CISE 11120010

电磁场与电磁波

第20讲

1. 横向谐振原理
2. 平板介质光波导与条形介质波导

第19讲复习

复习要点

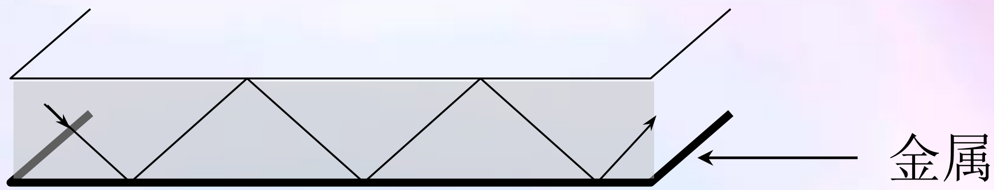
- 矩形波导的色散关系为 $k_z=\sqrt{\omega^2\mu\varepsilon-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2-\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$ 。色散特性可用截止波长λ_c（或截止频率f_c）、相速v_p、群速v_g、波导波长λ_g等表示。工作于TE_{10}模的矩形波导、等效阻抗更能反映不同波导连接时引起的反射。
- 矩形波导横截面场分布用三角函数表示，圆波导横截面内场分布在半径方向用贝塞尔函数表示，如果注意到三角函数与贝塞尔函数的相似性，那么将圆波导与矩形波导进行对比，圆波导就容易理解与掌握。

平板介质光波导导引电磁波的物理解释

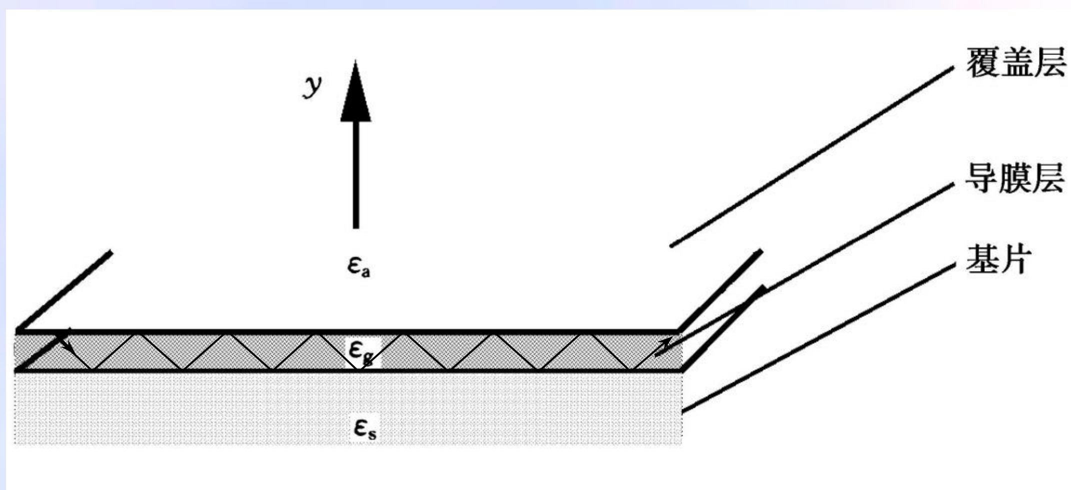
导模层介电常数大于两旁的介电常数

入射角大于临界角，发生全内反射

内部区域波来回反射一次相移为$2n\pi$。



（a）毫米波介质波导



（b）平板介质光波导

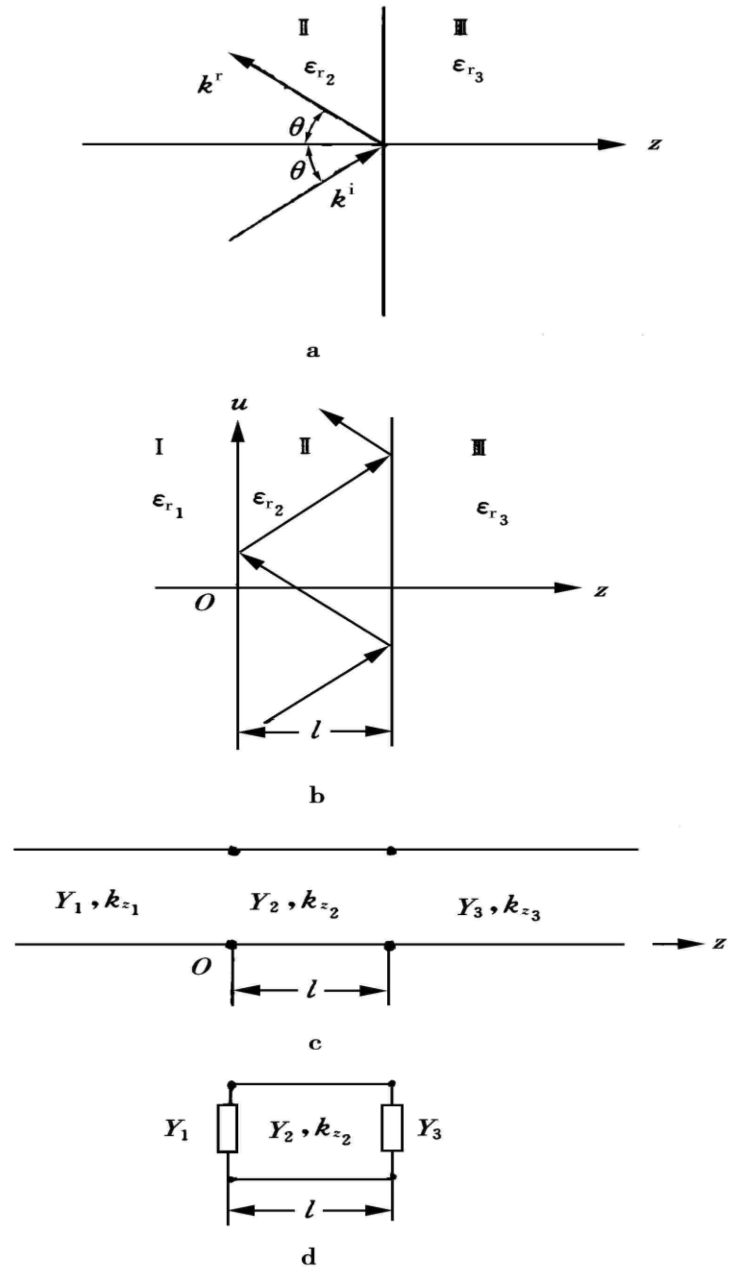
平板介质光波导

（a）　光从密媒质到疏媒质的全反射

（b）　光在单层平板介波导中的传播

（c）　单层平板介质波导的横向等效电路

（d）单层平板介质波导横向等效电路的进一步简化



平板介质波导的横向谐振原理

$$\overleftarrow{Y}+\overrightarrow{Y}=0$$

式中 $\overleftarrow{Y}=Y_1$

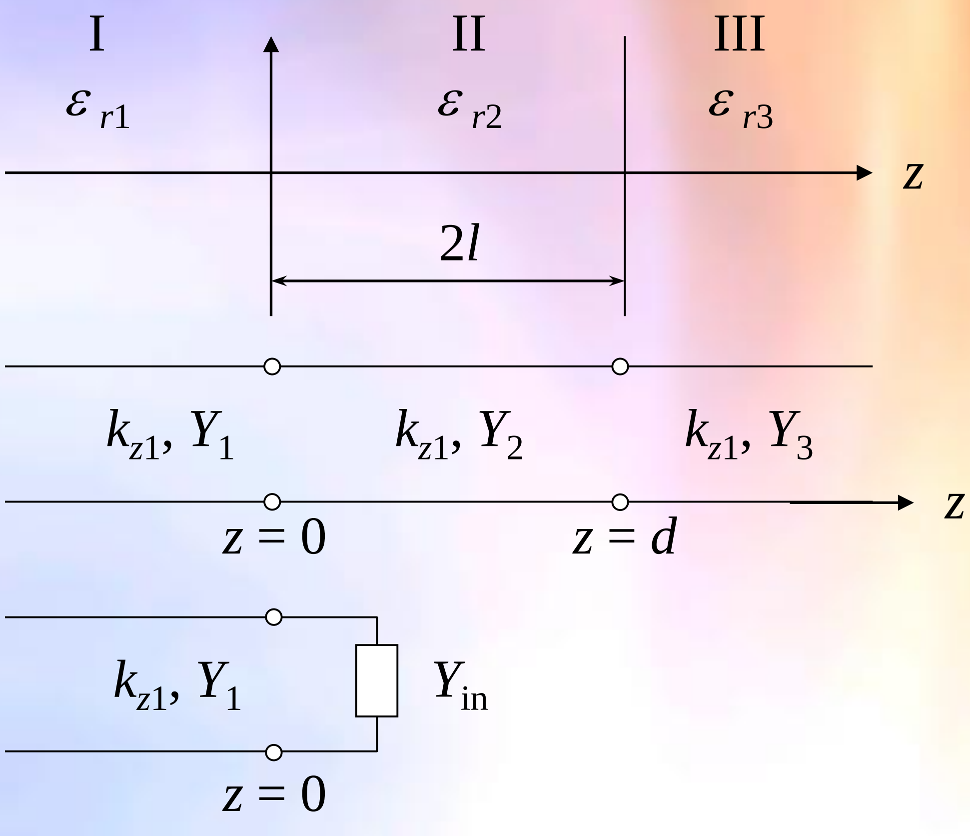
$$\overrightarrow{Y}=Y_2\frac{Y_3+\mathrm{j}Y_2\tan(k_{z_2}l)}{Y_2+\mathrm{j}Y_3\tan(k_{z_2}l)}$$

