电磁场与电磁波

第8讲

描述传输线状态的特征量及其与负载的关系

传输功率与效率

第7讲复习

复习要点

- 将传输线分成N段后，只要每一段长度$\Delta l << \lambda$，基尔霍夫定律仍适用。
- 传输线方程及其解：传输线的特征参数为传播常数k与特征阻抗Z_c（或特征导纳$Y_c = 1/Z_c$）。k的实部k_r表示波的传播，虚部k_i表示波的衰减，$\lambda = \dfrac{2\pi}{k_r}$，$v = \dfrac{\omega}{k_r} = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$，传输线上电压、电流与位置$z$有关，可分解为入射波与反射波之和。电压入射波与电流入射波之比为特征阻抗Z_c，电压反射波与电流反射波相位相差180°。

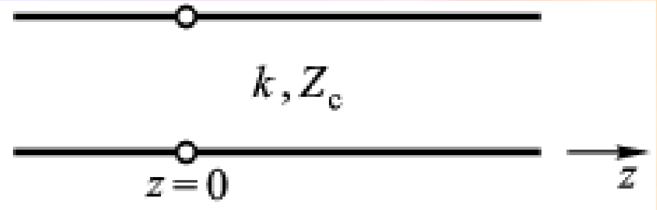
复习范围

2.1

帮助理解的多媒体演示：MMS 9

无耗传输线方程的解

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}z} &= -\mathrm{j}\omega L'I \\ \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}z} &= -\mathrm{j}\omega C'U\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2U}{\mathrm{d}z^2} = -\omega^2 L'C'U$$



定义 $k = \omega\sqrt{L'C'}$

上式成为 $$\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2} + k^2\right)U = 0$$

其解为

$$U = U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} + U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}$$

$$I = \frac{1}{Z_{\mathrm{c}}}\left(U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} - U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}\right)$$

$$Z_{\mathrm{c}} = \frac{1}{Y_{\mathrm{c}}} = \frac{k}{\omega C'} = \frac{\omega L'}{k} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

***U*、*I* 都是复数，计及时间变量后并将取实部运算的Re省略后，可得**

$$u(z,t) = \left[U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kz)} + U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t + kz)}\right] \quad i(z,t) = \frac{1}{Z_{\mathrm{c}}}\left[U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kz)} - U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t + kz)}\right]$$

有耗传输线方程的解

对于有损耗的情况，如果传播常数k与特征阻抗Z_c（或导纳Y_c）的定义为

$$\mathrm{j}k=\sqrt{(R'+\mathrm{j}\omega L')(G'+\mathrm{j}\omega C')} \qquad Z_c=\frac{1}{Y_c}=\sqrt{\frac{R'+\mathrm{j}\omega L'}{G'+\mathrm{j}\omega C'}}$$

那么传输线方程

$$\frac{\mathrm{d}U(z)}{\mathrm{d}z}=-(R'+\mathrm{j}\omega L')I(z) \qquad \frac{\mathrm{d}I(z)}{\mathrm{d}z}=-(G'+\mathrm{j}\omega C')U(z)$$

成为

$$\frac{\mathrm{d}U(z)}{\mathrm{d}z}=-\mathrm{j}kZ_c I(z) \qquad \frac{\mathrm{d}I(z)}{\mathrm{d}z}=-\mathrm{j}kY_c U(z)$$

传输线上电压、电流的解仍取

$$U=U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}+U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}$$

$$I=\frac{1}{Z_c}\left(U\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}-U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}\right)$$

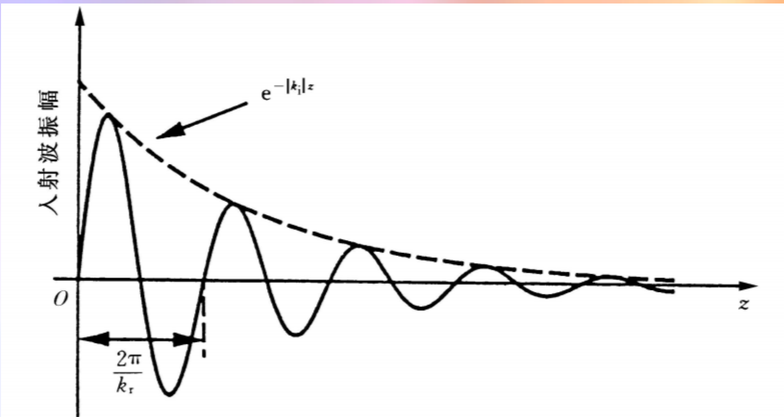
但记住此时k、Z_c均为复数。

有耗传输线方程的解

如将k记为 $k = k_{\mathrm{r}} - \mathrm{j}k_{\mathrm{i}}$

则式

$$\begin{cases} U = U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} + U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} \\ I = \dfrac{1}{Z_{\mathrm{c}}}\left(U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} - U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}\right) \end{cases}$$



传输线上衰减波

可改写为

$$\begin{cases} U = U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-k_i z}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_r z} + U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{k_i z}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_r z} \\ I = \dfrac{1}{Z_{\mathrm{c}}}\left[U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-k_i z}e^{-\mathrm{j}k_r z} - U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{k_i z}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_r z}\right] \end{cases}$$

所以如果传播常数的虚部$k_i>0$，损耗将使正方向传播的入射波振幅随z的增加而衰减,所以k_i称为波的衰减因子或衰减常数，k_r称为相位常数,表示波的传播。

由上二式可见，传输线上电压、电流的传播可用两个特征参数，即传播常数k与特征阻抗Z_{c}（或特征导纳Y_{c}）唯一地确定。

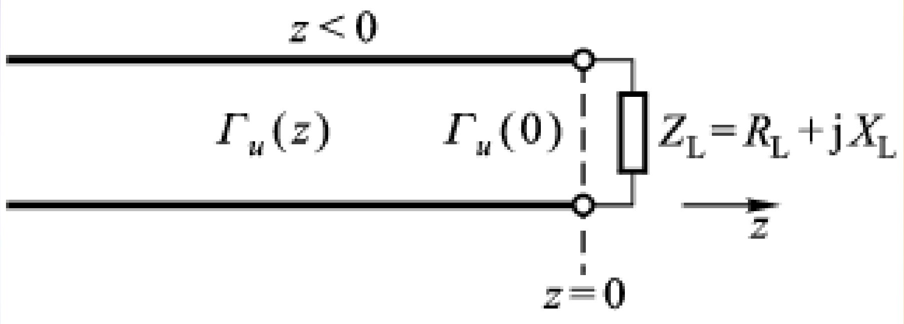
传输线的特性参数

1. 传输线的电压*U*和电流*I*的传播可以用传输线的等效电阻*R*‘、等效电导*G’*、等效电感*L*‘、等效电容*C’*、来表示，也可用传播常数和特性阻抗来表示。
2. 传播常数为：
$$k=\omega\sqrt{L'C'}=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$
3. 相速为介质中的光速：
$$v_p=\frac{\omega}{k}=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$
4. 平行双导线的特性阻抗为：
$$Z_c=\sqrt{\frac{L'}{C'}}=\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\ln\left[(d/2a)+\sqrt{(d/2a)^2-1}\right]$$
5. 同轴线的特征阻抗则为
$$Z_c=\sqrt{\frac{L'}{C'}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\ln(\frac{b}{a})$$

6 平行平板波导的特征阻抗为
$$Z_c=\sqrt{\frac{L'}{C'}}=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{h}{w}$$

传输线状态的表示

1.用电压U、电流I 表示（可以得到任意位置的电压和电流和Z=0处电压和电流的关系式）

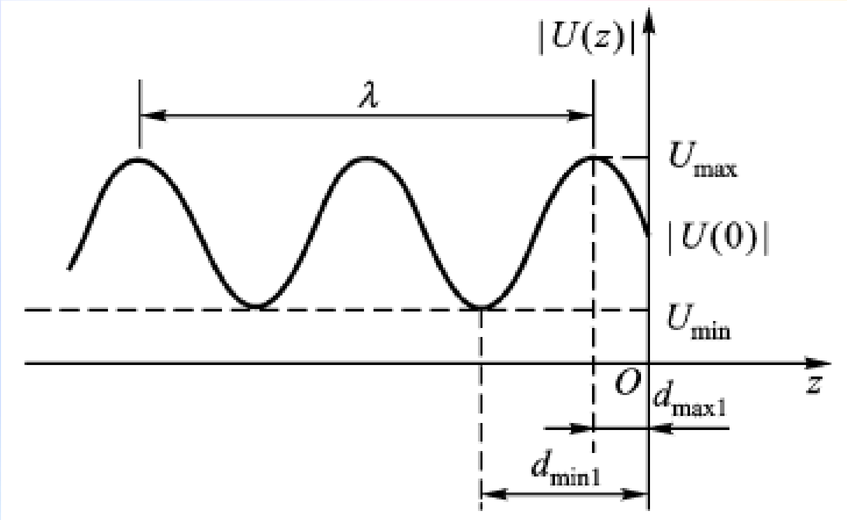


$$\begin{cases} U(z) = U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} + U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} \\ I(z) = \dfrac{1}{Z_{\mathrm{c}}}\left(U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} - U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}\right) \end{cases}$$

