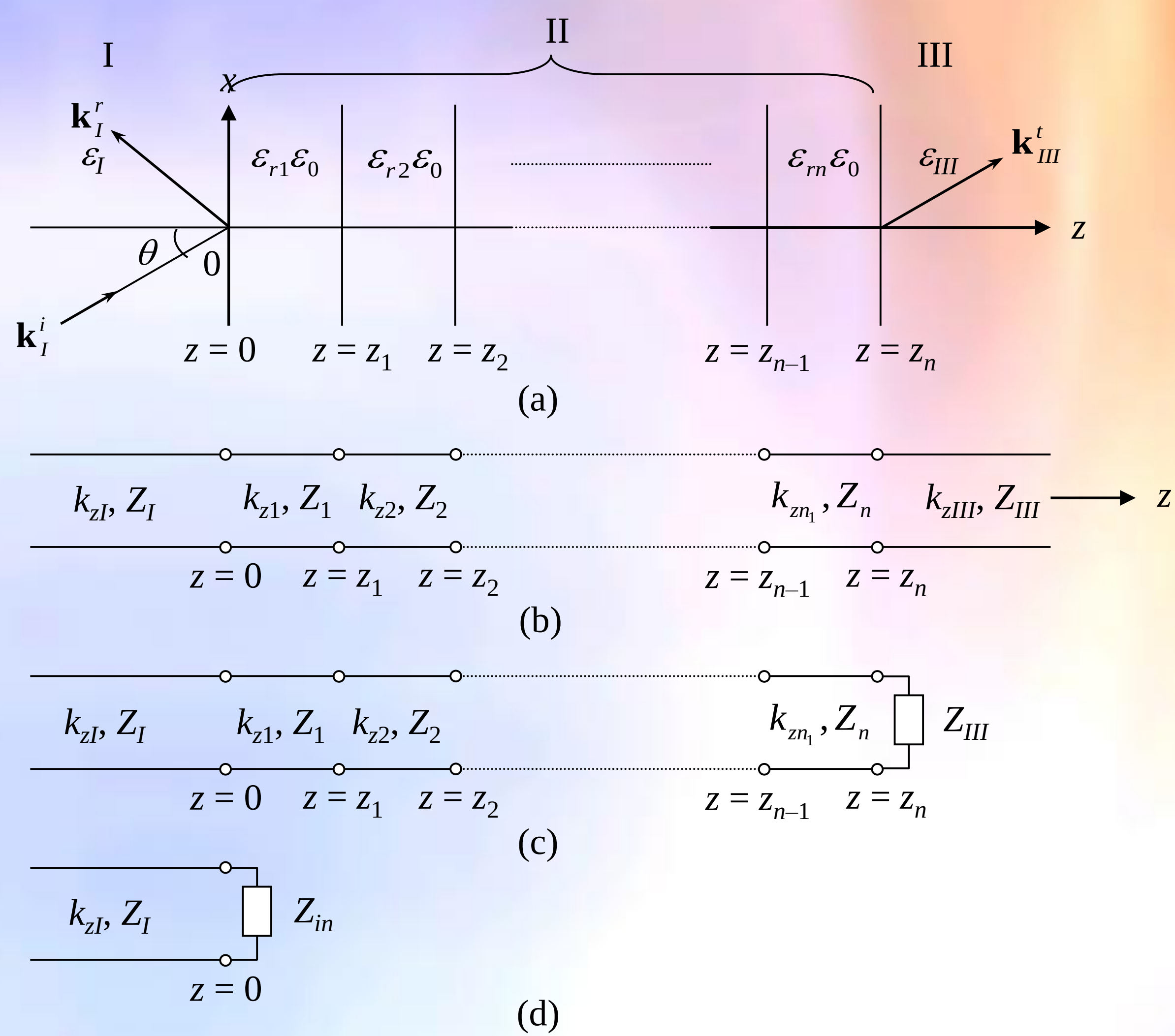
$$k_x = k_{x\mathrm{I}} = k_{x\mathrm{III}}$$

$$= k_{xn} = k_{\mathrm{I}} \sin\theta$$

$$k_{zj} = \sqrt{k_i^2 - k_x^2}$$

$$= \sqrt{k_0^2 \varepsilon_j - k_I^2 \sin^2\theta}$$

$$Z_j = \frac{1}{Y_j} = \omega\mu / k_{zj} \qquad j = \mathrm{I},\ \mathrm{III},\ 1,\ 2,\ \cdots, n$$

