习题一

1.1 设：$\mathbf{E}=E_y\mathbf{y}_0=\mathbf{y}_0 10^{-3}\cos\left(2\pi\times10^6 t+2\pi\times10^{-2}x\right)$ *V/m*

问：矢量 **E** 在什么方向？波沿什么方向传播？波的幅度多大？频率 f = ？相位常数 k = ？相速 v_p = ？

解：1）矢量 **E** 在 $\mathbf{y_0}$ 方向；2）波沿 $-\mathbf{x_0}$ 方向传播；

3）波幅为 10^{-3}，频率 $f=10^6$Hz，相位常数 $k=2\pi\times10^{-2}$，相速 $v_p=\omega/k=10^8\,m/s$

1.2 写出以下时谐变量的复数表示（如果可能的话）

(a) $V(t)=6\cos(\omega t+\pi/4)$ $\Rightarrow V=6e^{j\pi/4}=3\sqrt{2}+j3\sqrt{2}$

(b) $I(t)=-8\sin\omega t$ $\Rightarrow I=8e^{j\pi/2}=8j$

(c) $A(t)=3\sin\omega t-2\cos\omega t$ $\Rightarrow A=-3e^{j\pi/2}-2e^{j0}=-3j-2$

(d) $C(t)=6\cos(120\pi t-\pi/2)$ $\Rightarrow C=6e^{-j\pi/2}=-6j$

(e) $D(t)=1-\cos(\omega t)$ 不存在

(f) $U(t)=\sin(\omega t+\pi/3)\sin(\omega t+\pi/6)$ 不存在

1.3 由以下复数写出相应的时谐变量

a) $C=1+j=\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+j\sin\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}\Rightarrow C(t)=\sqrt{2}\cos(\omega t+\frac{\pi}{4})$

(b) $C=4\exp(j0.8)\Rightarrow$ $C(t)=4\cos(\omega t+0.8)$

(c) $C=3\exp(j\pi/2)+4\exp(j0.8)\Rightarrow C(t)=3\cos(\omega t+\pi/2)+4\cos(\omega t+0.8)$

1.4 假定 $\mathbf{A}=\mathbf{x}_0+j\mathbf{y}_0+(1+j2)\mathbf{z}_0$, $\mathbf{B}=-\mathbf{x}_0-(1+2j)\mathbf{y}_0+j\mathbf{z}_0$,，求：$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$，$\mathbf{A}\times\mathbf{B}$，$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}^*$，$Re(\mathbf{A}\times\mathbf{B}^*)$。

1) $A\times B=(4j-4)\,\mathbf{x_0}-(1+3j)\,\mathbf{y_0}-(1+j)\,\mathbf{z_0}$

2) $A\cdot B=-1$

3) $A\cdot B^*=-1-2j$

4) $Re(A\times B^*)=6\,\mathbf{x_0}-\mathbf{y_0}-\mathbf{z_0}$

1.6 求曲面 $z=x^2+y^2$ 在点（1.1.2）处的法线方向。

解：令 $f(x,y,z)=x^2+y^2-z$， $\nabla f=2x\mathbf{x}_0+2y\mathbf{y}_0-\mathbf{z}_0$,因为梯度的方向就是该点的发现方向，所以在点（1.1.2）处的法线方向为 $\nabla f(x=1,y=1,z=2)=2\mathbf{x}_0+2\mathbf{y}_0-\mathbf{z}_0$

1.7 求下列矢量场的散度、旋度

(1) $\mathbf{A}=x^2\mathbf{x}_0+y^2\mathbf{y}_0+z^2\mathbf{z}_0$ $\quad\nabla\cdot A=2x+2y+2z,\nabla\times A=0$

(2) $\mathbf{A}=(y+z)\mathbf{x}_0+(x+z)\mathbf{y}_0+(x+y)\mathbf{z}_0$ $\quad\nabla\cdot A=0,\nabla\times A=0$

(3) $\mathbf{A}=(x+y)\mathbf{x}_0+(x^2+y^2)\mathbf{y}_0$ $\quad\nabla\cdot A=1+2y,\nabla\times A=(2x-1)\mathbf{z}_0$

(4) $\mathbf{A}=5\mathbf{x}_0+6yz\mathbf{y}_0+x^2\mathbf{z}_0$ $\quad\nabla\cdot A=6z,\nabla\times A=-6y\mathbf{x}_0-2xy\mathbf{y}_0$

1.8 求 $\nabla\cdot\mathbf{A}$ 和 $\nabla\times\mathbf{A}$

(1) $\mathbf{A}(\rho,\varphi,z)=\boldsymbol{\rho}_0\rho^2\cos\varphi+\varphi_0\rho\sin\varphi$

$$\nabla\cdot\mathbf{A}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{\partial A_z}{\partial z}=(3\rho+1)\cos\varphi$$

$$\nabla\times\mathbf{A}=\frac{1}{\rho}\begin{vmatrix}\rho_0 & \rho\varphi_0 & \mathbf{z}_0\\ \frac{\partial}{\partial\rho} & \frac{\partial}{\partial\varphi} & \frac{\partial}{\partial z}\\ A_\rho & \rho A_\varphi & A_z\end{vmatrix}=(2+\rho)\sin\varphi\mathbf{z}_0$$

(2) $\mathbf{A}(r,\theta,\varphi)=\mathbf{r}_0 r\sin\theta+\boldsymbol{\theta}_0\frac{1}{r}\sin\theta+\varphi_0\frac{1}{r^2}\cos\theta$

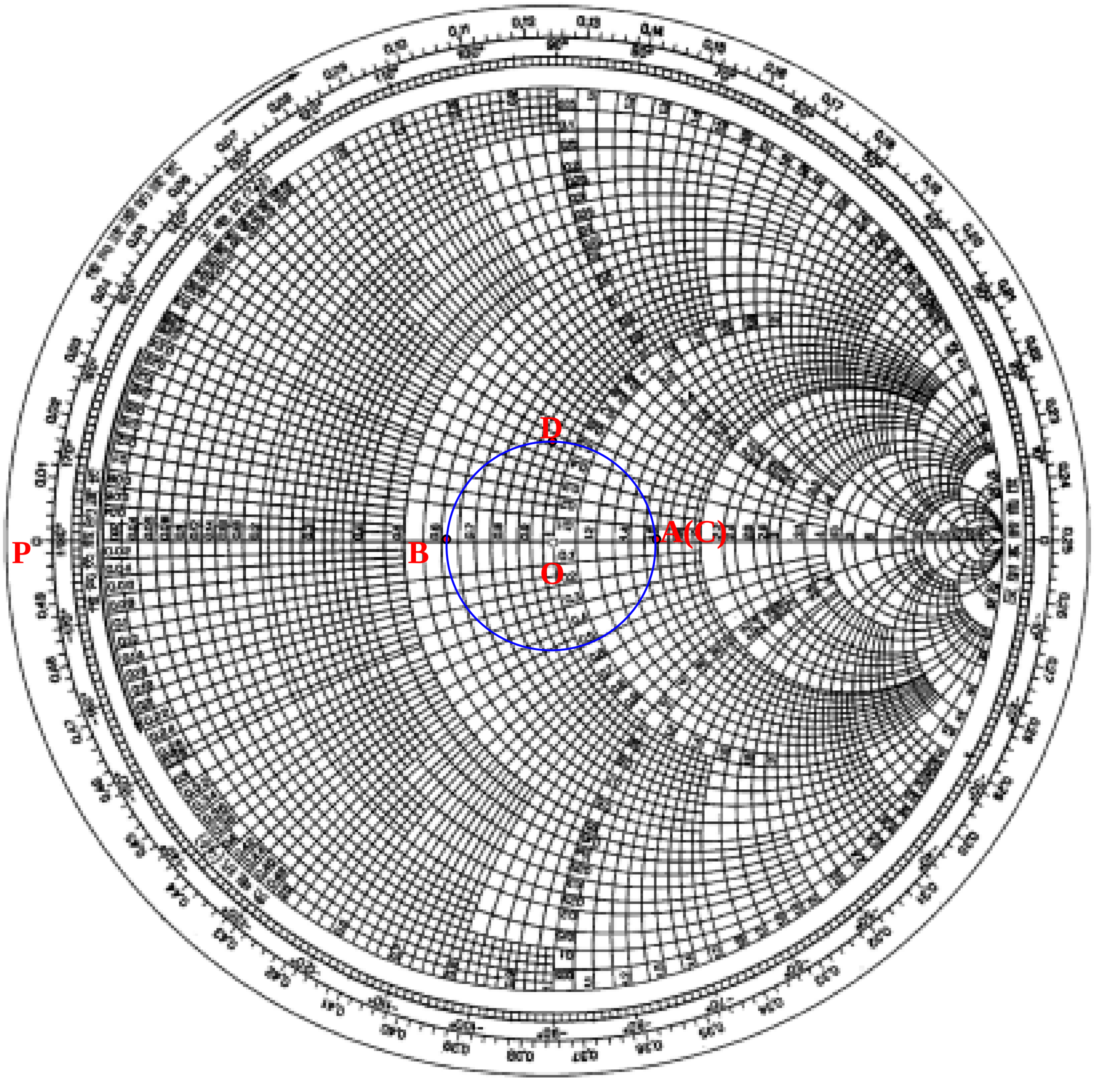
$$\nabla\cdot\mathbf{A}=\frac{\partial(r^2A_r)}{r^2\partial r}+\frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta)+\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}\right]=3\sin\theta+2\cos\theta/r^2$$

$$\nabla\times\mathbf{A}=\frac{1}{r^2\sin\theta}\begin{vmatrix}\mathbf{r}_0 & r\boldsymbol{\theta}_0 & r\sin\theta\varphi_0\\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial\varphi}\\ A_r & rA_\theta & r\sin\theta A_\varphi\end{vmatrix}=\frac{\cos2\theta}{r^3\sin\theta}\mathbf{r}_0+\frac{\cos\theta}{r^3}\boldsymbol{\theta}_0-\cos\theta\varphi_0$$

习题二

2.2 参看图 $P2.2$，$Z_L = 80\Omega$，$Z_c = 50\Omega$，负载 Z_L 上电压 $5V$，求驻波系数ρ，驻波最小点位置 d_{min1}/λ，传输线长度 $l = \lambda/4$，$\lambda/2$，$3\lambda/8$ 处的输入阻抗 Z_{in} 以及 V_{max}，V_{min}，I_{max}，I_{min}。

图 $P2.2$



解：1）归一化负载阻抗 $z_L = Z_L / Z_c = 1.6$，即图中的 A 点，刚好在实轴的右半轴上，

$\therefore \rho = 1.6, d_{\min} / \lambda = 1/4$

2）$l = \lambda / 4$，A 点绕等Γ圆至 B 点，$z_B = 1/z_L = 5/8, \therefore Z_{in}(B) = z_B \times z_c = 31.25\Omega$

3）$l = \lambda / 2$，A 点绕等Γ圆至 C 点，$z_C = z_L = 1.6, \therefore Z_{in}(C) = 80\Omega$

4）$l = 3\lambda / 8$，A 点绕等Γ圆至 D 点，$z_D = 0.9 + j0.43, \therefore Z_{in}(D) = z_D \times z_c = 45 + j21.5\Omega$

5）A 点所在的位置即为电压最大点位置，由题意已知，$V_{\max} = 5V$，所以

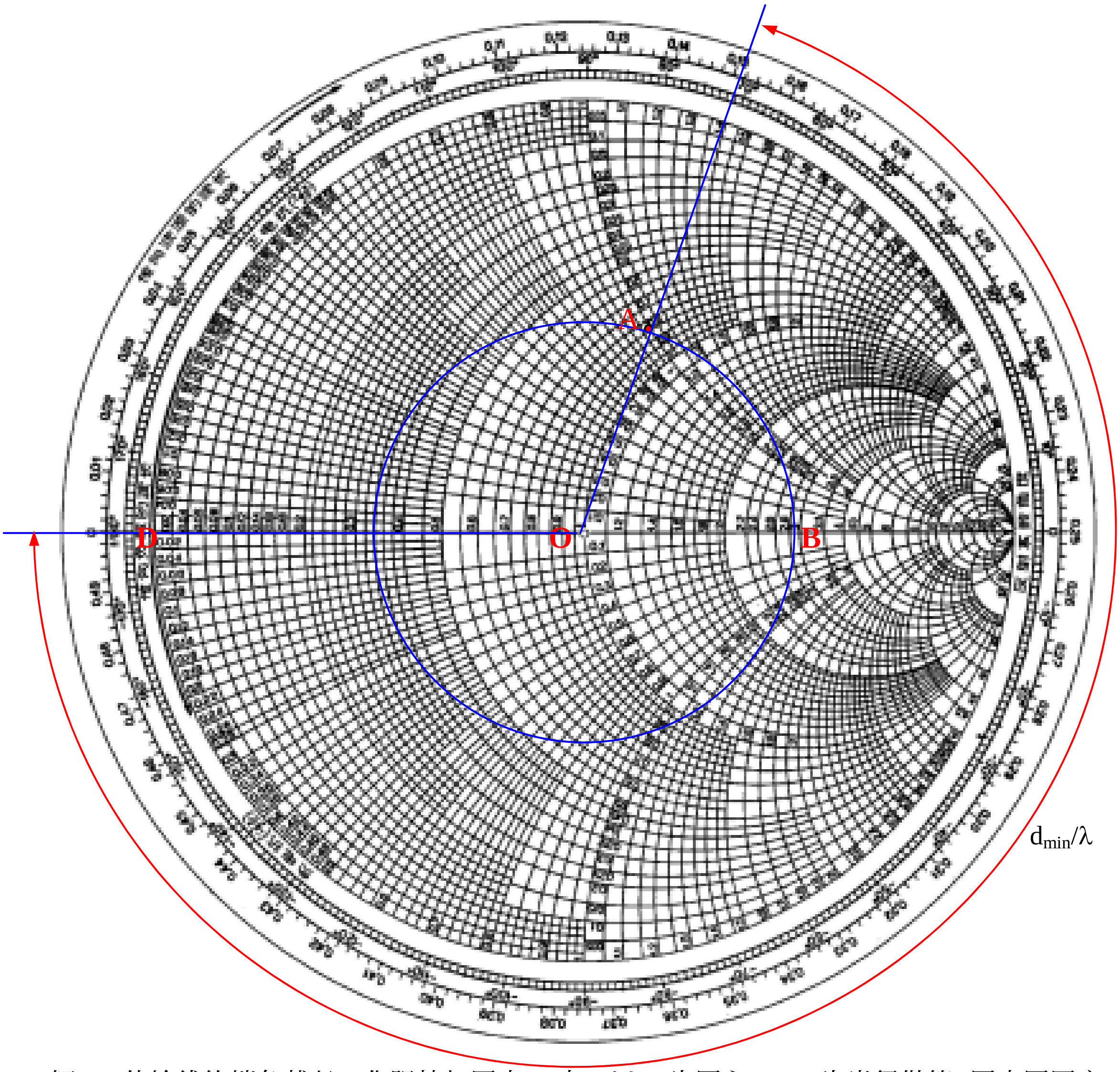
$$I_{\max} = V_{\max} / Z_c = 0.1A,\quad V_{\min} = \frac{\overline{PB}}{\overline{PA}} \times 5V = 3.13V, I_{\min} = V_{\min} / Z_c = 0.0627A$$