由此得到

$$Y_1+Y_2\frac{Y_3+\mathrm{j}Y_2\tan(k_{z_2}l)}{Y_2+\mathrm{j}Y_3\tan(k_{z_2}l)}=0$$

可改写成

$$\tan(k_{z_2}l)=\mathrm{j}\frac{Y_2\left(Y_1+Y_3\right)}{Y_1Y_3+Y_2^2}$$



平板介质波导

电磁波在薄层介质II中传播，要求k_{z_2}、Y_2 是实数，此时Y_1、Y_3一定是虚数，k_{z1} 、k_{z3} 也是虚数，区域I、III 没有波的传播。

横向谐振包含波限制在导膜中传播必要而充分的条件

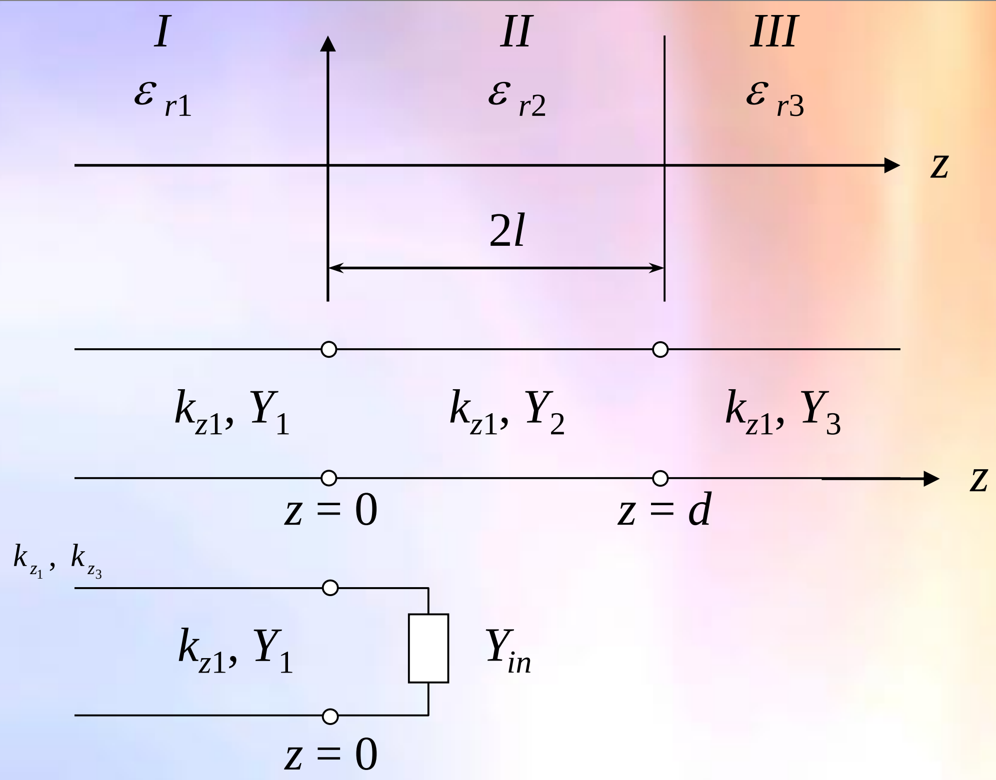
$$\tan(k_{z_2} l) = \mathrm{j}\frac{Y_2\left(Y_1+Y_3\right)}{Y_1Y_3+Y_2^2} \qquad (1)$$

k_{z_1}，k_{z_3} 为虚数要求

$\varepsilon_{\mathrm{r}2} > \varepsilon_{\mathrm{r}1}$, $\quad \varepsilon_{\mathrm{r}2} > \varepsilon_{\mathrm{r}3}$

式(1)还可改写为

$$\frac{Y_2-Y_1}{Y_2+Y_1} = \frac{Y_2+Y_3}{Y_2-Y_3}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2k_{z_2}l}$$



平板介质波导

定义介质分界面的反射系数

$$\Gamma_{12} = -\Gamma_{21} = \frac{Y_1-Y_2}{Y_1+Y_2} \qquad \Gamma_{23} = -\Gamma_{32} = \frac{Y_2-Y_3}{Y_2+Y_3}$$

则式(1)可写成 $\mathrm{e}^{-jk_{z_2}l}\Gamma_{23}e^{-jk_{z_2}l}\Gamma_{21} = 1$

上式表明，波在介质II沿z方向来回反射一次后，没有发生变化。

横向谐振包含波限制在导膜中传播必要而充分的条件

$$e^{-jk_{z_2}l}\Gamma_{23}e^{-jk_{z_2}l}\Gamma_{21}=1$$

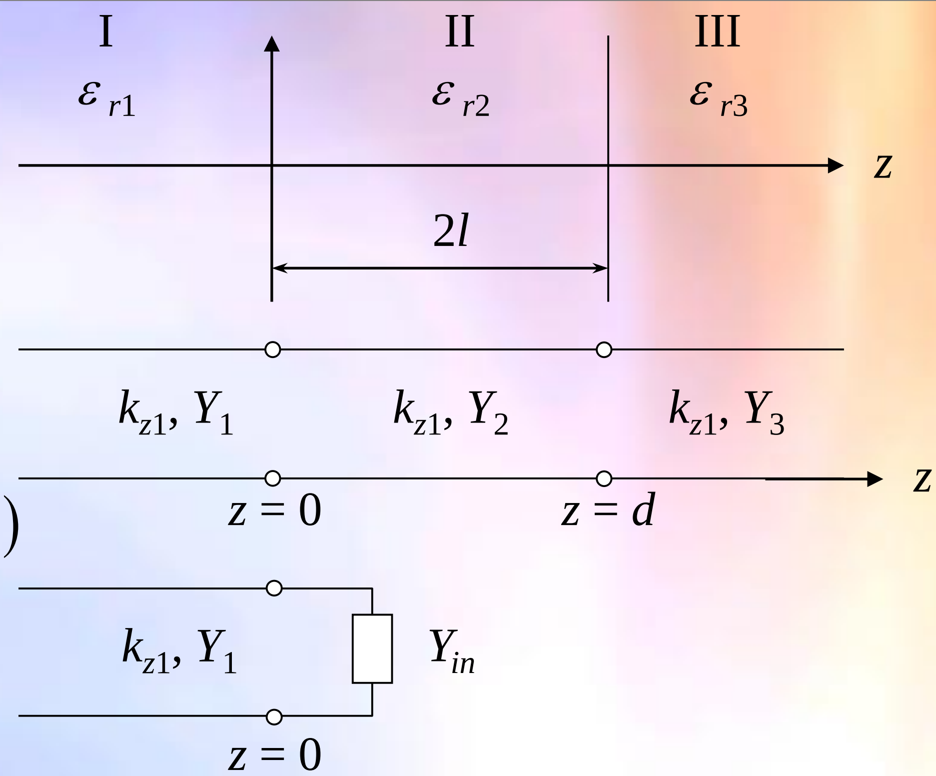
只有$|\Gamma_{21}|$、$|\Gamma_{23}|$等于1才能使上式成立，这就要求Y_1、Y_3为纯虚数

$$Y_1 = jx_1 \qquad\qquad Y_3 = jx_3$$

因此

$$\Gamma_{2i}=\frac{Y_2-Y_i}{Y_2+Y_i}=\frac{Y_2-jx_i}{Y_2+jx_i}=e^{-j2\varphi_i}\qquad (i=1,3)$$

