CISE 11120010

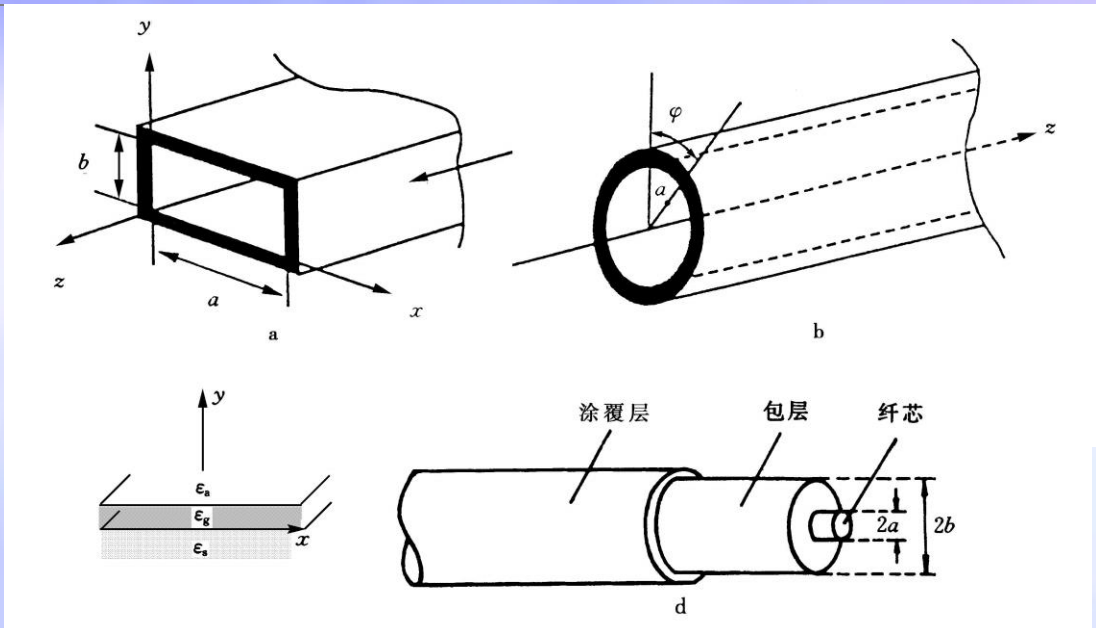
电磁场与电磁波

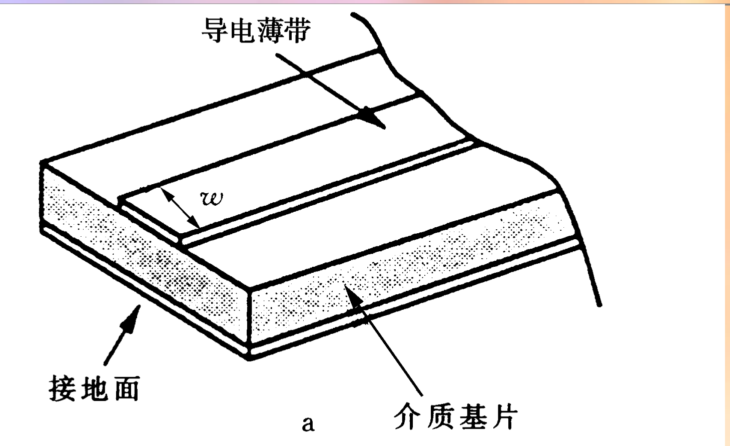
第18讲

1.波导特征及其参数

2.矩形波导的传输线模型及其解，矩形波导的模式

三种类型的波导





导引电磁波的结构称为**波导**，用来定向传播电磁波。

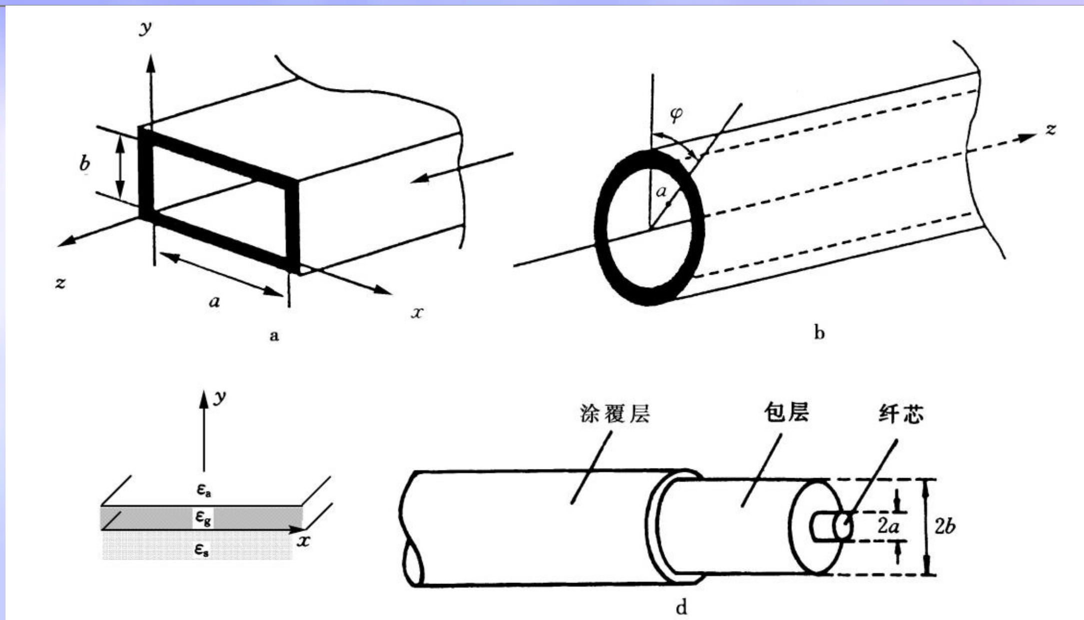
本章着重讨论三类波导：

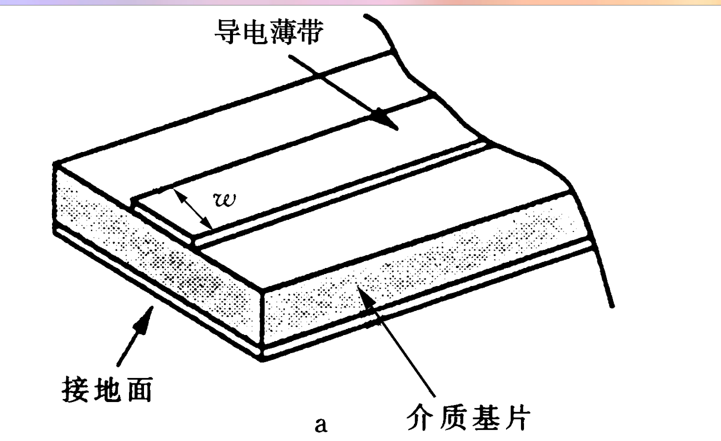
柱形金属波导，包括**矩形波导与圆波导**，**同轴线**不作重点讨论；

微带线与耦合微带线；**平板介质光波导与光纤**。

还有其它形式的波导，例如，**大气波导**，**地-电离层波导**等。

波导中波传播的基本过程与横向谐振原理





内部区域与外部区域：电磁波限制在内部区域传播。

电磁波限制在内部区域传播的基本过程：内部区域传播的电磁波倾斜投射到内外区域的交界面发生全内反射，从而沿内部区域轴线曲折向前传播。

波限制在内部区域传播的必要条件：内外区域的交界面发生全内反射