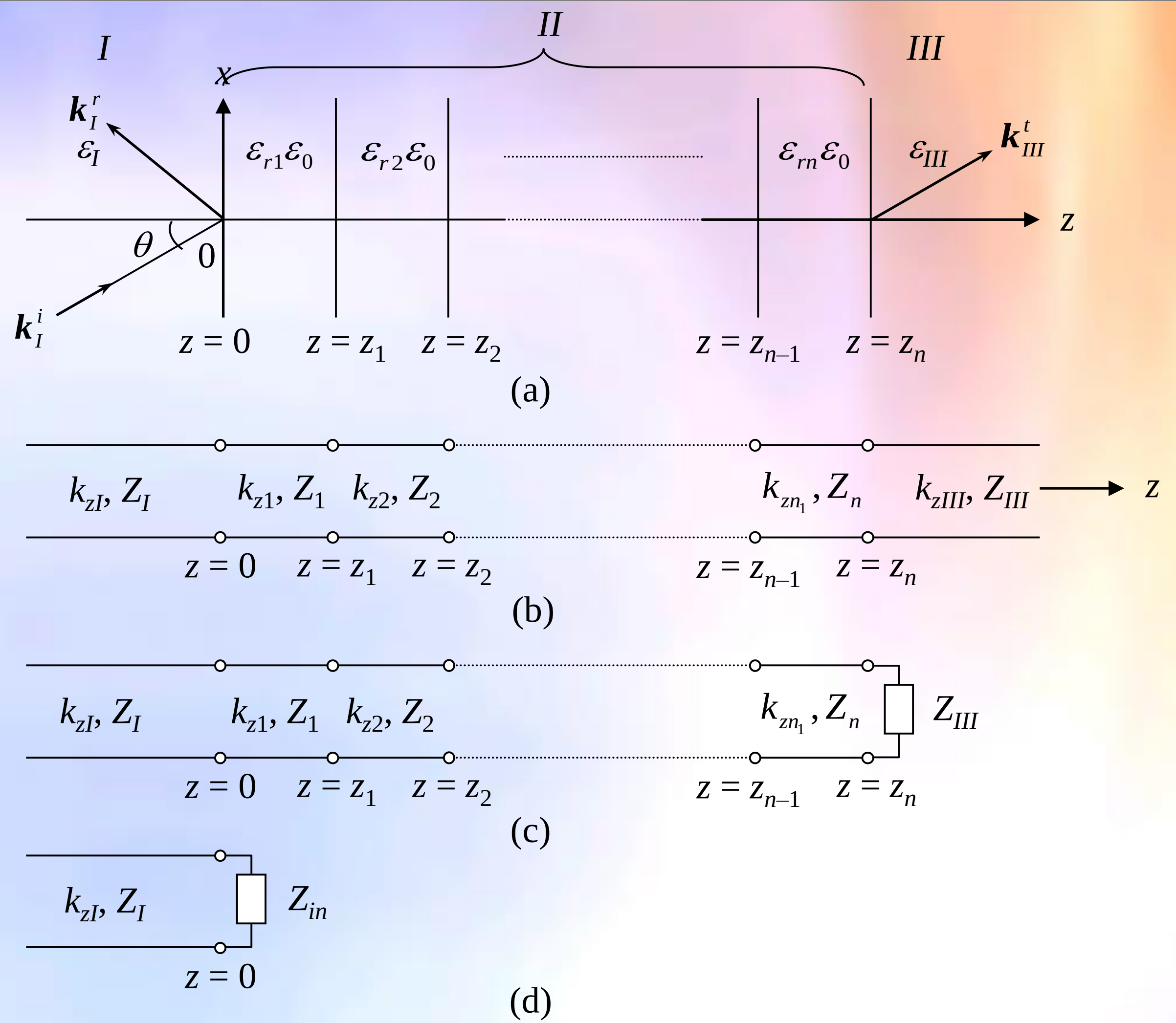


反射系数与场分布

$z=0$–处反射系数

$$\boldsymbol{\Gamma}\left(z=0^{-}\right)=\frac{Z_{\text{in}}(0)-Z_{\text{I}}}{Z_{\text{in}}(0)+Z_{\text{I}}}$$

$$=\frac{Y_{\text{I}}-Y_{\text{in}}(0)}{Y_{\text{I}}+Y_{\text{in}}(0)}$$



区域I中的电压、电流分布

$$U_{I}(z)=\left[1+\boldsymbol{\Gamma}_{I}(z)\right]U_{I}^{i}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_{z_{\text{I}}}z}$$

$$I_{\text{I}}(z)=\left[1-\boldsymbol{\Gamma}_{\text{I}}(z)\right]\frac{U_{\text{I}}^{\text{i}}}{Z_{\text{I}}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_{z_{\text{I}}}z}$$

式中 $\boldsymbol{\Gamma}_{\text{I}}(z)=\boldsymbol{\Gamma}_{\text{I}}\left(0^{-}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2k_{z_{\text{I}}}z}$