$$\varphi_i = arc\tan\left(\frac{X_i}{Y_2}\right)\qquad (i=1,3)$$

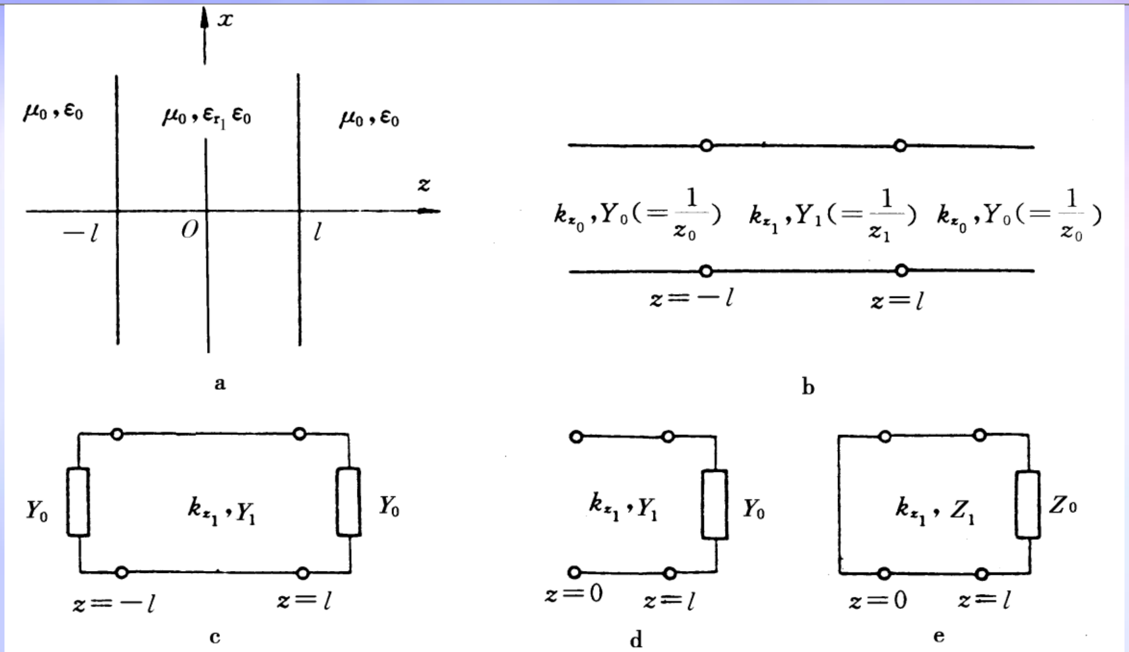


由此得到电磁波限制在导膜层（介质II）中传播的条件是

（1） $\varepsilon_{r_2}>\varepsilon_{r_1}$， $\varepsilon_{r_2}>\varepsilon_{r_3}$ （2） $\varphi_1+\varphi_3+k_{z_2}l=n\pi$

条件（1）保证介质II与介质I、III分界面发生全内反射，条件（2）则保证导膜层内波来回反射一次总相移为$2n\pi$，这都含在 $\Sigma Y=0$ （或$\Sigma Z=0$）中。

对称单层平板介质光波导



对称单层平板介质波导及其等效电路

所讨论的单层平板介质光波导具有对称性，其场分布有两种可能:

一种是偶对称，对于电压来说，对称面（z=0）为波幅，相当于开路;

另一种是奇对称，对称面对于电压来说是波节，相当于短路。

因此电磁波沿对称结构的单层平板介光质波导的传播可以分为四种情况

对称面开路$\begin{cases}\text{TE模}\\ \text{TM模}\end{cases}$　　对称面短路$\begin{cases}\text{TE模}\\ \text{TM模}\end{cases}$

以下讨论只限于单层平板介质光波导传播表面波的情形。

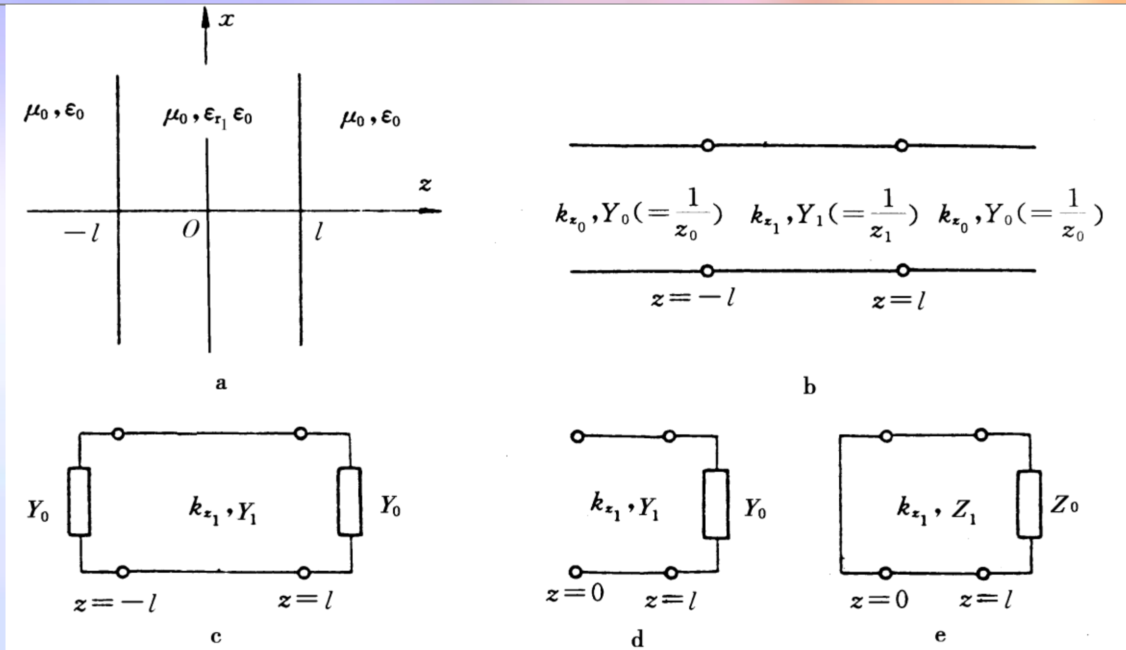
对称单层平板介质光波导—对称面开路

$$\vec{Y} + \overleftarrow{Y} = 0$$

$$\vec{Y} = Y_0$$

$$\overleftarrow{Y} = \mathrm{j}Y_1 \tan(k_{z1} l)$$

$$Y_i = \begin{cases} \dfrac{k_{zi}}{\omega\mu_0} & \text{TE模} \\ \dfrac{\omega\varepsilon_{\mathrm{r}i}\varepsilon_0}{k_{zi}} & \text{TM模} \end{cases}$$



$$k_{zi} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_{\mathrm{r}i} - k_x^2}$$

$$Y_0 + \mathrm{j}Y_1 \tan(k_{z1} l) = 0$$

要求k_{z1}是实数，k_{z0}是虚数，k_1、k_0和k_x满足如下关系

$$k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}} > k_x > k_0$$

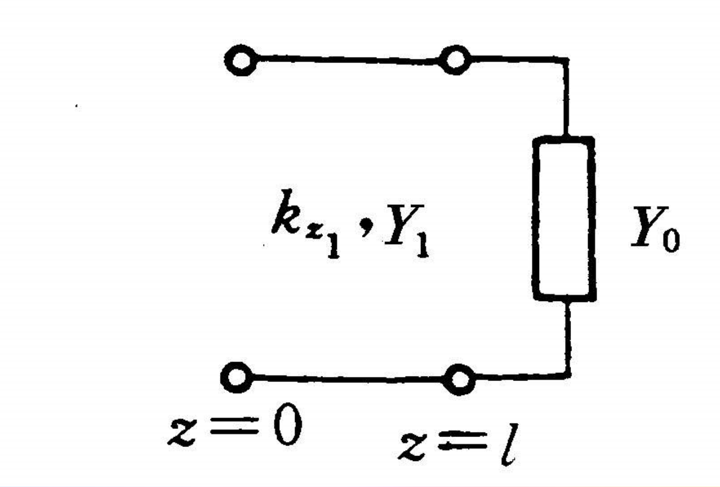
此时对于$z > l$的区域 $k_{z0} = -\mathrm{j}\alpha_0$，$\alpha_0 = \sqrt{k_x^2 - k_0^2}$ 是实数