波限制在内部区域传播的充分条件：内部区域波来回反射一次相移为2π整倍数。

横向谐振原理：在波导横截面内，内部区域的场按驻波分布，场在横截面内发生谐振。

波导的特征参数及色散特性的$k_z-\omega$表示

描述波导的特征参数主要有:

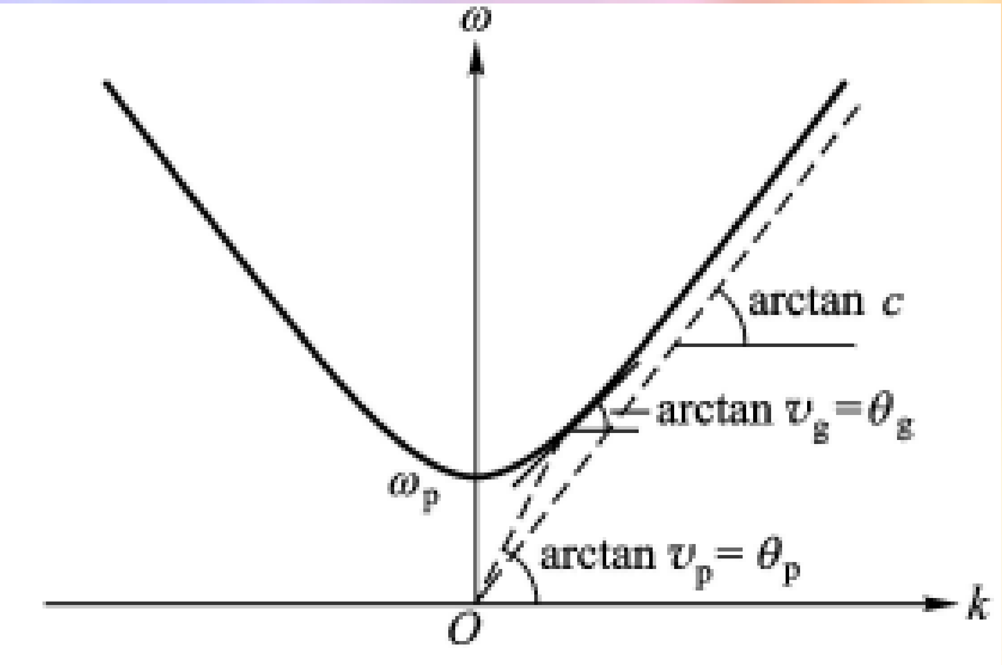
1、色散特性

2、特征阻抗

3、损耗(包括在色散特性中)

4、场分布。

色散特性表示波导纵向传播常数k_z与频率ω的关系，常用ω–k_z平面上的曲线表示。



曲线上任一点与原点连线斜率 ω/k_z

表示波导工作于该点所对应频率点的相速v_p,

而切线斜率 $\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k_z$ 则表示工作于该点所对应频率点的群速v_g。

波导纵方向波长 $\lambda_z = 2\pi/k_z$ 。

色散特性的其他表示方法

色散特性也可表示为 $(k_z/k_0)^2$ 与ω或λ关系，k_0为自由空间波数。

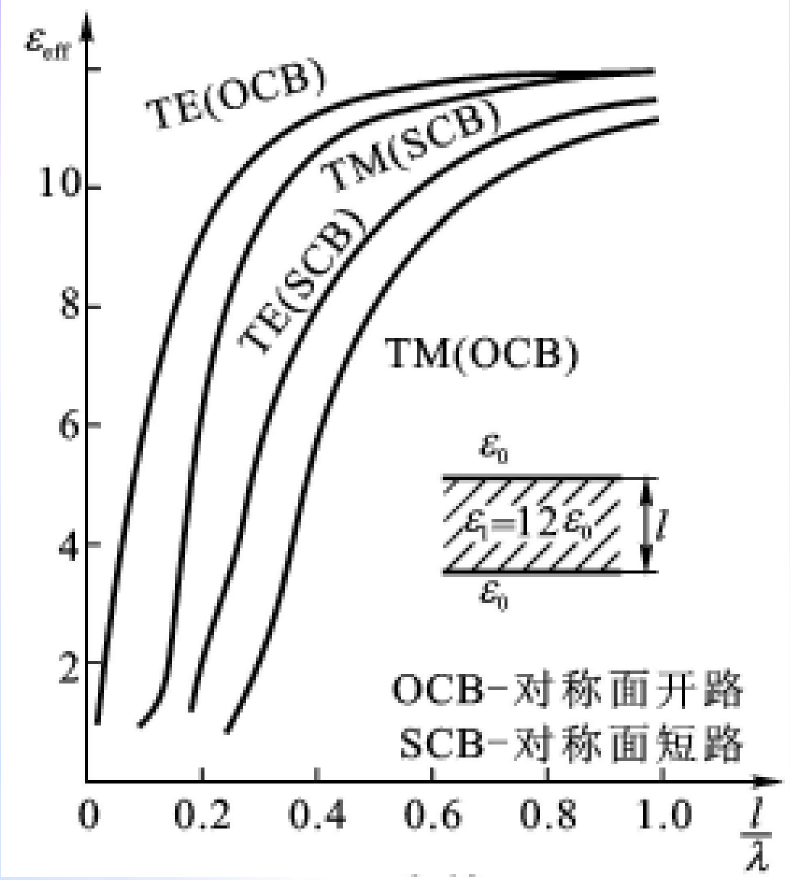
定义$(k_z/k_0)^2$为有效介电常数$\varepsilon_{\mathrm{eff}}$，