2.也可用入射波、反射波表示

$$U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} = \frac{1}{2}\left[U(z) + Z_{\mathrm{c}}I(z)\right]$$

$$U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} = \frac{1}{2}\left[U(z) - Z_{\mathrm{c}}I(z)\right]$$



3.或用反射系数表示

$$\Gamma_u(z) = \frac{U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}}{U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}}$$

4.或用阻抗（或导纳）表示

$$Z(z) = \frac{1}{Y(z)} = \frac{U(z)}{I(z)}$$

用反射系数表示传输线状态

$$\Gamma_u(z)=\frac{U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}}{U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}}$$

入射波 $U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}$ 一般是已知量

$$U^{\mathrm{r}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz}=\Gamma_u(z)U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}$$

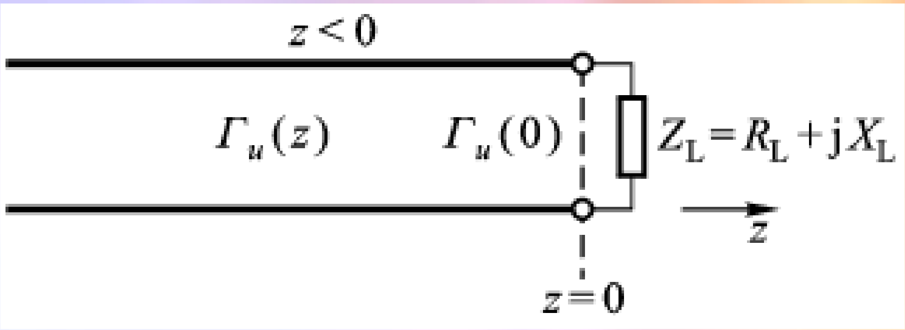
$$U(z)=[1+\Gamma_u(z)]U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}$$

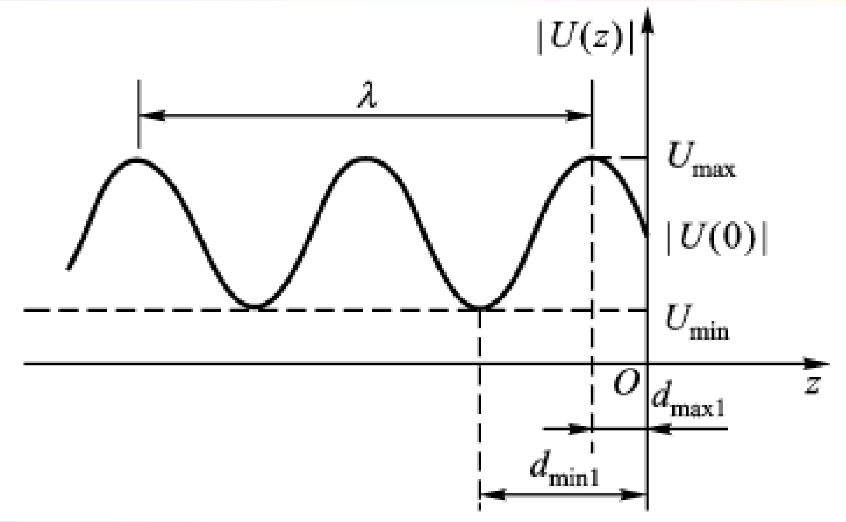
$$I(z)=[1-\Gamma_u(z)]\frac{U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}}{Z_{\mathrm{c}}}$$

$$Z(z)=\frac{1}{Y(z)}=\frac{U(z)}{I(z)}=Z_{\mathrm{c}}\frac{(1+\Gamma_u(Z))}{(1-\Gamma_u(Z))}$$

或者 $\Gamma_u(z)=\dfrac{Z(z)-Z_{\mathrm{c}}}{Z(z)+Z_{\mathrm{c}}}$

所以由反射系数 $\Gamma_u(z)$ 即可决定其他表示传输线状态的量。





用阻抗表示传输线状态

$$Z(z)=\frac{V(z)}{I(z)}=Z_c\frac{1+\Gamma_v(z)}{1-\Gamma_v(z)}$$

$$Z(z)=Z_c\frac{Z(0)-jZ_c tgkz}{Z_c-jZ(0)tgkz}$$

$$Z(z_2)=Z_c\frac{Z(z_1)-jZ_c tgk(z_2-z_1)}{Z_c-jZ(z_1)tgk(z_2-z_1)}$$

始端输入阻抗与终端负载阻抗关系为

$$Z_{in}=Z_c\frac{Z_L+jZ_c tgkl}{Z_c+jZ_L tgkl}$$

注：用导纳也可以写出类似的公式。

在电波传播研究领域,用反射系数和表面阻抗也是等价的。

注：**讲书上的一道例题**

传输线的状态一般由负载Z_L决定

传输线状态取决于

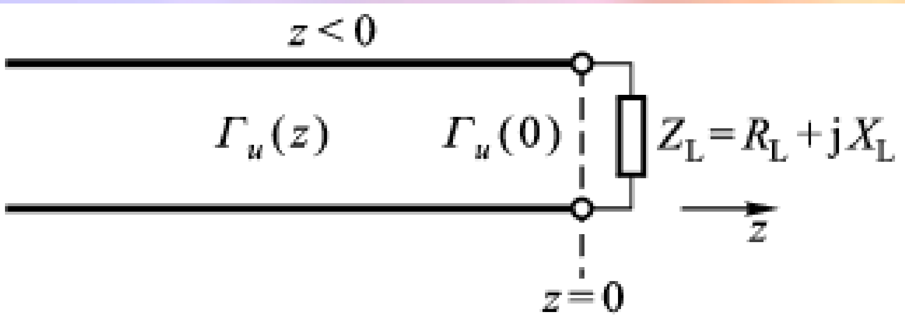
（1）始端激励 (U^{i}, ω)

（2）传输线特征参数 （k，Z_c）

（3）终端负载 $Z_L = R_L + jX_L$

对于给定激励、给定的传输线，

其状态主要由终端负载决定。

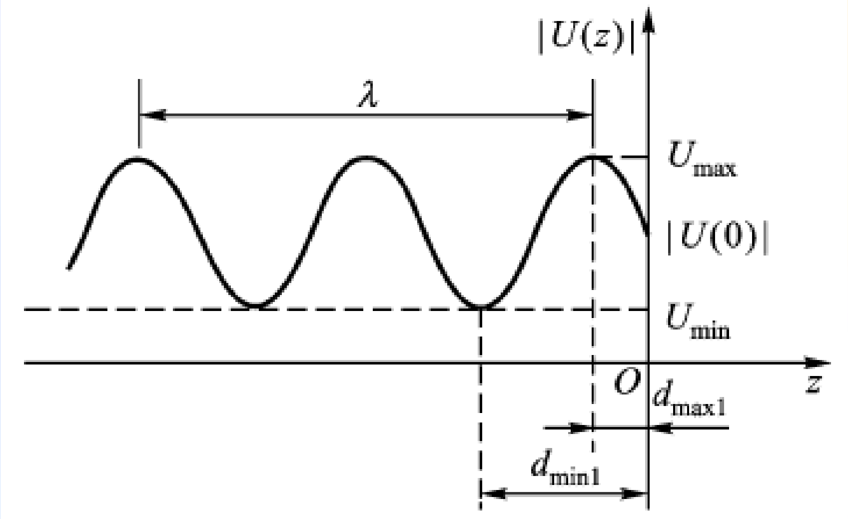


因为 $\Gamma_u(z) = \dfrac{Z(z) - Z_c}{Z(z) + Z_c}$

所以 $\Gamma_u(0) = \dfrac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} = |\Gamma_u(0)|\,e^{j\psi(0)}$

