CISE 11120010

电磁场与电磁波

第13讲

1. 磁化铁氧体中的平面波
2. 高斯光束传播的平面波展开

第12讲复习

复习要点

- 电各向异性介质可用并矢$\overleftrightarrow{\varepsilon}$表示，波在其中的传播可分为寻常波与非寻常波，非寻常波的传播特性与方向有关。当任一线极化波入射到单轴单晶片上时，将分解为极化方向相互垂直的寻常波与非寻常波，由于这两种波的k值不同，折射角不同，在晶片内这两个波的射线将分离，这就是双折射现象。液晶激活后成为各向异性介质，液晶显示器正利用这一特点。

磁各向异性介质的张量表示

磁各向异性介质中，***B***与***H***不再平行，其关系为

$$\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix}$$

引入并矢 $\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}$

$$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}} = \begin{bmatrix} \mu_{xx}\mathbf{x}_0\mathbf{x}_0 & \mu_{xy}\mathbf{x}_0\mathbf{y}_0 & \mu_{xz}\mathbf{x}_0\mathbf{z}_0 \\ \mu_{yx}\mathbf{y}_0\mathbf{x}_0 & \mu_{yy}\mathbf{y}_0\mathbf{y}_0 & \mu_{yz}\mathbf{y}_0\mathbf{z}_0 \\ \mu_{zx}\mathbf{z}_0\mathbf{x}_0 & \mu_{zy}\mathbf{z}_0\mathbf{y}_0 & \mu_{zz}\mathbf{z}_0\mathbf{z}_0 \end{bmatrix}$$

B与***H***关系可记为 $\boldsymbol{B} = \overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}} \cdot \boldsymbol{H}$

高频下磁化铁氧体的相对导磁率是一反对称二阶张量

$$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}_{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & -\mathrm{j}\mu_{12} & 0 \\ \mathrm{j}\mu_{12} & \mu_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中 $\mu_{11} = 1 + \dfrac{\omega_{\mathrm{g}}\omega_{\mathrm{m}}}{\omega_{\mathrm{g}}^2 - \omega^2}$ $\quad \mu_{12} = \dfrac{\omega\omega_{\mathrm{m}}}{\omega_{\mathrm{g}}^2 - \omega^2}$ $\quad \omega_{\mathrm{g}} = \gamma_{\mathrm{e}} H_0$ $\quad \omega_{\mathrm{m}} = \gamma_{\mathrm{e}} M_0$

$\gamma_{\mathrm{e}} = e/m = -1.76\times10^{11}$ C/kg，是一常数，称为旋磁比。

高频下磁化铁氧体的特点

$$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}_r=\begin{bmatrix}\mu_{11} & -\mathrm{j}\mu_{12} & 0\\ \mathrm{j}\mu_{12} & \mu_{11} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\mu_{11}=1+\frac{\omega_g\omega_m}{\omega_g^2-\omega^2}\qquad \omega_g=\gamma_e H_0$$

$$\mu_{12}=\frac{\omega\omega_m}{\omega_g^2-\omega^2}\qquad \omega_m=\gamma_e M_0$$

由此可见:

（1） 如果$\omega_g=0$, $\omega_m=0$, 则$\mu_{11}=1$, $\mu_{12}=0$, $\boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{H}$,
因此，未受磁化的铁氧体是一均匀各向同性的介质。

（2）当一恒定磁场$\boldsymbol{H}_0$加在铁氧体上时，它变成一块各向异性介质。

（3）如果ω=0（没有高频场），则 $\mu_{11}=1+\dfrac{\omega_m}{\omega_g}$ ， $\mu_{12}=0$
铁氧体成为一种磁性单轴晶体。

（4）μ_{11}、μ_{12}都是外加直流磁场$\boldsymbol{H}_0$、饱和磁化强度$\boldsymbol{M}_0$和外加频率ω的函数。因此可以用改变$\boldsymbol{H}_0$的办法改变μ_{11}和μ_{12}。

（5）当$\omega=\omega_g$，$\mu_{11}\to\infty$，$\mu_{12}\to\infty$，发生所谓共振现象。称它为**铁磁共振**。
张量磁导率μ_r是在$h<<H_0$情况下得到的，因此$\boldsymbol{b}$和$\boldsymbol{h}$的关系是线性的。

