《电磁场与电磁波》第二次小测验

课程名称： 电磁场与电磁波 ；**课程编码：** 85120060 ；

试卷编号： A（√） B（） ；**考试形式：** 开卷 ；**考试时间：** 90 分钟。

考试日期： 2024 年 5 月 22 日 ；

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题　号	一	二	三	四	总分
应得分					100
实得分					

专业班级：

学号：

姓名：

一、选择题（每题 4 分，共 48 分）

1. 电偶极子的远区辐射场是（ C ）

A. 非均匀平面波　　B.均匀平面波

C. 非均匀球面波　　D.均匀球面波

2. 有关导电介质中传播的电磁波，错误的描述是（ B ）

A. 场幅度随传播距离增加按指数衰减　B. 电场与磁场同相位

C. 有色散现象　　D. 良导体中电磁波的趋肤深度随频率按 $1/\sqrt{f}$ 变化

3. 如右图所示。同样一个负载，接特征阻抗为 100 Ω和 50 Ω的传输线时在阻抗圆图上的位置分别是（ B ）

A. M、N　　B. N、M　　C. N、Q　　D. M、P

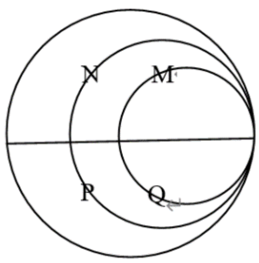
4. 下面的说法不正确的是（ C ）

A. 相速是指信号恒定相位点的移动速度

B. 在导电媒质中，相速与频率有关

C. 相速代表信号的能量传播的速度

D. 群速是指信号包络上恒定相位点的移动速度



5. 截面尺寸为a×b (b < a/2)的矩形波导，TE_{10}波在其中传播的条件为（ C ）。(注：λ为工作波长)