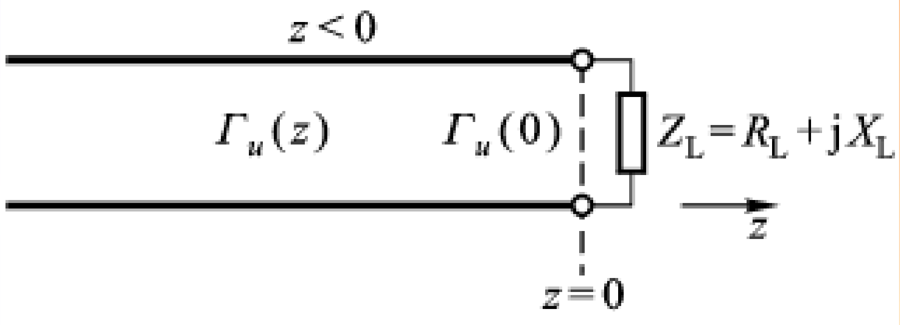
$$|\Gamma_u(0)| = \left|\frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c}\right| = \sqrt{\frac{(R_L - Z_c)^2 + X_L^2}{(R_L + Z_c)^2 + X_L^2}} < 1$$

$$\psi(0) = \arctan\frac{2X_L Z_c}{R_L^2 + X_L^2 - Z_c^2}$$



传输线的状态与负载Z_L的关系

$$\Gamma_u(0)=\frac{Z_L-Z_c}{Z_L+Z_c}=|\Gamma_u(0)|e^{j\psi(0)}$$

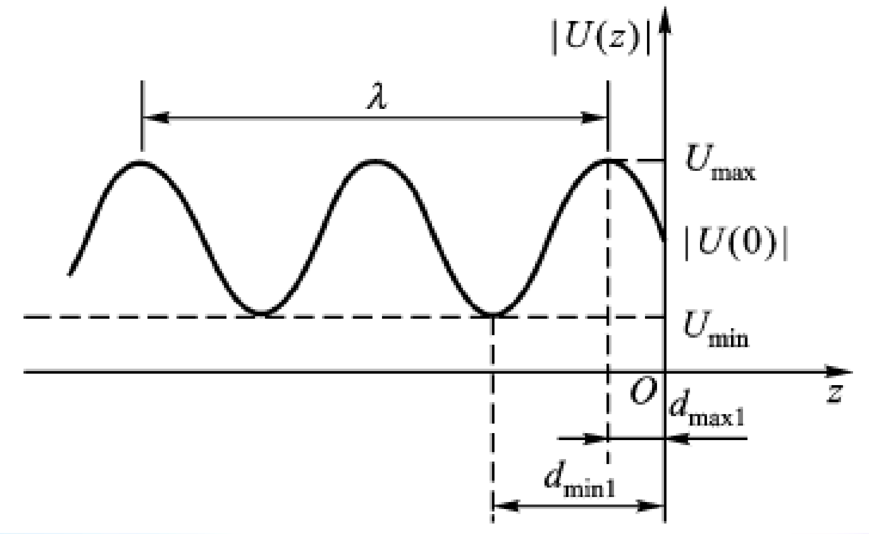


根据反射系数Γ_u的定义

$$\Gamma_u(z)=\frac{U^r e^{jkz}}{U^i e^{-jkz}}=\frac{U^r}{U^i}e^{j2kz}=\Gamma_u(0)e^{j2kz}$$

此即反射系数沿传输线变换的关系

因此，一旦由终端负载 Z_L 决定终端反射系数 $\Gamma_u(0)$后，即可由上式决定 $\Gamma_u(z)$ ，利用 $\Gamma_u(z)$ 与其他表示传输线状态的量的变换关系，即可得到表示传输线状态的量与负载 Z_L 的关系。



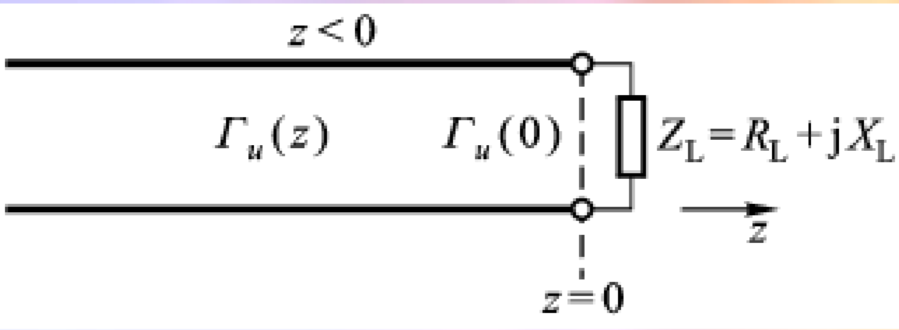
如输入阻抗 Z_{in}与负载阻抗 Z_L关系

$$Z_{in}=Z_c\frac{Z_L+jZ_c\tan kl}{Z_c+jZ_L\tan kl}$$

由终端负载Z_L求传输线状态

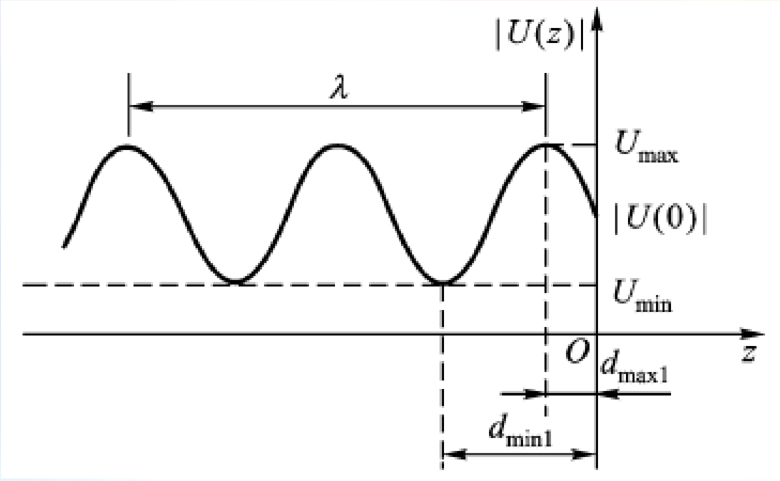
$$Z_L \Rightarrow \Gamma_u(0)=\frac{Z_L-Z_c}{Z_L+Z_c}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} U(0)=U^{i}(1+\Gamma_u(0)) \\ I(0)=U^{i}(1-\Gamma_u(0))/Z_c \end{cases}$$



$$\Gamma_u(0)\Rightarrow\Gamma_u(z)=\Gamma_u(0)e^{j2kz}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} U(z)=U^{i}e^{-jkz}(1+\Gamma_u(z)) \\ I(z)=U^{i}e^{-jkz}(1-\Gamma_u(z))/Z_c \\ Z_{in}(z)=Z_c\left[1+\Gamma_u(z)\right]/\left[1-\Gamma_u(z)\right] \end{cases}$$



当（$z_2=-l$）并可进一步得到

$$U(z=-l)=U(0)\cos kl+jZ_cI(0)\sin kl$$

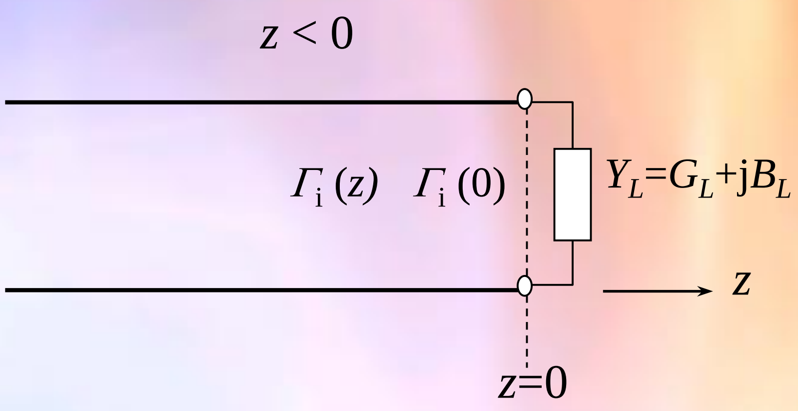
$$I(z=-l)=jY_cU(0)\sin kl+I(0)\cos kl$$

$$Z_{in}(z=-l)=Z_c\frac{Z_L+jZ_c\tan kl}{Z_c+jZ_L\tan kl}$$

电流反射系数与导纳

当负载用导纳表示时，不难得到

$$\Gamma_{\mathrm{i}}(z)=\frac{Y(z)-Y_{\mathrm{c}}}{Y(z)+Y_{\mathrm{c}}}=\frac{\dfrac{1}{Z(z)}-\dfrac{1}{Z_{\mathrm{c}}}}{\dfrac{1}{Z(z)}+\dfrac{1}{Z_{\mathrm{c}}}}=\frac{Z_{\mathrm{c}}-Z_{\mathrm{L}}}{Z_{\mathrm{c}}+Z_{\mathrm{L}}}=-\Gamma_{u}(z)$$



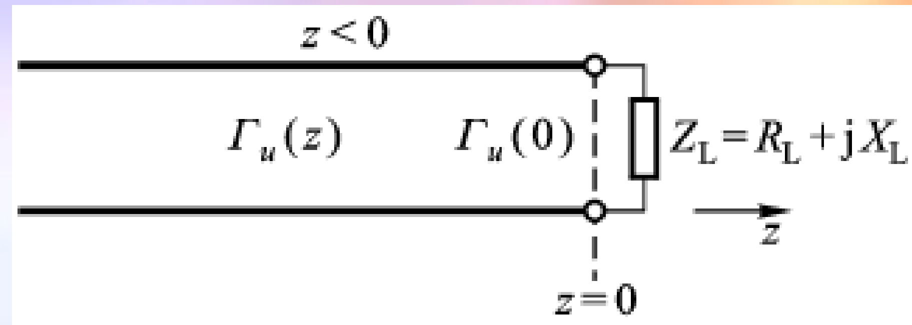
终端接负载Y_{L}的传输线

$$Y(z)=Y_{\mathrm{c}}\frac{1+\Gamma_{\mathrm{i}}(z)}{1-\Gamma_{\mathrm{i}}(z)}$$

$$Y(z=-l)=Y_{\mathrm{c}}\frac{Y_{\mathrm{L}}+\mathrm{j}Y_{\mathrm{c}}\tan kl}{Y_{\mathrm{c}}+\mathrm{j}Y_{\mathrm{L}}\tan kl}$$