对称单层平板介质光波导—对称面开路TE模

$$Y_1 = k_{z1}/\omega\mu \qquad Y_0 = k_{z0}/\omega\mu = -\mathrm{j}\alpha_0/\omega\mu$$

$$\alpha_0 = \sqrt{k_x^2 - k_0^2} \qquad k_{z1} = \sqrt{k_0^2\varepsilon_{r1} - k_x^2}$$

$$Y_0 + \mathrm{j}Y_1\tan(k_{z1}l) = 0$$



成为

$$-\mathrm{j}\frac{\alpha_0}{\omega\mu} + \mathrm{j}\frac{k_{z1}}{\omega\mu}\tan(k_{z1}l) = 0$$

引入有效介电常数 $\varepsilon_{\text{eff}} = \left(k_x/k_0\right)^2$，上式成为

$$\tan(k_0 l\sqrt{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{eff}}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\text{eff}} - 1}{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{\text{eff}}}}$$

或

$$k_0 l = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{\text{eff}}}}\left[n\pi + arc\tan\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_{\text{eff}} - 1}{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{\text{eff}}}}\right)\right] \qquad n = 0,1,2,\cdots$$

当$k_0 l$ =0时，ε_{eff} =1。而当$k_0 l$ 趋于无穷大时，$\varepsilon_{\text{eff}} = \varepsilon_{r1}$。

对称面开路，TM模

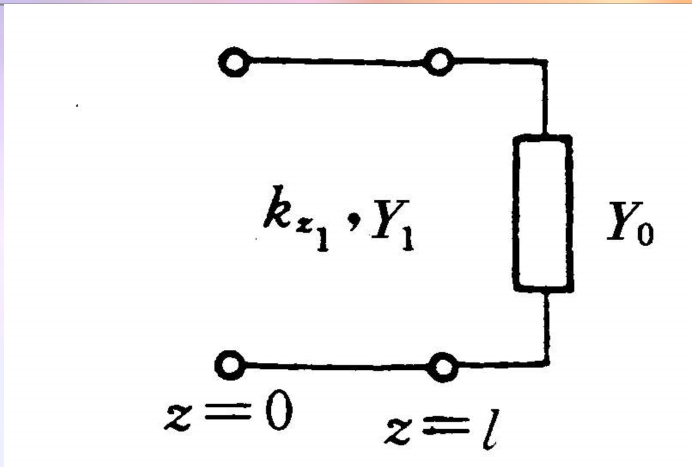
$$Y_0=\omega\varepsilon_0/k_{z0}=\mathrm{j}\omega\varepsilon_0/\alpha_0=\mathrm{j}\omega\varepsilon_0/k_0\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{eff}}-1}$$

$$Y_1=\omega\varepsilon_{r1}\varepsilon_0/k_{z1}=\omega\varepsilon_{r1}\varepsilon_0/k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}-\varepsilon_{\mathrm{eff}}}$$

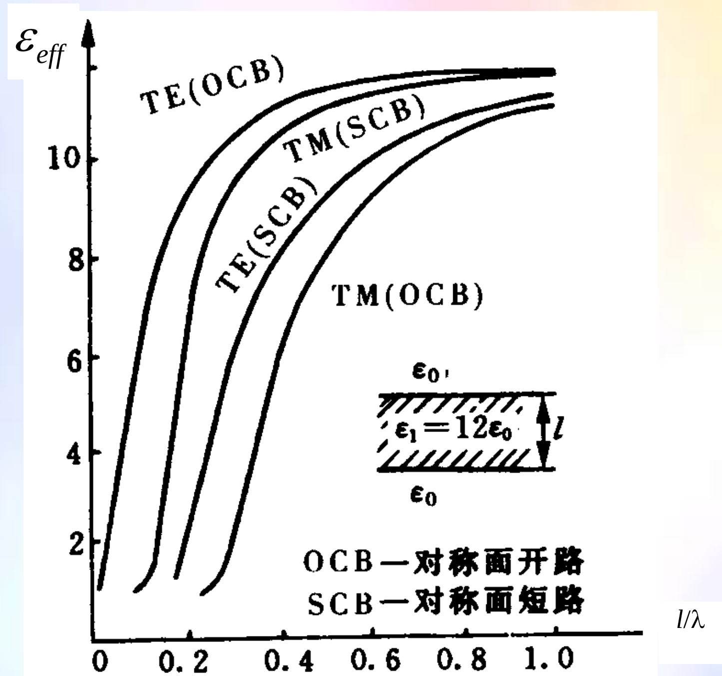
由 $Y_0+\mathrm{j}Y_1\tan(k_{z1}l)=0$ 可得

$$\tan\left(k_0 l\sqrt{\varepsilon_{r1}-\varepsilon_{\mathrm{eff}}}\right)=-\frac{1}{\varepsilon_{r1}}\sqrt{\frac{\varepsilon_{r1}-\varepsilon_{\mathrm{eff}}}{\varepsilon_{\mathrm{eff}}-1}}$$

$$k_0 l=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{r1}-\varepsilon_{\mathrm{eff}}}}\left[n\pi-arc\tan\left(\frac{1}{\varepsilon_{r1}}\sqrt{\frac{\varepsilon_{r1}-\varepsilon_{\mathrm{eff}}}{\varepsilon_{\mathrm{eff}}-1}}\right)\right]$$



图中给出了对称面开路（TE、TM模）和短路（TE、TM模）四种情况下最低模的色散特性。TE模是最低模。



对称单层平板介质的色散关系

场分布

以对称面开路 TE 模为例，

$$E_{yi}(x,z)=-\varphi_i(x)U_i(z)$$

$$H_{xi}(x,z)=\varphi_i(x)I_i(z)$$

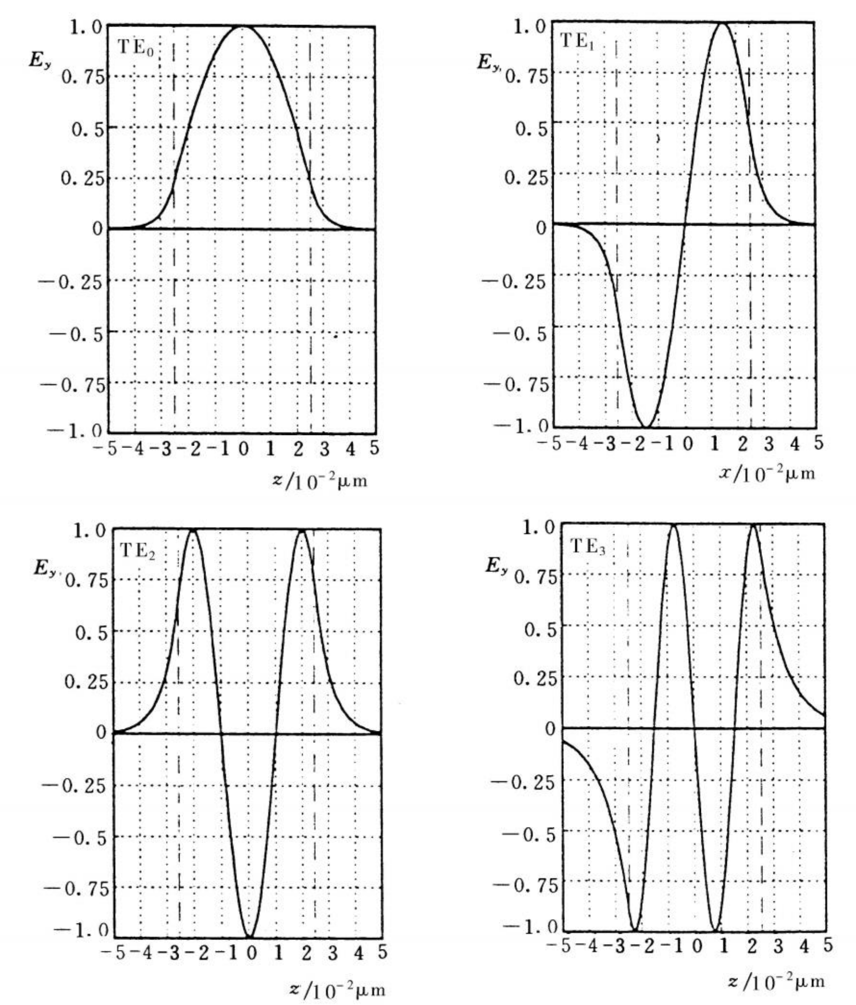
$$H_{zi}(x,z)=\frac{1}{\mathrm{j}\omega\mu}\frac{\partial}{\partial x}E_{yi}(x,z)$$

x 方向都是均匀的，因而模式函数 $\varphi_0(x)$ 、 $\varphi_1(x)$ 相同，且为 $\varphi_i(x)=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\ (i=0,1)$