反射系数与场分布

$z=0$交界面U、I连续

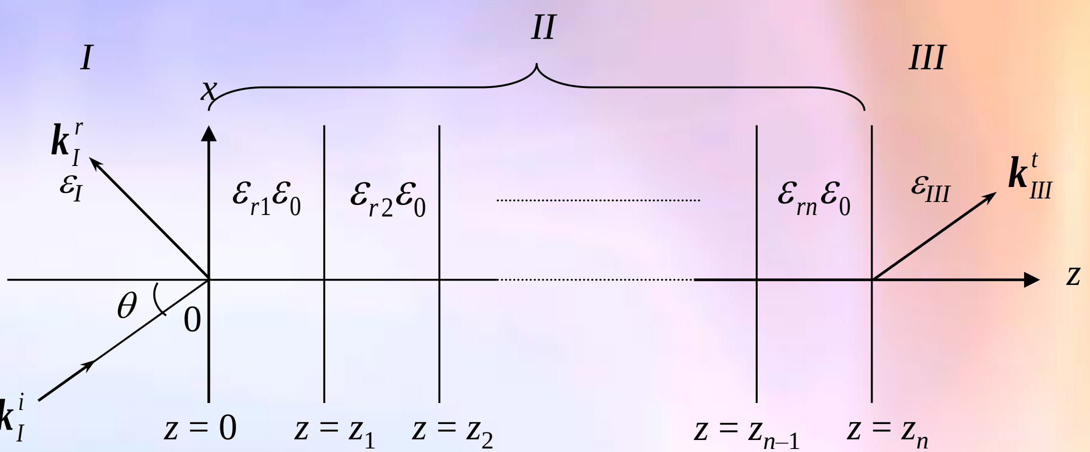
$$\left[1+\boldsymbol{\Gamma}_I\left(0^-\right)\right]U_I^{\mathrm{i}}=\left[1+\boldsymbol{\Gamma}_1\left(0^+\right)\right]U_1^{\mathrm{i}}$$

$$U_1^{\mathrm{i}}=\frac{1+\boldsymbol{\Gamma}_I\left(0^-\right)}{1+\boldsymbol{\Gamma}_1\left(0^+\right)}U_I^{\mathrm{i}}$$

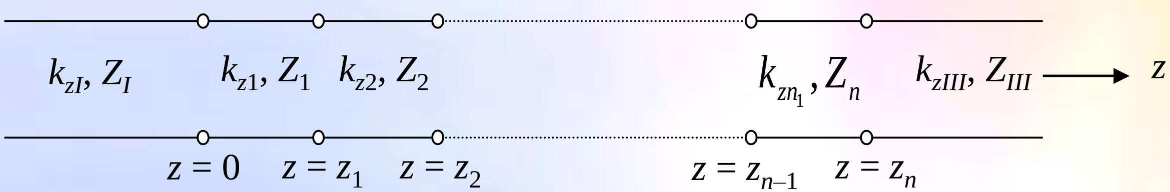
式中

$$\boldsymbol{\Gamma}_1\left(0^+\right)=\boldsymbol{\Gamma}_1\left(z=z_1^-\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2k_{z_1}\left(z_1-0\right)}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}\left(z=z_1^-\right)=\frac{Z_{\mathrm{in}}\left(z=z_1^-\right)-Z_1}{Z_{\mathrm{in}}\left(z=z_1^-\right)+Z_1}$$



(a)



(b)

所以区域II第1节传输线上电压、电流为

$$U_1\left(z\right)=\left[1+\boldsymbol{\Gamma}_1\left(z\right)\right]U_1^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_{z_1}z}\quad I_1\left(z\right)=\left[1-\boldsymbol{\Gamma}_1\left(z\right)\right]\frac{U_1^{\mathrm{i}}}{Z_1}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_{z_1}z}$$