反射系数沿传输线变换的图示

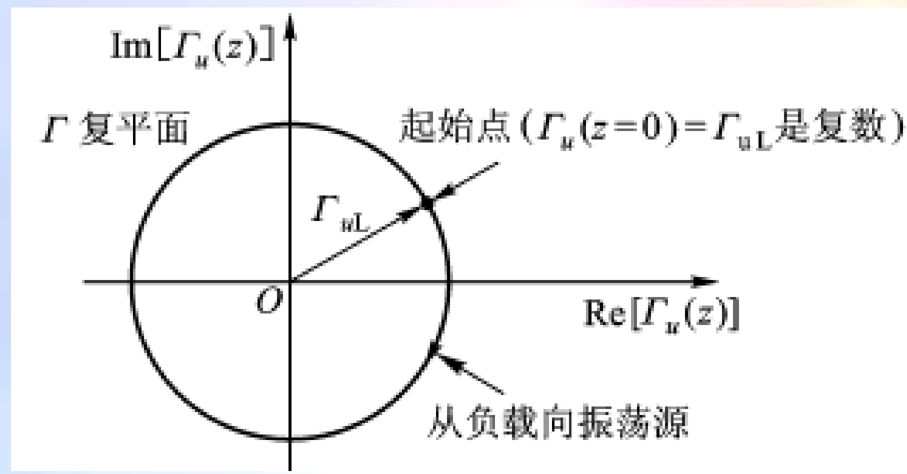
$$\Gamma_u(0)=\frac{Z_L-Z_c}{Z_L+Z_c}=|\Gamma_u(0)|\,e^{j\psi(0)}$$



$$|\Gamma_u(0)|=\left|\frac{Z_L-Z_c}{Z_L+Z_c}\right|=\sqrt{\frac{(R_L-Z_c)^2+X_L^2}{(R_L+Z_c)^2+X_L^2}}<1$$

$$\psi(0)=\arctan\frac{2X_LZ_c}{R_L^2+X_L^2-Z_c^2}$$

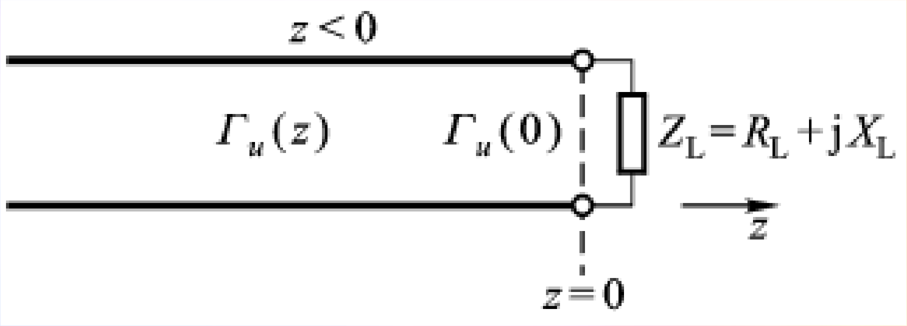
反射系数沿传输线的变换只是相角变化。在Γ复平面上，当阻抗Z_L不变时，传输线上Γ_u轨迹是以原点为圆心、半径为$|\Gamma_u(0)|$的圆，$|\Gamma_u(0)|\le 1$。随l增加，沿顺时针方向转。l增加$\lambda/2$，相位变化重复一次。



$$\Gamma_u(z)=\frac{U^r e^{jkz}}{U^i e^{-jkz}}=\frac{U^r}{U^i}e^{j2kz}=\Gamma_u(0)e^{j2kz}$$

电压、电流沿传输线变换的图示

$z=-l$ 处以入射波电压、电流归一化的电压、电流的模分别为

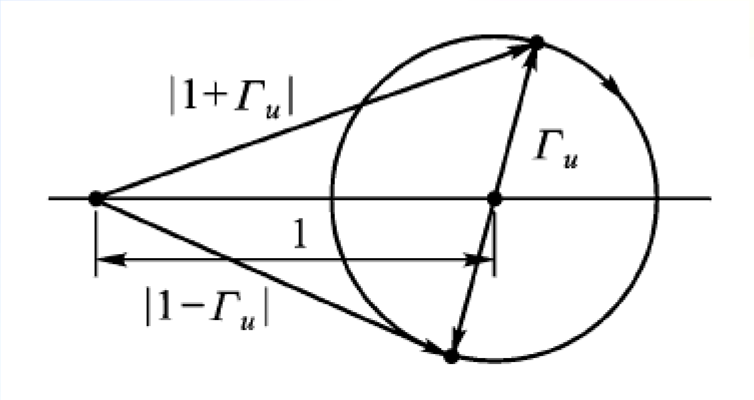


$$\left|\frac{U(z=-l)}{U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kl}}\right|=|1+\Gamma_u(z=-l)|$$

$$\left|\frac{I(z=-l)}{U^{\mathrm{i}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kl}/Z_{\mathrm{c}}}\right|=|1-\Gamma_u(z=-l)|$$

所以 $|1+\Gamma_u|$ 与 $|1-\Gamma_u|$ 沿等 $|\Gamma_u|$

圆旋转就得到归一化电压电流沿传输线的变换



$$\frac{|1+\Gamma_u|}{|1-\Gamma_u|}$$ 沿等$|\Gamma_u|$ 圆旋转就得

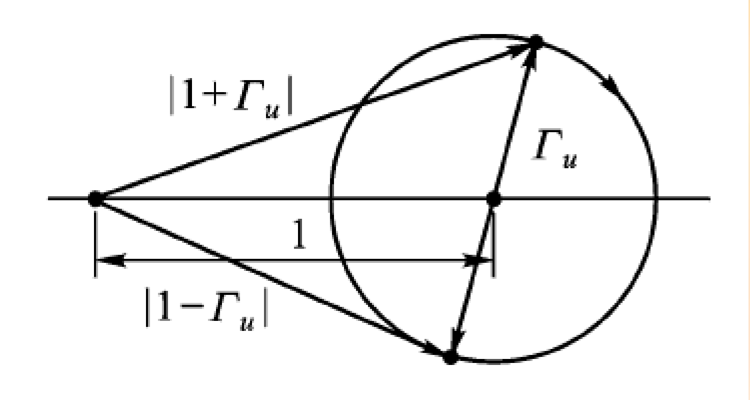
归一化阻抗沿传输线的变换。

传输线状态用驻波系数与驻波最小点位置表示

设$U^{i}=1\text{V}$，则得

$$|U(z=-l)|=|1+\Gamma_u(z=-l)|$$

$$Z_c\,|I(z=-l)|=|1-\Gamma_u(z=-l)|$$



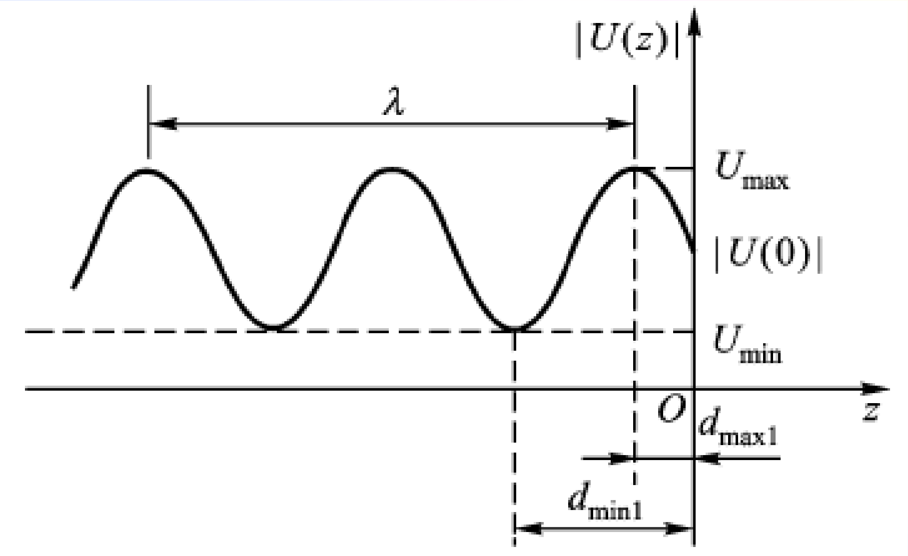
当 $$\psi(0)-2kl=-2n\pi$$

$$U_{max}=1+|\Gamma_u(z=-l)|=1+|\Gamma_u(0)|$$

$$d_{max}=\frac{\psi(0)}{2k}=\frac{\psi(0)\lambda}{4\pi}\sqrt{a^2+b^2}$$

当 $$\psi(0)-2kl=-(2n+1)\pi$$

$$U_{min}=1-|\Gamma_u(z=-l)|=1-|\Gamma_u(0)|$$



第一个驻波最小点位置

$$d_{min1}=\frac{\psi(0)\lambda}{4\pi}+\frac{\lambda}{4}=d_{max}+\frac{\lambda}{4}$$

