Федеральное государственное автономное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский университет ИТМО"

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №6

«Работа с системой компьютерной вёрстки TEX»

Вариант 17

Выполнил:

Шалабодов Ярослав Дмитриевич, P3110

Проверил:

к.п.н доцент, доцент Авксентеева Елена Юрьевна

Санкт-Петербург 2025

Этот ответ у нас получился так:

	5-угольников	4-угольников	3-угольников
4 круга разбивают сферу на	0	6	8
5-й круг оставляет нетронутыми разбивает 3-угольники на разбивает 4-угольники на	0 0 2	2 4 4=2+2	4 4 2
И т о г о . . .	2	10	10

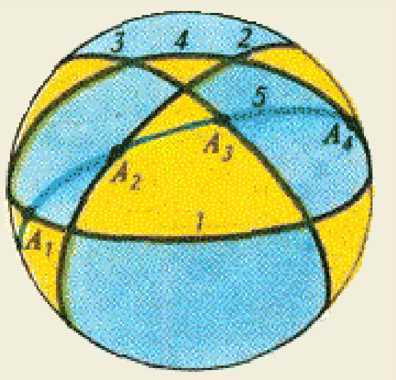

Рис. 5.

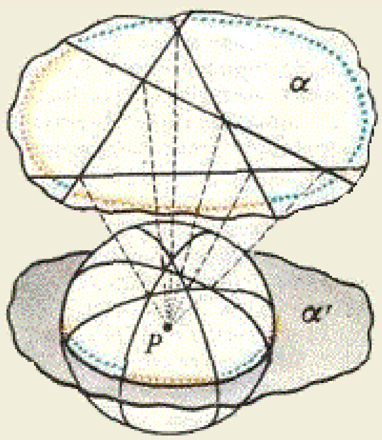

Рис. 6.

А теперь покажем, как этот же ответ получить намного проще.

В т о р о е   р е ш е н и е. Спроектируем сферу из центра P на плоскость α, параллельную экватору O. Тогда пара симметричных n-угольников на сфере, не примыкающих к O, отобразится на n-угольник в плоскости α, а пара n-угольников, примыкающих к O — на $(n-2)$-угол; пользуясь результатом задачи а) — единственностью разбиения плоскости четырьмя прямыми и первой табличкой, – мы заключаем, что любые пять больших кругов разбивают сферу на два пятиугольника (их проекция–3-угол), 2(1+4)=10 четырехугольников (из них восемь примыкают к данному большому кругу O, и эти *четыре пары проектируются на 2-углы*), и 2(2+3)=10 треугольников (из них шесть примыкают к большому кругу O). Те, кто знаком с понятием проективной плоскости (см., например, «Квант», 1974, №3), заметят, конечно, что «проекция», о которой мы говорим, более естественно объясняется как отображение сферы на *проективную плоскость* (при этом отображении две диаметрально противоположные точки сферы склеиваются в одну, образы всех больших кругов — прямые, в том числе образ круга O—*бесконечно удалённая прямая*).

Рисунок , иллюстрирующий второе решение, нужно пояснить. Поскольку «бесконечно удалённую прямую» нарисовать трудно, мы на рисунке 6 очень близко к большому кругу—экватору O — провели пунктиром параллель; ее образом при *проекции будет окружность очень большого* радиуса в плоскости α, содержащая внутри себя все точки пересечения четырёх прямых; эти прямые разбивают возникающий на плоскости «очень большой круг» на 11 областей: «пятиугольников», пять «треугольников» и пять «четырехугольников»; возвращаясь с плоскости на сферу, получаем после удвоения ответ. В заключение заметим, что во всех трёх задачах не только вид частей разбиения (число сторон), но и их взаимное расположение определяются однозначно.

Предлагаем читателям «Кванта» в качестве задачи для исследования выяснить, какие бывают разбиения сферы шестью большими кругами или плоскости — пятью прямыми (здесь уже нет единственности). Самое трудное здесь, по-видимому, доказать то, что найдены все возможные варианты разбиения.

Н. Васильев

◆

М445. *Центры одинаковых непересекающихся окружностей находятся в центрах правильных шестиуголь-*

Заметим, что центры правильныъ шестиугольников находятся на вершинах ромбов (сторона ромба – удвоенная апофема шестиугольника, угол при вершине равен 60°). Таким образом, мы имеем *ромбическую решётку* *ников, покрывающих плоскость так, как показано на рисунке 7. Пусть М-многоугольник с вершинами в центрах окуржностей. Окрасим в красный цвет те окружности или их части (дуги), которые лежат внутри М. Покажите, что сумма градусов равна C·180°, C≈C(M) – целое число, и дайте этому числу геометрическую интерпертацию.*

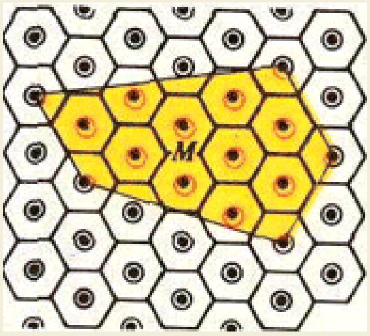

Рис. 7.

на плоскости; вершины ромбов – *узлы* решётки (см. рис. 7). Далее, если многоугольник М с вершинами в узлах представлен в виде объединения многоугольников $A_1, \ldots, A_k$ (с вершинами в узлах): $M = \bigcup\limits_{i=l}^{k} A_i$, то

$$C(M) = C(A_1) + \ldots + C(A_k);$$

про аткую функцию говорят, что она *аддитивна.* Отсюда следует, что если многоугольник М с вершинами в узлах представлен в виде объединения многоугольников $A_1, \ldots, A_k$, из которого удалено объединение многоугольников $B_1, \ldots, B_l$ (A_i и B_j — с вершинами в узлах) — см. рисунок 8; т.е. если

$$M = \bigcup_{i=1}^{k} A_i \setminus \bigcup_{j=1}^{l} B_j, \text{ причем } \bigcup B_j \subset \bigcup A_i \qquad (*)$$

(здесь $\setminus$ — значок *разности множеств* или *дополнения*), то

$$C(M) = \sum_{i=1}^{k} C(A_i) - \sum_{j=1}^{l} C(B_j).$$