注：该题也可以用公式法求解。

2.4　传输线终端负载归一化阻抗 $z_L=0.8+j1.0$，计算

a．驻波系数ρ；　　　　　　　　　　*b*．离开负载第一个驻波最小点的位置 d_{min}；

c．负载反射功率与入射功率之比；　　*d*．作出 $V(z)\sim z/\lambda$ 关系曲线。



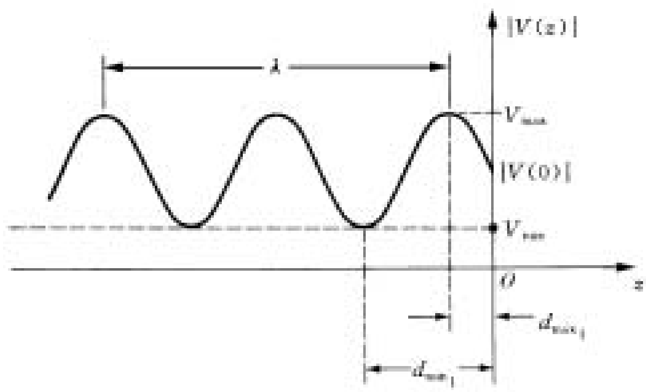
解：a)传输线终端负载归一化阻抗如图中 A 点，以 O 为圆心，OA 为半径做等Γ圆交圆图实半轴于 B 点，B 点对应的阻抗值即为驻波系数ρ=2.9。

b) 离开负载第一个驻波最小点的位置 d_{min} 如图所示，d_{min}=0.348。

c) $|\Gamma| = \dfrac{\overline{OA}}{\overline{OD}} = 0.5\,, \dfrac{P^r}{P^i} = |\Gamma|^2 = 0.25$

d) $|V_{\max}| = 1.5, |V_{\min}| = 0.5, d_{\min} = 0.348,$

$d_{\max} = 0.098, |V(0)| = |1+\Gamma(0)| = 1.2488$



公式法求解

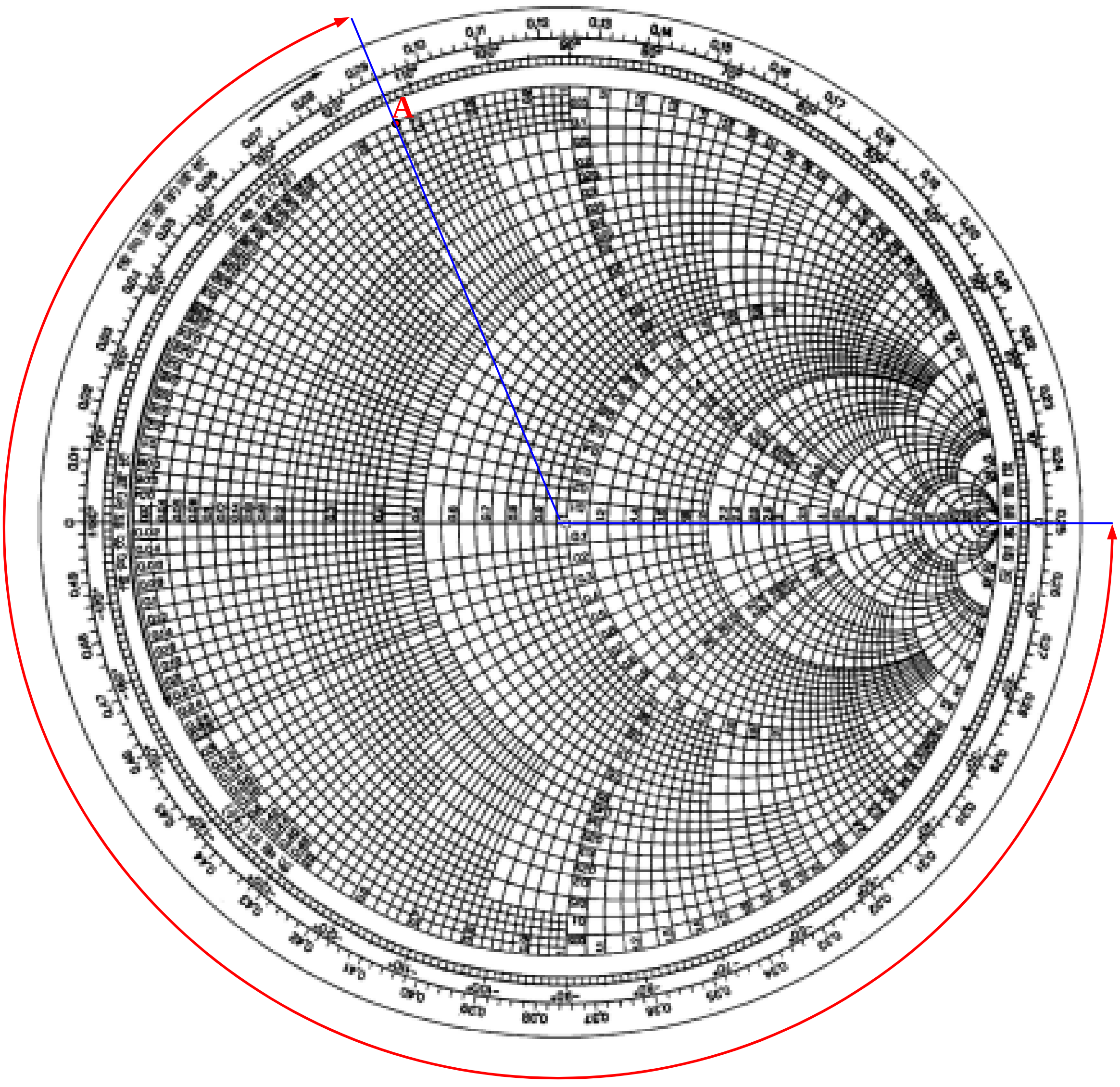
$$\Gamma(0)=\frac{Z_L-1}{Z_L+1}=\frac{-0.2+j1.0}{1.8+j1.0}=\frac{(-0.2+j1.0)(1.8-j1.0)}{(1.8+j1.0)(1.8-j1.0)}=\frac{0.64+j2.0}{4.24}=0.495e^{j72.3^{\circ}}$$

$$\rho=\frac{(1+|\Gamma_L|)}{(1-|\Gamma_L|)}=\frac{1+0.495}{1-0.495}=2.96$$

$$d_{\min 1}=\frac{\psi(0)\lambda}{4\pi}+\frac{\lambda}{4}=\frac{\lambda}{4}+0.1\lambda=0.35\lambda$$

$$\frac{p^r}{p^i}=|\Gamma|^2=0.25$$

6.4　传输线特征阻抗 50Ω，终端开路，测得始端输入阻抗为 j33Ω，求传输线以波长计的电长度 l/λ。



Z_A=0.66j，如图中 A 点，所以得 $l/\lambda=0.343$

2.8　在无耗线上测得：Z_{in}^{sc} 为 $j100$，Z_{in}^{oc} 为 $-j25$，d_{min} 为 0.1λ，0.6λ，……，驻波系数ρ=3，求负载阻抗。

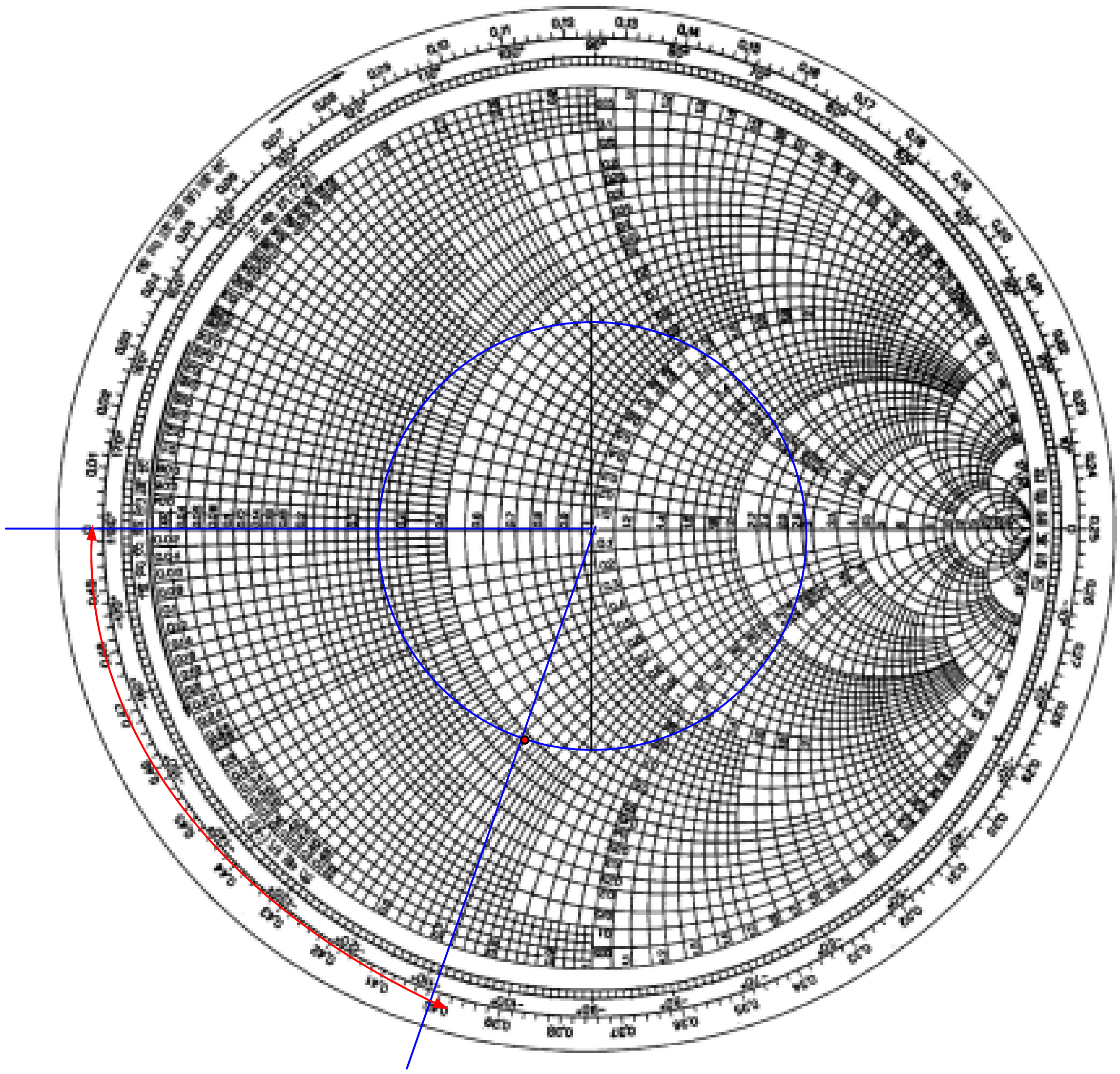
解：由 Z_{in}^{sc}，Z_{in}^{oc} 得到 $Z_c = \sqrt{j100\times(-j25)} = 50\Omega$

由 $\rho = 3$ 得到 $|\Gamma| = \dfrac{3-1}{3+1} = 0.5$，$\psi(0) = \dfrac{4\pi}{\lambda}\times 0.1\lambda - \pi = -108^{\circ}$

$$\tilde{Z}_L = Z_c\frac{1+\Gamma(0)}{1-\Gamma(0)} = 50\times\frac{1+0.5e^{-j108^{\circ}}}{1-0.5e^{-j108^{\circ}}} = 50\times\frac{1-0.1545-j0.4755}{1+0.1545+j0.4755} = 50\times\frac{0.8455-j0.4755}{1.1545+j0.4755}$$

$$= 50\times\frac{(0.8455-j0.4755)(1.1545-j.04755)}{1.33+0.226} = 50\times\frac{0.75-j0.951}{1.556}$$

$$= 50\times(0.482-j0.611) = 24.1-j30.55$$



从图上读出负载归一化阻抗为，$0.482-j0.62$

2.9 如图 $P2.9$，$Z_L = (30 + j60)\Omega$，$Z_c = 50\Omega$，用可移动单可变电纳匹配器进行匹配，用圆图决定可变电纳匹配器到负载 Z_L 的距离 d，以及并联短路支线长度 l。