以此类推可得到区域II第二节、第三节以至第n节传输线上电压、电流分布。

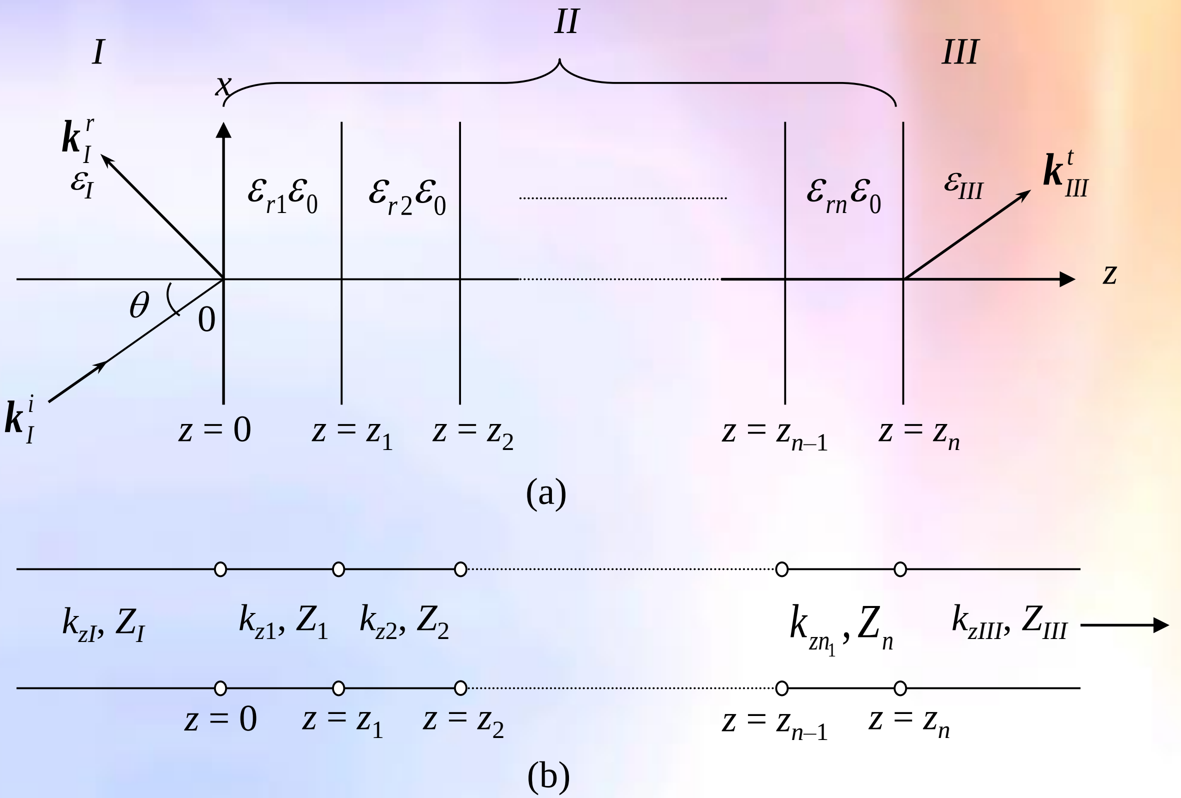
反射系数与场分布

在区域III，没有反射波，
电压、电流都是行波。

$$U_{\text{III}}^{i}\left(z=z_n^+\right)=U_n\left(z_n^-\right)$$
$$=U_n^i\left[1+\boldsymbol{\Gamma}\left(z_n^-\right)\right]$$

$$I_{\text{III}}^{i}\left(z=z_n^+\right)=\frac{U_{\text{III}}^{i}\left(z=z_n^+\right)}{Z_{\text{III}}}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}\left(z_n^-\right)=\frac{Z_{\text{III}}-z_n}{Z_{\text{III}}+z_n}$$



