



Examen Parcial N°1

XS-0100 Fundamentos de la Teoría Estadística

Duración de la prueba: 180 min, Jueves 4 de Mayo 2023

Instrucciones generales: la prueba es de carácter individual, resuelva cada ejercicio propuesto. Respuestas realizadas con lápiz o con tachones o uso de corrector liquido podrían afectarle en caso de un reclamo en su respuesta.

Adjunte las justificaciones de cada ítem.

Total de puntos: 31

1. Sea X una v.a. con distribución exponencial con parámetro λ , es decir

$$P(X \le x) = \lambda e^{-\lambda x}$$
, $si \ x \ge 0$, 0 en otro caso.

Calcule el estimador de máxima verisimilitud para el parámetro λ . (5 pts)

2. Considere una muestra i.i.d. de tamaño n, de una v.a. con distribución normal, con media desconocida μ y varianza igual a 4. Se tiene como estimador de la media:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

- a) Estime el sesgo de estimador $\hat{\mu}$. (3 pts)
- b) Indique si es un estimador insesgado asintóticamente. (1 pt)
- c) Calcule la varianza del estimador $\hat{\mu}$. (2 pts)
- 3. Se supone que los resultados de un examen siguen una distribución normal con media 78 y desviación típica 36. Estime la probabilidad que un estudiante haya obtenido más de 72. (5 pts)
- 4. Considere la siguiente función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } 0 \le x \le 1\\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Estime la esperanza de X y su varianza. (5 pts)
- b) Estime la función generadora de momentos para f. (5 pts)





- 5. Sea θ_1 , estimador de θ , se sabe que:
- 1. θ sigue una distribución $\frac{1}{\theta}e^{-\frac{1}{\theta}x}$, $si \ x \ge 0$
- II. $\mathsf{E}[\theta_1] = E[\bar{X}] = \theta$
- a) Si $I(\theta) = E[\frac{\partial \ln(L(\theta))}{\partial \theta}]^2 = -E[\frac{\partial^2 \ln(L(\theta))}{\partial^2 \theta}]$, estime la cota de Cramer Rao para el parámetro θ , en términos de θ y n (5 pts)

Tabla Normal

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998