它表示波沿波导纵向z传播的速度与介电常数为 $\varepsilon_{\mathrm{eff}}$ 的介质中传播的光速相等。

色散特性也可直接表示为相速v_p与角频率ω关系，即 $v_p-\omega$ 。

微波波段，色散特性习惯用 $k_z-\omega$ 表示，

光波波段，色散特性习惯用 $\varepsilon_{\mathrm{eff}}-\lambda$ 表示。



对称单层平板介质的色散关系

特征阻抗与损耗

特征阻抗Z与传播常数k_z有关 $Z = \begin{cases} \omega\mu / k_z & \text{TE} \\ k_z / \omega\varepsilon_r\varepsilon_0 & \text{TM} \end{cases}$

特征阻抗Z 在幅值上反映波导横向电场与横向磁场之比。

当不同波导连接时，特征阻抗越接近，连接处的反射越小。波导的特征阻抗是量度连接处对电磁能反射大小的一个很有用的参量。

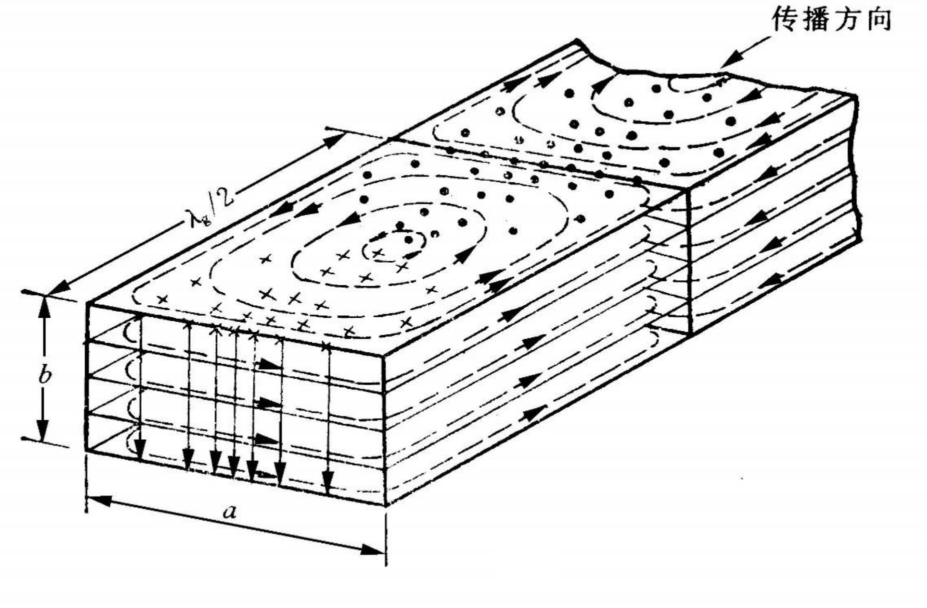
损耗是限制波导远距离传输电磁波的主要因素。

目前光纤的损耗可以做到每公里0.2dB以下。

损耗的分析一般较难，本章不作专门讨论。

模式与场分布

满足波导横截面边界条件的一种可能的场分布称为波导的模式，不同的模式有不同的场结构，它们都满足波导横截面的边界条件，可以独立存在。



矩形波导中TE_{10}模场分布

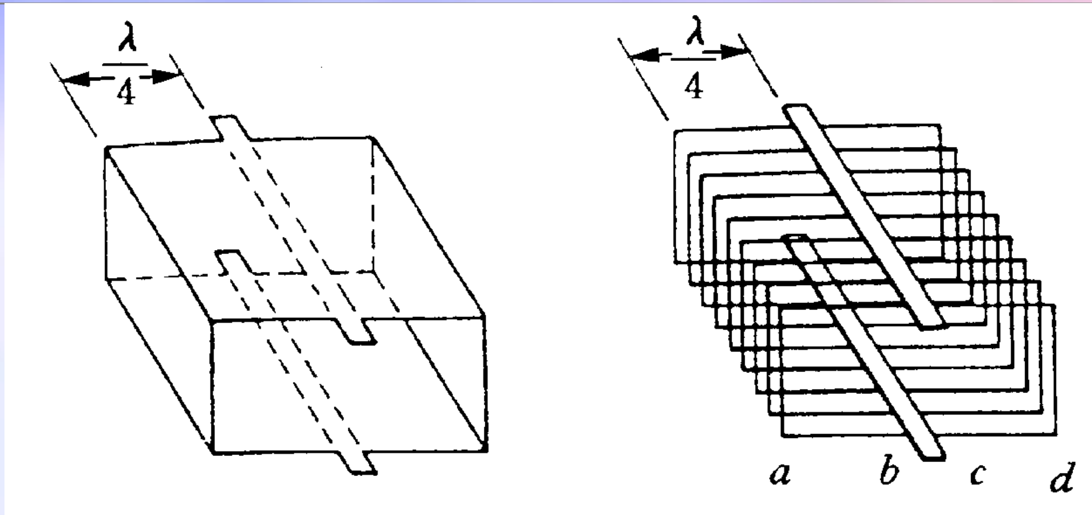
波导中的场结构可以分为两大类:

TE 模：电场没有纵向分量

TM 模：磁场没有纵向分量

如果只对电磁波的远距离（相对于波长）传输感兴趣，并不十分关心场在波导横截面内的分布，那么最迫切要了解的是波导的色散特性。因为色散特性知道了，特征阻抗也就确定了。所以本章对波导问题的分析，对于色散特性给予较多的关注。

矩形波导为什么能导引电磁波?