主教材例5-7

TE入射平面波波矢 $\boldsymbol{k}_1$ 以 θ = 30°角倾斜投射到薄层介质，已知

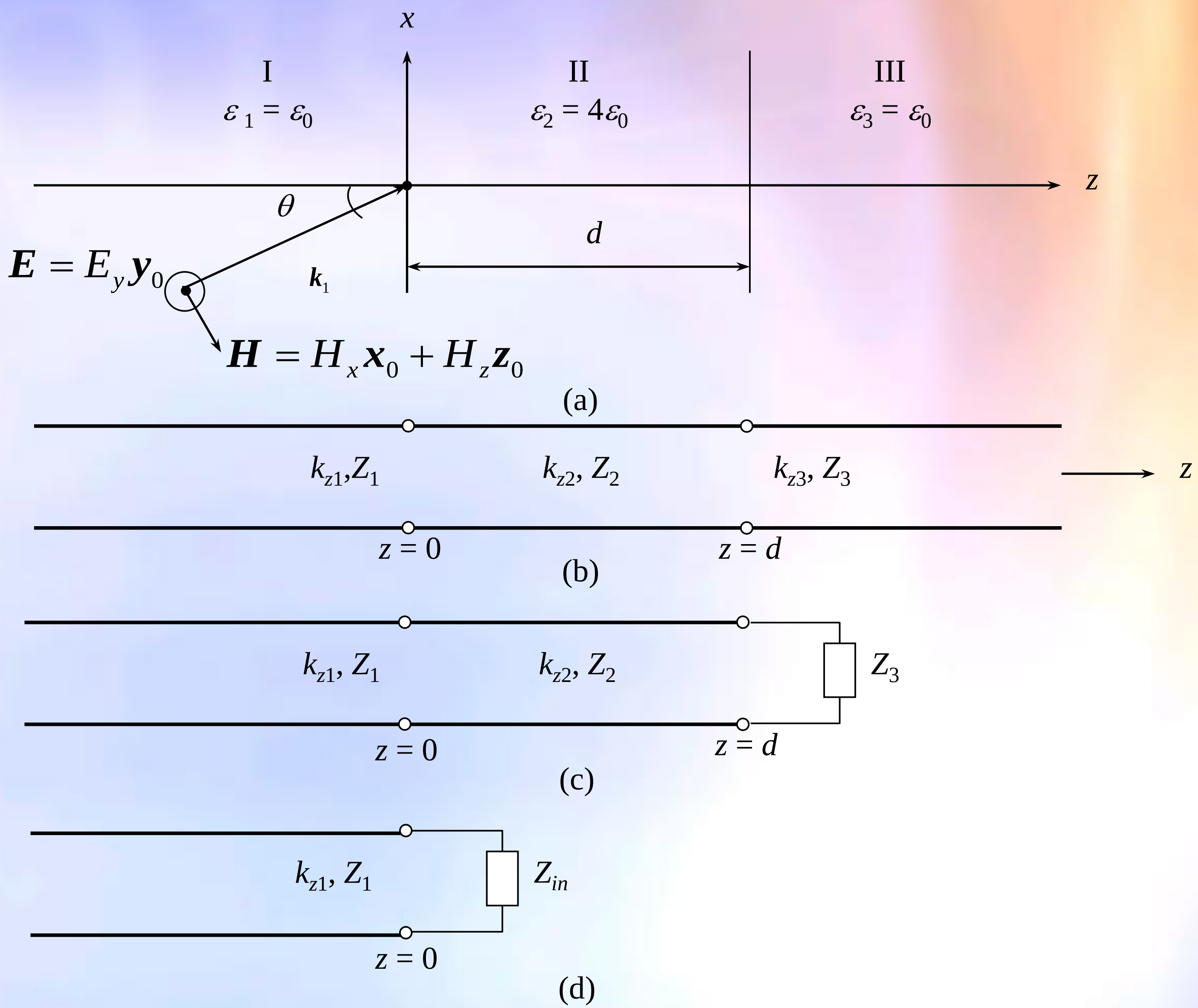
$$\varepsilon_{r_1}=\varepsilon_{r_3}=1$$

