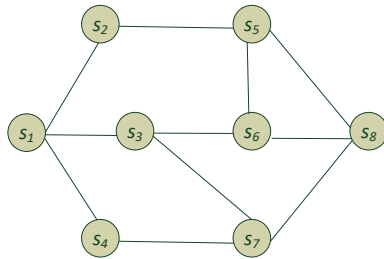


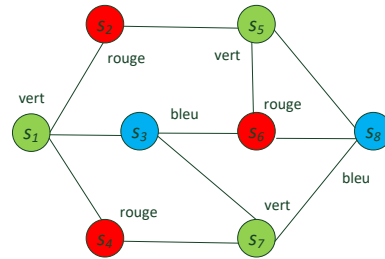
## Question individualisée n°27 : Les graphes

### Détection d'une coloration avec $k$ couleurs

L'objectif sera pour vous de permettre aux utilisateurs de votre librairie de décider, pour un graphe donné, s'il existe une coloration des sommets avec au plus  $k$  couleurs ( $k$  étant donné). Nous allons travailler sur un graphe non orienté  $G=[S,A]$ . Soit  $k$  un nombre de couleurs (rouge, bleu, vert, ...) donné. Une coloration des sommets d'un graphe consiste à colorier les sommets de sorte que deux sommets reliés par une arête ne soient pas coloriés avec la même couleur. Un exemple est donné ci-dessous.



- Un graphe  $G$  -



- Une coloration avec  $k=4$  -

Vous l'aurez compris, sur le fond, peu importe quelle est le nom des couleurs (on peut très bien les numéroter de 1 à  $k$ ) : ce qui compte c'est que deux sommets adjacents dans le graphe n'aient pas le même numéro de couleur. Il faudra donc rajouter à votre structure de sommet un champ permettant de stocker la couleur affectée. Dans ce sujet, on vous demande de tester, récursivement, s'il existe une coloration des sommets pour un graphe  $G$  et une constante  $k$  donnés. L'algorithme général est donné ci-dessous.

#### Entrée:

Un graphe non orienté  $G=[S,A]$ .

Un nombre de couleurs  $k$

Sortie: Vrai, s'il existe une coloration d'au plus  $k$  couleurs ; Faux sinon.

```
1: function ExisteColoration( $G,k$ )
2:   Si (tous les sommets sont coloriés) Alors
3:     Retourner Vrai
4:   Sinon
5:     Pour  $i=1$  à  $|S|$  Faire
6:        $s \leftarrow S[i]$  //  $s$  est le sommet en position  $i$  dans la liste des sommets restants  $S$ 
7:       Si ( $s$  n'est pas colorié) Alors
8:          $C_s \leftarrow \{\text{couleurs distinctes utilisées pour les sommets ayant une arête commune avec } s\}$ 
9:         Si ( $|C_s|=k$ ) Alors
10:          Retourner Faux
11:        Fin Si
12:        Pour toute couleur  $j$  absente de  $C_s$  Faire
13:          colorier  $s$  avec la couleur  $j$ 
14:          Si ExisteColoration( $G,k$ ) Alors Retourner Vrai
15:          retirer la couleur affectée à  $s$ 
16:        Fin Pour
17:        Retourner Faux
18:      Fin Si
19:    Fin Pour
20:  Fin Si
```