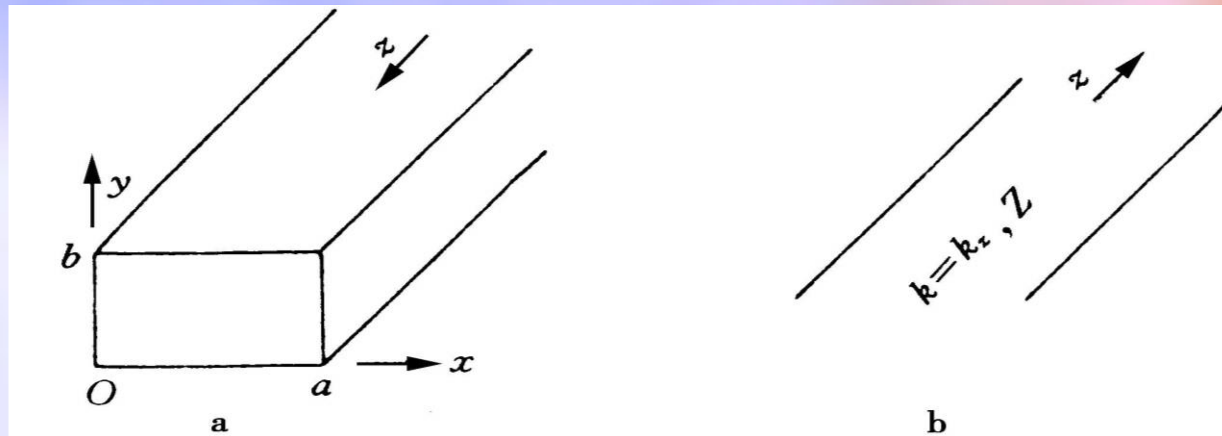


可以将矩形波导看成平行双导线并联上无限多$\lambda/4$短路线而成。$\lambda/4$短路线的输入阻抗为无穷大，平行双导线上并联一个无穷大的阻抗对双导线上波的传播没有影响，无限多$\lambda/4$短路线的并联就形成封闭结构——中空的金属波导。

注意，中空的金属波导与平行双导线还有本质的差别。中空的金属波导管场只局限于金属波导管内，而平行双导线场在横截面并不局限在某一区域。

对矩形波导的研究，不仅因为矩形波导有实用价值，还在于对矩形波导分析得出的概念、结论对于理解其他各类波导非常有益。因为矩形波导边界条件规则可以得到解析解，有关波导的各种概念可以得到清晰的解释。

矩形波导的传输线模型



矩形波导

矩形波导的传输线模型:

(1)将电磁波沿矩形波导纵向的传播等效为传输线上电压、电流的传播

(2)将解***E***与***H***的三维波方程简化为解模式函数***e***(ρ)或***h***(ρ)的二维特征波方程与一维的传输线方程。

要确定的是:

(1)表示矩形波导横截面场分布的模式函数***e***(ρ)或***h***(ρ)

(2)等效传输线的传播常数k_z及特征阻抗Z，这两个参数决定了波沿纵向的传播特性。

中国微波技术之父—林为干院士

林为干，成都电子科技大学教授，加州理工博士，中科院院士。其主要贡献：

a) 波导设计与计算：一生中研究各种形式的波导。近年来，他依然提出利用各种函数的曲线构造不同形状，具有特定导波特性的波导。
b) 研究基本的电磁理论，在电波传播、电磁散射、电磁场数值计算等电磁学领域做出了重要的贡献。
c) 教书育人方面，撰写了电磁场理论的经典教材，并培养了大批的人才，堪称桃李满天下。

林为干教授的特点："专"。林教授不善言辞，讲课也很"死板"。他具有扎实的数理基础，除了自己的研究领域，其它很多方面"不懂"。但他对微波技术领域的深刻的理解，培养了许多杰出的人才。

模式函数$\boldsymbol{e}(\rho)$、$\boldsymbol{h}(\rho)$与其幅值$U(z)$、$I(z)$的定义

模式函$\boldsymbol{e}(\rho)$或$\boldsymbol{h}(\rho)$表示波导横截面内场分布

$$(\nabla_t^2 + k_t^2)\begin{cases}\boldsymbol{e}'(\boldsymbol{\rho}) \\ \boldsymbol{h}''(\boldsymbol{\rho})\end{cases} = 0$$

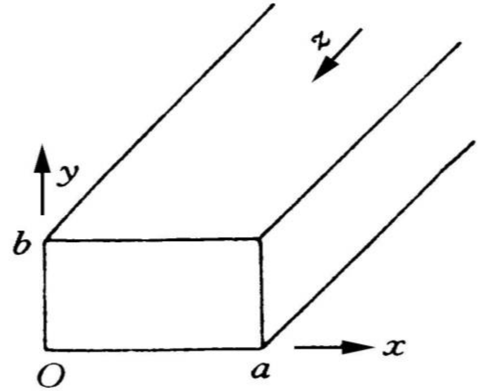
$$k_t^2 + k_z^2 = k^2 = \omega^2\mu\varepsilon$$

模式函数的幅值$U(z)$、$I(z)$表示纵向的场分布。

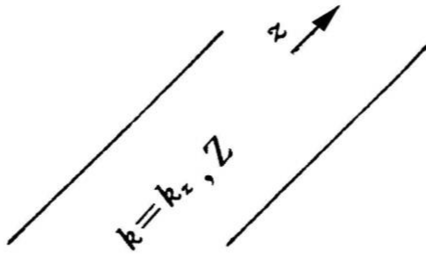
$$\frac{\mathrm{d}U(z)}{\mathrm{d}z} = -\mathrm{j}k_z Z I(z)$$

$$\frac{\mathrm{d}I(z)}{\mathrm{d}z} = -\mathrm{j}k_z Y U(z)$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \begin{cases}\omega\mu/k_z & \text{TE} \\ k_z/\omega\varepsilon & \text{TM}\end{cases}$$



(a)