如何理解磁共振？

除了我们要讲的**铁磁共振**，我们熟悉的还有**核磁共振**，核**磁共振**究竟是什么？

核磁共振是磁矩不为零的原子核，在外磁场作用下自旋能级发生塞曼分裂，共振吸收某一定频率的射频辐射的物理过程。

铁磁共振和核磁共振的共同点：外加磁场的作用；

不同点：**核磁共振考虑到量子效应。**

共振对应于数学的**极点**。**数学中的奇异性**一定对应于一些**特殊的物理现象**。科学研究中遇到奇异性的问题总是很麻烦，这些问题一直折磨着物理学家，但奇异性的发生往往预示着重要科学规律的发现。

科学家"害怕"奇异性，但又渴望"邂逅"奇异性。

物理学天才德布罗意

谈到量子效应，我们不得不提到一个伟大的天才——法国的**德布罗意**。

德布罗意建立了物质波理论。简单的说：电子和光一样，也具有波动性。他撰写了一篇很短的博士论文（也许是人类史上最短的博士学位论文），并因此获得了Nobel奖（历史上唯一因为博士论文的贡献获得Nobel奖）。他将光的波动性扩展至物质（电子）也具有波动性。为薛定谔方程的提出提供了思想基础。

德布罗意成功的启示：兴趣是最好的导师！

磁化铁氧体中的波方程及其平面波解

磁化铁氧体的本构关系 $\boldsymbol{b}=\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}\cdot h$

麦克斯韦方程组中两个旋度方程为

$$\nabla\times\boldsymbol{h}=\mathrm{j}\omega\varepsilon_0\boldsymbol{E}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\mathrm{j}\omega\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}\cdot\boldsymbol{h}$$

消去$\boldsymbol{E}$，得到磁化铁氧体中波方程

$$-\nabla^2\boldsymbol{h}+\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{h})-\omega^2\varepsilon_0\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}\cdot\boldsymbol{h}=0 \quad (1)$$

假设铁氧体中具有平面波解 $\boldsymbol{h}=\boldsymbol{h}_0\mathrm{e}^{-j\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}$ $\begin{cases}\boldsymbol{k}=k_x\boldsymbol{x}_0+k_y\boldsymbol{y}_0+k_z\boldsymbol{z}_0\\ \boldsymbol{r}=x\boldsymbol{x}_0+y\boldsymbol{y}_0+z\boldsymbol{z}_0\end{cases}$

式（1）成为

$$k^2\boldsymbol{h}_0-\boldsymbol{k}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{h}_0)-\omega^2\varepsilon_0\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}\cdot\boldsymbol{h}_0=0 \quad (2)$$

式(2)就是磁化铁氧体中平面波解满足的波方程。

磁化铁氧体中的波方程及其平面波解

磁化铁氧体中平面波解满足的波方程

$$k^2\boldsymbol{h}_0-\boldsymbol{k}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{h}_0)-\omega^2\varepsilon_0\overleftrightarrow{\boldsymbol{\mu}}\cdot\boldsymbol{h}_0=0 \quad (2)$$

将式（2）写成分量形成，并设$\boldsymbol{k}$在x-z平面与z轴成θ角，则

$$\begin{cases}\boldsymbol{h}_0=h_x\boldsymbol{x}_0+h_y\boldsymbol{y}_0+h_z\boldsymbol{z}_0\\ \boldsymbol{k}=k_x\boldsymbol{x}_0+k_z\boldsymbol{z}_0\end{cases}\qquad \begin{cases}k_x=k\sin\theta\\ k_z=k\cos\theta\\ k_y=0\end{cases}$$

因此有

$$\begin{bmatrix}k^2-k^2\sin^2\theta-k_0^2\mu_{11} & \mathrm{j}k_0^2\mu_{12} & -k^2\sin\theta\cos\theta\\ -\mathrm{j}k_0^2\mu_{12} & k^2-k_0^2\mu_{11} & 0\\ -k^2\sin\theta\cos\theta & 0 & k^2-k^2\cos^2\theta-k_0^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}h_x\\ h_y\\ h_z\end{bmatrix}=0 \quad (3)$$

其非零解必须使其系数行列式为零，则得传播常数的两个解$k^{\pm}$为

$$k^{\pm}=k_0\left\{\frac{(\mu_{11}^2-\mu_{12}^2-\mu_{11})\sin^2\theta+2\mu_{11}\pm\left[(\mu_{11}^2-\mu_{12}^2-\mu_{11})^2\sin^2\theta+4\mu_{12}^2\cos^2\theta\right]^{1/2}}{2\left[(\mu_{11}-1)\sin^2\theta+1\right]}\right\}^{1/2} \quad (4)$$