A. $0 < \lambda < a$　　B. $2b < \lambda < 2a$　　C. $a < \lambda < 2a$　　D. $2a < \lambda$

6. 一个矩形波导，传输模式 TE10，波导的截止波长λ_c、波导波长λ_g、传播常数k_z。若工作频率及窄边不变，使宽边增加一倍，上述各参量的变化是（ C ）

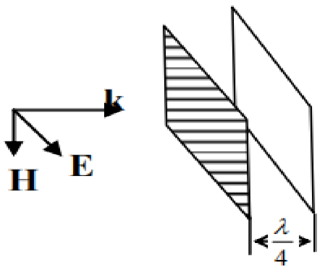
A. 都不变　　　　B. λ_c、λ_g都变大一倍，k_z变小一倍

C. λ_c变大一倍，λ_g变小，k_z变大　　　　D. λ_c变大一倍，λ_g变大，k_z变小

7. 如右图所示，一个理想导体平板前 $\lambda/4$ 处放置一个与水平方向成 45° 的金属栅，若一水平极化的平面波入射，则反射波为（ B ）

A. 水平极化波　　B. 垂直极化波

C. 右旋圆极化波　　D. 左旋圆极化波



8. 光纤是一种介质波导、光波能在芯线和包层的分界面上发生（ C ）

A．全透射　　B.折射　　C.全反射　　D.反射

9. 矩形波导管边长分别为 a, b (a>b),内填相对介电常数为 4 的介质，该波导管能传播的电磁波最大真空波长为（ C ）

A．2a　　B.2b　　C.4a　　D.4b

10. 两个同频同方向传播的极化方向相互垂直的线极化波，如果（ D ），则合成的波一定是椭圆极化波。

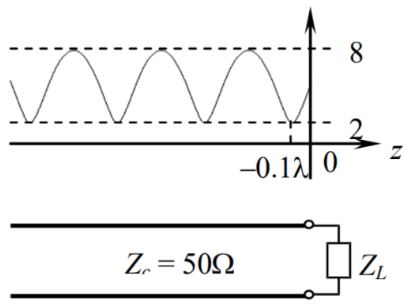
A. 两者的相位差不为 0 和 π　　B. 两者振幅不同

C. 两者的相位差不为 $\pm\pi/2$　　D. 同时满足 A 和 B

11. 平面波以某不为零的角度 θ 由介质 1（折射率为 n1）入射到介质 2（折射率为 n2）表面上，（ ~~A~~ D ）是反射波为零的必要条件。

A．n1＞n2　　B．n1＜n2

C．入射波垂直极化波　　D．入射波平行极化波



12. 右图所示为传输线上电压的驻波分布，判别负载是什么性质阻抗？（ B ）

A. 纯电阻　　B. 电阻、电容都有

C. 纯电抗　　D. 电阻、电感都有

二、计算简答题（共 52 分）

1.（12 分）在相对介电常数$\varepsilon_r = 2.5$，损耗正切值为10^{-2}的电介质中，频率为 3GHz，e_y方向极化的均匀平面波沿e_x方向传播；求

1）（3 分）求波的振幅衰减一半时，传播的距离；

2）（6 分）求媒质的本征阻抗、波的波长和相速度。

3）（3 分）设在$x=0$处的$E(0,t) = \boldsymbol{e}_y 50\sin(6\pi\times10^9 t+\frac{\pi}{3})$，写出$H(x,t)$表达式。

(1)$\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} = 10^{-2}$可得，

$$\frac{\sigma}{2\pi f\varepsilon_r\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\pi\times3\times10^9\times2.5\times\frac{10^{-9}}{36\pi}} = 10^{-2}$$

$$\sigma = 4.17\times10^{-3}(\mathrm{S/m})$$

并且，由于$\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} = 10^{-2} \ll 1$

所以$e^{-ax} = \frac{1}{2}$，由此可知当波的振幅衰减一半时，传播的距离为：

$$x = \frac{1}{a}\ln2 = \frac{1}{0.49}\ln2 = 1.39\mathrm{m}$$

(2)对于弱导电媒质，本征阻抗为

$$\eta \approx \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\left(1+j\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon}\right) = \sqrt{\frac{\mu_0}{2.5\varepsilon_0}}\left(1+j\frac{10^{-2}}{2}\right) = 235.5(1+j0.005)$$

相位常数为$\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = 2\pi f\sqrt{2.5\mu_0\varepsilon_0} = 32\pi(\mathrm{rad/m})$

波长为$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{32\pi} = 1/16(\mathrm{m})$

相速为$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi\times3\times10^9}{32} = 1.88\times10^8(\mathrm{m/s})$

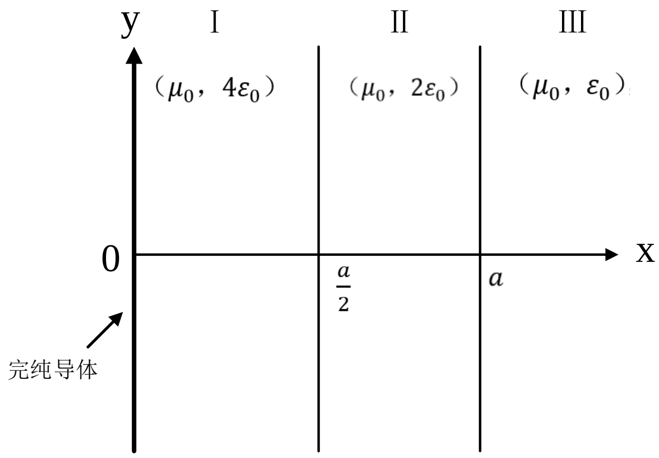
（3）$H(x,t) = e_x 0.21e^{-0.497x}\sin(6\pi\times10^9 t - 31.6\pi x + \frac{\pi}{3} - 0.0016\pi)$

2. （15 分）如图所示，一带金属地板平行板介质波导相距为a，x=0 处为完纯导体，$x>a$区域是自由空间（μ_0，ε_0），$\frac{a}{2}<x<a$区域充满（μ_0，$2\varepsilon_0$）的介质，$0<x<\frac{a}{2}$区域充满（μ_0，$4\varepsilon_0$）的介质。假设波矢$\boldsymbol{k}$在$x-z$平面，可知波在x方向谐振，沿z方向传播。在 TE 模式下求：