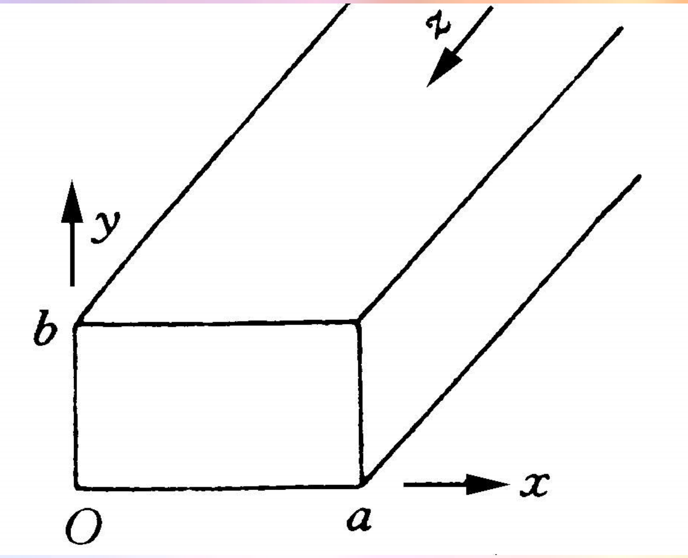
(b)

表 6-1

TE	TM
$\boldsymbol{E}' = \boldsymbol{E}_t'$	$\boldsymbol{E}'' = \boldsymbol{E}_t'' + \boldsymbol{E}_z''\boldsymbol{z}_0$
$\boldsymbol{H}' = \boldsymbol{H}_t' + \boldsymbol{H}_z'\boldsymbol{z}_0$	$\boldsymbol{H}'' = \boldsymbol{H}_t''$
$\mathbf{E}_t' = \mathbf{e}'(\rho)U'(z)$	$\mathbf{H}_t'' = \mathbf{e}''(\rho)U''(z)$
$\boldsymbol{H}_t' = \boldsymbol{h}'(\rho)I'(z)$	$\boldsymbol{H}_t'' = \boldsymbol{h}''(\rho)I''(z)$
$\boldsymbol{H}_z' = \frac{\mathrm{j}}{\omega\mu}\nabla_t \times \boldsymbol{E}_t'$	$\boldsymbol{E}_z'' = \frac{1}{\mathrm{j}\omega\varepsilon}\nabla_t \times \boldsymbol{H}_t''$

用分离变量法求解模式函数满足的波方程

$$(\nabla_t^2 + k_t^2)\begin{cases} \boldsymbol{e}'(\boldsymbol{\rho}) \\ \boldsymbol{h}''(\boldsymbol{\rho}) \end{cases} = 0$$



TE模模式函数分解为

$$\boldsymbol{e}'(x,y) = e'_x(x,y)\boldsymbol{x}_0 + e'_y(x,y)\boldsymbol{y}_0$$

$$(\nabla_t^2 + k'^2_t)e'_x(x,y) = 0$$

$$(\nabla_t^2 + k'^2_t)e'_y(x,y) = 0$$

令 $e'_x(x,y) = \varphi_x(x)\varphi_y(y)$

得到 $\left(\dfrac{d^2}{dx^2} + k'^2_x\right)\varphi_x(x) = 0 \quad k'^2_x + k'^2_y = k'^2_t \quad \varphi_x(x) = A_1 \sin(k'_x x + \varphi_1)$

$$\left(\dfrac{d^2}{dy^2} + k'^2_y\right)\varphi_y(y) = 0 \quad k'^2_t + k'^2_z = k^2 \quad \varphi_y(y) = A_2 \sin(k'_y y + \varphi_2)$$

所以 $e'_x(x,y) = A\sin(k'_x x + \varphi_1)\sin(k'_y y + \varphi_2)$

用分离变量法求解模式函数满足的波方程

$$e'_x(x,y)=A\sin(k'_x x+\varphi_1)\sin(k'_y y+\varphi_2)$$

由 $\nabla_t\cdot\boldsymbol{e}'=\frac{\partial}{\partial x}e'_x+\frac{\partial}{\partial y}e'_y=0$ 得到

$$e'_y(x,y)=-\frac{Ak'_x}{k'_y}\cos(k'_x x+\varphi_1)\cos(k'_y y+\varphi_2)$$

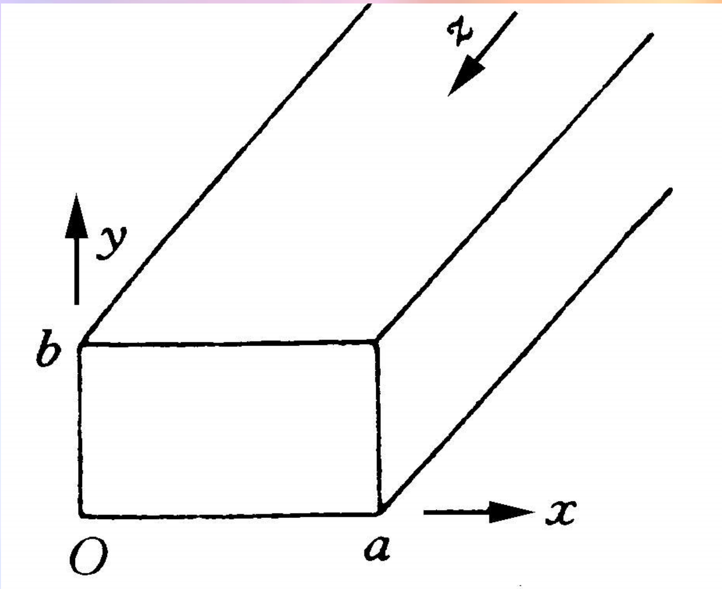
应用边界条件 $\varphi_1=\pi/2 \qquad \varphi_2=0$

所以 $k'_y=n\pi/b \triangleleft \qquad k'_x=m\pi/a$

$$\begin{cases} e'_x(x,y)=A_{mn}\frac{n\pi}{b}\cos(\frac{m\pi}{a}x)\sin(\frac{n\pi}{b}y) \\ e'_y(x,y)=-A_{mn}\frac{m\pi}{a}\sin(\frac{m\pi}{a}x)\cos(\frac{n\pi}{b}y) \end{cases}$$

