

作业答案 1:

1. 能实现任何逻辑函数的逻辑门的集合，被称为逻辑门的完全集。已知二输入与门、二输入或门和非门为一个完全集。试证明：二输入或门、异或门为逻辑门的完全集。

证明：

利用异或门得到非门： $Y = A \oplus 1 = \overline{A}$ ，在加上本来的或门，我们就得到了非门和或门；

因为 $AB = \overline{\overline{AB}} = \overline{\overline{A+B}}$ ；可以用非门和或门得到与门： $Y = \overline{\overline{A+B}} = \overline{\overline{AB}} = AB$ 。

常见错误：不理解完整集的概念。

2. 采用公式法将下面的逻辑函数化简成最简与或式，并用与非门实现。

$$Y = (\overline{AB} + D)(AB + \overline{B})D + ABE + \overline{ADE}$$

解：

$$\begin{aligned} Y &= \overline{AB}D + ABD + \overline{B}D + ABE + \overline{ADE} \\ &= AD(B + \overline{B}) + \overline{B}D + ABE + \overline{ADE} \\ &= AD + \overline{B}D + ABE + \overline{ADE} \\ &= AD(1 + E) + \overline{B}D + ABE + \overline{ADE} \\ &= AD + \overline{B}D + ABE + \overline{ADE} + ADE \\ &= AD + \overline{B}D + ABE + AE(\overline{D} + D) \\ &= AD + \overline{B}D + ABE + AE \\ &= AD + \overline{B}D + AE(B + 1) \\ &= AD + \overline{B}D + AE \end{aligned}$$

利用 $A + B = \overline{\overline{A+B}} = \overline{\overline{A} \bullet \overline{B}}$ ，将上式化为与非门的形式：

$$Y = AD + \overline{B}D + AE = \overline{\overline{AD + \overline{B}D + AE}} = \overline{\overline{AD} \bullet \overline{\overline{B}D}} \bullet \overline{\overline{AE}}$$

常见错误：没有化简成最简与或式；或者化成与非门时没有利用好公式。

3. 用权 6, 3, 1, 1 将十进制表示为含权的二进制码。

解：

十进制	6	3	1	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	1
3	0	1	0	0
4	0	1	0	1
5	0	1	1	1
6	1	0	0	0
7	1	0	0	1
8	1	0	1	1
9	1	1	0	0

常见错误：十进制应该只有十种编码。

4. 列出真值表：输入是 3 位二进制，输出为 3 位循环码

解：循环码就是格雷码

3 位二进制	3 位循环码
000	000
001	001
010	011
011	010
100	110
101	111
110	101
111	100

5. 和 8421BCD 码 (1010100) 等值的二进制数为_____。

解：

BCD 码定义为用 4 位二进制的前 10 个码代表十进制的 0~9。(101)₂=5, (0100)₂=4, 所以该 BCD 码代表十进制数 54, $54=32+16+0+4+2+0=(110110)_2$ 。

答案为：(110110)₂。

错误原因：没有理解 8421BCD 码

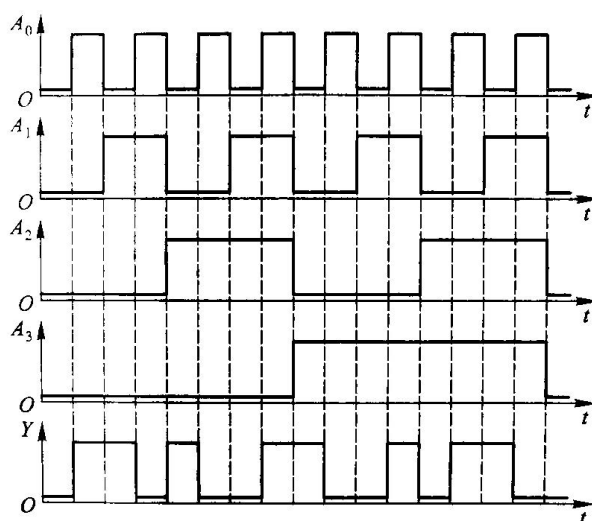
6. 一个格雷码的前一个码是 0101, 后一个是 1100, 这个格雷码是_____。