1）（4 分）写出 x 方向的横向谐振条件（提示：以 I-II 界面为参考面）；

2）（5 分）写出电磁波限制在导膜层（介质 I、II）中传播的条件；

3）（6 分）写出色散方程。



（1）

$$\overleftarrow{Y}+\overrightarrow{Y}=0$$

Ⅰ−Ⅱ界面为参考面，

$$\overleftarrow{Y}=-jY_1 ctg\left(k_{x_1}\frac{a}{2}\right) \qquad (A_0)$$

$$\overrightarrow{Y}=Y_2\frac{Y_3+jY_2 tan\left(k_{x_2}\frac{a}{2}\right)}{Y_2+jY_3 tan\left(k_{x_2}\frac{a}{2}\right)}$$

$$tan\left(k_{x_2}\frac{a}{2}\right)=j\frac{Y_2(\overleftarrow{Y}+Y_3)}{\overleftarrow{Y}Y_3+Y_2} \qquad (A_1)$$

（2）此时$\overleftarrow{Y}$、Y_3一定是虚数。

为使$\overleftarrow{Y}$为虚数，可令Y_1、k_{x_1}为实数，由题设自然满足。为使Y_3为虚数，需在Ⅱ−Ⅲ界面发生全反射，即$k_Z>k_0=\omega\sqrt{u_0\varepsilon_0}$

（3）对 TE 模

$$Y_1=\frac{kx_1}{\omega\mu_0}、Y_2=\frac{kx_2}{\omega\mu_0}、Y_3=\frac{kx_3}{\omega\mu_0}$$

$$k_{x_1}=\sqrt{\omega^2\mu_0\varepsilon_1-k_z^2}=\sqrt{4\omega^2\mu_0\varepsilon_0-k_z^2}$$

$$k_{x_2}=\sqrt{\omega^2\mu_0\varepsilon_2-k_z^2}=\sqrt{2\omega^2\mu_0\varepsilon_0-k_z^2}$$

$$k_{x_3}=\mathrm{j}\sqrt{k_z^2-\omega^2\mu_0\varepsilon_0}$$

将以上各式及式（A_0）代入式（A_1），即得关于k_z的色散方程。

3.（15 分）介质 $(\varepsilon_r=2.25,\mu_r=1)$ 填充的矩形波导传输 TE_{10} 模，传输波的频率 $f=3\mathrm{GHz}$，相位速度 $v_p=5\times10^8$ m/s，传输波的电场

$$E_y=40\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)e^{-jk_zz}(\ \mathrm{V/m}),\quad 求:$$

1）（6 分）群速度 v_g 、特征阻抗 $\mathrm{Z_{TE10}}$ 和截止频率 f_c；

2）（4 分）若该波导的负载不匹配，波导中导波为行驻波状态，试确定电场的两个相邻最小点之间的距离；

3）（5 分）波导横截面长边为 a，短边为 b，如果 $a=2b$，求波导的横截面尺寸。

解：(1)

$$v_pv_g=v^2,v=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}=2\times10^8\ \mathrm{m/s}$$
$$\therefore v_g=0.8\times10^8\ \mathrm{m/s}$$

$$v_p=\frac{v}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}\Rightarrow\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}=0.4,\ Z_{\mathrm{TE10}}=\frac{\eta}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}=377/\sqrt{2.25/0.4}=628\Omega$$

$$\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}=0.4;\ \lambda=\frac{v}{f}=\frac{20}{3}\ \mathrm{cm}\Rightarrow\lambda_c=2a=7.2\ \mathrm{cm}\Rightarrow f_c=2.75\mathrm{GHz}$$