磁化铁氧体中的平面波解

$$k^{\pm}=k_0\left\{\frac{(\mu_{11}^2-\mu_{12}^2-\mu_{11})\sin^2\theta+2\mu_{11}\pm\left[(\mu_{11}^2-\mu_{12}^2-\mu_{11})^2\sin^2\theta+4\mu_{12}^2\cos^2\theta\right]^{1/2}}{2\left[(\mu_{11}-1)\sin^2\theta+1\right]}\right\}^{1/2} \quad (4)$$

1.纵向传播的波：波矢$\boldsymbol{k}$平行于直流磁场$\boldsymbol{H}_0$，θ=0

$$k^{\pm}=k_0(\mu_{11}\pm\mu_{12})^{1/2}$$

2.横向传播的波：波矢$\boldsymbol{k}$正交于直流磁场$\boldsymbol{H}_0$，$\theta=\pi/2$

(1)当$\boldsymbol{h}\perp\boldsymbol{H}_0$时，有 $$k=k_0\left(\frac{\mu_{11}^2-\mu_{12}^2}{\mu_{11}}\right)^{1/2}$$

(2)当$\boldsymbol{h}//\boldsymbol{H}_0$时，因为$\boldsymbol{H}_0$在$z$方向，故$\boldsymbol{h}$也只有$h_z$分量，由式（3）可得

$$k=k_0 \qquad k_0=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$$

磁化铁氧体中的平面波解——纵向传播的波

$$\begin{bmatrix} k^2-k^2\sin^2\theta-k_0^2\mu_{11} & \mathrm{j}k_0^2\mu_{12} & -k^2\sin\theta\cos\theta \\ -\mathrm{j}k_0^2\mu_{12} & k^2-k_0^2\mu_{11} & 0 \\ -k^2\sin\theta\cos\theta & 0 & k^2-k^2\cos^2\theta-k_0^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix}=0 \quad (3)$$

纵向传播的波:

波矢$\boldsymbol{k}$平行于直流磁场$\boldsymbol{H}_0$，θ=0

$$k^{\pm}=k_0(\mu_{11}\pm\mu_{12})^{1/2} \quad (5)$$

由式（3），并应用式（5）中的k值，得到

$$\left.\begin{array}{l} h_z=0 \\ \dfrac{h_y}{h_x}=\dfrac{k^2-k_0^2\mu_{11}}{k_0^2(-j\mu_{12})}=\pm\mathrm{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \boldsymbol{h}_0^{\mp}=h_x\left(\boldsymbol{x}_0\pm\mathrm{j}\boldsymbol{y}_0\right) \quad (6)$$