表示 z 方向场分布的电压 $U_1(z)$、电流 $I_1(z)$ 为

$$U_1(z)=\frac{1}{2}(a\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_{z1}z}+b\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_{z1}z})$$

$$I_1(z)=\frac{1}{2}Y_1(a\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_{z1}z}-b\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_{z1}z})$$



单层平板介质波导中的电场分布
（对称面开路TE_0、TE_2，对称面短路TE_1、TE_3模）

场分布

$$U_1(z)=\frac{1}{2}(a\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_{z1}z}+b\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_{z1}z})$$

$$I_1(z)=\frac{1}{2}Y_1(a\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_{z1}z}-b\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_{z1}z})$$

对称面开路时，对称面电压为波幅，电流$I_1(0)=0$。入射波等于反射波，即$b=a$。

$$U_1(z)=a\cos(k_{z1}z)\qquad I_1(z)=-\mathrm{j}\frac{k_{z1}}{\omega\mu}\sin(k_{z1}z)$$

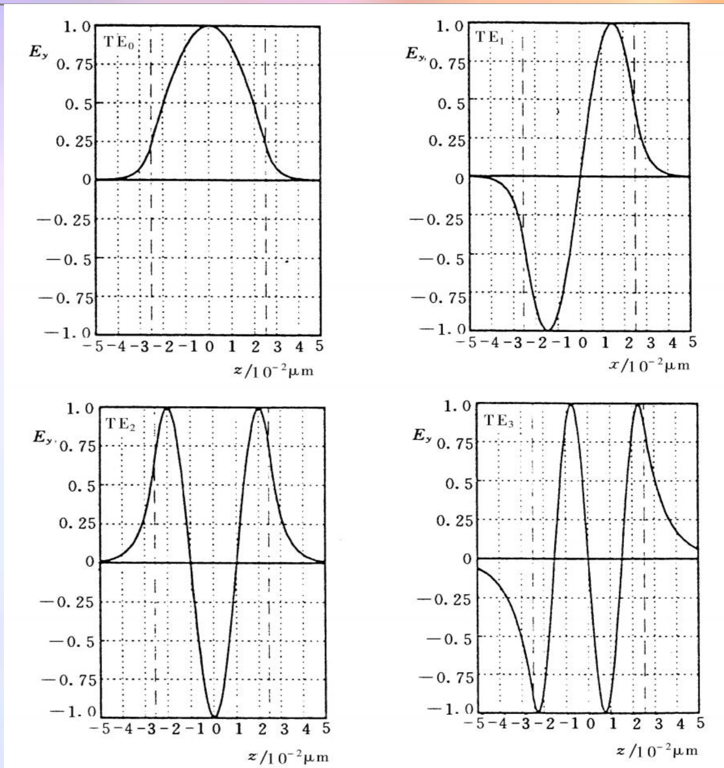
所以，在平板介质内场量可表示成

$$E_{y1}(x,z)=-a\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\cos(k_{z1}z)$$

$$H_{x1}(x,z)=-\mathrm{j}a\frac{k_{z1}}{\omega\mu}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\sin(k_{z1}z)$$

$$H_{z1}(x,z)=\frac{k_x}{\omega\mu}a\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\cos(k_{z1}z)$$

平板介质以外的空间



单层平板介质波导中的电场分布

（对称面开路TE_0、TE_2，对称面短路TE_1、TE_3模）

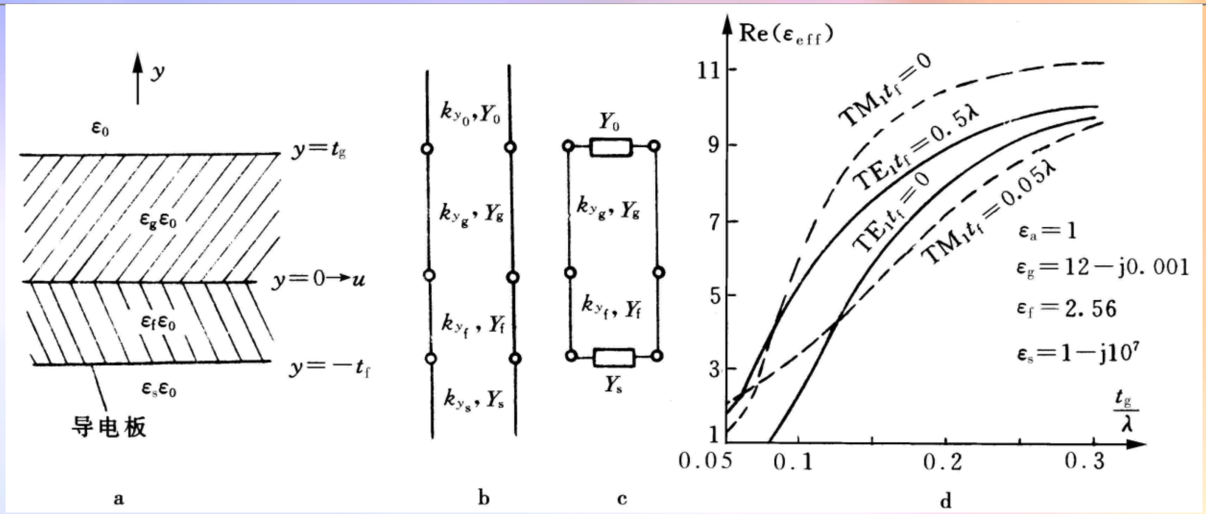
$$E_{y0}=-c\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\mathrm{e}^{-\alpha_0(z-l)}\qquad H_{x0}=-\mathrm{j}\frac{\alpha_0}{\omega\mu}c\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\mathrm{e}^{-a_0(z-l)}\qquad H_{z0}=\frac{k_x}{\omega\mu}c\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x x}\mathrm{e}^{-a_0(z-l)}$$

非对称毫米波介质波导色散关系举例

$$k_{yi}^2 = k_0^2 \varepsilon_{\mathrm{ri}} - k_x^2$$

$$Y_i = \begin{cases} k_{yi}/\omega\mu & \text{TE模} \\ \omega\varepsilon_{ri}\varepsilon_0/k_{yi} & \text{TM模} \end{cases}$$

$$Y^{\uparrow} + Y^{\downarrow} = 0$$



取y=0为参考面

$$Y^{\uparrow} = Y_{\mathrm{g}} \frac{Y_a + \mathrm{j}Y_{\mathrm{g}}\tan(k_{y\mathrm{g}}t_{\mathrm{g}})}{Y_{\mathrm{g}} + \mathrm{j}Y_a\tan(k_{y\mathrm{g}}t_{\mathrm{g}})} \qquad Y^{\downarrow} = Y_{\mathrm{f}} \frac{Y_s + jY_{\mathrm{f}}\tan(k_{y\mathrm{f}}t_{\mathrm{f}})}{Y_{\mathrm{f}} + jY_s\tan(k_{y\mathrm{f}}t_{\mathrm{f}})}$$

色散方程为

$$Y_{\mathrm{g}} \frac{Y_a + jY_{\mathrm{g}}\tan(k_{y\mathrm{g}}t_{\mathrm{g}})}{Y_{\mathrm{g}} + jY_a\tan(k_{y\mathrm{g}}t_{\mathrm{g}})} + Y_{\mathrm{f}} \frac{Y_s + \mathrm{j}Y_{\mathrm{f}}\tan k_{y\mathrm{f}}t_{\mathrm{f}}}{Y_{\mathrm{f}} + \mathrm{j}Y_s\tan k_{y\mathrm{f}}t_{\mathrm{f}}} = 0$$

将 $k_{yi}^2 = k_0^2\varepsilon_{\mathrm{ri}} - k_x^2$ 代入，可进一步求得 $\varepsilon_{\mathrm{eff}} = \left(k_x/k_0\right)^2$