$$\varepsilon_{r_2}=4$$

$$k_{z2}d=420^\circ$$

$$\left(或\frac{d}{\lambda}=\frac{7}{6}\right)$$

求z = 0处反射系数$\Gamma(0^-)$以及场分布。



主教材例5-7

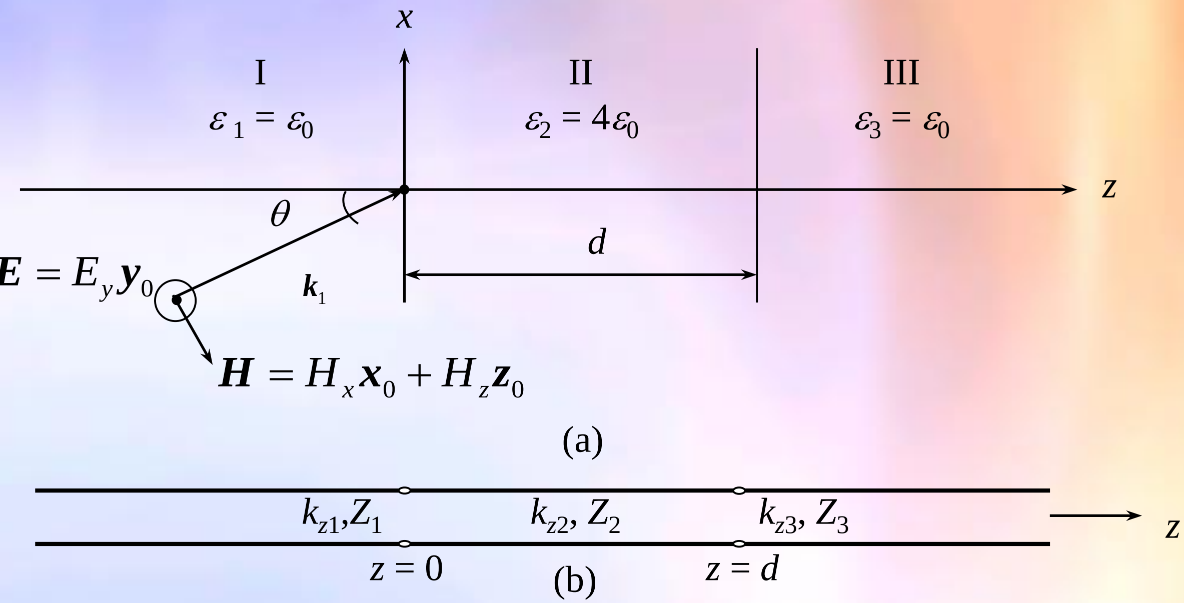
计算等效传输线参数

$$k_1 = k_3 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = k_0$$

$$k_2 = \omega\sqrt{4\varepsilon_0\mu_0} = 2k_0$$

$$k_{x1} = k_{x2} = k_{x3}$$

$$= k_1 \sin 30^\circ = \frac{1}{2}k_0$$



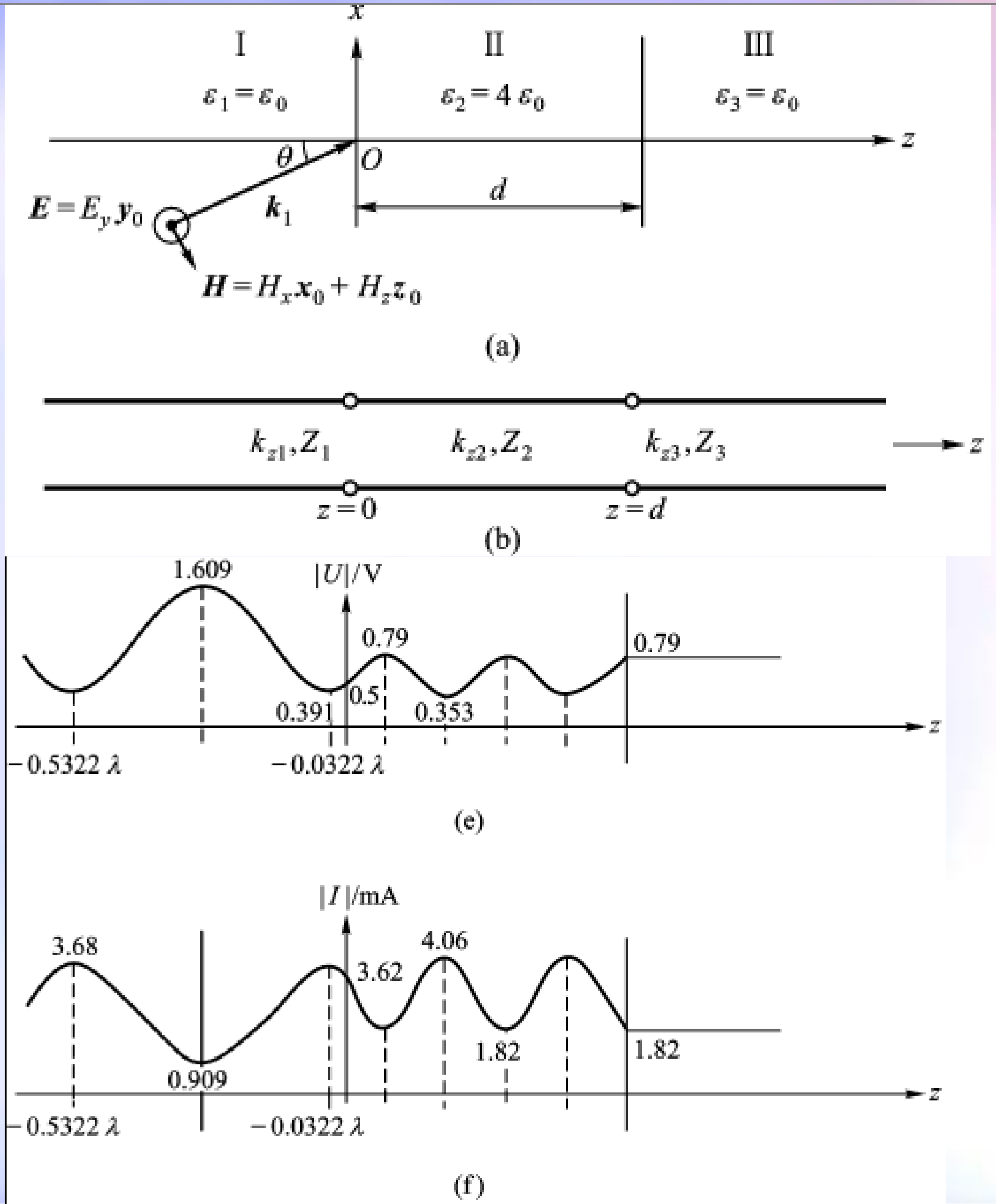
$$k_{z1} = k_{z3} = \sqrt{k_1^2 - k_{x1}^2} = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{k_0}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}k_0$$

$$k_{z2} = \sqrt{k_2^2 - k_{x2}^2} = \sqrt{4k_0^2 - \left(\frac{k_0}{2}\right)^2} = \sqrt{3.75}k_0$$

$$Z_1 = Z_3 = \frac{\omega\mu_0}{k_{z1}} = \frac{\omega\mu_0}{\frac{\sqrt{3}}{2}k_0} = \frac{2}{\sqrt{3}}\eta_0 = 435.3\Omega$$