式（6）的解是圆极化波，$\boldsymbol{h}_0^{\mp}$分别代表左旋和右旋圆极化波的磁场强度，由式（5）可见，右旋波和左旋波的传播速度是不同的。

记有效相对磁导率

$$\mu_{\mathrm{e}}^{\mp}=\mu_{11}\pm\mu_{12}$$

则左旋与右旋波的有效波数

$$k^{\mp}=k_0\sqrt{\mu_e^{\mp}}$$

磁化铁氧体中的平面波解——纵向传播的波

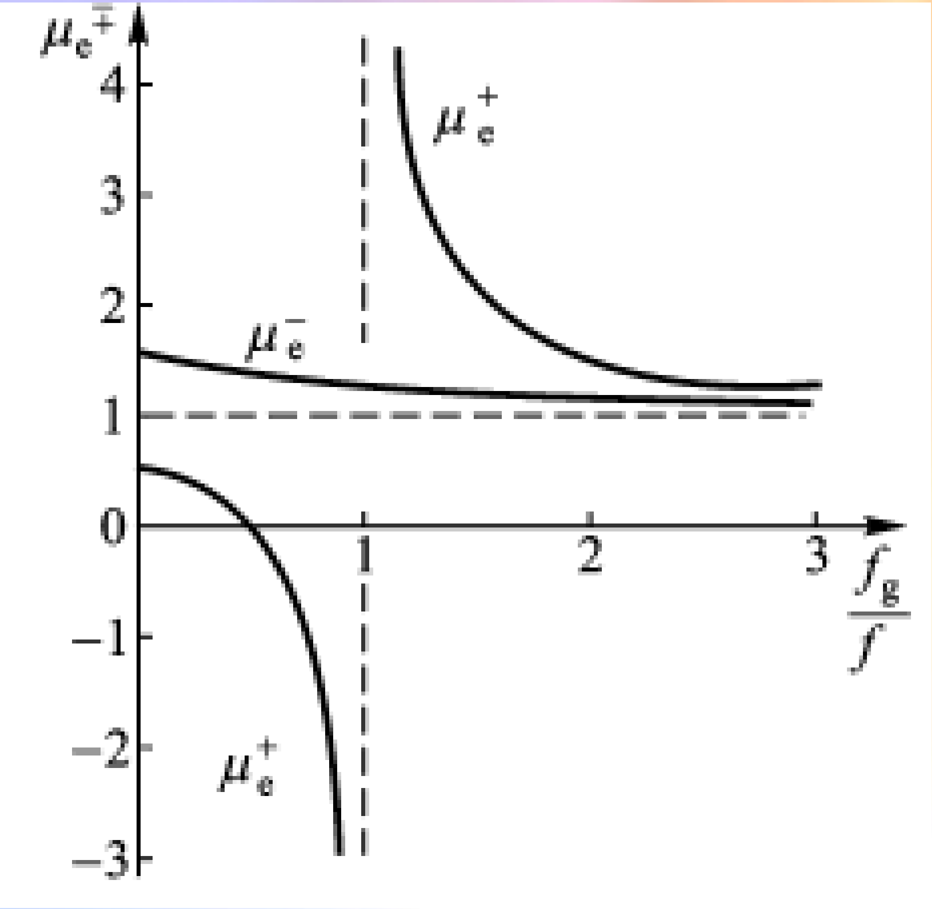
$$\mu_e^{\mp} = \mu_{11} \pm \mu_{12} \Leftarrow \begin{cases} \mu_{11} = 1 + \dfrac{\omega_g \omega_m}{\omega_g^2 - \omega^2} \\ \mu_{12} = \dfrac{\omega \omega_m}{\omega_g^2 - \omega^2} \end{cases}$$

$$\mu_e^{\mp} = \mu_{11} \pm \mu_{12} = 1 + f_m (f_g \pm f)^{-1}$$

从图中可见:

μ_e^{+} 具有共振特性，有通带止带

μ_e^{-}无共振特性



9.8GHz平面波在YIG铁氧体中平行于直流磁场传播时与f_g/f关系

M_0=1750 Oe，故f_m=4.9GHz。f值选9.8GHz。

磁化铁氧体中的平面波解——纵向传播的波

$$k^{\pm} = k_0(\mu_{11} \pm \mu_{12})^{1/2} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{h}_0^{\mp} = h_x\left(\boldsymbol{x}_0 \pm \mathrm{j}\boldsymbol{y}_0\right) \quad (6)$$