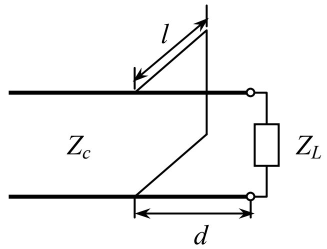
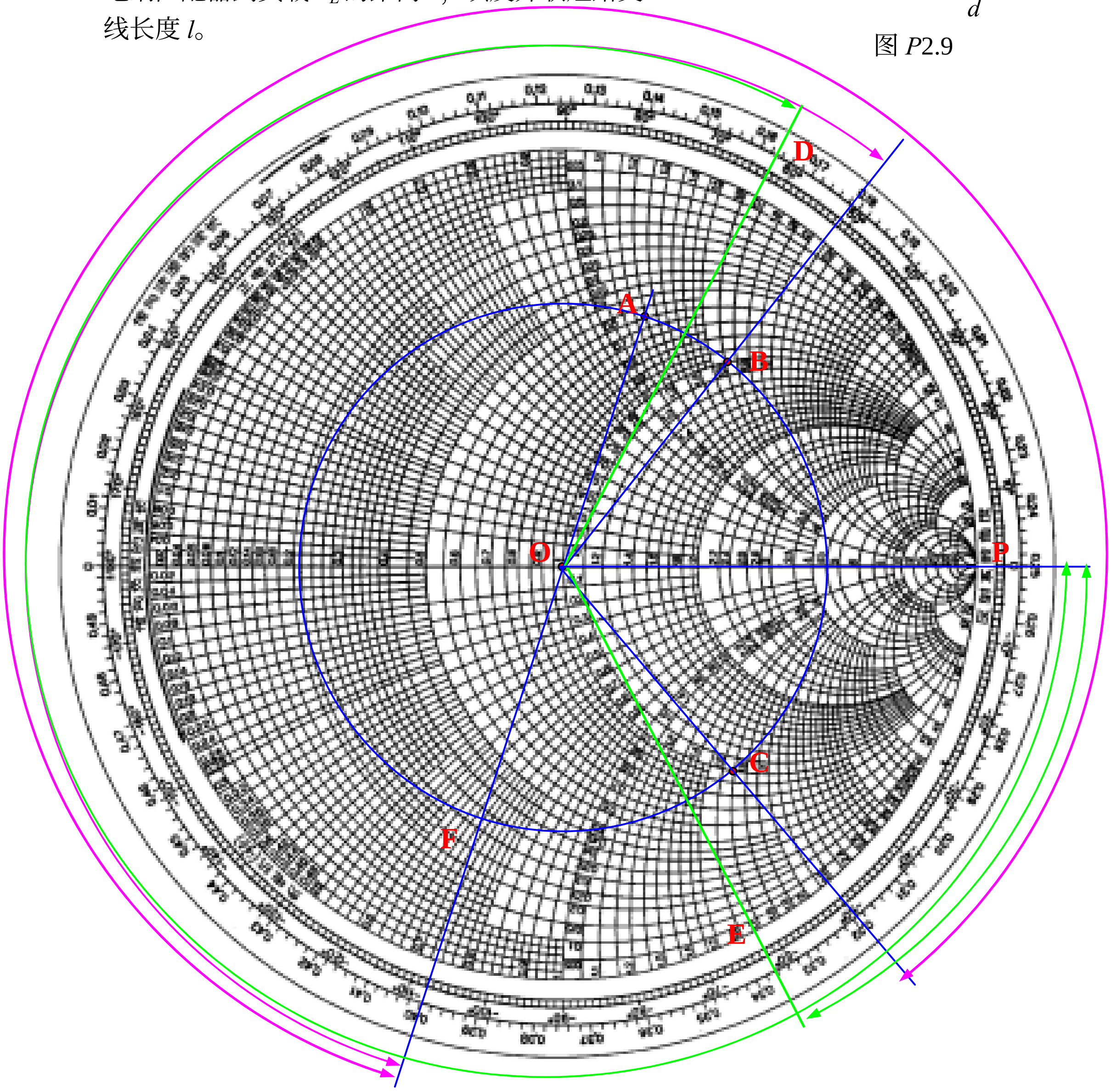


图 $P2.9$



解：负载阻抗归一化 $z_L = 0.6 + 1.2j$，如图中的 A 点，延长 OA 交等Γ圆于 F 点，F 点即为负载的归一化导纳点。F 点绕等Γ圆交 g=1 的圆于 B、C 点。可得 $l_B = 0.279\lambda, l_C = 0.42\lambda$，与 B 点对应的导纳值为 1+1.65j,所以引入的并联短路支路的导纳值为-1.65j,同理与 C 点相对应的并联短路支路的导纳值为+1.65j。可得并联支路长度 $l_B{}' = 0.088\lambda, l_C{}' = 0.411\lambda$

2.10 特征阻抗 Z_c= 50Ω传输线，终端接负载 Z_L = (60 + j60)Ω，并联短路支线离负载距离 d = 0.22λ。调节并联短路支线长度 l，最小驻波系数ρ_{min} = ？

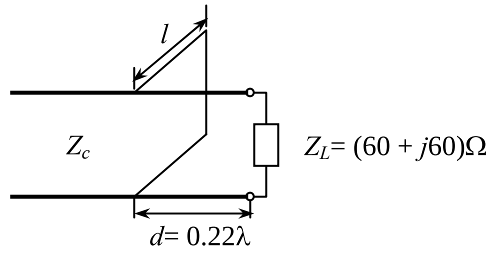
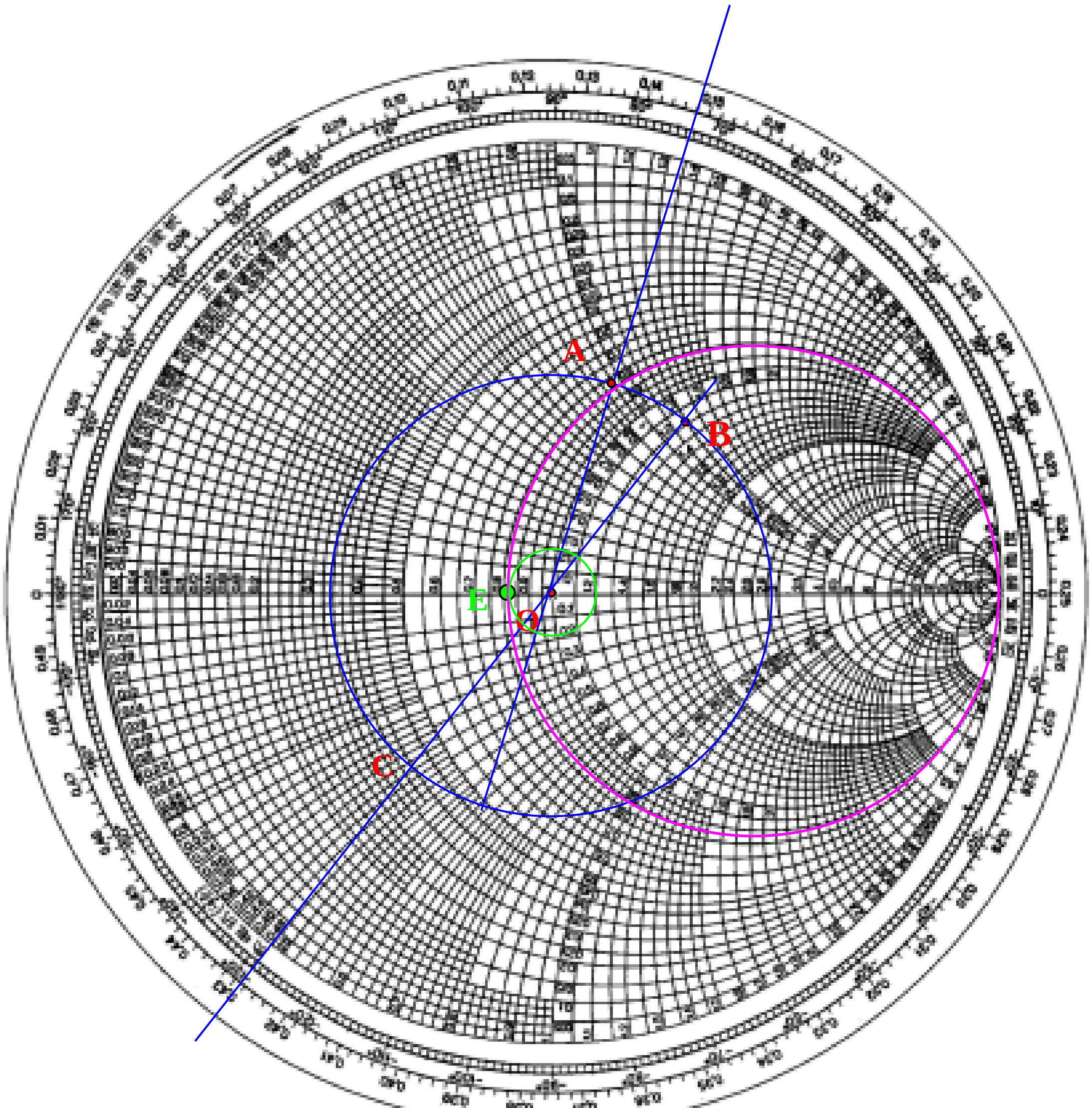
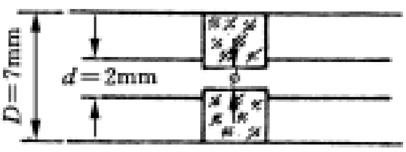


图 P2.10



解：归一化负载阻抗 B，$z = 1.2 + 1.2j$，其导纳点为 C，绕等Γ圆转 d = 0.22λ到 A 点，调节并联短路支路只能改变使得导纳在等 g 圆上转动，即图中紫色等 g 圆，要使驻波系数最小，只有当 A 点转至与实轴相交点才满足条件。图中绿色点 E 即为满足条件点，此时驻波系数ρ_{min} =1/0.81=1.23。

2.13 有一空气介质的同轴线需装入介质支撑薄片，薄片材料为聚苯乙烯，其相对介电常数ε_r=2.55（图 P2.13），为使介质不引起反射，介质中心孔直径ϕ（同轴线内导体和它配合）应该是多少？



解：同轴线的特征阻抗

$$Z_c = \sqrt{\frac{L^{'}}{C^{'}}} = \sqrt{\frac{\frac{\mu}{2\pi}\ln(b/a)}{\frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)}}} = \frac{\ln(b/a)}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

为使介质不引起反射，要求空气与介质填充部分相应的同轴线的特征阻抗相等

$$Z_{ca} = \frac{\ln(d/D)}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}, \quad Z_{cm} = \frac{\ln(\phi/D)}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}} \Rightarrow \phi = 0.947mm$$

6.14 图 P6.12 为一同轴线介质阻抗变换器，它的结构是在同轴线内外导体间充填长度为 $\frac{\lambda}{4\sqrt{\varepsilon_r}}$ 的两块介质($\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$, $\mu=\mu_0$)，若同轴线原是匹配的，证明两介质间距 l 由零变到 $\frac{\lambda}{4}$ 输入驻波比从 1 变到 ε_r^2。

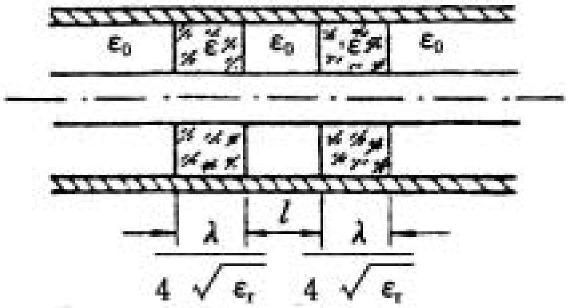
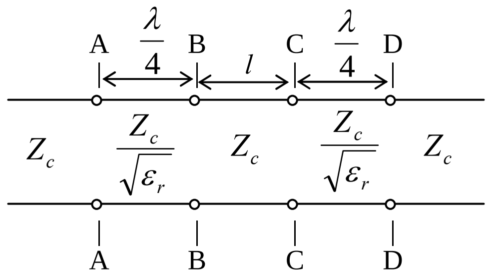


图 P6.12

解：当 $l=0$ 时，没有阻抗变换，$\Gamma=0$

当 $l=\frac{\lambda}{4}$ 时，

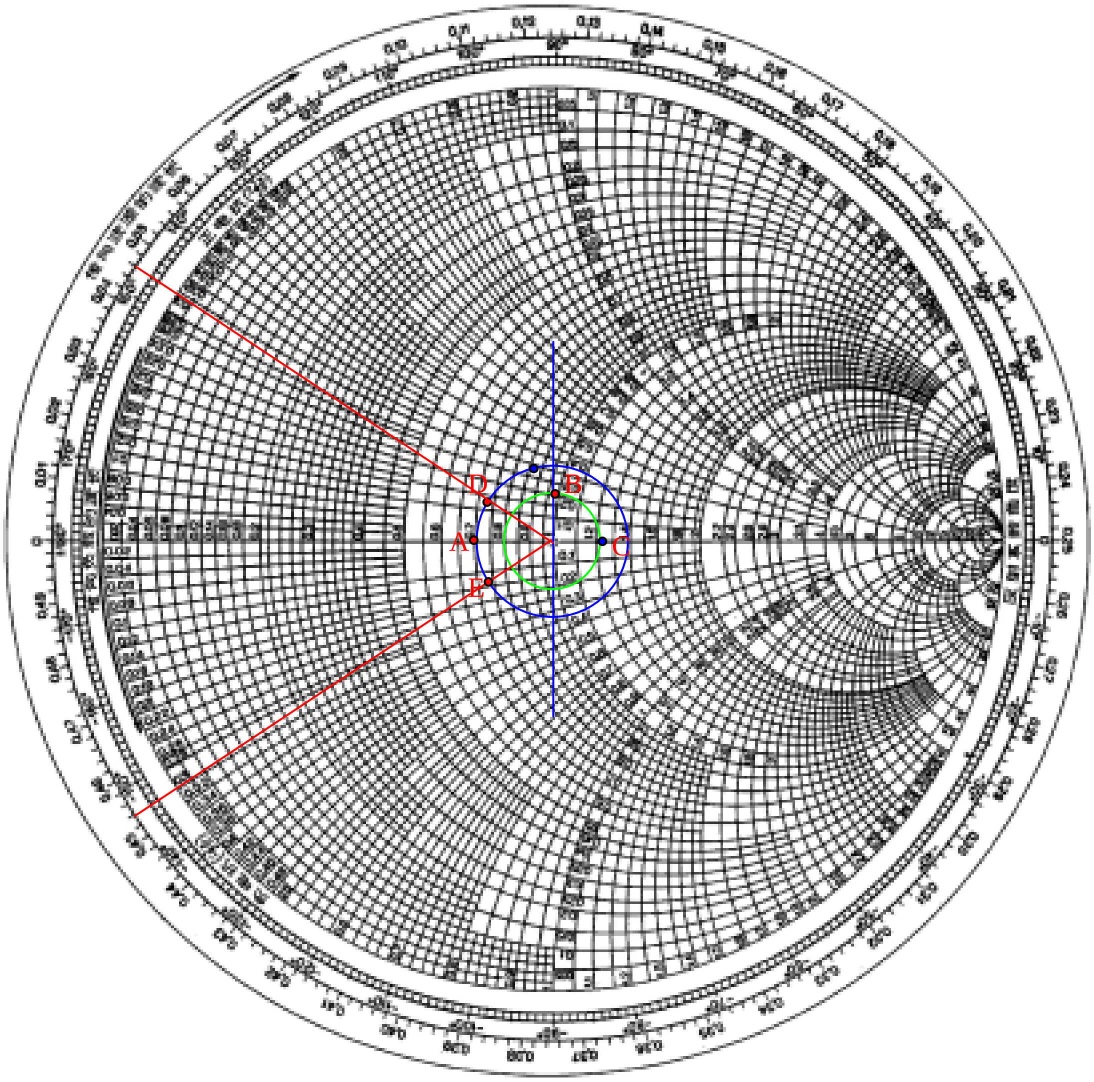


$$Z_{DD} = Z_c, Z_{CC} = \frac{\left(\frac{Z_c}{\sqrt{\varepsilon_r}}\right)^2}{Z_{DD}} = \frac{\frac{Z_c^2}{\varepsilon_r}}{Z_c} = \frac{Z_c}{\varepsilon_r}$$