驻波系数

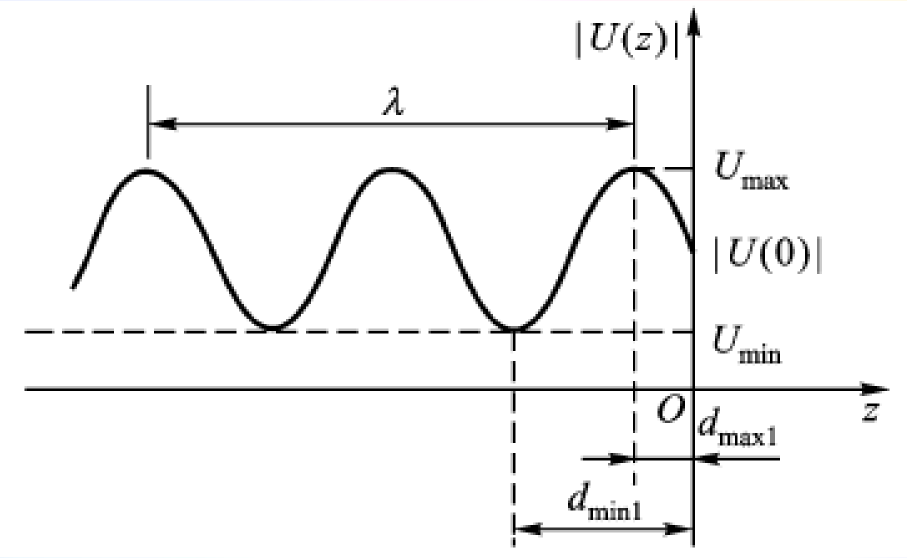
$$\rho=\frac{U_{max}}{U_{min}}=\frac{1+|\Gamma_u|}{1-|\Gamma_u|}\qquad |\Gamma_u|=\frac{\rho-1}{\rho+1}$$

从电压波腹和波节到极值的概念

（1）从右面的图形可以看出电压波存在**波腹（波峰）**和**波节（波谷）；**并呈现一定的**周期性。**

（2）波形存在**极大值和极小值**在数学上对应于电压对距离z的**一阶导数为0 。**

进一步，我们对物理学中的极大值和极小值问题展开一些讨论。



Fermat原理和极值原则

Pierre de **Fermat** (1601-1665)是图卢兹议院最高法院的大法官，科学研究是其业余爱好。其主要贡献在光学方面的杰出贡献，其中最著名的成果为**费马原理**，数学表述为**泛函极值（不等式）**。

在**Fermat** 时代乃至现代，关于宇宙的一切，科学界普遍认为：**最小作用原理**是普遍规律。但**Fermat**研究光线在椭圆柱凹面镜中传播，发现光的传播路径竟然是**极大路径**。**最小作用原理**应修正为**极值作用原理。**

由费马原理引申而来的费马之谜1-7，一直持续推动着物理多个学科的发展。

和古人相比，对知识的掌握现代人未必一定占优。崇古派（大天才总是几十年才出一个）。

开路、短路、匹配情况时的电压、电流分布

负载开路， $Z_L=\infty$, $|\Gamma_u|=1$, $\psi=0$,

$U_{max}=2$

$U_{min}=0$

$d_{min1}=\lambda/4$

负载短路 $Z_L=0$，$|\Gamma_u|=1$，$\psi=180°$，此时

$U_{max}=2$

$U_{min}=0$

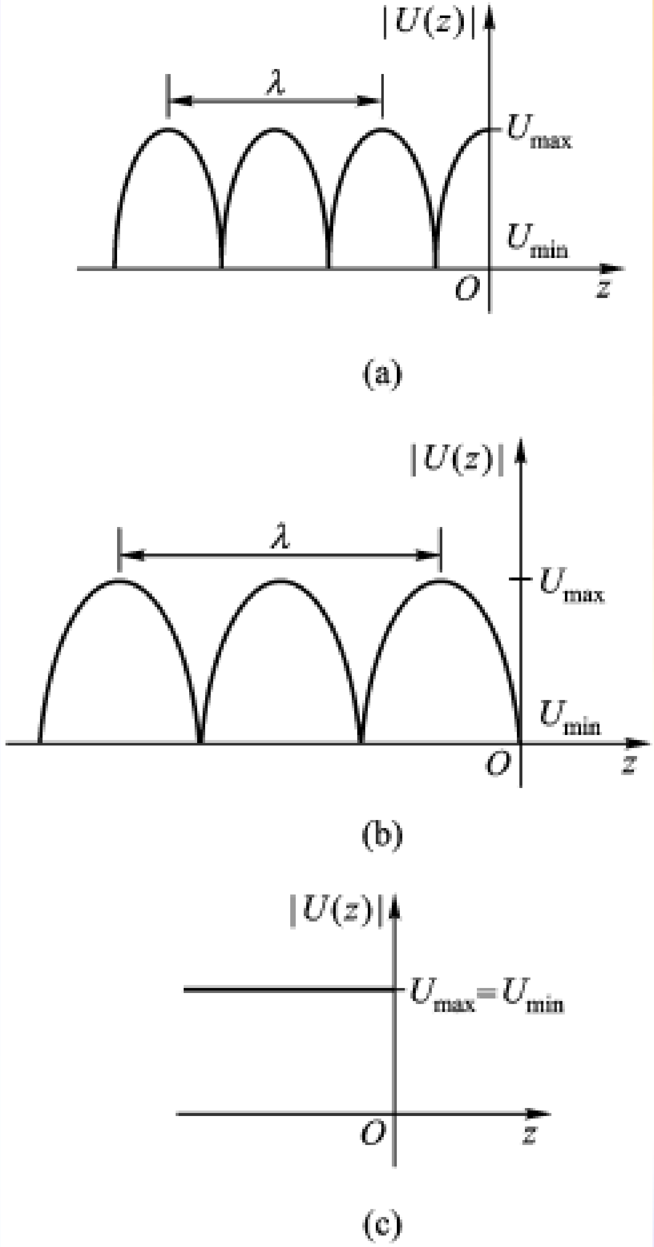
$d_{min1}=0$

负载与传输线匹配，$Z_L=Z_c$，$\Gamma_u=0$，

$U_{max}=1$

$U_{min1}=1$

电压、电流沿传输线没有变化，这种状态称为行波。



终端开路、短路时阻抗(或导纳)沿传输线变换的图示

$$Z_{in}=Z_c\frac{Z_L+jZ_c\tan kl}{Z_c+jZ_L\tan kl}$$

终端开路，即$Z_L=Z(0)=\infty$

$$Z_{in}(z=-l)=\frac{Z_c}{j\tan kl}=-jZ_c\cot kl$$

当$kl<<1$时

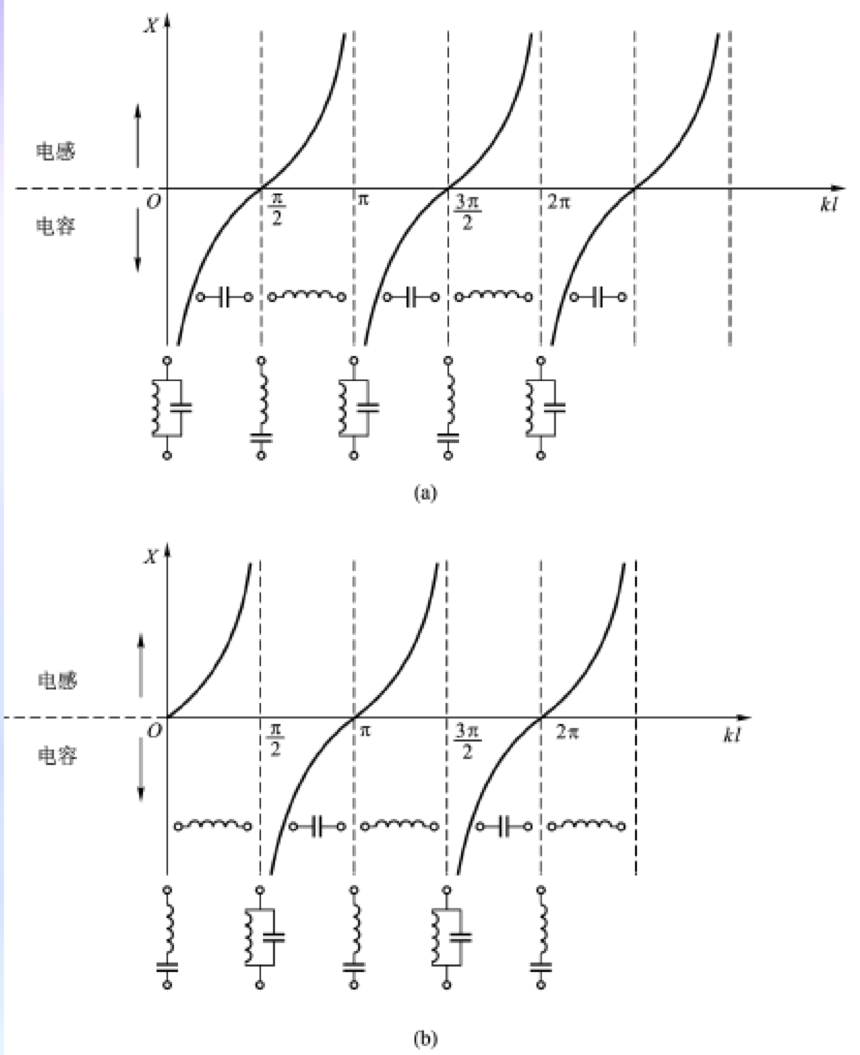
$$Z_{in}(z=-l)\approx\frac{Z_c}{jkL}=\frac{1}{j\omega C}$$