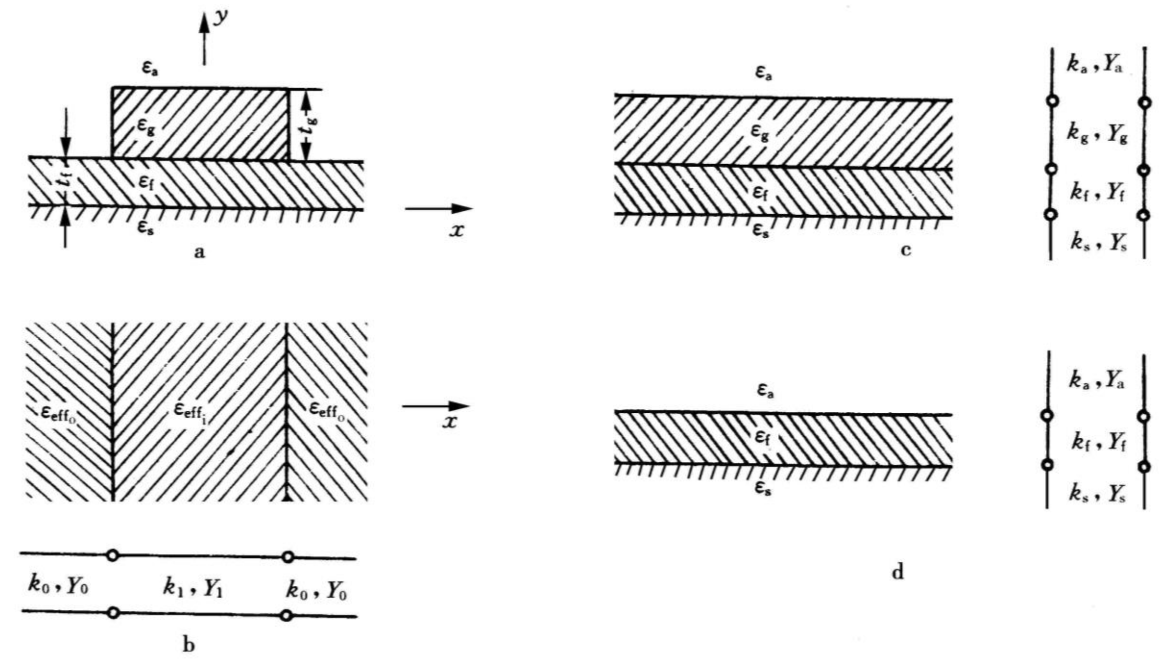
条形介质光波导的近似分析——EDC法

1. EDC法步骤

(1) 将条形介质波导分成内部区域（条形介质所在区域）与外部区域。

(2) 利用y方向谐振计算内部区域的有效介电常数 $\varepsilon_{\mathrm{eff}_i}$

(3) 利用y方向谐振计算外部区域的有效介电常数 $\varepsilon_{\mathrm{eff}_0}$

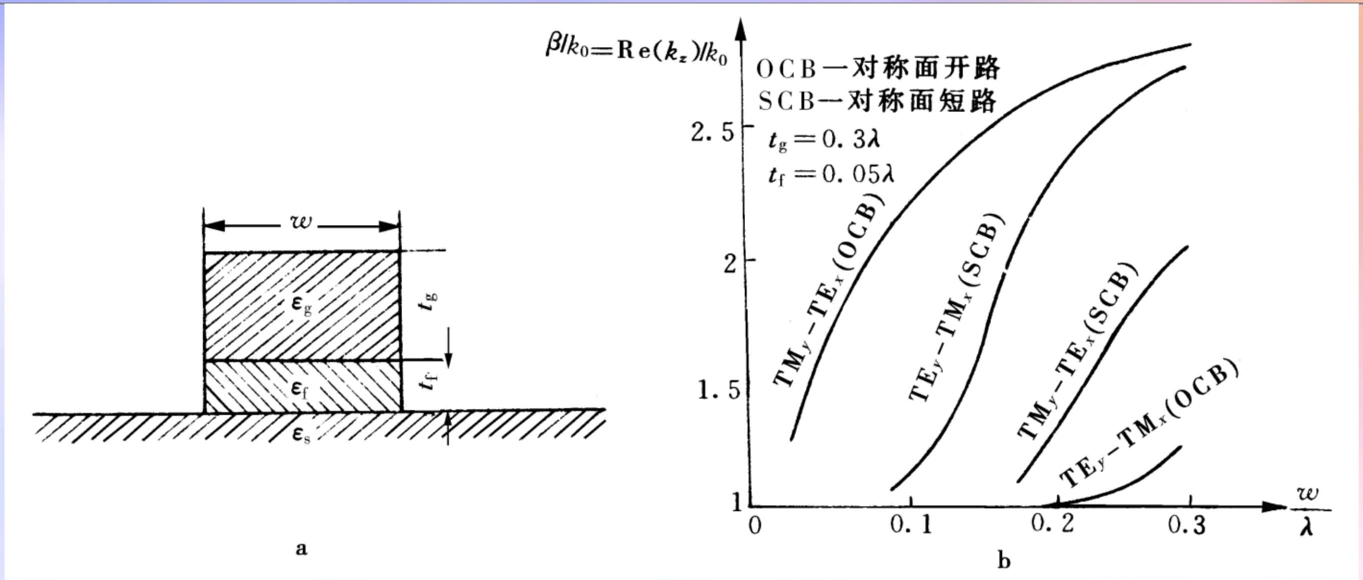


(a)条形介质光波导 (b)、(c)、(d)EDC法计算过程

(4) 利用x方向谐振再计算（$\varepsilon_{\mathrm{eff}_0}$，$\varepsilon_{\mathrm{eff}_0}$，$\varepsilon_{\mathrm{eff}_i}$）系统的有效介电常数，此即我们要求的 $\varepsilon_{\mathrm{eff}}$ 。

2. EDC法的近似性: 忽略了内、外区域交界面的不连续效应，因而内、外两区域的等效传输线可直接连接 。

条形介质光波导的近似分析——EDC法



(a) 条形介质波导 (b) 用EDC法计算的色散特性

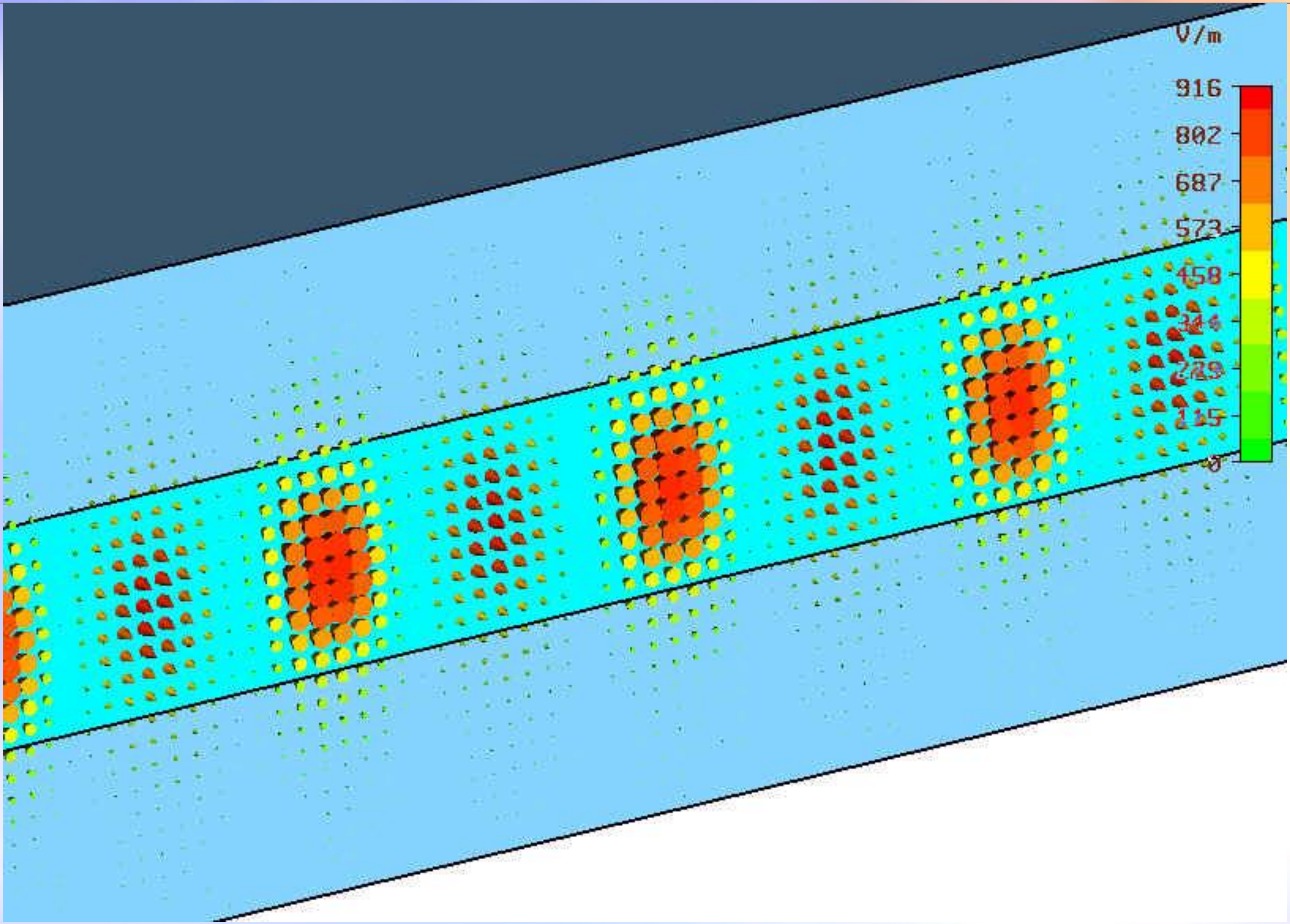
纵坐标为纵向传播常数k_z的实部β与自由空间波数k_0之比 β/k_0，其平方就是 $\varepsilon_{\mathrm{eff}}$ 。