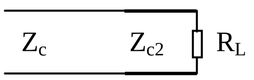
$$Z_{BB} = \frac{Z_c^2}{Z_{cc}} = \frac{Z_c^2}{\frac{Z_c}{\varepsilon_r}} = Z_c\varepsilon_r \ , \quad Z_{AA} = \frac{\left(\frac{Z_c}{\sqrt{\varepsilon_r}}\right)^2}{Z_{BB}} = \frac{Z_c^2/\varepsilon_r}{Z_c\varepsilon_r}\frac{Z_c}{\varepsilon_r^2}$$

$$\Gamma = \frac{Z_c/\varepsilon_r^2 - Z_c}{Z_c/\varepsilon_r^2 + Z_c} = \frac{1-\varepsilon_r^2}{1+\varepsilon_r^2}, \quad \rho = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} = \varepsilon_r^2 \qquad (\varepsilon_r > 1\text{时})$$

2.15 无耗同轴线的特征阻抗为 50Ω，负载阻抗为 100Ω，工作频率为 1000*MHz*，今用λ/4 线进行匹配，求此λ/4 线的长度和特征阻抗，并求此λ/4 匹配器在反射系数小于 0.1 条件下的工作频率范围。



解：f=1000Hz, λ=0.3m，匹配器长λ/4=7.5cm. 匹配器特征阻抗 $Z_{c2}=\sqrt{R_L Z_c}=70.71\Omega$



从匹配器输入端看 $Z_{in}=Z_c=50\Omega$，以匹配器的特征阻抗归一化，$z_{in}'=Z_{in}/Z_{c2}=0.7$，对应图中的 A 点，当 f 变化时，A 点在以 O 为圆心，OA 为半径的圆上移动

$$\Gamma=\frac{Z_{in}-Z_c}{Z_{in}+Z_c}=\frac{\kappa Z_{in}-\kappa Z_c}{\kappa Z_{in}+\kappa Z_c}=\frac{\kappa Z_{in}-Z_{c2}}{\kappa Z_{in}+Z_{c2}}=\frac{\kappa z_{in}'-1}{\kappa z_{in}'+1},(\kappa=\frac{Z_{c2}}{Z_c}=\frac{70.71}{50}=1.4142)$$

可见，在圆图上将 z_{in}' 扩大κ倍后对应的点如果落在 $|\Gamma|=0.1$ 的圆内，则对应的 f 满足要求，

即在所求频率范围。（图中绿色小圆即为 $|\Gamma|=0.1$ 圆）

从圆图中可见，$|\Gamma| = 0.1$圆上对应的点其阻抗虚部最大对应于 B 点，最大虚部为 0.202j.

$|\Gamma| = 0.1$圆上对应的点其阻抗实部最大对应于 C 点, 最大值为 1.22. 最大对应于 C 点关于圆心在实轴上的对称点，其值为 0.82。即 $z_{in}{}^{'}$ 对应的点的实部必须 $\le 1.22/\kappa = 0.86; \ge 0.82/\kappa = 0.58$。

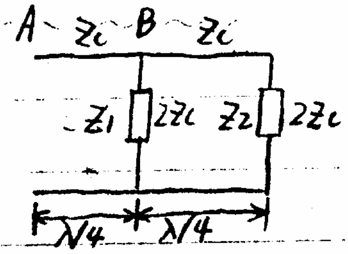
$z_{in}{}^{'}$扩大κ倍后对应的点的虚部必须≤ 0.202，所以$z_{in}{}^{'}$对应的点的虚部$\le 0.202/\kappa = 0.15$，在 OA 为半径的圆上，对应虚部为 0.15 的点为 D 点，D 点的实部满足上面的要求。所以 D 点是所求频率的一个极限。同理，根据对称性，E 点是所求频率的另一个极限。在圆弧 DAE 范围内的$z_{in}{}^{'}$值均是满足要求的点。从图中可见 DA 的电长度为 0.046λ。

所以频率范围为 $\Delta f = 0.046/0.25 \times 1000 = 184MHz$，即所求频率范围为 $816 < f < 1184MHz$.

2.16　求图 P6.14 所示各电路中各无损线段中 A 参考面上的电压反射系数与输入阻抗和每个负载上所吸收的功率（设 AA 面上传输功率为 P）。

解：利用$\lambda/4$ 或$\lambda/2$ 阻抗变换器关系，计算 AA 面上输入阻抗 $Z_{inAA} \to \Gamma_{AA}$。

计算各负载归算到同一参考面上的负载，因为作用在参考面上各负载上的电压相等，其上消耗的功率$\left(\dfrac{V^2}{R}\right)$比与阻抗 R 成反比。

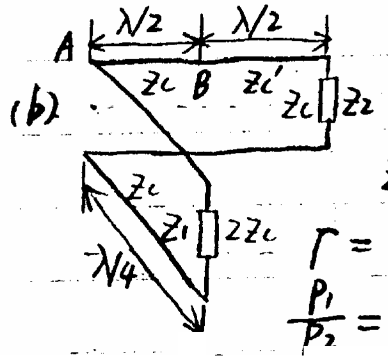


$$Z_{Ain} = \frac{Z_c^2}{\frac{2}{5}Z_c} = \frac{5}{2}Z_c$$

$$\Gamma = \frac{Z_{Ain} - Z_c}{Z_{Ain} + Z_c} = \frac{\frac{5}{2}Z_c - Z_c}{\frac{5}{2}Z_c + Z_c} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{Z_c/2}{2Z_c} = \frac{1}{4} \quad \therefore P_1 = \frac{P}{5},\ P_2 = \frac{4}{5}P$$

(b)



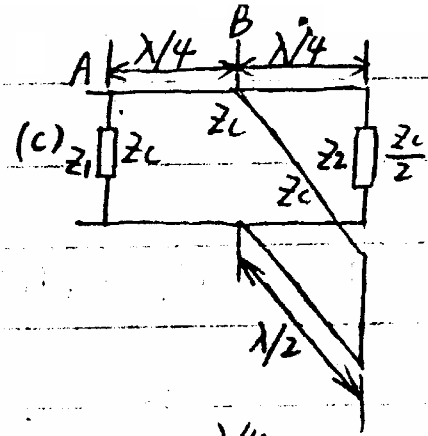
$$Z_{Bin} = Z_c' \frac{Z_c}{Z_c'} = Z_c$$

$$Z_{Ain} = Z_c \frac{Z_c}{Z_c} \parallel \frac{Z_c^2}{2Z_c} = \frac{1}{3}Z_c$$

$$\Gamma = \frac{Z_{Ain} - Z_c}{Z_{Ain} + Z_c} = \frac{\frac{1}{3}Z_c - Z_c}{\frac{1}{3}Z_c + Z_c} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{Z_c}{Z_c/2} = 2 \quad \therefore P_1 = \frac{2}{3}P,\ P_2 = \frac{1}{3}P$$

(c)



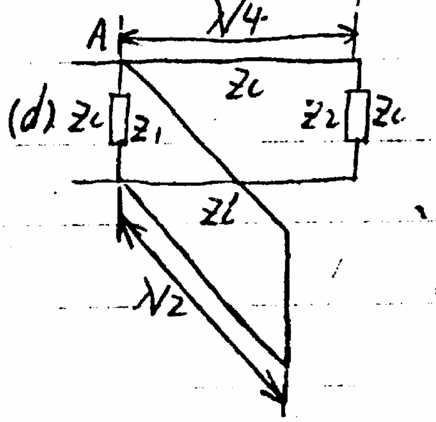
$$Z_{Bin} = \frac{Z_c^2}{Z_c/2} \parallel jZ_c\,\mathrm{tg}\,k\frac{\lambda}{2} = 0$$

$$Z_{Ain} = Z_c \parallel jZ_c\,\mathrm{tg}\,k\frac{\lambda}{4} = \frac{Z_c \cdot jZ_c\,\mathrm{tg}\frac{\pi}{2}}{Z_c + jZ_c\,\mathrm{tg}\frac{\pi}{2}} = Z_c$$

$$\Gamma = \frac{Z_{Ain} - Z_c}{Z_{Ain} + Z_c} = 0$$

$$P_1 = P,\ P_2 = 0$$

(d)



$$Z_{Ain} = Z_c \parallel jZ_c'\,\mathrm{tg}\,k\frac{\lambda}{2} \parallel \frac{Z_c^2}{Z_c} = 0$$

$$\Gamma = \frac{Z_{Ain} - Z_c}{Z_{Ain} + Z_c} = -1$$

$$P_1 = P_2 = 0$$

2.19 一段传输线，其中电压驻波系数恒定为ρ，求证沿线各参考面上能出现的最大电纳为 $b_{max}=\pm(\rho^2-1)/2\rho$。

解：$y=\dfrac{1-|\Gamma_V|e^{j\psi}}{1+|\Gamma_V|e^{j\psi}}=g+jb$，$|\Gamma_V|=\dfrac{\rho-1}{\rho+1}$

写出 $b=f(\psi)$

由 $\dfrac{db}{d\psi}=0$，求出 b_{max} 时 ψ_{max}，进一步求出 b_{max} 。

从导纳圆图上可见，等 b 线与等 $|\Gamma_V|$ 圆相切时，b 最大，此时有关系（直角三角形两直角边平方和等于斜边的平方）：

$$\left(\pm\frac{1}{b}\right)^2+1^2=\left[\pm\frac{1}{b}+|\Gamma_V(z)|\right]^2$$

由此可求出 b。

2.20 特征阻抗 Z_c 为 50Ω 的传输线终端接有负载阻抗 Z_L=（25+j75）Ω，工作波长 λ_0=10cm，采用可移动单可变电纳匹配器来调配负载阻抗, 求并联短路支线与负载距离 d 和并联短路支线长 l；当工作波长 $\lambda=1.02\lambda_0$ 时两组解的驻波系数ρ分别上升到何值；比较两组解的结果，讨论应选择哪组解。

解：归一化负载阻抗为 0.5+j1.5，按照 2.9 题做法，可的负载距离 d 和并联短路支线长 l 的两组解 $\begin{cases} d_1=0.28\lambda \\ l_1=0.065\lambda \end{cases}$；$\begin{cases} d_2=0.396\lambda \\ l_1=0.435\lambda \end{cases}$

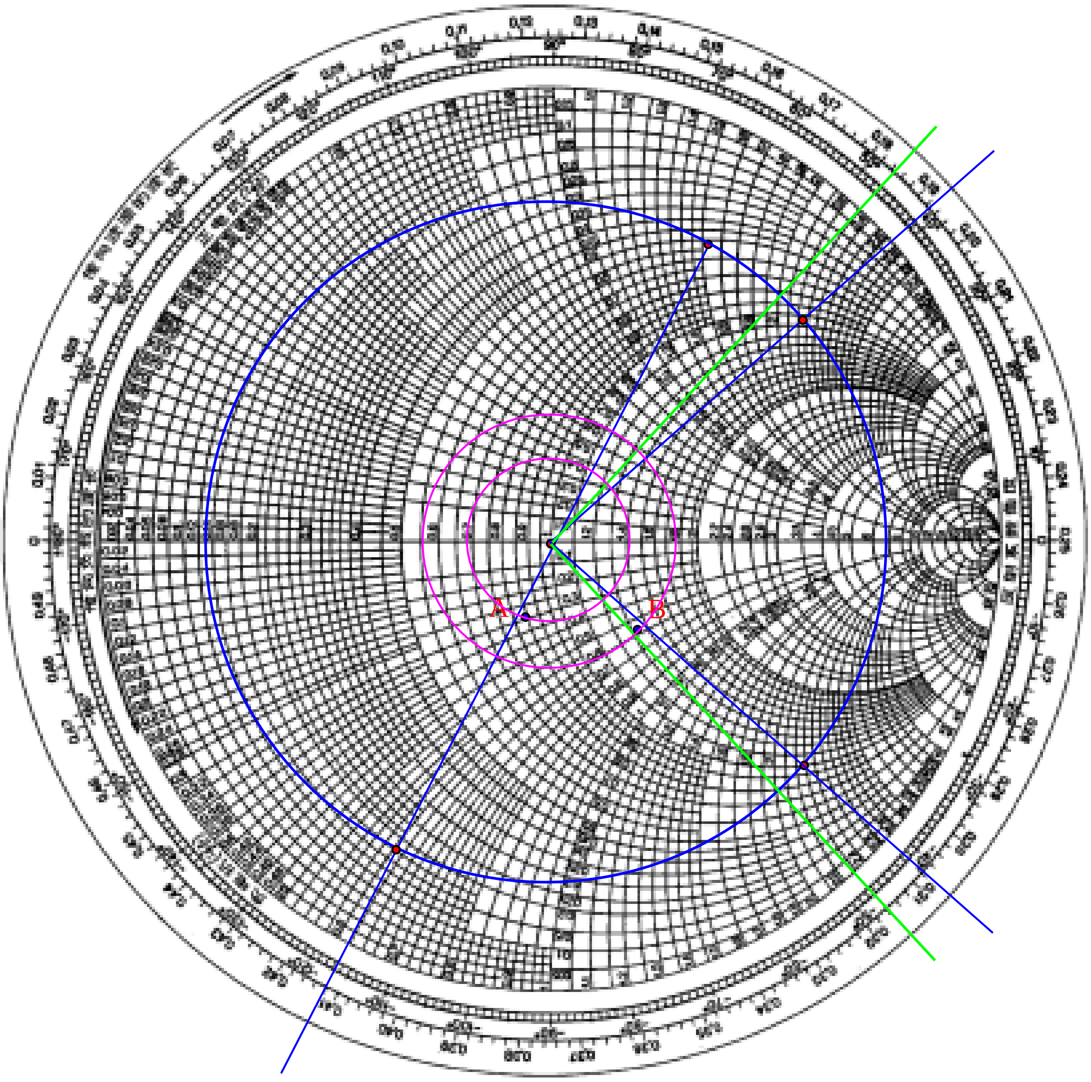
当工作波长 $\lambda=1.02\lambda_0$ 时，在圆图上的电长度将减小 1.02 倍，两组解在新的工作波长下为