由 $\boldsymbol{e}'(\boldsymbol{\rho})\times\boldsymbol{h}'(\boldsymbol{\rho})=\boldsymbol{z}_0$

$$\begin{cases} h'_y(x,y)=e'_x=A_{mn}\frac{n\pi}{b}\cos(\frac{m\pi}{a}x)\sin(\frac{n\pi}{b}y) \\ h'_x(x,y)=-e'_y=A_{mn}\frac{m\pi}{a}\sin(\frac{m\pi}{a}x)\cos(\frac{n\pi}{b}y) \end{cases}$$



$$(\nabla_t^2+k_t^2)\begin{cases}\boldsymbol{e}'(\boldsymbol{\rho}) \\ \boldsymbol{h}''(\boldsymbol{\rho})\end{cases}=0$$

$e'_x(x,y)=0$ （$y=0,b$）

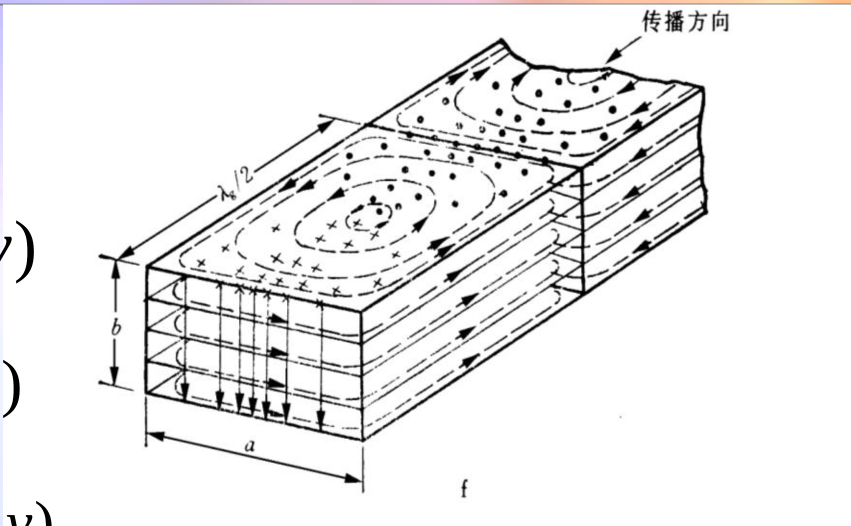
$e'_y(x,y)=0$ （$x=0,a$）

用分离变量法求解模式函数满足的波方程

$$(\nabla_t^2 + k_t^2)\begin{cases} \boldsymbol{e}'(\boldsymbol{\rho}) \\ \boldsymbol{h}''(\boldsymbol{\rho}) \end{cases} = 0$$

$$\begin{cases} e'_x(x,y) = A_{mn}\dfrac{n\pi}{b}\cos(\dfrac{m\pi}{a}x)\sin(\dfrac{n\pi}{b}y) \\ e'_y(x,y) = -A_{mn}\dfrac{m\pi}{a}\sin(\dfrac{m\pi}{a}x)\cos(\dfrac{n\pi}{b}y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} h'_y(x,y) = e'_x = A_{mn}\dfrac{n\pi}{b}\cos(\dfrac{m\pi}{a}x)\sin(\dfrac{n\pi}{b}y) \\ h'_x(x,y) = -e'_y = A_{mn}\dfrac{m\pi}{a}\sin(\dfrac{m\pi}{a}x)\cos(\dfrac{n\pi}{b}y) \end{cases}$$



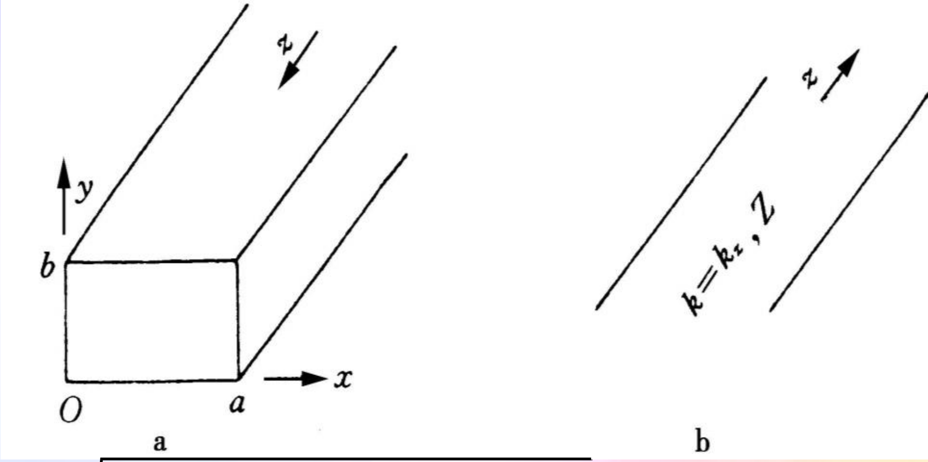
矩形波导中TE_{10}模场分布

不同的一组数（m, n）表示模式函数满足矩形波导横向边界条件的一组解，矩形波导横截面内一种可能存在的场分布，称为场分布的一种模式，并用m、n标记，如TE_{mn}、 TM_{mn} 。

传输线方程的解

第（m, n）模式函数幅值

$U'_{mn}(z)$，$I'_{mn}(z)$满足传输线方程



$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}U'_{mn}}{\mathrm{d}z} = -\mathrm{j}k'_{zmn} Z'_{mn} I'_{mn} \\ \dfrac{\mathrm{d}I'_{mn}}{\mathrm{d}z} = -\mathrm{j}k'_{zmn} Y'_{mn} U'_{mn} \end{cases}$$

式中 $$k'_{zmn} = \sqrt{k^2 - k'^2_t} = \sqrt{k^2 - k'^2_{xm} - k'^2_{yn}} = \sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$$Z'_{mn} = \frac{1}{Y'_{mn}} = \frac{\omega\mu}{k'_{zmn}}$$

如果波导纵向趋于无穷远，其解为

$$\begin{cases} U'_{mn}(z) = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k'_{zmn} z} \\ I'_{mn}(z) = Y'_{mn}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k'_{zmn} z} \end{cases}$$