横坐标是以波长归一化的条形介质带的宽度w/λ 。

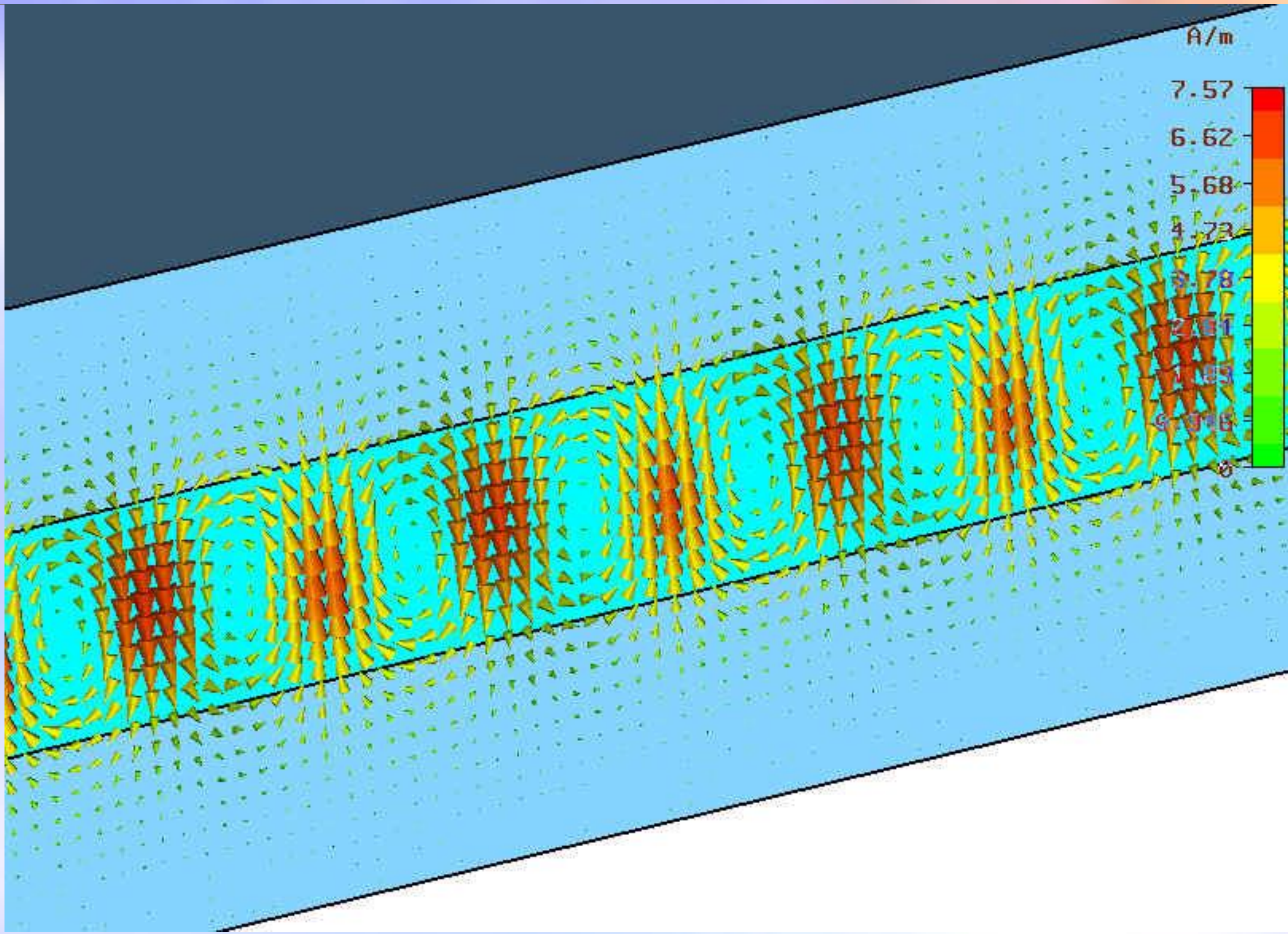
图中Tm_y—TE_x等表示用y方向谐振条件求 $\varepsilon_{\mathrm{ei}}$ 时按TM模场计算，用x方向谐振条件求 $\varepsilon_{\mathrm{eff}}=\left(\beta/k_0\right)^2$ 时按TE模场计算，其余类推。