$\begin{cases} d_1=0.28/1.02=0.275\lambda \\ l_1=0.065/1.02=0.064\lambda \end{cases}$；$\begin{cases} d_2=0.396/1.02=0.388\lambda \\ l_1=0.435/1.02=0.426\lambda \end{cases}$

取第一组解时，$y_{inA}=0.85+j2.1-2.4j=0.85-0.3j$，为图中的 A 点

取第二组解时，$y_{inB}=1.35-j2.6+2.0j=1.35-0.6j$，为图中的 B 点

可见，$\rho_A=1.43,\rho_B=1.78$，所以 A 组的解比 B 组的好。



题 2.20

2.21 能否用间距为λ/10 的并联双可变电纳匹配器来匹配归一化导纳为 2.5+j1 的负载？

解：能否匹配取决于 y_L 沿等Γ圆移到第一并联支路连接点处的输入导纳 y_{in}' 是否落在阴影圆内，其中，虚线圆为 g=1 的等 g 圆逆时针转动λ/10 得到。现计算：

1） y_L 所在等Γ圆半径

$$R=\left|\Gamma\right|=\left|\frac{y_L-1}{y_L+1}\right|=\left|\frac{2.5+1j-1}{2.5+1j+1}\right|=0.495$$

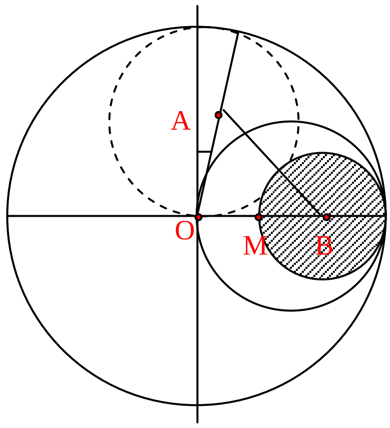
2） 阴影圆半径 r 为：

对三角形 AOB，由余弦定理

$$0.5^2+(1-r)^2-2\times0.5\times(1-r)\cos72^{\circ}=(0.5+r)^2$$

解得 r=0.257

则 $\left|OM\right|=1-2r=0.486$



因为 $\left|\Gamma\right|=R>\left|OM\right|$，所以沿等Γ圆移动，$y_{in}'$ 可能进入盲区，也可能在盲区之外。所以能否匹配负载取决于第一并联支路的距离，若该距离使 y_{in}' 在阴影圆外，则可以匹配，反之，则不能匹配。

习题三

3.1 以下几个量的量纲是什么？

a）**E*D**　J/m³；　b) **H*B**　J/m³;　c) **S**　W/m²

3.3

(a)　$c = \mathbf{x}_0 - j\mathbf{y}_0$　　$c(t) = \cos(\omega t)\mathbf{x}_0 + \sin(\omega t)\mathbf{y}_0$

(b)　$c = j(\mathbf{x}_0 - j\mathbf{y}_0)$　　$c(t) = -\sin(\omega t)\mathbf{x}_0 + \cos\omega t\mathbf{y}_0$

(c)　$c = e^{-jkz}\mathbf{x}_0 + je^{jkz}\mathbf{y}_0$　　$c(t) = \cos(\omega t - kz)\mathbf{x}_0 - \sin(\omega t + kz)\mathbf{y}_0$

3.4 无源空间 $H = z\mathbf{y}_0 + y\mathbf{z}_0$，**D** 随时间变化吗？

$\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{J} + \dfrac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} = 0, \Theta\ \mathbf{J} = 0, \therefore \dfrac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} = 0$，所以 D 随时间不变化。

3.8　对于调幅广播，频率 f 从 500KHz 到 1MHz，假定电离层电子浓度 $N = 10^{12}m^{-3}$，确定电离层有效介电系数ε_e的变化范围。

解：$\omega_P = \sqrt{\dfrac{Ne^2}{m\varepsilon_0}} = 5.64\times10^7$；　$\dfrac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0} = \left(1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$

当ω = 0.5MHz，　$\dfrac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0} = \left(1 - \dfrac{31.7\times10^{14}}{(2\pi\times0.5\times10^6)^2}\right) = -320.5$

当ω = 1MHz，　$\dfrac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0} = \left(1 - \dfrac{31.7\times10^{14}}{(2\pi\times10^6)^2}\right) = -79.1$

所以电离层有效介电系数ε_e的变化范围为$-320.5\varepsilon_0 < \varepsilon_e < -79.1\varepsilon_0$。

3.10 一点电荷（电量为 10^{-5} 库仑）作圆周运动，其角速度ω = 1000 弧度/秒，圆周半径 r = 1cm，如图 P3.10，试求圆心处位移电流密度。

解：　为了计算方便，设 t = 0 时φ = 0，而φ = ωt，点电荷 q 在 O 点产生电位移矢量 **D** 为

$$\mathbf{D} = \frac{q}{4\pi r^2}(-\mathbf{r}_0) = \frac{q}{4\pi r}(-\mathbf{x}_0\cos\varphi - \mathbf{y}_0\sin\varphi) = \frac{q}{4\pi r^2}(-\mathbf{x}_0\cos\omega t - \mathbf{y}_0\sin\omega t)$$

位移电流密度为

$$J_{dx} = \frac{\partial D_x}{\partial t} = \mathbf{x}_0\frac{q\omega}{4\pi r^2}\sin\omega t$$

$$J_{dy} = -\mathbf{y}_0\frac{q\omega}{4\pi r^2}\cos\omega t$$

把数值代入上式：$\mathbf{J}_d = \dfrac{10^2}{4\pi}\left(\mathbf{x}_0\sin10^3t - \mathbf{y}_0\cos10^3t\right)$

3.11 假定 $\mathbf{E}=(\mathbf{x}_0+j\mathbf{y}_0)e^{-jz}$，$\mathbf{H}=(\mathbf{y}_0-j\mathbf{x}_0)e^{-jz}$，求用 z、ωt 表示的 **S** 以及<**S**>。

解：$\mathbf{E}(t)=\cos(\omega t-z)\mathbf{x}_0-\sin(\omega t-z)\mathbf{y}_0$

$$\mathbf{H}(t)=\cos(\omega t-z)\mathbf{y}_0+\sin(\omega t-z)\mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{S}(t)=\mathbf{E}(t)\times\mathbf{H}(t)\begin{vmatrix}\mathbf{x}_0 & y_0 & \mathbf{z}_0\\ \cos(\omega t-z) & -\sin(\omega t-z) & 0\\ \sin(\omega t-z) & \cos(\omega t-z) & 0\end{vmatrix}=\mathbf{z}_0$$

$$\langle\mathbf{S}(t)\rangle=\mathbf{z}_0$$

习题四

4.3 已知均匀平面电磁波, 在均匀媒质中传播, 其电场强度的表示式为 $\mathbf{E} = \mathbf{y}_0 E_y = \mathbf{y}_0 10cos(\omega t - kz + 30°)\ mV/m$，工作频率 $f = 150MHz$，媒质的参数为$\mu_r = 1$，$\varepsilon_r = 4$，$\sigma = 0$，试求：

(1) 相位常数 k、相速 v_p、波长λ和波阻抗η。

(2) $t = 0$、$z = 1.5m$ 处，**E**、**H**、**S**(t)、<**S**>各为多少？

(3) 在 $z = 0$ 处，E 第一次出现最大值（绝对值）的时刻 t 等于多少？

解：$k = \omega\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0} = 2\omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = \dfrac{2\times 2\pi\times 150\times 10^6}{3\times 10^8} = 2\pi \qquad (m^{-1})$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 1m$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{4\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{2} = 1.5\times 10^8 m/s$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_0\varepsilon_r}} = \frac{\eta_0}{2} = 60\pi$$

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{y}_0 10\cos(\omega t - kz + 30^{\circ}) = \mathbf{y}_0 10\cos(-540^{\circ} + 30^{\circ}) = \mathbf{y}_0 = -8.66\mathbf{y}_0 \quad \text{mV/m}$$

$$\mathbf{H}(t) = -\mathbf{x}_0 \frac{10}{\eta}\cos(\omega t - kz + 30^{\circ}) = -\mathbf{x}_0 \frac{10}{188.5}\cos(-540^{\circ} + 30^{\circ}) = \mathbf{x}_0 0.046 \quad \text{mA/m}$$

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{E}(t)\times\mathbf{H}(t) = \mathbf{z}_0 \frac{10^2}{\eta}\cos^2(\omega t - kz + 30^{\circ}) = \mathbf{z}_0 0.398 \quad \mu\text{w/m}^2$$

$$\langle\mathbf{S}(t)\rangle = \mathbf{z}_0 \frac{10^2}{2\eta} = \frac{100}{2\times 188.5} = \mathbf{z}_0 0.265 \quad \mu\text{w/m}^2$$

$$\omega t - 30^{\circ} = 0 \text{ 或 } \omega t - \frac{\pi}{12} = 0$$

E 达到最大，$t = \dfrac{\pi/6}{2\pi\times 150\times 10^6} = 2.78\times 10^{-9} s$

4.5 $\mathbf{E}=E_0 e^{jkz}\mathbf{x}_0$，$\mathbf{H}=H_0 e^{jkz}\mathbf{y}_0$ 满足自由空间麦克斯韦方程。

(1) 用 E_0、ε_0、μ_0 表示 H_0 和 k。

(2) 这个解是不是均匀平面波？波沿什么方向传播？并求出波速 v 与时间平均坡印廷矢量<**S**>。

解：$\mathbf{H} = \mathbf{y}_0 H_0 e^{jkz} = -\dfrac{\nabla\times\mathbf{E}}{j\omega\mu_0} = -\dfrac{\mathbf{y}_0 E_0 jke^{jkz}}{j\omega\mu_0} = -\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0 e^{jkz}\mathbf{y}_0$

所以 $H_0 = -\dfrac{E_0}{\eta_0}$

$k = k_0$，方向在 $-z$ 方向

是平面波，$v = c$，$<S> = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\right) = -\mathbf{z}_0\frac{E_0^2}{\eta_0}$

4.7 在无耗的自由空间中，平面电磁波的平均能流密度为 0.26 微瓦/米 ^{2}，平面波沿 z 方向传播，其工作频率 $f = 150$ 兆赫，电场强度的表示式为 $E = E_m cos\,(\omega t - kz + 60°)$。试求在 $z = 10$ 米处，$t = 0.1$ 微秒时的 E、H、S 等于多少

解：$<S> = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\} = \mathbf{z}_0\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}|E_0|^2$ =0.26 微瓦/米 ^{2}，可得 $\left|E_0\right| = 0.014V/m$

$\omega = 2\pi f = 3\pi\times10^8 rad/s$， $k = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = \pi$， 在 $z = 10$ 米处，$t = 0.1$ 微秒时

$E = E_m cos\,(\omega t - kz + 60°)$= $0.014\cos(3\pi\times10^8\times0.1\times10^{-6} - \pi\times10 + 60^\circ) = 0.007V/m$

$H = E/\eta_0 = 1.86\times10^{-5} A/m$,S=0.13 微瓦/米 ^{2}.