对于特定的某一模式，可用特定参数 k'_{zmn} 、 Z'_{mn} 的传输线等效。

如果矩形波导中有无限多个模式传播，就要用无限多对不同参数的传输线等效。

矩形波导的解（TE）

因为 $\boldsymbol{E}_t^{'}=\boldsymbol{e}'(\rho)U'(z)$　$\boldsymbol{H}_t^{'}=\boldsymbol{h}'(\rho)I'(z)$　$\boldsymbol{H}_z^{'}=\dfrac{\mathrm{j}}{\omega\mu}\nabla_{\mathrm{t}}\times\boldsymbol{E}_{\mathrm{t}}^{'}$

将模式函数$\boldsymbol{e}$(ρ)、$\boldsymbol{h}$(ρ)，及其幅值电压$U(z)$、电流 $I(z)$的值代入，将以前省略的时间因子 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$ 写进去，就得到TE模的场量表达式

$$E'_x=\sum_{m,n}A_{mn}\frac{n\pi}{b}\cos(\frac{m\pi}{a}x)\sin(\frac{n\pi}{b}y)\ \ e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$E'_y=\sum_{m,n}-A_{mn}\frac{m\pi}{a}\sin(\frac{m\pi}{a}x)\cos(\frac{n\pi}{b}y)\ \ e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$E'_z=0$$

$$H'_x=\sum_{m,n}A_{mn}\frac{k_z}{\omega\mu}\frac{m\pi}{a}\sin(\frac{m\pi}{a}x)\cos(\frac{n\pi}{b}y)\ \ e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$H'_y=\sum_{m,n}A_{mn}\frac{k_z}{\omega\mu}\frac{n\pi}{b}\cos(\frac{m\pi}{a}x)\sin(\frac{n\pi}{b}y)\ \ e^{j(\omega t-k_z z)}$$

$$H'_z=\sum_{m,n}-\mathrm{j}A_{mn}\frac{\pi^2}{\omega\mu}\left[\frac{n^2}{b^2}+\frac{m^2}{a^2}\right]\cos(\frac{m\pi}{a}x)\cos(\frac{n\pi}{b}y)\ \ e^{j(\omega t-k_z z)}$$

矩形波导的解（TM）

对于TM模，也可进行类似的分析，有关导出过程留给读者作为练习，其场量表达式如下：

$$E_x'' = \sum_{m,n} -B_{mn} \frac{k_z}{\omega\varepsilon} \frac{m\pi}{a} \cos(\frac{m\pi}{a}x)\sin(\frac{n\pi}{b}y)\ e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$E_y'' = \sum_{m,n} -B_{mn} \frac{k_z}{\omega\varepsilon} \frac{n\pi}{b} \sin(\frac{m\pi}{a}x)\cos(\frac{n\pi}{b}y)\ e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$E_z'' = \sum_{m,n} B_{mn} \frac{\pi^2}{j\omega\varepsilon} \left(\frac{n^2}{b^2} + \frac{m^2}{a^2}\right) \sin(\frac{m\pi}{a}x)\sin(\frac{n\pi}{b}y)\ e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$H_x'' = \sum_{m,n} B_{mn} \frac{n\pi}{b} \sin(\frac{m\pi}{a}x)\cos(\frac{n\pi}{b}y)\ e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$H_y'' = \sum_{m,n} -B_{mn} \frac{m\pi}{a} \cos(\frac{m\pi}{a}x)\sin(\frac{n\pi}{b}y)\ e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$H_z'' = 0$$

注意，对于TM_{mn}模，下标m、n不能为零，否则所有场量均为零，这是与TE_{mn}模不同的地方。

如何理解记忆矩形波导场分布

纵方向都是 $e^{-jk_{zmn}z}$

不管是TE模还是TM模，$\boldsymbol{E}_y$与$\boldsymbol{H}_x$，$\boldsymbol{E}_x$与$\boldsymbol{H}_y$空间分布规律是一样的，但E_y与H_x相差一负号，因为$\boldsymbol{y}_0\boldsymbol{E}_y$与$\boldsymbol{x}_0\boldsymbol{H}_x$的叉积表示的功率流在–z方向，而实际功率流在+z方向。

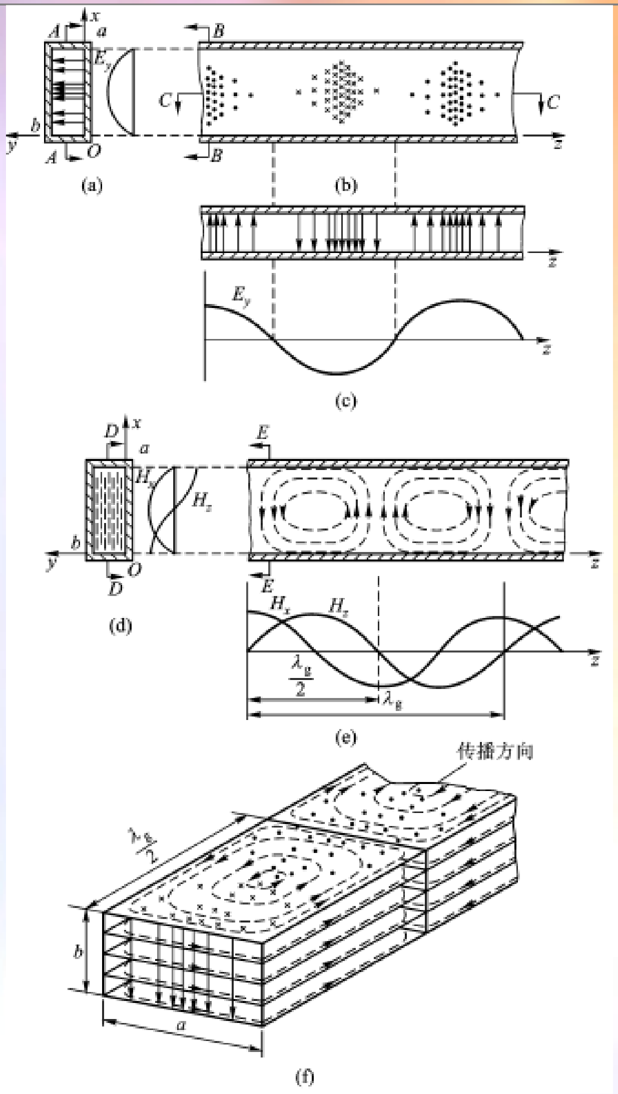
$\boldsymbol{E}_y / \boldsymbol{H}_x$与$\boldsymbol{E}_x / \boldsymbol{H}_y$都为特征阻抗$\boldsymbol{Z}$。 π