终端短路，即$Z_L=Z(0)=0$

$$Z_{in}(z=-l)=jZ_c\tan kl$$

当$kl<<1$时

$$Z_{in}(z=-l)\approx j\sqrt{\frac{L}{C}}\omega\sqrt{LC}l=j\omega Ll$$



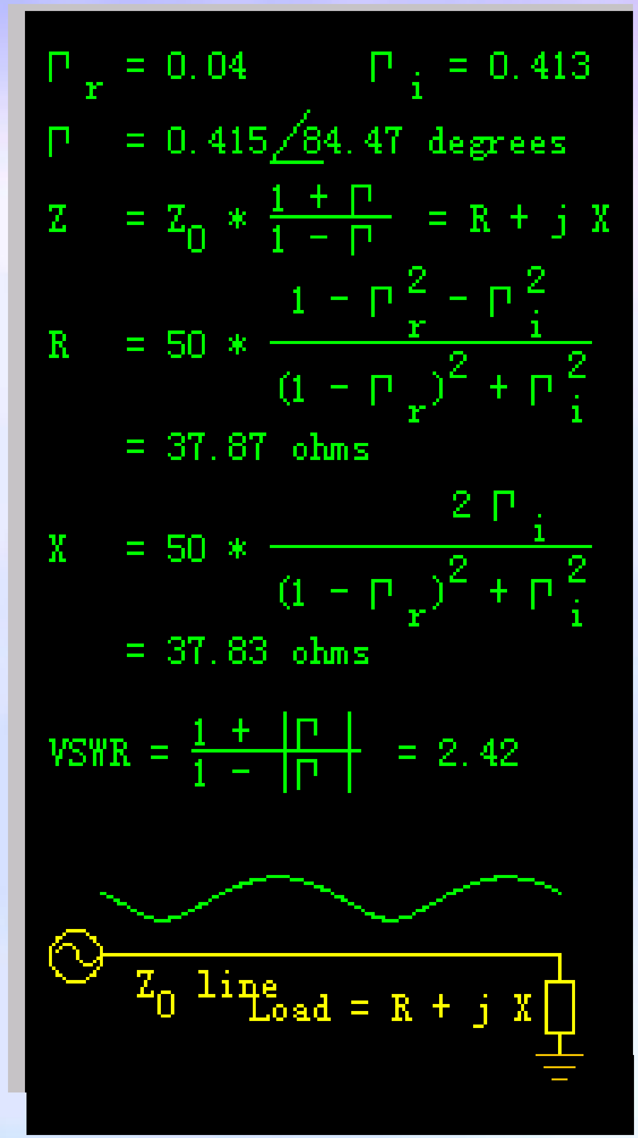
（a）负载开路 （b）负载短路

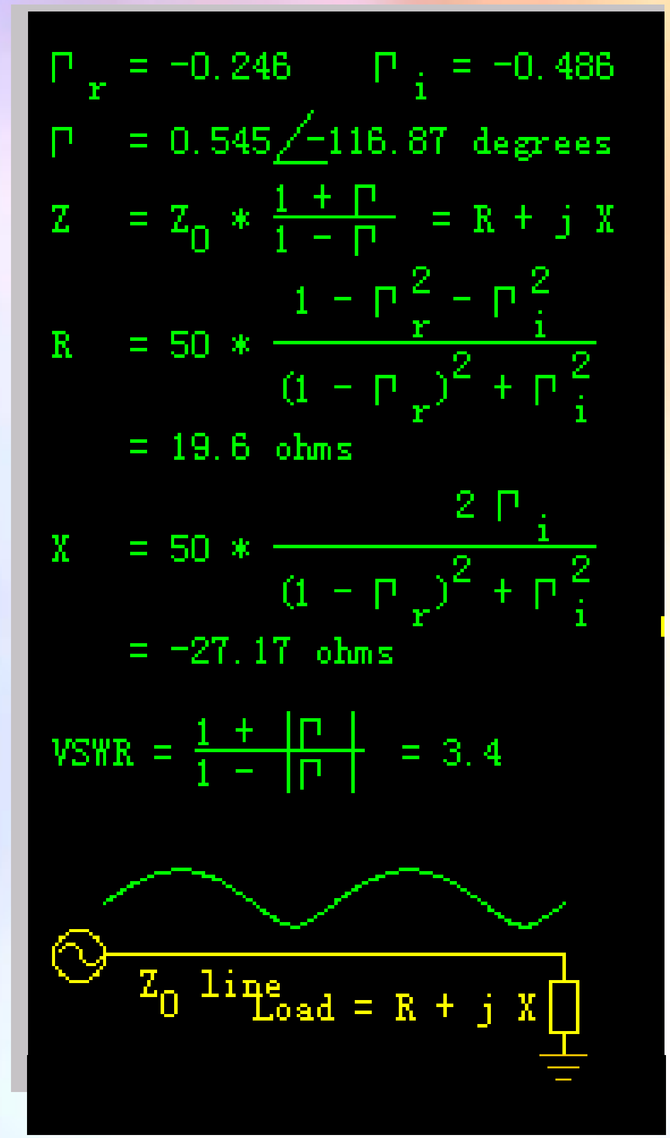
负载对传输线状态的影响

传输线状态当然与传输线特征参数

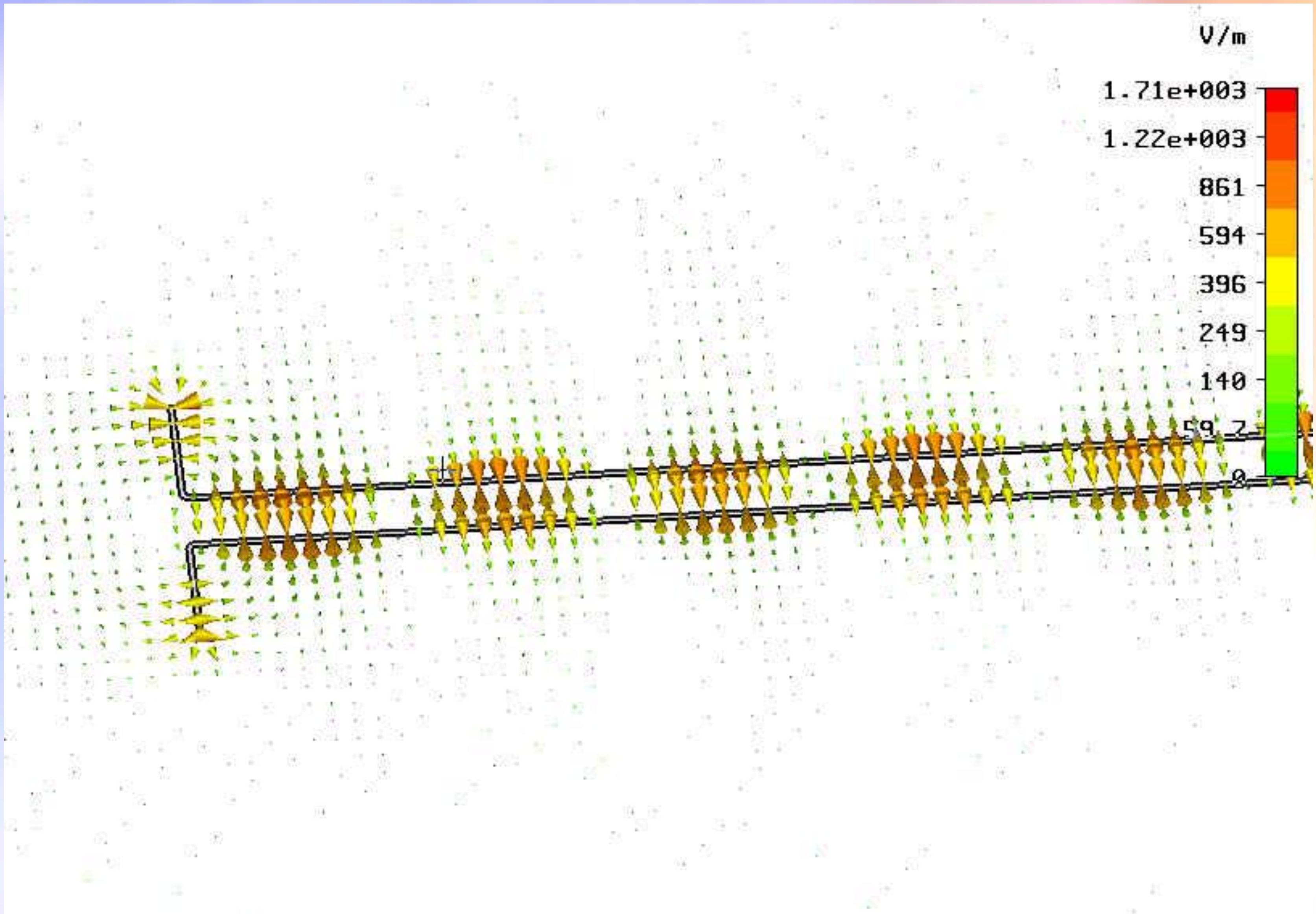
k、$Z_c\left(=\dfrac{1}{Y_c}\right)$有关