4.8 求下列场的极化性质。

(*a*) $\mathbf{E}=(j\mathbf{x}_0+y_0)e^{-jkz}$ (*b*) $\mathbf{E}=[(1+j)\mathbf{y}_0+(1-j)\mathbf{z}_0]e^{-jkx}$

(*c*) $\mathbf{E}=[(2+j)\mathbf{x}_0+(3-j)\mathbf{z}_0]e^{-jky}$ (*d*) $\mathbf{E}=(j\mathbf{x}_0+j2\mathbf{y}_0)e^{jkz}$

解：

(a) $a = b = 1$，$\varphi = -\frac{\pi}{2}$ 顺着 z 方向看，右旋

(b) $a = b = \sqrt{2}$，$\varphi = -\frac{\pi}{2}$ 顺着 x 方向看，右旋

(c) $a \ne b$，$\varphi = 0$ 顺 y 方向看，椭圆极化

(d) $a \ne b$，$\varphi = 0$ 线极化

4.10 一线极化波电场的两个分量为 $E_x = 6cos\,(\omega t - kz - 30°)$，$E_y = 8cos\,(\omega t - kz - 30°)$，试将它分解成振幅相等、旋向相反的两个圆极化波。

解： 为分析方便，讨论 z = 0 平面情况

$$E_x = 6\cos\left(\omega t - 30^\circ\right)$$

$$E_y = 8\cos\left(\omega t - 30^\circ\right)$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{\left(E_{xm}^2 + E_{ym}^2\right)\cos^2\left(\omega t - 30^\circ\right)}$$
$$= E_m\cos\left(\omega t - 30^\circ\right) = 10\cos\left(\omega t - 30^\circ\right)$$

$$tg\theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{4}{3},\ \theta = tg^{-1}\frac{4}{3} = 53^\circ$$

$$E_x = 6\cos(\omega t - 30^\circ) = 10\cos 53^\circ \cos(\omega t - 30^\circ)$$

$$E_y = 8\cos(\omega t - 30^\circ) = 10\sin 53^\circ \cos(\omega t - 30^\circ)$$

利用三角函数积化和差公式得

$$\begin{cases} E_x = 5\cos(\omega t + 23^\circ) + 5\cos(\omega t - 83^\circ) = E_{1x} + E_{2x} \\ E_y = 5\sin(\omega t + 23^\circ) - 5\sin(\omega t - 83^\circ) = E_{1y} + E_{2y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{1x} = 5\cos(\omega t + 23^\circ) \\ E_{1y} = 5\sin(\omega t - 23^\circ) = 5\cos(\omega t - 67^\circ) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{2x} = 5\cos(\omega t - 83^\circ) \\ E_{2y} = -5\sin(\omega t - 83^\circ) = 5\cos(\omega t + 7^\circ) \end{cases}$$

4.12 均匀平面波的频率为 10MHz。设地球的$\mu=\mu_0$，$\varepsilon=4\varepsilon_0$，$\sigma=10^{-4}S/m$。求地球的衰减常数与趋肤深度。

解：$\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \dfrac{10^{-4}}{2\pi \times 10 \times 10^6 \times 4 \times 8.854 \times 10^{-12}} = 0.0454 << 1$

$$k_i = \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \frac{10^{-4}}{2} \times \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \times \frac{1}{2} = 9.925 \times 10^{-2}\left(m^{-1}\right)$$

$$d_p = \frac{1}{k_i} = 106.1\ m$$

4.14 一平面电磁波从空气垂直地向海面传播，已知海水的参数为$\varepsilon_r=80$，$\sigma=1$/米欧，$\mu_r=1$，平面电磁波在海平面处的场强表示式为：$E = i1000e^{-k_i z}e^{j(\omega t - k_r z)}$（伏/米）工作波长为 300 米。试求电场强度的振幅为 1 微伏/米时离海面的距离，并写出这个位置上的 **E**，**H** 之表示式。

解：工作频率为 $f = \dfrac{3\times 10^8}{300} = 10^6$（赫兹）

$$\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \frac{1}{2\pi \times 10^6 \times 8.85 \times 10^{-12}} = 18 \times 10^3 >> 100$$

由此可知，海水对该频率具有良导体性质。

相移常数为：

$$k_r = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\frac{2\pi \times 10^6 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 1}{2}} = 2 \text{（弧度/米）}$$

衰减常数：

$$k_i = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = k_r = 2 \text{（奈贝/米）}$$

复数波阻抗为：

$$\eta = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} e^{j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{\frac{2\pi \times 10^6 \times 4\pi \times 10^{-7}}{1}} e^{j\frac{\pi}{4}} = 2.82 e^{j\frac{\pi}{4}} \text{欧}$$

在海水中传播的 E 的表示式为：

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{x_0} 1000 e^{-k_i z} e^{j(\omega t - k_r z)} \\ &= \mathbf{x_0} 1000 e^{-2z} e^{j(\omega t - 2z)} \end{aligned}$$

由该表示式可求得场强振幅为 1 微伏/米时的距离,

$$10^{-6} = 1000 e^{-k_i z} = 1000 e^{-2z}, e^{-2z} = 10^{-9}$$

$$\ln e^{-2z} = \ln 10^{-9}, \quad 2z = 9 \times \ln 10$$

解之得：$z = 10.35$（米）

距海水 10.35 米处 E、H 之表示式为：

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{x_0} 1000 e^{-2z} e^{j(\omega t - 2z)} \\ &= \mathbf{x_0} 1000 e^{-20.7} e^{j(\omega t - 1180^\circ)} \\ &= \mathbf{x_0} 10^3 e^{-20.7} e^{j(\omega t - 100^\circ)} \end{aligned}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{y_0} \frac{H}{|\eta|} = 350 e^{-20.7} e^{j(\omega t - 145^\circ)}$$

4.16 设某海域海水低频时可以用$\varepsilon=81\varepsilon_0$，$\mu=\mu_0$，$\sigma=4S/m$ 介质表示，平面波波矢 **k** 与 x 轴夹角为 30°，给出波沿 x 方向传播的传输线模型（给出等效传输线的特征参数）。

解：$$k = \omega\sqrt{\mu\tilde{\varepsilon}} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon\left(1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)} = \omega\sqrt{81\mu_0\varepsilon_0}\sqrt{1 - j\frac{10^{-4}}{\omega 81\varepsilon_0}} = 9k_0\sqrt{1 - j\frac{10^{-4}}{81\omega\varepsilon_0}}$$

$$k_z = k\cos 30^\circ$$

$$Z = \begin{cases} \omega\mu / k_z & TE \\ k_z / \omega\tilde{\varepsilon} & TM \end{cases}$$

k_z, Z

习题 5

5.2 两无限大平板间有电场 $\mathbf{E}=\mathbf{x}_0 A\sin\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}$，式中 A 为常数，平行板外空间电磁场为零，坐标如图 $P5.2$ 所示。试求：

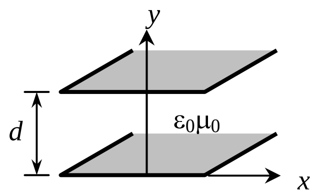


图 $P5.2$

(1) $\nabla\cdot\mathbf{E}$, $\nabla\times\mathbf{E}$；

(2) $\mathbf{E}$ 能否用一位置的标量函数的负梯度表示，为什么？

(3) 求与 $\mathbf{E}$ 相联系的 $\mathbf{H}$；

(4) 确定两板面上面电流密度和面电荷密度.

解：(1) $\nabla\cdot\mathbf{E}=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}=0$

$$\nabla\times\mathbf{E}=\mathbf{x}_0\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}\right)+\mathbf{y}_0\left(\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)+\mathbf{z}_0\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)$$

$$=-\mathbf{y}_0 jkA\sin\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}-\mathbf{z}_0\frac{\pi}{d}A\cos\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}$$

（2）$\nabla\times\mathbf{E}=0$，是有旋场，不能用标量函数的负梯度表示

（3）$\mathbf{H}=-\frac{1}{j\omega\mu_0}\nabla\times\mathbf{E}=\mathbf{y}_0\frac{kA}{\omega\mu_0}\sin\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}+\mathbf{z}_0\frac{\pi}{d}\frac{1}{j\omega\mu_0}A\cos\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}$

（4）$\mathbf{J}_s=\mathbf{n}\times\mathbf{A}$

$$\mathbf{J}_s\Big|_{y=0}=\mathbf{y}_0\times\left[\mathbf{y}_0\frac{kA}{\omega\mu_0}\sin\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}+\mathbf{z}_0\frac{\pi}{d}\frac{1}{j\omega\mu_0}A\cos\left(\frac{\pi}{d}y\right)e^{j(\omega t-kz)}\right]$$

$$=\mathbf{x}_0\frac{\pi}{d}\frac{1}{j\omega\mu_0}Ae^{j(\omega t-kz)}$$

同理 $\mathbf{J}_s\Big|_{y=d}=-\mathbf{x}_0\frac{\pi}{d}\frac{1}{j\omega\mu_0}Ae^{j(\omega t-kz)}$

$$\rho_s=\mathbf{D}\cdot\mathbf{n}$$

$$\rho_s\Big|_{y=0}=\mathbf{D}\cdot\mathbf{n}=0$$

同理 $\rho_s\Big|_{y=d}=0$

5.3 有一均匀平面波垂直入射到 $z=0$ 处的理想导电平面，其电场强度为 $\mathbf{E}=E_0(\mathbf{x}_0-j\mathbf{y}_0)e^{-jkz}$，确定

(1) 入射波和反射波的极化方式；

(2) 导电平面上面电流密度；

(3) 写出 $z\le 0$ 区域合成电场强度的瞬时值。

解：(1) $\mathbf{E}=E_0(\mathbf{x}_0-j\mathbf{y}_0)e^{-jkz}$，所以入射波是右手圆极化

反射波, 为满足导体表面边界条件, E_x^r, E_y^r 与 E_x^i, E_y^i 都有 180°相移,且波传播方向相反,

所以 $\mathbf{E}^r=E_0(-\mathbf{x}_0+j\mathbf{y}_0)e^{jkz}$，所以是左手圆极化。

（2） $$\mathbf{H}=-\frac{\nabla\times\mathbf{E}}{j\omega\mu}=-\frac{1}{j\omega\mu}\begin{vmatrix}\mathbf{x}_0 & \mathbf{y}_0 & \mathbf{z}_0\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ E_0e^{-jkz} & -jE_0e^{-jkz} & 0\end{vmatrix}=\left(j\mathbf{x}_0+\mathbf{y}_0\right)\frac{k}{\omega\mu}E_0e^{-jkz}$$

$$\mathbf{J}_s=\mathbf{n}\times\mathbf{H}=-\mathbf{z}_0\times\left(j\mathbf{x}_0+\mathbf{y}_0\right)\frac{k}{\omega\mu}E_0e^{-jkz}=\left(-j\mathbf{y}_0+\mathbf{x}_0\right)\frac{k}{\omega\mu}E_0e^{-jkz}$$

（3） 此入射波可看成是两个平面波的叠加。$\mathbf{E}_1=E_0e^{-jkz}\mathbf{x}_0$，$\mathbf{E}_2=-jE_0e^{-jkz}\mathbf{y}_0$，在这个坐标系下两个均为 TEM 波,

对平面波 1，在 $z\le 0$ 区域合成电场强度 $E_x(z)=E_0(e^{-jkz}-e^{jkz})=-2jE_0\sin kz$

对平面波 2，在 $z\le 0$ 区域合成电场强度 $E_y(z)=-jE_0(e^{-jkz}-e^{jkz})=-2E_0\sin kz$

所以 $z\le 0$ 区域合成电场强度的瞬时值 $E=2E_0\sin kz\sin wt\mathbf{x}_0-2E_0\sin kz\cos wt\mathbf{y}_0$

5.5 一圆极化均匀平面波自空气投射到非磁性媒质表面 $z=0$，入射角 $\theta_i=60°$，入射面为 x-z 面。要求反射波电场在 y 方向，求媒质的相对介电系数 ε_r。

解： 将该圆极化波分解为 TE、TM，如果 $\theta_b=60°$，则反射波只有 TE，由 $\theta_b=60°$，得到

$$\theta_b=tg^{-1}\sqrt{\varepsilon_{r_2}/\varepsilon_{r_1}}=60°,\quad \varepsilon_{r_2}=\sqrt{3}$$

5.9 均匀平面波由介质 I（空气）以 45°角投射到无损介质 II，已知折射角为 30°，如图 P5.9，频率为 300MHz。求

(1) ε_2=？

(2) 反射系数 Γ

解：1） $\sqrt{\varepsilon_{r1}}\sin 45^\circ=\sqrt{\varepsilon_{r2}}\sin 30^\circ$

$$\sqrt{\varepsilon_{r2}}=\sqrt{2},\varepsilon_{r2}=2$$

2） $$\Gamma=\frac{k_{z1}-k_{z2}}{k_{z1}+k_{z2}}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}k_0-\frac{\sqrt{3}}{2}k_0}{\frac{\sqrt{2}}{2}k_0+\frac{\sqrt{3}}{2}k_0}=2\sqrt{6}-5$$

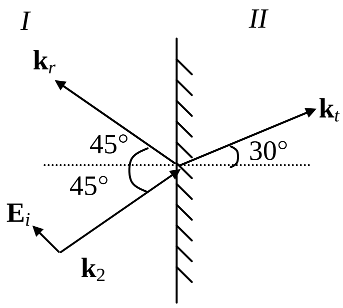


图 P5.9

5.11 垂直极化平面波由媒质 I 倾斜投射到媒质 II，如图 P5.11，$\varepsilon_1=4\varepsilon_0$，$\varepsilon_2=\varepsilon_0$，求

(1) 产生全反射时的临界角；

(2) 当 θ=60°时，求 k_x，k_{z1}(用 $k_0=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ 表示)；

(3) 求 k_{z2}(用 k_0 表示)；

(4) 在媒质 II，求场衰减到 $1/e$ 时离开交界面的距离；

(4) 求反射系数 Γ。

解：

(1) $\varepsilon_1=4\varepsilon_0,\varepsilon_2=\varepsilon_0$，$\theta_c=\sin^{-1}\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}=\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)=30^\circ$

(2) $\theta=60^\circ,k_x=k_1\sin\theta_1=k_0\sqrt{4}\sin 60^\circ=\sqrt{3}k_0$

$$k_{z1}=k_1\cos 60^\circ=k_0\sqrt{4}\cos 60^\circ=k_0$$

(3) $k_{z2}=\sqrt{k_0^2-k_x^2}=\sqrt{k_0^2-3k_0^2}=\sqrt{-2}k_0=-\sqrt{2}jk_0=-j\alpha_2$

(4) $\alpha_2=\sqrt{2}k_0$， $\alpha_2 d=1, d=\dfrac{1}{\alpha_2}=\dfrac{1}{\sqrt{2}k_0}$

(5) $\Gamma=\dfrac{k_{z1}-k_{z2}}{k_{z1}+k_{z2}}=\dfrac{k_0-j\sqrt{2}k_0}{k_0+j\sqrt{2}k_0}=1e^{-j\psi(0)},\qquad \psi(0)=-109.5^{\circ}$

5.14 一均匀平面电磁波由空气向理想介质（$\mu=\mu_0$、$\varepsilon=9\varepsilon_0$）垂直入射。已知 z=5 米处 $H_y=H_2=10e^{-jk_2z}=10e^{-j\frac{\pi}{4}}$ 毫安/米（设介质分界面处为 z=0，初相φ=0°）。试求：