平面波在各向异性铁氧体中传播，由于分解成左、右旋圆极化波的k值不同而具有不同相速，从而使合成波的极化平面旋转。

假如两分量相等或无衰减、极化平面的转角φ由 $\varphi = \dfrac{(k^{-} - k^{+})z}{2}$ 计算

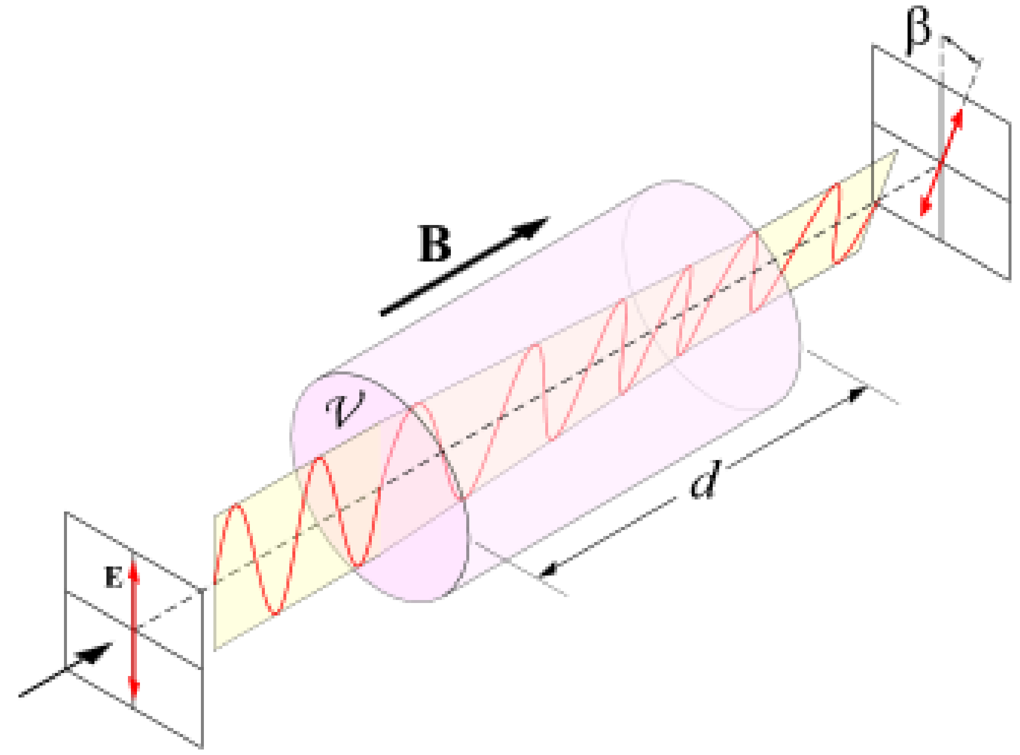
当$\omega >> \omega_g$, $\omega >> \omega_m$, 上式成为$\varphi = \dfrac{\omega_m}{2c} z$ 。

式中，c是铁氧体材料中光速，因此这种情况转角与频率无关 从而把铁氧体可以制成宽带器件。

如果波在反向传播，可得相同转角，这表明铁氧体这种各向异性介质是非互易的，这种非互易性质即法拉第旋转。

法拉第旋转

法拉第效应（又叫法拉第旋转）是一种磁光效应（magneto-optic effect），是在介质内光波与磁场的相互作用。法拉第效应会造成偏振平面的旋转，这旋转与磁场朝着光波传播方向的分量呈线性正比关系。1845年，M. Faraday发现了法拉第效应。



平面波在各向异性铁氧体中传播的非互易性质即法拉第旋转。

穿过电离层的无线电波也会出现法拉第效应。电离层是由等离子体组成，其内含的自由电子在地球磁场作用下也会导致法拉第旋转的产生。

磁化铁氧体中的平面波解——横向传播的波 ($\boldsymbol{h}//\boldsymbol{H}_0$)

对于横向传播的波，当 $\boldsymbol{h}//\boldsymbol{H}_0$ 时，$\boldsymbol{h}$只有h_z分量

$$k = k_0 \qquad k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$$

波数k与铁氧体的各向异性无关，因而铁氧体中的场与各向同性介质中的场是一样的，故这种波一般称为寻常波。

因为h_z是磁场强度$\boldsymbol{h}$的唯一非零分量，故$\boldsymbol{b}_z=\mu_0 h_z$是磁通量密度矢量的唯一非零分量。

从旋度方程 $\nabla\times\boldsymbol{E} = -\mathrm{j}\omega\boldsymbol{B} \;\Rightarrow\; \omega\boldsymbol{b}_0 = \boldsymbol{k}_0\times\boldsymbol{E}_0$

得电场的唯一非零分量 $E_y = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}h_z$

以及 $$\boldsymbol{k} = k_0\boldsymbol{x}_0$$

因此寻常波是线极化TEM$_x$波，如同在μ_0和ε的各向同性介质中传播一样。

磁化铁氧体中的平面波解——横向传播的波 ($\boldsymbol{h}\perp\boldsymbol{H}_0$)

对于铁氧体中传播的非寻常波 $$k = k_0\left(\frac{\mu_{11}^2-\mu_{12}^2}{\mu_{11}}\right)^{1/2} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} k^2-k^2\sin^2\theta-k_0^2\mu_{11} & \mathrm{j}k_0^2\mu_{12} & -k^2\sin\theta\cos\theta \\ -\mathrm{j}k_0^2\mu_{12} & k^2-k_0^2\mu_{11} & 0 \\ -k^2\sin\theta\cos\theta & 0 & k^2-k^2\cos^2\theta-k_0^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix}=0 \quad (3)$$

