《电磁场与电磁波》小测验

课程名称：电磁场与电磁波；课程编码：85120060；

试卷编号：A（） B（√）；考试形式：开卷；考试时间：70 分钟。

考试日期：2024 年 3 月 27 日；

题　号	一	二	三	四	总分
应得分					100
实得分					
评卷人					

专业班级：

学号：

姓名：

（请在答题纸内作答）

一、选择题（每题 4 分，共 40 分）

1. 恒定磁场是(　A/B　)

A. 无散场　　B. 旋涡场　　C.无旋场　　D. 既是有散场又是旋涡场

2. 已知$\vec{D} = (2x - 5y)\vec{e}_x + (2x - y)\vec{e}_y + (2y - 3x)\vec{e}_z$，如已知电介质的介电常数为 ε_0,则自由电荷密度 ρ 为 (　C　)

A. $3\varepsilon_0$　　B. $3/\varepsilon_0$　　C. 1　　D. 0

3. 导体在静电平衡下，其内部电场强度(　A　)

A.为零　　B.为常数　　C.不为零　　D.不确定

4. 设一个矢量场为$(x^2 + y^2)\overline{x_0} + (2y - z)\overline{y_0} + (z^3 - x)\overline{z_0}$，则在点(1, 4, 1)的散度为(　C　)

A.0　　B.4　　C.7　　D.10

5. $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ *和* $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$分别是电场和磁场的复矢量形式, 则时间平均坡印廷矢量为 (　A　)

A. $\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{H}^*(\boldsymbol{r})\right]$　　B. $\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})\right]$

C. $\mathrm{Re}\left[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})\right]$　　D. $\mathrm{Re}\left[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{H}^*(\boldsymbol{r})\right]$

6.在传输线上当观察点由负载向信号源移动时，对应于阻抗圆图上 (　A　)

A．沿等反射系数圆顺时针方向移动　　B.沿等电阻圆移动

C．沿等反射系数圆逆时针方向移动　　D.沿等电抗圆移动

7. 磁场能量密度等于 (　D　)

A. $\vec{E} \cdot \vec{D}$　　B. $\vec{B} \cdot \vec{H}$　　C. $\frac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D}$　　D. $\frac{1}{2}\vec{B} \cdot \vec{H}$

8. 如果一个矢量场的旋度处处为零，则这个矢量场是由（ A ）源所产生的

A. 散度　B. 旋度　C.梯度　D.矢量

9. 以下四个矢量函数中，能表示磁感应强度的矢量函数是（ A ）

A. $\vec{B}=\vec{e}_x y+\vec{e}_y x$　B. $\vec{B}=\vec{e}_x x+\vec{e}_y y$　C. $\vec{B}=\vec{e}_x xy^2+\vec{e}_y x^2$　D. $\vec{B}=\vec{e}_x x^2+\vec{e}_y xy$

10. 下列描述正确的是（ B ）

A. 色散介质不一定有损耗，有损耗介质不一定色散

B. 色散介质一定有损耗，有损耗介质一定色散

C. 色散介质不一定有损耗，有损耗介质一定色散

D. 色散介质一定有损耗，有损耗介质不一定色散

二、填空题（每题 2 分，共 10 分）

1. 面分布电荷在场点 r 处产生的电位为_ $\phi(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_s\frac{\rho_s(r')}{|r-r'|}dS'$；

2. 在恒定磁场中，若令磁矢位 $\vec{A}$ 的散度等于零，则可以得到 $\vec{A}$ 所满足的微分方程 $\underline{\nabla^2\vec{A}=-\mu\vec{J}}$。

但若 $\vec{A}$ 的散度不为零，还能得到同样的微分方程吗？___不____；

3. 空气中的电场强度 $\vec{E}$，则位移电流密度$\vec{J}_d=\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$；

4. 电荷对平面理想导体壁的镜像是另一侧等距处与原电荷大小_相等_、符号__相反___的电荷；

5. 写出复矢量 $\boldsymbol{E}=\left[je^{jk}\boldsymbol{x}_0+(2+j)e^{jk}\boldsymbol{y}_0\right]$ 的时谐矢量表示:

$-\sin(\omega t+k)x_0+[2\cos(\omega t+k)-\sin(\omega t+k)]y_0$

三、计算题（40 分）

1.（10 分）矢量 $\mathbf{A}=xy^2z^3\hat{\mathbf{x}}+x^3z\hat{\mathbf{y}}+x^2y^2\hat{\mathbf{z}}$，求 $\nabla\cdot\mathrm{A}$ 和 $\nabla\times\mathrm{A}$ 。

解：$\nabla\cdot\mathbf{A}=y^2z^3+0+0=y^2z^3$

$$
\begin{aligned}
\nabla\cdot\mathbf{A} &= y^2z^3+0+0=y^2z^3\\
\nabla\times\mathbf{A} &= \begin{vmatrix}\hat{\mathbf{x}}^* & \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{z}}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \partial\\ xy^2z^3 & x^3z & x^2y^2\end{vmatrix}\\
&= \left(2x^2y-x^3\right)\hat{\mathbf{x}}-\left(2xy^2-3xy^2z^2\right)\hat{\mathbf{y}}+\left(3x^2z-2xyz^3\right)\hat{\mathbf{z}}
\end{aligned}
$$