（1）此平面电磁波的工作频率；

（2）写出介质区域及空气区域的 E_2、H_2、E_1、H_1 的表示式；

（3）在介质区域中再求：

a. 由复数振幅写成复数或瞬时的表示式；

b. 坡印廷矢量瞬时表示式 S 及 S_{av}；

c. 电场与磁场能量密度的瞬时表示式 w_e、w_m 及其最大的能量密度的大小 w_{emax}, $w_{m\,max}$；

d. 能量密度的平均值 w_{eav}，w_{mav}。

解：

(1) 由题意 $k_2z=\dfrac{\pi}{4}, k_2=\dfrac{\pi}{4z}=\dfrac{\pi}{4\times5}=\dfrac{\pi}{20}$（弧度/m）

$$k_2=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon}=\omega\sqrt{9\mu_0\varepsilon_0}=6\pi f\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}=\frac{\pi}{20}$$

故 $f=\dfrac{k_2}{6\pi\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=\dfrac{\pi/20}{6\pi\times\dfrac{1}{3\times10^8}}=2.5MHz$

(2) $\eta_2=\sqrt{\dfrac{\mu_2}{\varepsilon_2}}=\sqrt{\dfrac{\mu_0}{9\varepsilon_0}}=\dfrac{1}{3}\eta_0=40\pi(\Omega)$

反射系数 $\Gamma=\dfrac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}=\dfrac{\frac{1}{3}\eta_0-\eta_0}{\frac{1}{3}\eta_0+\eta_0}=-\dfrac{1}{2}$

$$T=\frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_1}=\frac{\frac{2}{3}\eta_0}{\frac{4}{3}\eta_0}=\frac{1}{2}$$

在介质区域中 $E_2=\eta_2 Hz=40\pi\times10^{-j\frac{\pi}{4}}=400\pi e^{-j\frac{\pi}{4}}=E_{10}e^{-j\frac{\pi}{4}}$

从而得到 $E_{t0}=400\pi,\ E_{i0}=\dfrac{1}{\Gamma}E_{t0}=800\pi\ \ (\text{mV/m})$

式中 E_{t0}、E_{i0} 表示透射波与入射波场强在 z = 0 处的振幅值。

在空气区域中的场强是入射波与反射波的合成，以 E_1、H_1 表示

$$E_1 = E_{i0}\left(e^{-jk_1z} + \Gamma e^{jk_1z}\right) = 800\pi\left(e^{-jk_1z} - \frac{1}{2}e^{jk_1z}\right)$$

$$H_1 = H_t - H_r = \frac{E_{i0}}{\eta_0}e^{-jk_1z} - \Gamma\frac{E_{i0}}{\eta_0}e^{jk_1z} = \frac{20}{3}\left(e^{-jk_1z} + \frac{1}{2}e^{jk_1z}\right) \qquad (mA/m)$$

$$k_1 = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{120} = \frac{\pi}{60}$$ （弧度/m）

在介质 2 中 E_2、H_2 为

$$E_2 = TE_{i0}e^{-jk_1z} = 400\pi e^{-j\frac{\pi}{20}z}$$

$$H_2 = \frac{E_2}{\eta_2} = \frac{400\pi}{40\pi}e^{-jk_1z} = 10e^{-j\frac{\pi}{20}z}$$

(3) 由（E_2、H_2）的复矢量表示→瞬态表示

求坡印廷 **S**(t), <**S**(t)>, W_e, W_m, W_{emax}, W_{emin} 就不难了。

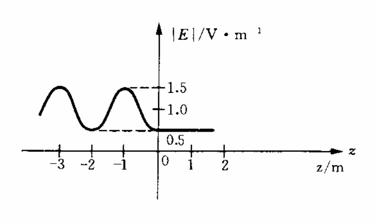
（注意：TEM 波即可以用 TE 波的公式，也可以用 TM 波的公式）

$$H_2 = 10e^{-j\pi z/20}y_0$$
$$E_2 = Z_2|H_2|e^{-j\pi z/20}x_0 = 400\pi e^{-j\pi z/20}x_0$$
$$Z_1 = 120\pi, Z_2 = 40\pi, k_1 = \pi/60$$
$$\Gamma_{TM} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = -1/2$$
$$T_{TM} = 1 - \Gamma_{TM} = 3/2$$
$$H_y^i = 10e^{-j\pi z/60}/T_{TM}y_0 = 20/3e^{-j\pi z/60}y_0$$
$$H_y^r = 20/3e^{-j\pi z/60}\times(-\Gamma_{TM})y_0 = 10/3e^{j\pi z/60}y_0$$
$$H_y^1 = H_y^i + H_y^r = 1/3(20^{-j\pi z/60} + 10e^{j\pi z/60})y_0$$
$$E_x^i = Z_1\times 20/3e^{-j\pi z/60}x_0 = 800\pi e^{-j\pi z/60}x_0$$
$$E_x^r = 800\pi e^{-j\pi z/60}\times\Gamma_{TM}x_0 = -400\pi e^{j\pi z/60}x_0$$
$$E_1 = E_{入} + E_{反} = 800\pi e^{-j\pi z/60}x_0 - 400\pi e^{j\pi z/60}x_0$$
$$T_{TE} = 1 + \Gamma_{TE} = 1/2$$
$$E_x^i = 400\pi/T_{TE}e^{-j\pi z/60}x_0 = 800\pi e^{-j\pi z/60}x_0$$
$$E_x^r = 800\pi e^{-j\pi z/60}\times\Gamma_{TM}x_0 = -400\pi e^{j\pi z/60}x_0$$
$$E_1 = E_{入} + E_{反} = 800\pi e^{-j\pi z/60}x_0 - 400\pi e^{j\pi z/60}x_0$$
$$H_y^i = 800\pi/Z_1e^{-j\pi z/60}y_0 = 20/3e^{-j\pi z/60}y_0$$
$$H_y^r = 400\pi/Z_1e^{-j\pi z/60}y_0 = 10/3e^{j\pi z/60}y_0$$
$$H_y^1 = H_y^i + H_y^r = 1/3(20^{-j\pi z/60} + 10e^{j\pi z/60})y_0$$

5.15 均匀平面波垂直投射到介质板，介质板前电场的大小示于下图，求

（1）介质板的介电常数 ε

（2）入射波的工作频率。



解：$\rho = 1.5/0.5 = 3,$

$$\left|\Gamma\right| = \frac{\rho-1}{\rho+1} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4} = 0.5$$

$$\psi(0) = -\pi, \Gamma = -\frac{1}{2} = -0.5$$

垂直投射时，$k_z = k$

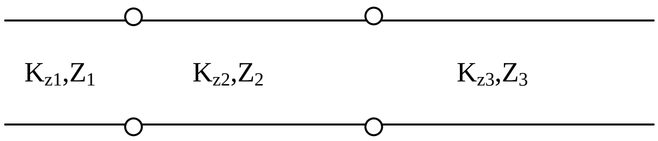
$$\Gamma = \frac{k_{z1}-k_{z2}}{k_{z1}+k_{z2}} = \frac{k_1-k_2}{k_1+k_2} = \frac{k_1-\sqrt{\varepsilon_{r2}}k_2}{k_1+\sqrt{\varepsilon_{r2}}k_2} = -\frac{1}{2}, \sqrt{\varepsilon_{r2}} = 3, \varepsilon_{r2} = 9$$

$$\lambda = 4m, f = \frac{3\times10^8}{4} = 10^7\times7.5m, \omega = 2\pi f = 4.71\times10^8 rad/秒$$

5.16 在介电系数分别为ε_1与ε_3的介质中间放置一块厚度为 d 的介质板，其介电常数为ε_2，三种介质的磁导率均为μ_0，若均匀平面波从介质 1 以$\theta^i = 0°$垂直投射到介质板上，试证明当$\varepsilon_2 = \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_3}$，且$d = \dfrac{\lambda_0}{4\sqrt{\varepsilon_{r2}}}$时，没有反射。

如果$\theta^i \neq 0°$，导出没有反射时的 d 的表达式。

解：



每一层介质可等效为传输线, 如果均匀平面波从介质 1 以$\theta^i = 0°$垂直投射到介质板上, 对 TE 波，传输线的特征参数为

$$k_{z1} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_1} = \sqrt{\varepsilon_{r1}}k_0, k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}, Z_1 = \omega\mu_0/k_{z1} = \eta_0/\sqrt{\varepsilon_{r1}}, \eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$$

$$k_{z2} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_2} = \sqrt{\varepsilon_{r2}}k_0, Z_2 = \omega\mu_0/k_{z2} = \eta_0/\sqrt{\varepsilon_{r2}},$$

$$k_{z3} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_3} = \sqrt{\varepsilon_{r3}}k_0, Z_3 = \omega\mu_0/k_{z3} = \eta_0/\sqrt{\varepsilon_{r3}},$$

当$d = \dfrac{\lambda_0}{4\sqrt{\varepsilon_{r2}}}, k_{z2}d = \pi/2$，即介质板相当于λ/4 传输线，当$Z_2{}^2 = Z_1Z_3$时，传输线匹配，

即没有反射，把波阻抗公式代入即可得$\varepsilon_2 = \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_3}$，所以得证。

当$\theta^i \neq 0°$，$k_{z1} = \sqrt{\varepsilon_{r1}}k_0\cos\theta, k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}, Z_1 = \omega\mu_0/k_{z1}$

$$k_{z2} = k_0\sqrt{\varepsilon_{r2}-\varepsilon_{r1}\sin^2\theta}, Z_2 = \omega\mu_0/k_{z2}，\quad k_{z3} = k_0\sqrt{\varepsilon_{r3}-\varepsilon_{r1}\sin^2\theta}, Z_3 = \omega\mu_0/k_{z3}$$

若要求没有反射，则 $Z_{in}=\dfrac{Z_3+jZ_2tgk_{z2}d}{Z_2+jZ_3tgk_{z2}d}=Z_1$，此即为无反射时 d 所要满足的方程。

5.18 光从空气以θ=30°角投射到厚度为 l 的薄层介质，见图 *P*5.18。薄层介质的介电系数ε_g=2.25ε_0，给出 x 方向等效传输线模型（给出级连传输线的特征参数）。并用传输线模型求反射系数, 透射系数及沿 z 轴场分布, 设 l = 0.65λ。

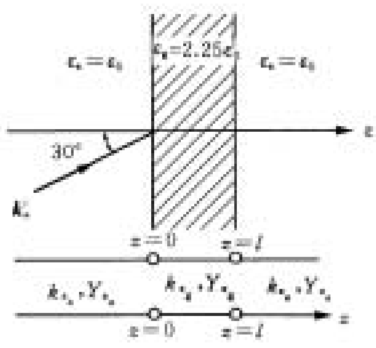


图 *P*5.18

解题方法与步骤同讲义第五章[例 5-8]

5.19 如果作增透膜，选择每一层介电系数、厚度使

$$\Gamma=\frac{Z_{in}-Z_1}{Z_{in}+Z_1}\to 0$$

如果作全反射膜使 $\Gamma=\dfrac{Z_{in}-Z_1}{Z_{in}+Z_1}\to 1$

5.10 两个各向同性介质(ε_1,μ_1), (ε_2,μ_2), $\mu_1\neq\mu_2$，$\varepsilon_1\neq\varepsilon_2$，求入射波平行极化、垂直极化两种情形下的布儒斯特角θ_B。

解：对于 TE 模

$$\Gamma_{TE}=\frac{Z_2-Z_1}{Z_2+Z_1}=\frac{\dfrac{\omega\mu_2}{k_{z_2}}-\dfrac{\omega\mu_1}{k_{z_1}}}{\dfrac{\omega\mu_2}{k_{z_2}}+\dfrac{\omega\mu_1}{k_{z_1}}}=\frac{\mu_2k_{z_1}-\mu_1k_{z_2}}{\mu_2k_{z_1}+\mu_1k_{z_2}}$$

要使 $\Gamma_{TE}=0,\mu_2k_{z_1}-\mu_1k_{z_2}=0$

即 $\mu_2k_1\cos\theta_B=\mu_1k_2\cos\theta_2$ (1)

由相位匹配条件： $k_1\sin\theta_B=k_2\sin\theta_2$ (2)

由(1) $\cos\theta_2=\dfrac{\mu_2k_1}{\mu_1k_2}\cos\theta_B,\sin\theta_2=\sqrt{1-\cos^2\theta_2}=\sqrt{1-\dfrac{\mu_2^2k_1^2}{\mu_1^2k_2^2}\cos^2\theta_B}$ (3)

（3）代入（2）

$$k_1\sin\theta_B=k_2\sqrt{1-\frac{\mu_2^2k_1^2}{\mu_1^2k_2^2}\cos^2\theta_B}$$

$$\frac{k_1}{k_2}\sqrt{1-\cos^2\theta_B}=\sqrt{1-\frac{\mu_2^2k_1^2}{\mu_1^2k_2^2}\cos^2\theta_B}$$

两边平方，均整理后得到

$$\cos^2\theta_B=\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}\frac{\mu_1\varepsilon_1-\mu_2\varepsilon_2}{\mu_1^2-\mu_2^2}$$

所以 $$\theta_B=\arccos\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}\frac{\mu_1\varepsilon_1-\mu_2\varepsilon_2}{\mu_1^2-\mu_2^2}}$$

当 $$\varepsilon_1=\varepsilon_2,\theta_B=\arccos\sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_1+\mu_2}}$$

对于 TM 模

$$\Gamma_{TM}=\frac{Z_2-Z_1}{Z_2+Z_1}=\frac{\dfrac{k_{z_2}}{\omega\varepsilon_2}-\dfrac{k_{z_1}}{\omega\varepsilon_1}}{\dfrac{k_{z_2}}{\omega\varepsilon_2}+\dfrac{k_{z_1}}{\omega\varepsilon_1}}=\frac{k_{z_2}\varepsilon_1-k_{z_1}\varepsilon_2}{k_{z_2}\varepsilon_1+k_{z_1}\varepsilon_2}$$

要使 $\Gamma_{TM}=0,k_{z_2}\varepsilon_1-k_{z_1}\varepsilon_2=0$

即 $$\varepsilon_2k_1\cos\theta_B=\varepsilon_1k_2\cos\theta_2 \qquad (1)$$

由相位匹配条件： $$k_1\sin\theta_B=k_2\sin\theta_2 \qquad (2)$$

由(1) $$\cos\theta_2=\frac{\varepsilon_2k_1}{\varepsilon_1k_2}\cos\theta_B,\sin\theta_2=\sqrt{1-\cos^2\theta_2}=\sqrt{1-\frac{\varepsilon_2^2k_1^2}{\varepsilon_1^2k_2^2}\cos^2\theta_B} \qquad (3)$$