当k、$Z_c\left(=\dfrac{1}{Y_c}\right)$一定时，只与负载$Z_L$有关（即只与传输线纵向边界条件有关）。

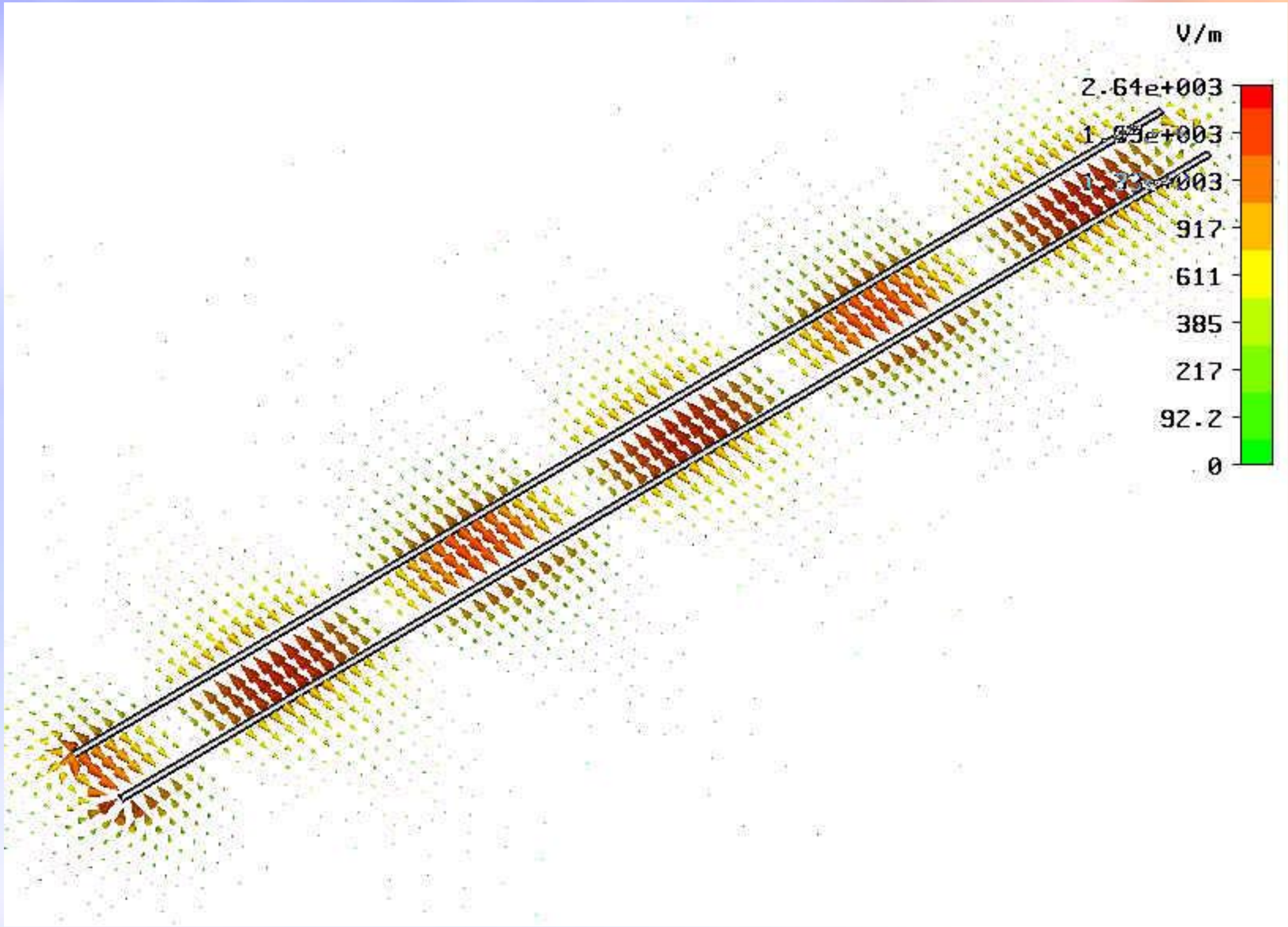




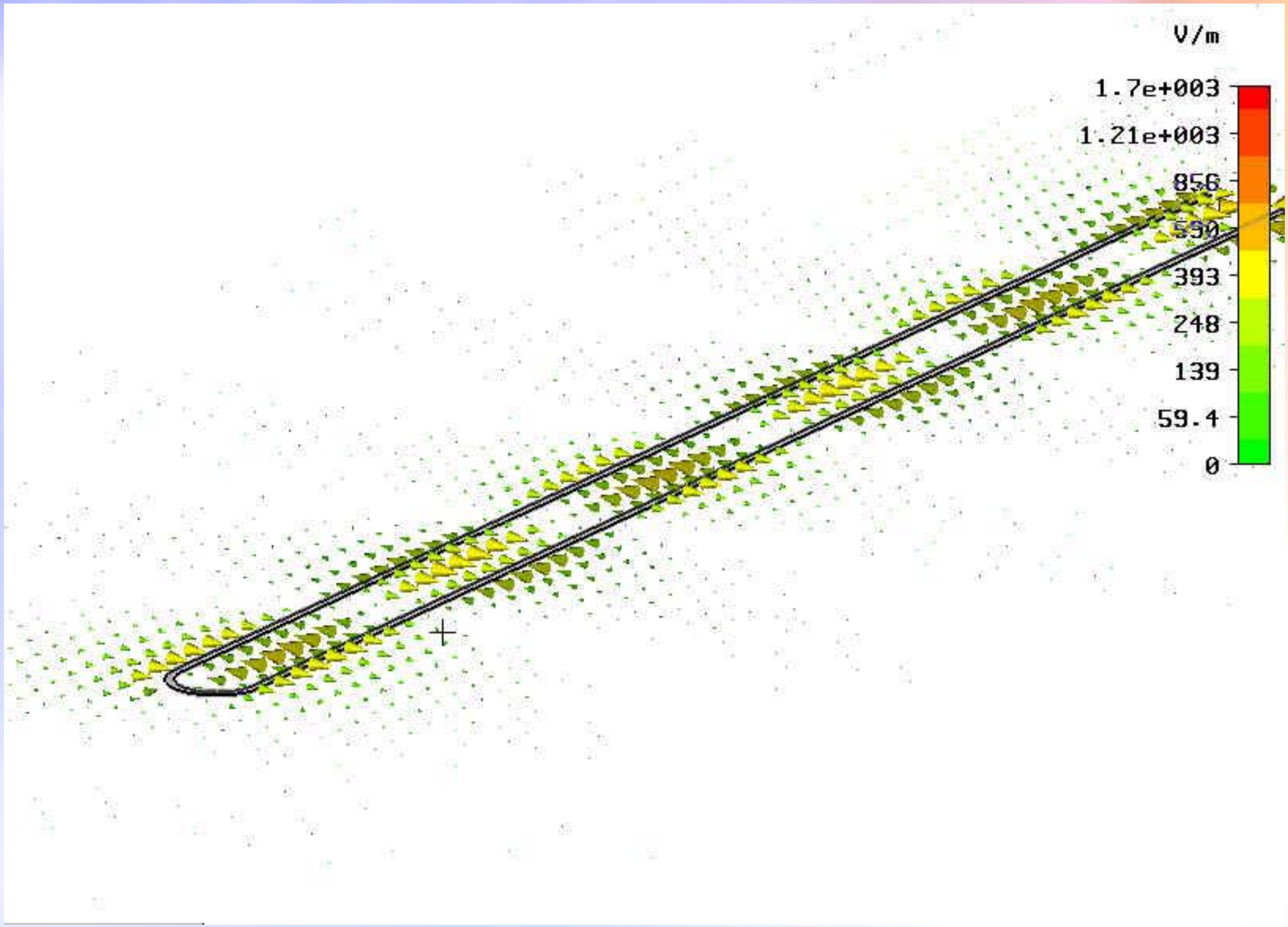
从场的角度描述传输线状态（匹配）



从场的角度描述传输线状态（开路）



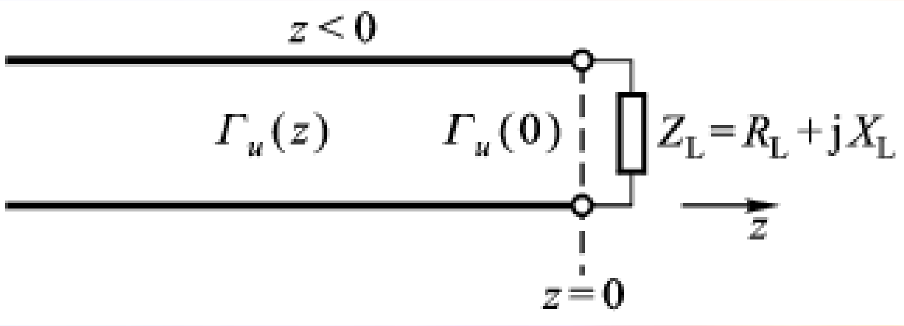
从场的角度描述传输线状态（短路）



传输线上传输的功率

传输线上传输的功率可按下式计算

$$P(z)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[U(z)\cdot I^{*}(z)\right]$$