2.（15 分）已知空气媒质的无源区域中，电场强度 $\vec{E}=\vec{e}_x 100e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z)$，其中 α,β 为常数，求磁场强度。

解：所谓无源，就是所研究区域内没有场源电流和电荷，即 $\boldsymbol{J}=0,\rho=0$ 。

$$\nabla\times\vec{E}=\begin{vmatrix}\frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ E_x & 0 & 0\end{vmatrix}=\vec{e}_y\frac{\partial E_x}{\partial z}=-\vec{e}_y 100e^{-\alpha z}[\alpha\cos(wt-\beta z)-\beta\sin(wt-\beta z)]$$

因为 $\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$，所以

$$\vec{B}=-\vec{e}_y 100e^{-\alpha z}\ \frac{\beta}{w}\cos(wt-\beta z)+\frac{\alpha}{w}\sin(wt-\beta z)$$

可得磁场强度

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}=-\vec{e}_y 100e^{-\alpha z}\ \frac{\beta}{w\mu_0}\cos(wt-\beta z)+\frac{\alpha}{w\mu_0}\sin(wt-\beta z)\Big]$$

3.（15 分）特性阻抗为 $Z_c=100\Omega$ 的传输线，终端接负载 $Z_L=100+j50\Omega$，波长为 $\lambda=1\ \text{m}$ 。求终端反射系数、驻波比、电压波节点及波腹点的位置。

解：终端反射系数为

$$\Gamma=\frac{Z_L-Z_c}{Z_c+Z_L}=\frac{j50}{200+j50}=0.24e^{j76}$$

驻波比为

$$\rho=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=1.63$$

$$\Psi=76^{\circ}=\frac{76}{180}\pi=0.422\pi$$

电压波腹点位置为

$$l_{\min}=n\frac{\lambda}{2}+\frac{\Psi}{4\pi}\lambda=n/2+0.1055m$$

电压波节点的位置为

$$l_{\max}=l_{\min}+\frac{\lambda}{4}=n/2+0.3555m$$

四、选做题（要求在 1，2 中任选一题作答，若多选，则只按第一题评分，10 分）

1. 海水的电导率 $\sigma = 4$ S/m，相对介电常数 $\varepsilon_r = 81$ 。求使海水中的位移电流密度值与传导电流密度值相等的频率，并讨论在极低频率和极高频率时海水的电特性。

解：设海水中某处的时变电场为 $E = E_m \cos\,\omega t$，故位移电流密度为

$$J_d = \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = -\varepsilon_r \varepsilon_0 \omega E_m \sin\,\omega t$$

而传导电流密度为

$$J = \sigma E = \sigma E_m \cos\,\omega t$$

欲使 $\varepsilon_r \varepsilon_0 \omega E_m = \sigma E_m$，必须

$$\omega = \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0} = \frac{4}{81 \times \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}} \text{rad/s} = \frac{4 \times 36\pi \times 10^9}{81} \text{rad/s}$$

即

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{72}{81} \times 10^9 \text{ Hz} \approx 0.9\text{GHz}$$

在极低频率下，位移电流很小，海水中的传导电流占优势；在极高频率下，位移电流显著增大，其效应将不可忽略。

2. 在 $z = 3m$ 的平面内，长度 $l = 0.5m$ 的导线沿 x 轴方向排列。当该导线以速度 $\upsilon = \mathbf{x}_0 2 + \mathbf{y}_0 4$ m/s 在磁感应强度 $\mathbf{B} = \mathbf{x}_0 3x^2 z + \mathbf{y}_0 6 - \mathbf{z}_0 3xz^2$ T 的磁场中移动时，求感应电动势。

解：给定的磁场为恒定磁场，故导线中的感应电动势只能是导线在恒定磁场中移动时由洛仑兹力产生的。有

$$E_{\text{in}} = \int (\upsilon \times \mathbf{B}) \cdot dl$$

根据已知条件，得

$$\begin{aligned} (\upsilon \times B)|_{z=3} &= (\mathbf{x}_0 2 + \mathbf{y}_0 4) \times \left(\mathbf{x}_0 3x^2 z + \mathbf{y}_0 6 - \mathbf{z}_0 3xz^2\right)\big|_{z=3} \\ &= -\mathbf{x}_0 108x + \mathbf{y}_0 54x + \mathbf{z}_0\left(12 - 36x^2\right) \\ dl = \mathbf{x}_0 dx & \end{aligned}$$

故感应电动势为

$$E_{\text{in}} = \int_0^{0.5} \left[-\mathbf{x_0} 108x + \mathbf{y_0} 54x + \mathbf{z_0}\left(12 - 36x^2\right)\right] \cdot \mathbf{x_0} dx = 13.5 \text{ V}$$