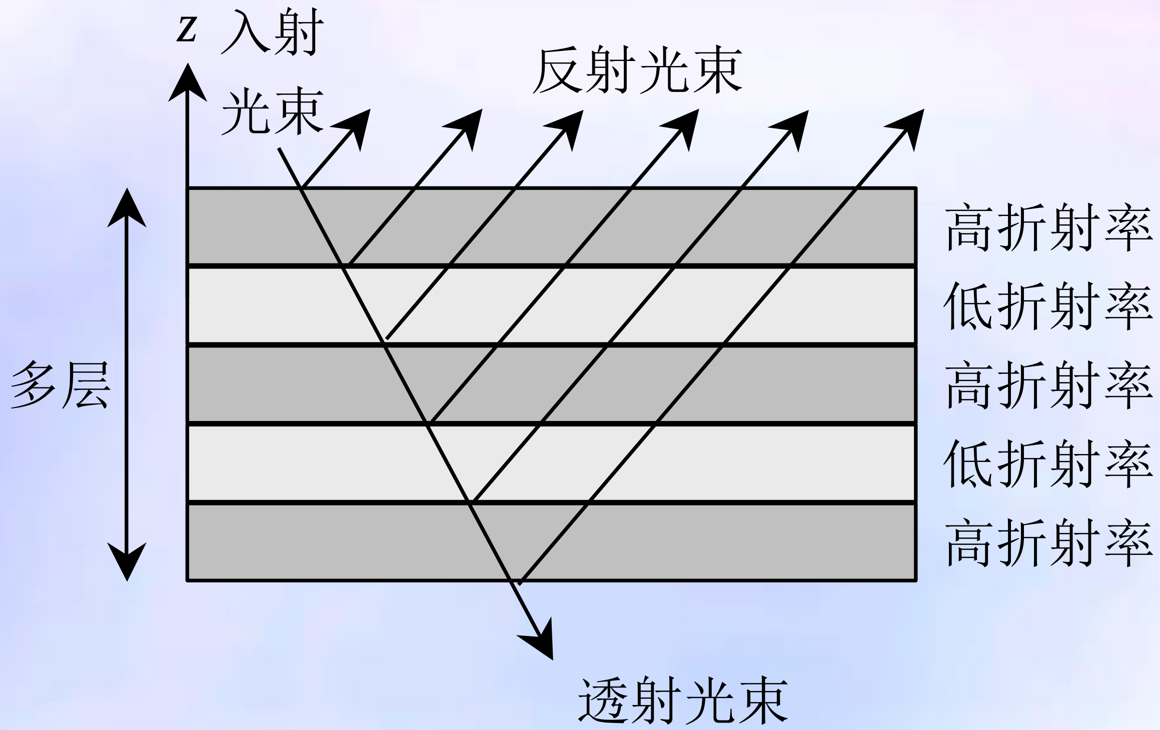
$$Z_2 = \frac{\omega\mu_0}{k_{z2}} = \frac{\omega\mu_0}{\sqrt{3.75}k_0} = \frac{\eta_0}{\sqrt{3.75}} = 194.7\Omega$$