由式（3）和式（7）可以分别求得电场和磁场如下

$$\begin{cases} h_z=0 \\ \dfrac{h_y}{h_x}=-\mathrm{j}\dfrac{\mu_{11}}{\mu_{12}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_x=b_z=0 \\ b_y=\left(\dfrac{\mu_0 k^2}{k_0^2}\right)h_y=\mu_0\mu_\mathrm{e}h_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_x=E_y=D_x=D_y=0 \\ E_z=-\sqrt{\dfrac{\mu_0\mu_\mathrm{e}}{\varepsilon_0}}h_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{k}=k\boldsymbol{x}_0 \\ \mu_\mathrm{e}=\dfrac{\mu_{11}^2-\mu_{12}^2}{\mu_{11}}=\dfrac{f^2-(f_\mathrm{g}+f_\mathrm{m})^2}{f^2-f_\mathrm{g}^2-f_\mathrm{g}f_\mathrm{m}} \end{cases}$$

$$k=k_0\sqrt{\mu_e}$$

磁化铁氧体中的平面波解——横向传播的波 ($\boldsymbol{h}\perp\boldsymbol{H}_0$)

$$\begin{cases} h_z = 0 \\ \dfrac{h_y}{h_x} = -\mathrm{j}\dfrac{\mu_{11}}{\mu_{12}} \end{cases} \qquad \begin{cases} b_x = b_z = 0 \\ b_y = \left(\dfrac{\mu_0 k^2}{k_0^2}\right) h_y = \mu_0 \mu_\mathrm{e} h_y \end{cases}$$

$$E_x = E_y = D_x = D_y = 0 \qquad E_z = -\sqrt{\frac{\mu_0 \mu_\mathrm{e}}{\varepsilon_0}} h_y$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{k} = k\boldsymbol{x}_0 \qquad k = k_0\sqrt{\mu_\mathrm{e}} \\ \mu_\mathrm{e} = \dfrac{\mu_{11}^2 - \mu_{12}^2}{\mu_{11}} = \dfrac{f^2 - (f_\mathrm{g} + f_\mathrm{m})^2}{f^2 - f_\mathrm{g}^2 - f_\mathrm{g} f_\mathrm{m}} \end{cases}$$

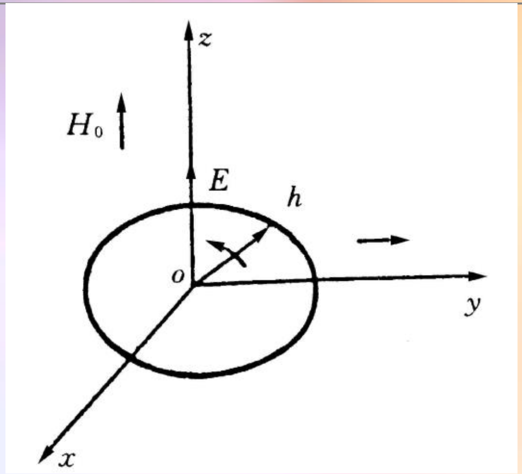
可见非寻常波是TE_x波

h在x-y平面内是椭圆极化的

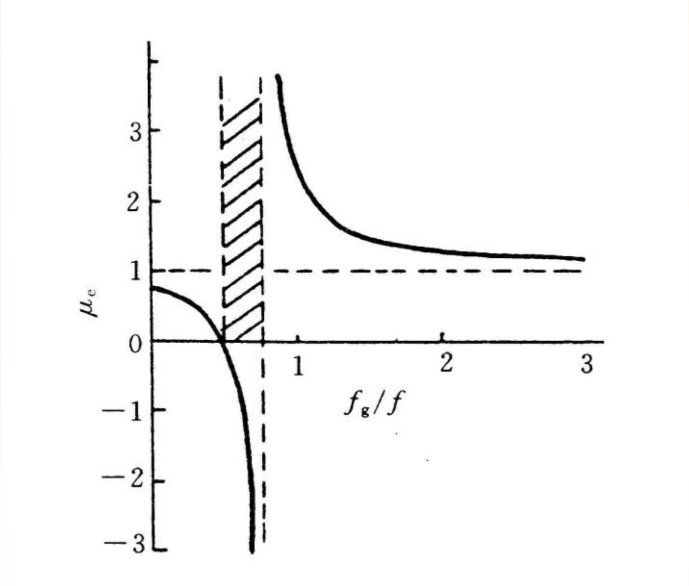
$$h_y / h_x = -\mathrm{j}(\mu_{11} / \mu_{12})$$