$U(z)$、$I(z)$由入射波、反射波两项构成

$$P(z)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[U^{\mathrm{i}}(1+\Gamma_u(z))\cdot\frac{U^{\mathrm{i}*}}{Z_{\mathrm{c}}^{*}}(1-\Gamma_u^{*}(z))\right]$$

$$=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{|U^{\mathrm{i}}|^2}{Z_{\mathrm{c}}^{*}}-\frac{|U^{\mathrm{i}}|^2}{Z_{\mathrm{c}}^{*}}|\Gamma_u(z)|^2+\frac{|U^{\mathrm{i}}|^2}{Z_{\mathrm{c}}^{*}}\left(\Gamma_u(z)-\Gamma_u^{*}(z)\right)\right]$$

对于无损耗传输线，Z_c是实数，则上式第三项等于零。$|\Gamma_u|$为常数

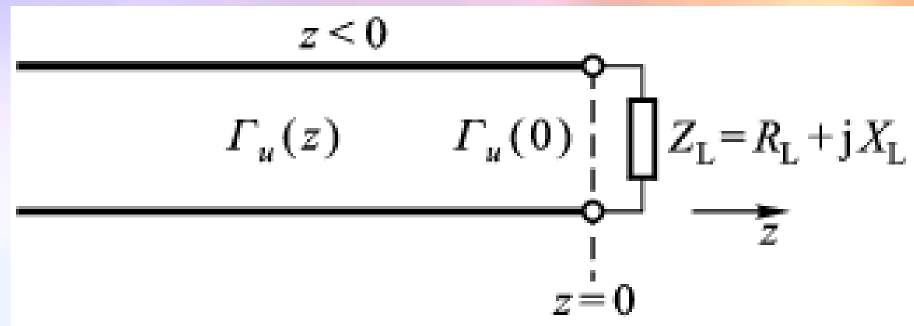
所以$P(z)=P$，不随位置而变

$$P=\frac{1}{2}\frac{|U^{\mathrm{i}}|^2}{Z_{\mathrm{c}}}-\frac{1}{2}\frac{|U^{\mathrm{i}}|^2}{Z_{\mathrm{c}}}|\Gamma_u|^2=P^{\mathrm{i}}-P^{\mathrm{r}} \qquad P^{\mathrm{i}}=\frac{1}{2}\frac{|U^{\mathrm{i}}|^2}{Z_{\mathrm{c}}} \qquad \frac{P^{\mathrm{r}}}{P^{\mathrm{i}}}=|\Gamma_u|^2$$

传输线上任一点功率等于入射波功率与反射波功率之差，而且 $\frac{P^{\mathrm{r}}}{P^{\mathrm{i}}}=|\Gamma_u|^2$ 。

传输线上传输的功率

对于无损传输线，通过线上任一点的传输功率是相同的。但是为了简便起见，一般都取电压腹点或节点处计算。



如取电压腹点，则得功率为

$$P=\frac{1}{2}|U_{\max}|\cdot|I_{\min}|=\frac{1}{2}\frac{|U_{\max}|^2}{Z_c\rho}$$

如果取电压节点，则得

$$P=\frac{1}{2}|U_{\min}|\cdot|I_{\max}|=\frac{1}{2}\frac{Z_c|I_{\max}|^2}{\rho}$$

可见，当传输线的耐压一定或能载的电流一定，驻波系数ρ越趋近于1，传输功率越大。

在不发生电压击穿条件下，传输线允许传输的最大功率称为传输线的功率容量。据此定义，传输线的功率容量为

$$P_{br}=\frac{1}{2}\frac{|U_{br}|^2}{Z_c}$$ 式中的V_{br}为线间击穿电压。

传输效率

定义传输效率为传输线终端 z=0 处所接负载吸收功率 P_L 与传输线入口 $z = -l$ 处的输入功率 P_{in} 之比，用 η 表示，即

$$\eta = \frac{P_{\mathrm{L}}}{P_{\mathrm{in}}}(\%)$$

考虑损耗后传输线上电压、电流表示式为

$$U = U^{\mathrm{i}}\left(\mathrm{e}^{-k_{\mathrm{i}}z}e^{-\mathrm{j}k_r z} + \Gamma_u(0)\mathrm{e}^{k_{\mathrm{i}}z}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_r z}\right)$$

$$I = \frac{U^{\mathrm{i}}}{Z_{\mathrm{c}}}\left(\mathrm{e}^{-k_{\mathrm{i}}z}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_{\mathrm{r}}z} - \Gamma_u(0)\mathrm{e}^{k_{\mathrm{i}}z}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_{\mathrm{r}}z}\right)$$

$$\Gamma_u(0) = \frac{U^{\mathrm{r}}}{U^{\mathrm{i}}}$$

z=0 处反射系数

传输线任一点传输功率为

$$P(z) = \frac{1}{2}UI^* = \frac{1}{2}\frac{|U^{\mathrm{i}}|^2}{Z_{\mathrm{c}}^*}\left(e^{-2k_{\mathrm{i}}z} - |\Gamma_u(0)|^2\,\mathrm{e}^{2k_{\mathrm{i}}z}\right)$$

传输效率

传输线任一点传输功率为 $P(z)=\dfrac{1}{2}UI^{*}=\dfrac{1}{2}\dfrac{|U^{\mathrm{i}}|^{2}}{Z_{\mathrm{c}}^{*}}\left(\mathrm{e}^{-2k_{\mathrm{i}}z}-|\Gamma_{u}(0)|^{2}\,\mathrm{e}^{2k_{\mathrm{i}}z}\right)$

z=0处负载吸收功率为 $P_{\mathrm{L}}=P(z=0)=\dfrac{|V^{\mathrm{i}}|^{2}}{2\,Z_{\mathrm{c}}^{*}}\left(1-|\Gamma_{u}(0)|^{2}\right)$

$z=-l$处输入功率为 $P_{\mathrm{in}}=P(z=-l)=\dfrac{|U^{\mathrm{i}}|^{2}}{2\,Z_{\mathrm{c}}^{*}}\left(\mathrm{e}^{2k_{\mathrm{i}}l}-|\Gamma_{u}(0)|^{2}\,\mathrm{e}^{-2k_{\mathrm{i}}l}\right)$

所以传输效率为 $\eta=\dfrac{1-|\Gamma_{u}(0)|^{2}}{e^{2k_{\mathrm{i}}l}-|\Gamma_{u}(0)|^{2}\,\mathrm{e}^{-2k_{\mathrm{i}}l}}$

利用指数函数与双曲函数之间关系 $\eta=\dfrac{1}{\mathrm{ch}2k_{\mathrm{i}}l+\dfrac{1}{2}\left(\rho+\dfrac{1}{\rho}\right)\mathrm{sh}2k_{\mathrm{i}}l}$

假如传输线损耗很小，或传输线长度很小，满足$k_{\mathrm{i}}l<<1$，则

$\mathrm{ch}2k_{\mathrm{i}}l\approx1$， $\mathrm{sh}2k_{\mathrm{i}}l\approx2k_{\mathrm{i}}l$ ，并可得出

（1）ρ 一定时， k_{i}越小，l越短，η 越高；

（2）k_{i}一定时， ρ 越接近1，η 越高。

第8讲复习

复习要点

- 描述传输线状态量的特征量有（U、I），（U^{i}，U^{r}），Γ, Z（或Y），（ρ, d_{min}），高频时，用Γ描述传输线的状态最好。它们相互之间可以转换。
- Γ沿传输线变换最简单，由Γ沿传输线变换可得到其他特征量沿传输线变换关系。
- 对于给定传输线，传输线状态由负载Z_L决定。
- 对于无损传输线，传输线上任一点传输功率相等，传输线处于匹配状态，传输效率最高。

复习范围

2.2，2.3

帮助理解的多媒体演示:MMS10 、MMS11。