由图（b）可知，最低模是对称面开路的TM_y-TE_x模。

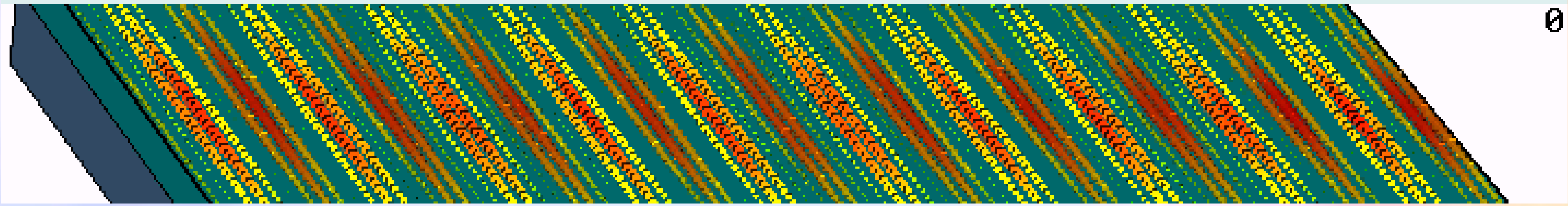
平板介质波导（纵切面电场）



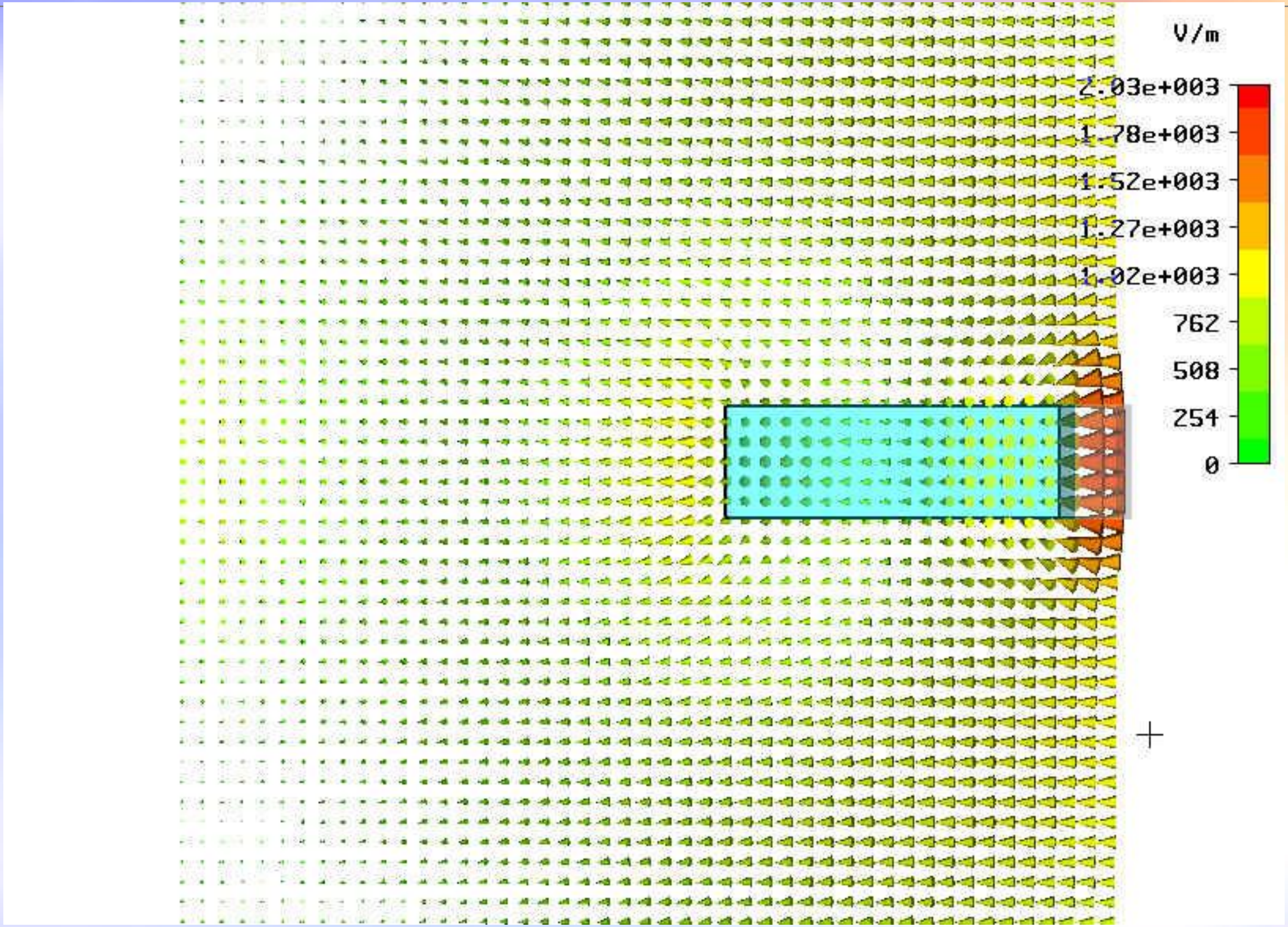
平板介质波导（纵切面磁场）



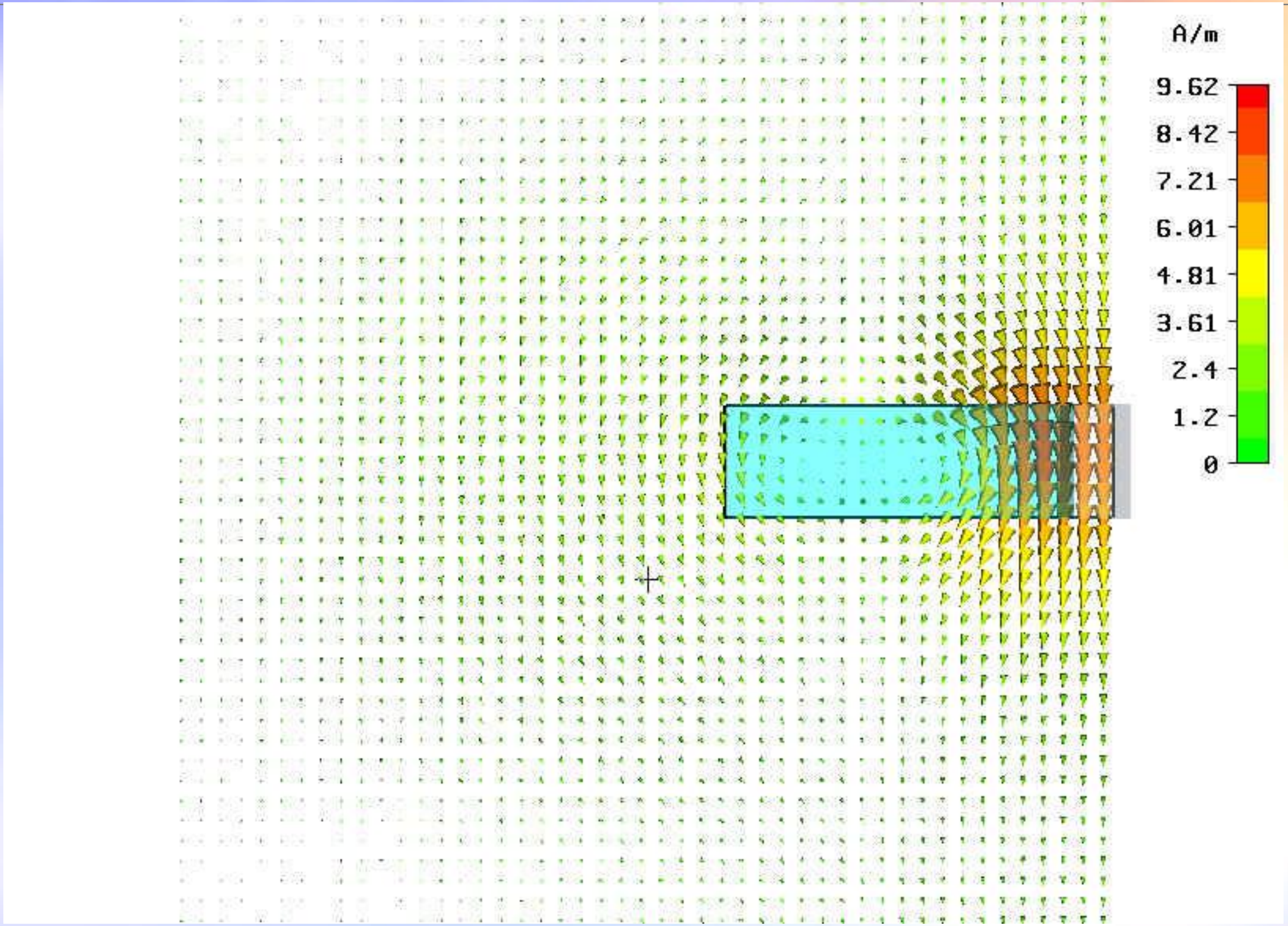
平板介质波导（纵切面电场行波）



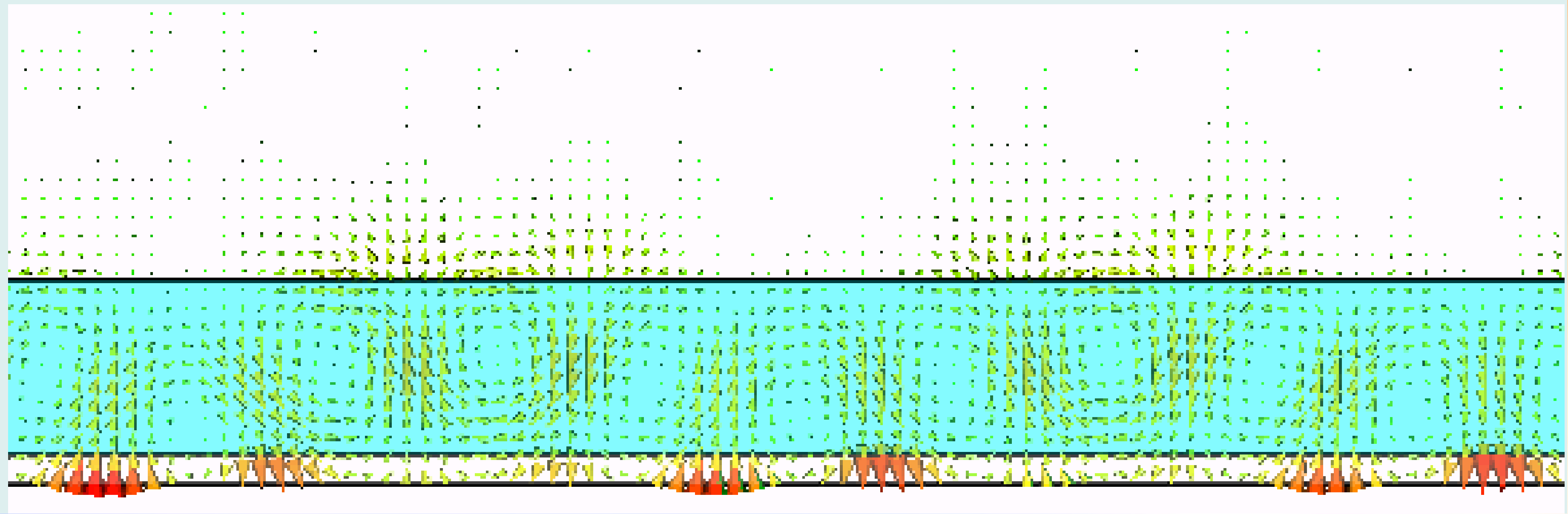
条形介质波导（横向电场）



条形介质波导（横向磁场）



条形介质波导（行波）



第20讲复习

复习要点

- 波沿纵向无衰减传播，横向场分布必然是驻波，发生谐振，称为波导的横向谐振原理。
- 多层平板介质波导横向可用级联的传输线等效，利用横向谐振原理就可得出多层平板介质波导的色散关系，并可进一步用传输线模型得到横截面场分布。
- 条形介质波导的EDC法是一种近似分析方法，其计算过程归结为多层介质波导的计算。当条形介质的宽度比高度大时，这种方法可满足工程应用需要。

复习范围

6.5

帮助理解的多媒体演示：MMS15，MMS16