由μ_e的表达式可见，当$f_\mathrm{g}/f=1-f_\mathrm{m}/f_\mathrm{g}$，$\mu_\mathrm{e}=0$；

当 $f_\mathrm{g} / f = -f_\mathrm{m} / 2f + \sqrt{(f_\mathrm{m} / 2f)^2 + 1}$ 时，可出现极点。



非寻常波的椭圆极化



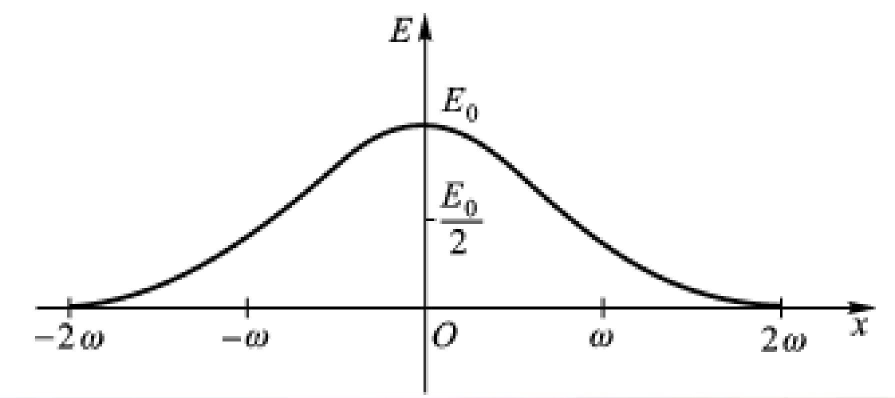
9.4GHz非寻常平面波在YIG铁氧体中垂直于直流磁场传播时μ_e与f_g/f的关系

高斯光束

均匀平面波有以下两个特点，
其一，波的幅度在整个空间是常数；
其二，等相位面是平行平面。

对于更复杂的波，波的幅度不再均匀，波前不再是平面。

激光束就属于这种波，其幅度在中心轴线上最强，离开轴线愈远光场愈弱。场按高斯分布的光束称为高斯光束



高斯分布，非均匀波电场按 e^{-x^2/w^2} 变化

$$\boldsymbol{E}(x,\ z=0)=\boldsymbol{y}_0 E_0 \mathrm{e}^{-x^2/w^2}$$

高斯光束传播的分析方法：

将高斯光束展开为无限多平面波叠加，研究每个平面波的传播，再把这些平面波加起来。

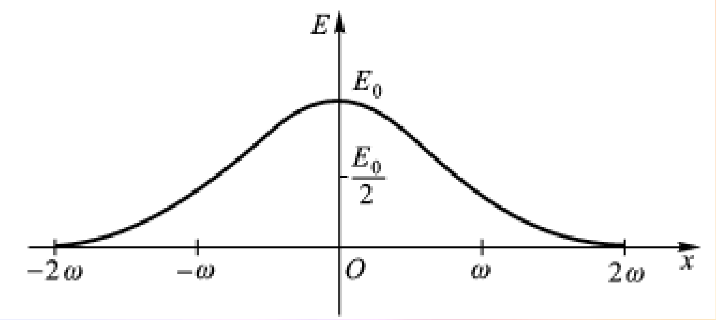
高斯光束展开为平面波的叠加

z=0的平面高斯光束 $\boldsymbol{E}(x,z=0)=\boldsymbol{y}_0 E_0 \mathrm{e}^{-x^2/w^2}$

设y方向极化的平面波表示为 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{y}_0 A\mathrm{e}^{-j(k_x x+k_z z)}$

式中 $k_x{}^2+k_z{}^2=k^2,\qquad \boldsymbol{k}=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$

将z=0平面光场用平面波e^{-jkx}展开



高斯分布，非均匀波电场按 e^{-x^2/w^2} 变化

$$\boldsymbol{E}(x,z=0)=\boldsymbol{y}_0\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}k_x A(k_x)\mathrm{e}^{-jk_x x}$$

量$A(k_x)$可解释为x方向波数为k_x的平面波分量的幅值，根据傅里叶变换理论

$$A(k_x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x E\left(x,z=0\right)\mathrm{e}^{jk_x x}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x E_0\mathrm{e}^{-x^2/w^2}\mathrm{e}^{jk_x x}$$