对于TE模，$Z = \omega\mu / k_z$

对于TM模 $Z = k_z / \omega\varepsilon$

$\boldsymbol{E}_x$与$\boldsymbol{E}_y$在横截面内分布，如果$\boldsymbol{E}_x$取正弦分布，$\boldsymbol{E}_y$一定取余弦分布。反之，如果$\boldsymbol{E}_x$取余弦分布，$\boldsymbol{E}_y$则取正弦分布。

H_x与$\boldsymbol{H}_y$在横截面内分布也有这种关系。



矩形波导中TE_{10}模场分布

TE_{10}模

矩形波导中场分布最简单的是

m=1、n=0 的 TE_{10} 模。

它只有三个场分量，即 E_y、H_x 和 H_z。

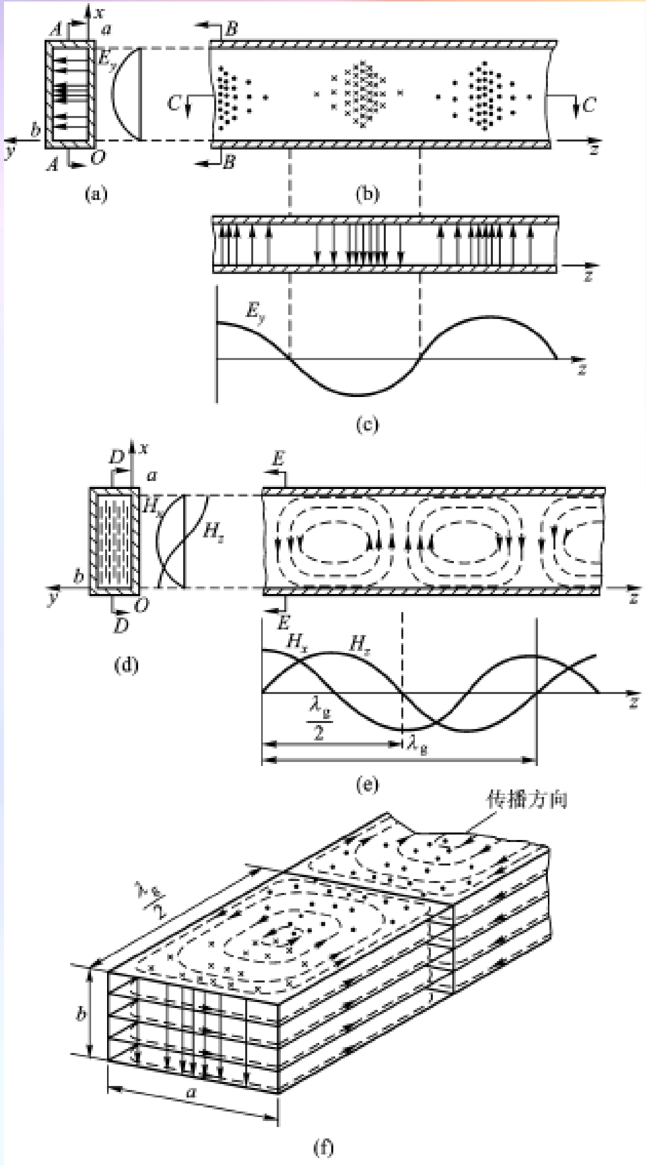
$$E_y = -A_{10}\frac{\pi}{a}\sin(\frac{\pi}{a}x)\ \ e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$H_x = A_{10}\frac{k_z}{\omega\mu}\frac{\pi}{a}\sin(\frac{\pi}{a}x)\ \ e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$H_z = -jA_{10}\frac{1}{\omega\mu}\frac{\pi^2}{a^2}\cos\frac{\pi}{a}x\ \ e^{j(\omega t - k_z z)}$$

$$E_x = E_z = H_y = 0$$

且场在 y 方向没有变化。



矩形波导中TE_{10}模场分布

关于模式的进一步讨论

无论从前面导出的矩形波导的模式函数表达式还是场量表达式，区分场量在横截面分布特征的主要是三角函数宗量中的正整数m、n。

不同的一组数（m、n）就表示不同结构的场。

矩形波导中可以存在的电磁模式有TE_{01}，TE_{02}，…，TE_{10}，TE_{20}，…，TE_{11}，TE_{12}，TE_{22}，TE_{23}，…；TM_{11}，TM_{12}，TM_{21}，TM_{22}，…。
这无穷多个模式中的任何一个都满足矩形波导的边界条件，它们都可以独立存在。

实际波导中究竟存在多少模式电磁场，对于纵向均匀的波导，取决于工作频率在各模式截止频率以上还是以下（截止频率概念在后面讨论）以及波导的激励方式。

如果波导纵向有不均匀性，就会激励起无穷多个模式，使得众多个模式场的叠加满足不均匀处的边界条件。

第18讲复习

复习要点

- 导引电磁波的结构称为波导，在横截面，场局限在内部区域，取驻波分布，纵向趋于无穷远，无反射，为行波。描述波导的特征量有模式与场分布，色散特性，特征阻抗，损耗。
- 矩形波导的传输线模型，横向场量$\boldsymbol{E}_{\mathrm{t}}$、$\boldsymbol{H}_{\mathrm{t}}$沿$z$轴变化与等效传输线上$U$、$I$变化相当。模式函数$\boldsymbol{e}$、$\boldsymbol{h}$反映场在横截面变化，可用$\mathrm{TE}_{mn}$、$\mathrm{TM}_{mn}$表征，TE表示$E_z = 0$，TM表示$H_z = 0$，下标$m$、$n$分别表示场沿波导$x$、$y$方向变化的半波数。波导的每一模式表示满足波导横截面边界条件的一组解，它们可独立存在。最低模是TE_{10}模。矩形波导一般工作于TE_{10}模。

复习范围

6.1，6.2.1，6.2.2

帮助理解的多媒体演示：MMS:14