解：

根据格雷码的定义，答案为 0100。

注意，虽然 1101 也满足每项只变化 1 比特，但是，格雷码还需要满足每一位的状态按照一定的顺序循环。自右向左，状态循环中连续的 0、1 数目增加一倍。

7. 给定逻辑函数Y 的波形图如下图所示，试写出该逻辑函数的真值表和逻辑表达式。



解：

由给定的波形图中每个时间段里Y与A0、A1、A2、A3对应的取值可列出函数的真值表，从真值表写出相应的逻辑式，得到

$$Y = A_3'A_2'A_1'A_0 + A_3'A_2'A_1A_0' + A_3'A_2A_1'A_0' + A_3'A_2A_1A_0 + A_3A_2'A_1'A_0' + A_3A_2'A_1A_0 + A_3A_2A_1'A_0' + A_3A_2A_1A_0$$

A3	A2	A1	A0	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

8.采用卡诺图法化简下列逻辑函数，要求表达式尽量简单。

1) $F(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 4, 7, 9, 10, 13) + \sum d(2, 5, 8, 12, 14, 15)$ 其中 d 为任意项解：

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1		X
01	1	X	1	
11	X	1	X	X
10	X	1		1

得到 $F(A, B, C, D) = \overline{C} + \overline{A}D + BD$ 。

2) $Y(A,B,C,D) = (\overline{A} + B + C + D)(A + \overline{B})(A + B + D)(\overline{B} + C)(\overline{B} + \overline{C} + \overline{D})$

解:

CD \ AB	00	01	11	10
00		1	1	
01				
11				1
10		1	1	1

得到 $Y(A,B,C,D) = \overline{B}D + AC\overline{D}$ 。常见错误：最大项表示时卡诺图画错

面对最大项表示形式的逻辑表达式，同学们不熟练直接填入卡诺图。建议大家可以将式子用反演定理转化为最小项。

求解过程如下。

反演定理： $Y'(A,B,C,D) = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B + \overline{A}\overline{B}D + \overline{B}C + BCD$

卡诺图对应的最小项位置填入 0。然后将 1 补全。即可得到结果

CD \ AB	00	01	11	10
00	0			0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	
10	0			

CD \ AB	00	01	11	10
00		1	1	
01				
11				1
10		1	1	1

9.将下面函数化简为最简与或式，不必考虑冒险。

1) $Y = \overline{A}D + \overline{A}BC + \overline{A}BD + \overline{A}BCD$ ，约束条件为： $ABC + ABD + ACD + BCD = 0$

解:

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	
01		1	X	
11	1	X	X	X
10	1		X	1

得到 $Y = \overline{A}D + \overline{A}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}$ 。常见错误：无关项没有覆盖掉最小项。此处认为无关项优先级高，第 m13 项不可能出现等于 1 的情况。即使将其写入最后的表达式，也不会改变 Y 的逻辑值，所以该位置填 X。

2) $Y = \prod M(1, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 14, 15)$

解：

CD AB	00	01	11	10
00	1			1
01		1		
11		1		
10	1			1

得到 $Y = \overline{B}\overline{D} + \overline{B}CD$ 。常见错误：没有将边界视为相邻的。没有将最大项与最小项区分。

10. 用最小项之和与最大项之积来表示下列函数：

$$F(A, B, C, D) = BD + AD + BD$$

解：

$$F(A, B, C, D) = (\overline{B} + \overline{A} + B)D = D$$

所以最小项对应的十进制数是奇数，利用公式： $A + B = \overline{\overline{A} \bullet \overline{B}}$ ，最大项对应的十进制数是偶数。

$$\text{得到 } F(A, B, C, D) = \sum m(1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15) = \prod M(0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14)$$

常见：最大项之积遗漏编号“0”

11. 用异或门和与门实现下面的布尔表达式。

$$F = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D$$

解：

$$\begin{aligned} F &= \overline{A}\overline{B}(\overline{C}\overline{D} + \overline{C}D) + \overline{A}B(\overline{C}\overline{D} + \overline{C}D) \\ &= (\overline{A}\overline{B} + \overline{A}B)(\overline{C}\overline{D} + \overline{C}D) \end{aligned}$$

上式即可用异或门和与门实现。

12. 有函数 $F_1(A, B, C, D) = \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}D$

$$F_2(A, B, C, D) = \overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D$$

试求函数 $F_3(A, B, C, D) = F_1 \oplus F_2$ 的最简与或表达式。

解：

本题采用卡诺图方法比较简便。

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	0	1
10	0	1	0	0

\oplus

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	0	1	0

→

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	1
10	0	1	1	0

所以答案为： $F_3(A,B,C,D)=\bar{B}\bar{C}D+ACD+ABC$

很多同学采用公式法没能算对结果。