(2) 该波导的负载不匹配，导波为行驻波状态，电场的相邻两个最小点之间的距离为：

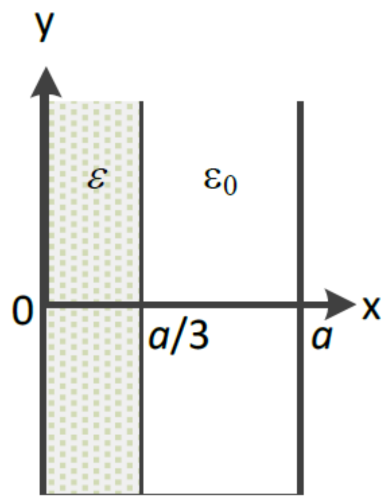
$$k_z=\frac{\omega}{v_p}=\frac{60\pi}{5},\lambda_g=\frac{2\pi}{k_z}=\frac{1}{6}\ \mathrm{m},\therefore d=\frac{\lambda_g}{2}=\frac{1}{12}=8.33\ \mathrm{cm}$$

(3) $\lambda_c=2a=7.2\ \mathrm{cm}\Rightarrow a=3.6\ \mathrm{cm},b=1.8\ \mathrm{cm}$

4.（10 分）如图所示，一平行板波导相距为 $a, x > a/3$ 区域是自由空间 (ε_0, μ_0)，$x < a/3$ 区域充满 (ε, μ_0) 的介质。假设波矢 k 在 $x-z$ 平面，可知，波在 x 方向谐振，沿 z 方向传播。

1)（4 分） 求该波导最低阶 TE 模（电场 y 方向）的色散关系；

2)（6 分） 若 $\varepsilon_1 = \varepsilon = 4\varepsilon_0, a = 4$ cm，求截止频率。



解：(1) 用传输线等效

$$k_{x1} = \sqrt{k_1^2 - k_z^2} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu_0 - k_z^2}$$

$$k_{x2} = \sqrt{k_2^2 - k_z^2} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - k_z^2}$$

$$Y_1 = \frac{k_{x1}}{\omega \mu_0},\ Y_2 = \frac{k_{x2}}{\omega \mu_0}$$

以 $x = a/3$ 处为参考面，

$$\overleftarrow{Y} = -\mathrm{j}\mathrm{Y}_1 \mathrm{ctg}\left(\mathrm{k}_{x1}\frac{\mathrm{a}}{3}\right);\ \overrightarrow{Y} = -\mathrm{j}\mathrm{Y}_2 \mathrm{ctg}\left(\mathrm{k}_{x2}\frac{2\mathrm{a}}{3}\right)$$

由 $\overleftarrow{Y} + \overrightarrow{Y} = 0$,

得色散方程：$jY_1 \mathrm{ctg}\left(k_{x1}\frac{a}{3}\right) + jY_2 \mathrm{ctg}\left(k_{x2}\frac{2a}{3}\right) = 0$

整理后得：

$$\sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \mathrm{k}_z^2}\,\mathrm{ctg}\left(\frac{\mathrm{a}}{3}\sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \mathrm{k}_z^2}\right) + \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \mathrm{k}_z^2}\,\mathrm{ctg}\left(\frac{2\mathrm{a}}{3}\sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \mathrm{k}_z^2}\right) = 0$$

(2) 截止时，$k_z = 0, k_{x1} = k_1 = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu_0} = 2k_0$，$k_{x2} = k_2 = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0} = k_0$，$Z_2 = 2Z_1$

$$2k_0 \mathrm{ctg}\left(\frac{a}{3}2k_0\right) + k_0 \mathrm{ctg}\left(\frac{2a}{3}k_0\right) = 0, \Rightarrow \mathrm{ctg}\left(\frac{2a}{3}k_0\right) = 0$$

$$k_0\frac{2a}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_c(\ \mathrm{cm})} \times 4 = \pi \Rightarrow \lambda_c = 10.67\ \ \mathrm{cm}$$

$$f_c == \frac{c}{\lambda_c} = \frac{3 \times 10^8}{10.67 \times 10^{-2}} = 0.281 \times 10^{10}\ \ \mathrm{Hz} = 2.81\mathrm{GHz}$$