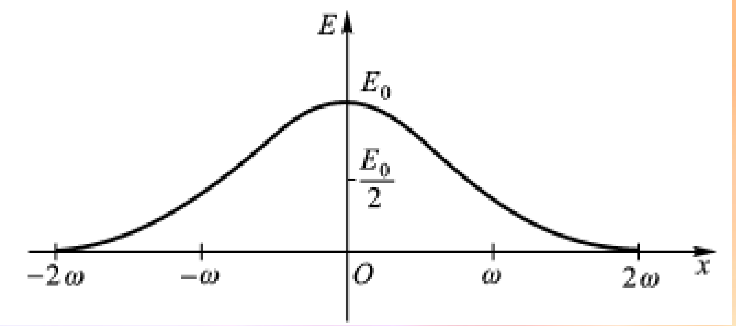
右边积分可得解析结果 $A(k_x)=\dfrac{E_0 w}{2\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{w^2k_x^2}{4}}$

诸多平面波沿z轴的传播，只要乘上$\mathrm{e}^{-jk_z z}$ 即可

$$\boldsymbol{E}(x,z)=\boldsymbol{y}_0\frac{E_0 w}{2\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}k_x\mathrm{e}^{\frac{-w^2k_x^2}{4}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(k_x x+k_z z)}$$

高斯光束展开为平面波的叠加

$$\boldsymbol{E}(x,z)=\boldsymbol{y}_0\frac{E_0 w}{2\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}k_x \mathrm{e}^{\frac{-w^2k_x^2}{4}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(k_x x+k_z z)}$$



高斯分布，非均匀波电场按 e^{-x^2/w^2} 变化

式中，$k_z=\sqrt{k^2-k_x^2}$ 当 $k_x>k$， $k_z=-\mathrm{j}\sqrt{k_x^2-k^2}$ 是虚数，所以上述解当$z\to\infty$仍有界

进行变量替换，使$k_x=ku$，以及$\mathrm{d}k_x=k\mathrm{d}u$

$$\boldsymbol{E}(x,\ z)=\boldsymbol{y}_0\frac{E_0 kw}{2\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}u\ \mathrm{e}^{\frac{-k^2w^2u^2}{4}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(kux+k\sqrt{1-u^2}z)}$$

对于大多数激光束，$kw>>1$条件都满足，除非u比1小得多，上式第一个指数项可忽略。当$u<<1$时第二项中 $\sqrt{1-u^2}\approx 1-\frac{u^2}{2}$ 其最终解为

$$\boldsymbol{E}(x,z)=\boldsymbol{y}_0\frac{E_0 kw}{2P}\mathrm{e}^{q^2/4P^2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}=\boldsymbol{y}_0 E_0\frac{1}{\sqrt{1-\mathrm{j}\frac{z}{z_\mathrm{f}}}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}e^{\left[\frac{-x^2}{w^2(1+\frac{z^2}{z_\mathrm{f}^2}]}(1+\mathrm{j}\frac{z}{z_\mathrm{f}})\right]}$$

第13讲复习

复习要点

- 铁氧体未经磁化是各向同性的。当一恒定磁场$\boldsymbol{H}_0$加在铁氧体上时，它变成一块各向异性介质。如果ω=0，铁氧体成为一种磁性单轴晶体。磁导率μ_{11}、μ_{12}都是外加直流磁场$\boldsymbol{H}_0$、饱和磁化强度$\boldsymbol{M}_0$和外加频率ω的函数。因此可以用改变$\boldsymbol{H}_0$的办法改变μ_{11}和μ_{12}。
- 铁氧体中传播的波可以分为纵向传播的波与横向传播的波。纵向传播的波是圆极化波。左旋波和右旋波相速不等。右旋波有共振特性，有通带止带纵向传播的波是非互易的，存在法拉第旋转效应。横向传播的波分为寻常波与非寻常波。寻常波就是普通的TEM波，非寻常波是椭圆极化波。其极化特性相互垂直。
- 高斯光束是分析实际激光束的一个十分迫近的模型，可将它展开为无限多平面波的叠加。高斯光束沿z轴传播一段距离后，其宽度与z轴近似线性关系，等相位面成为一柱面。这称为高斯光束衍射。