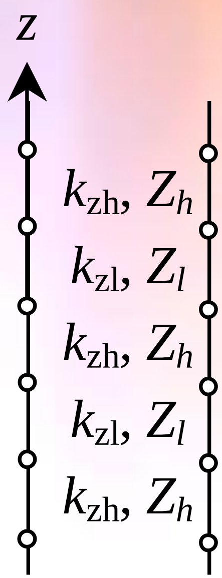
主教材例5-7



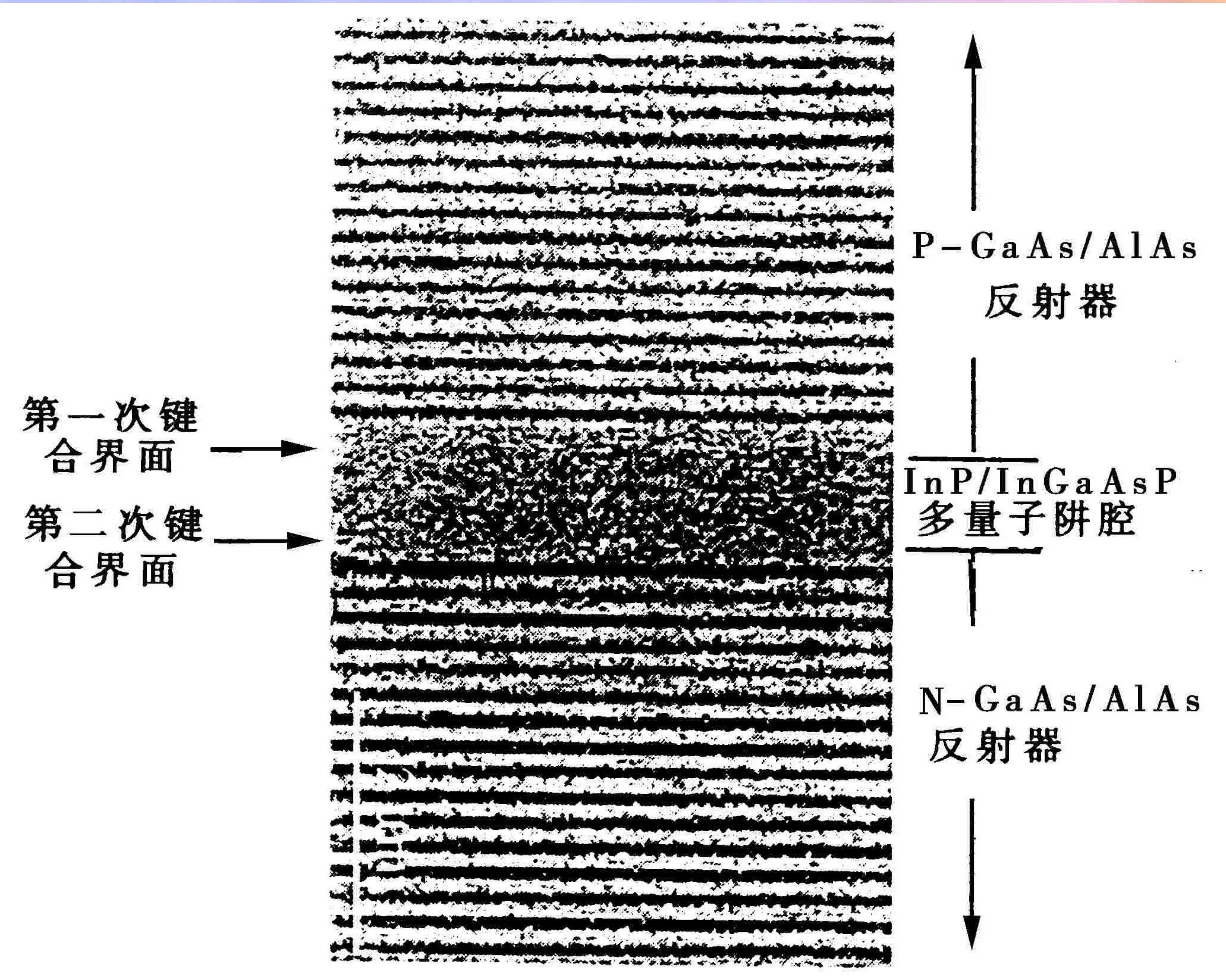
x
I
II
III
$\varepsilon_1=\varepsilon_0$
$\varepsilon_2=4\varepsilon_0$
$\varepsilon_3=\varepsilon_0$
z
θ
O
d
$\boldsymbol{E}=E_y\boldsymbol{y}_0$
$\boldsymbol{k}_1$
$\boldsymbol{H}=H_x\boldsymbol{x}_0+H_z\boldsymbol{z}_0$
(a)
k_{z1},Z_1
k_{z2},Z_2
k_{z3},Z_3
z
$z=0$
$z=d$
(b)
1.609
|U|/V
0.79
0.79
0.5
0.391
0.353
z
-0.5322λ
-0.0322λ
(e)
|I|/mA
3.68
4.06
3.62
1.82
1.82
0.909
z
-0.5322λ
-0.0322λ
(f)

主教材例5-8多层介质膜干涉滤波器





激光器剖面图


第一次键
合界面
第二次键
合界面
P-GaAs/AlAs
反射器
InP/InGaAsP
多量子阱腔
N-GaAs/AlAs
反射器

第17讲复习

复习要点

- 介质—介质交界面与介质—导体交界面对平面波的反射、透射是有区别的
- 等离子体当$\omega<\omega_p$时，其等效介电常数<0，相当于导体对入射波全反射，但接近界面的等离子体中还有电磁能量储存，只是随离开界面距离而不断衰减。
- 多层介质系统对平面波的反射、透射用传输线模型分析最为方便，一定要掌握。

复习范围

5.5，5.6

帮助理解的多媒体演示：MMS13