（3）代入（2）

$$k_1\sin\theta_B=k_2\sqrt{1-\frac{\varepsilon_2^2k_1^2}{\varepsilon_1^2k_2^2}\cos^2\theta_B}$$

$$\frac{k_1}{k_2}\sqrt{1-\cos^2\theta_B}=\sqrt{1-\frac{\varepsilon_2^2k_1^2}{\varepsilon_1^2k_2^2}\cos^2\theta_B}$$

两边平方，均整理后得到

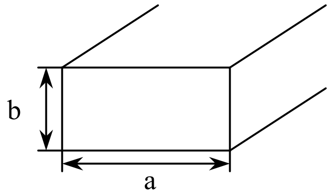
$$\cos^2\theta_B=\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}\frac{\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2}$$

所以 $$\theta_B=\arccos\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}\frac{\varepsilon_1\mu_1-\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2}}$$

当 $$\mu_1=\mu_2,\theta_B=\arccos\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}}$$

第六章部分题解提示

6.3　a = 22.86mm，b = 10.16mm，f = 10GHz，



$\lambda_c = 2a$，$\lambda_g = \lambda \Big/ \sqrt{1-\left(\lambda/\lambda_c\right)^2}$　$\left(\lambda = c/f\right)$

$v_\rho = c \Big/ \sqrt{1-\left(\lambda/\lambda_c\right)^2}$，$k_z = 2\pi/\lambda_g$，$Z_c = \omega\mu/kz$

$\lambda = 3cm,\quad \lambda_g = 39.76mm,\quad v_p = 3.976\times10^8 m/s,\quad Z_{CTE_{10}} = 499.65\Omega$

$f^{\uparrow} \to \lambda_{\downarrow}$，分析各式的影响。

$f \uparrow \lambda \downarrow,\quad \lambda_{CTE_{10}}$不变，$\lambda_{gTE_{10}} \downarrow,\quad v_{pTE_{10}} \downarrow,\quad Z_{CTE_{10}} \downarrow$

$a^{\uparrow} \to \lambda_c^{\uparrow}$，分析各式的影响。

$a\uparrow,\ \lambda_{CTE_{10}}\uparrow,\ \lambda_{gTE_{10}}\downarrow,\ v_{pTE_{10}}\downarrow,\ Z_{CTE_{10}}\downarrow$

b 不出现在公式中，没有影响。

6.4　当 f 由 10GHz → 30GHz

$\lambda_{CTE_{01}} = 2b = 20.32m,\quad \lambda_{CTE_{21}} = \lambda_{cTM_{11}} = 18.57mm,\quad \lambda_{CTE_{02}} = b = 10.16mm$

，$\lambda_{CTE_{20}} = 22.86mm,$

$\lambda_{CTE_{21}} = \lambda_{CTM_{21}} = 15.19mm,\quad \lambda_{CTE_{12}} = \lambda_{CTM_{12}} = 9.9mm$

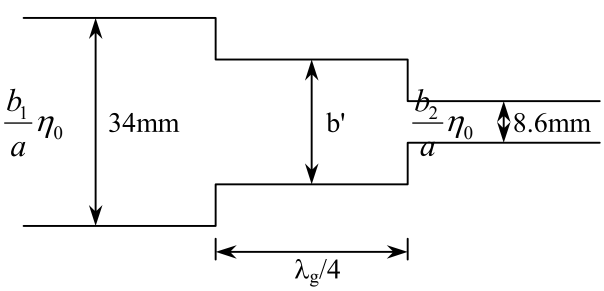
$\lambda_{CE_{30}} = 15.24mm,\quad \lambda_{CTE_{03}} = 6.77mm,\quad \lambda_{CTE_{40}} = 11.43mm,\quad \lambda_{CTE_{50}} = 9.144mm$

TE_{10}，TE_{20}，TE_{01}，TE_{11}，TM_{11}，TE_{30}，TE_{21}，TM_{21}，TE_{40}，TE_{02}，TE_{31}，TM_{31}

由$kz = \sqrt{\omega^2\mu_0\varepsilon_0 - \left(\dfrac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\dfrac{n\pi}{b}\right)^2}$

改变（m, n）的组合，能使 kz 为实数的所有（m, n）组合就是可能出现的高次模式。

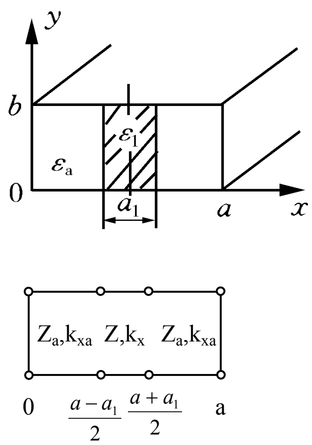
6.8



$b' = \sqrt{b_1 b_2} = 17.11mm$

两波导中间接一段长$\lambda_g/4$的波导，截面 a' = 72.14mm，b'的选择使得其等效阻抗平方为左右两个矩形波导等效阻抗的乘积。

6.9



$$k_y = \frac{n\pi}{b}$$

$$k_{xa} = \sqrt{k_a^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k_z^2}$$

$$k_{x1} = \sqrt{k_1^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k_z^2}$$

$$Z_{xa} = \omega\mu / k_{xa}$$

$$Z_{x1} = \omega\mu / k_{x1}$$

选择$x = \dfrac{a-a_1}{2}$为对称面，

计算$\overleftarrow{Z}, \vec{Z}$

代入横向谐振条件，得到$\vec{Z} + \overleftarrow{Z} = 0$（1），即$f(kz, \omega) = 0$

利用对称性，分对称面开路、短路两种情况，结果要简单。但（1）式包含了对称面开路、短路两种情况。

(习题课详细讲解)

6.11 圆波导直径 D 的选择，对于矩形波导 TE_{10} 模工作频率，圆波导处于截止状态。

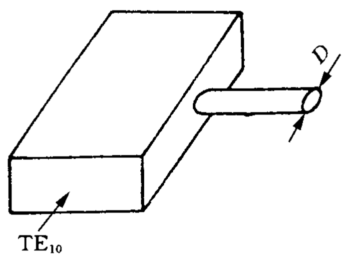


图 P6.11

矩形波导$\lambda_{CTE_{10}} = 2a = 2 \times 4.755 = 9.510cm$，

$$\lambda_{CTE_{01}} = 4.43cm$$

$$\lambda_{CTE_{20}} = 4.755cm$$

单模工作 9.510~4.755cm

圆波导截止波长比 4.755cm 小得多，圆波导 TE_{11} 截止波长$\lambda_{CTE_{11}} = 3.41a$

$$\lambda_{CTE_{11}} = 3.41a << 4.755cm,\ \ a << 1.394cm$$

(D = 2a)

6.14 在光频，金属可视为等离子体，其互介电系数小于 1 甚至为负，故槽区有效介电系数比两旁的大，光波能限制在槽区传播。（习题课详细讲解）

6.17 多膜光纤以模间色散为主
单膜光纤以模内色散为主，即以波导色散为主
膜间色散>>膜内色散

6.20 $a = 500\mu m,\ \ n_1 = 2.8,\ \ n_2 = 2.7$

$\lambda = 200\mu m$

$V = ak_0\sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 11.65$

查曲线得 $b_{LP_{01}} = 0.97,\quad b_{LP_{11}} = 0.9$

由 $b = 1 - \frac{u^2}{V^2}$，得到 $u = V\sqrt{(1-b)}$

6.23 金属圆波导，场全部限制在波导内传播。
介质圆波导，包层中，在横向没有波的传播，但包层中接近界面有高频能量储存。
金属圆波导截止条件，k_z 为虚数即截止，$k_z = 0$ 是截止与非截止的临界点
介质圆波导，包层中横向有能量传播就截止，$kt_2 = 0$，是截止与非截止的临界点，但此时 k_z 可以是实数。
金属圆波导有高通滤波特性，介质圆波导对于 LP_{01} 模到 DC 也能传播。
（习题课详细讨论）

第七章题解

7.4 代公式$\lambda_0=\dfrac{2}{\sqrt{\left(\dfrac{m}{a}\right)^2+\left(\dfrac{n}{b}\right)^2+\left(\dfrac{p}{l}\right)^2}}$，$\lambda_{0\min}=\dfrac{2al}{\sqrt{a^2+l^2}}=\dfrac{2\times7.5\times10}{\sqrt{7.5^2+10^2}}$ cm

7.6 (1) $\lambda=\dfrac{2al}{\sqrt{a^2+l^2}}=30.1mm$

(2) Q

$$f_0=99.65\times10^8\,Hz$$

$$R_s=\sqrt{\frac{\pi f_0\mu}{\sigma}}=0.026\Omega$$

(3) 储能$w=\dfrac{\varepsilon abl}{8}E_{101}^2=5.134\times10^{-12}(j)$

$$P_L=4.1\times10^{-5}\,w$$

7.9 谐振腔中最大电场贮能与最大磁场贮能相等。

7.16 课堂讲解

7.17 (2)

$$|\Gamma(\omega_0)|^2=\frac{P_r(\omega_0)}{P_{in}(\omega_0)}=\frac{P_r(\omega_0)}{P_{in}(\omega)}$$

$$|\Gamma(\omega_1)|^2=\frac{P_r(\omega_1)}{P_{in}(\omega_1)}=\frac{\frac{1}{2}\left[P_{in}(\omega_0)+P_r(\omega_0)\right]}{P_{in}(\omega)}=\frac{1}{2}\left(1+|\Gamma(\omega_0)|^2\right)$$

$$\Gamma(\omega_0)=\frac{\rho_0-1}{\rho_0+1}$$

所以对应半功率带宽的$\rho_{1,2}=\dfrac{1+|\Gamma(\omega_1)|}{1-|\Gamma(\omega_1)|}=\dfrac{1+\sqrt{\dfrac{1}{2}\left[1+\left(\dfrac{\rho_0-1}{\rho_0+1}\right)^2\right]}}{1-\sqrt{\dfrac{1}{2}\left[1+\left(\dfrac{\rho_0-1}{\rho_0+1}\right)^2\right]}}=\dfrac{1+\rho_0+\sqrt{1+\rho_0^2}}{1+\rho_0-\sqrt{1+\rho_0^2}}$

第八章题解

8.1 $G=\dfrac{4\pi}{\Omega}=\dfrac{4\pi}{\dfrac{\pi}{4}\theta_B^2}=\dfrac{16}{\theta_B^2}$

$$\theta_B=1.5^\circ=\frac{\pi}{180}\times 1.5\quad rad,\qquad \theta_B=3^\circ=\frac{\pi}{180}\times 3\quad rad$$

$$G\Big|_{\theta_B=1.5^\circ}=\frac{16}{\left(\dfrac{\pi}{180}\times 1.5\right)^2}=2.335\times 10^4$$

$$G\Big|_{\theta=3^\circ}=\frac{G_B\big|_{\theta=1.5^\circ}}{4}=\frac{2.335}{4}\times 10^4\approx 5837$$

8.3 $G_D=10^{\frac{36}{10}}=3.98\times 10^3$

$$<\mathbf{S_r}>=G_D\frac{P}{4\pi r^2}=3.98\times 10^3\,\frac{5\times 10^3}{4\pi\times\left(25\times 10^3\right)}=2.54\times 10^{-3}\,w/m^2$$

8.7 因为$\theta=90^\circ$，$G_D=\dfrac{3}{2}\sin^2\theta=1.5$

$$f=200\times 10^6\,Hz,\quad \lambda=\frac{3\times 10^8}{200\times 10^6}=1.5m,\quad A_e=\frac{G_D\lambda^2}{4\pi}=0.296m^2$$

$$<\mathbf{S_r}>=G_D\frac{P}{4\pi r^2}=4.777\times 10^{-10}\,w/m^2$$

$$P_R=A_e<\mathbf{S}_r>=0.269\times 4.777\times 10^{-10}=1.28\times 10^{-10}\,w$$

8.9 与 8.7 题型相同，可不做。

8.14 $N=40,\ d=\lambda/2,\ kd=\pi,\ \psi=0$

$$\left|F(\varphi)\right|=\frac{1}{N}\left|\frac{\sin\dfrac{Nkd\sin\varphi}{2}}{\sin\dfrac{kd\sin\varphi}{2}}\right|=\frac{1}{40}\left|\frac{\sin(20\pi\sin\varphi)}{\sin\dfrac{\pi}{2}\sin\varphi}\right|$$

令$20\pi\sin\varphi=\pi$，$\varphi=\arcsin\dfrac{1}{20}=2.87^\circ$，即第一个零点位置

$$(ws')_{B/2}=\frac{w}{\lambda}\sin\frac{\varphi_B}{2}=\frac{Nd}{\lambda}\sin\frac{\varphi_B}{2}=20\sin\frac{\varphi_B}{2}$$

令 $20\sin\frac{\varphi_B}{2}=0.443$，$\therefore \varphi_B=2\arcsin\frac{0.443}{20}=2.54^\circ$

8.16 $G_D=10^{\frac{45}{10}}=10^{4.5}=3.16\times10^4$

(1) $f=500MHz$，$A_e=\frac{G_D\lambda^2}{4\pi}=905.73m^2$

$$A'=\frac{A_e}{60\%}=\frac{5}{3}A_e=1509.55m^2$$

$$d=\sqrt{\frac{4A'}{\pi}}=43.9m^2$$

(2) $f=40GHz$，$A_e=\frac{G_D\lambda^2}{4\pi}=0.142m^2$

$$A'=\frac{A_e}{60\%}=0.236m^2$$

$$d=\sqrt{\frac{4A'}{\pi}}=0.548m^2$$

8.20 $G_D=10^{\frac{45}{10}}=3.6\times10^4$

$$P_{R\min}=10^{\frac{-115}{10}}mw=3.16\times10^{-12}mw$$

$$R_{\max}=\left[\frac{P_T G^2\lambda^2\sigma}{(4\pi)^3P_{R\min}}\right]^{1/4}=8.7\times10^5m=870km$$