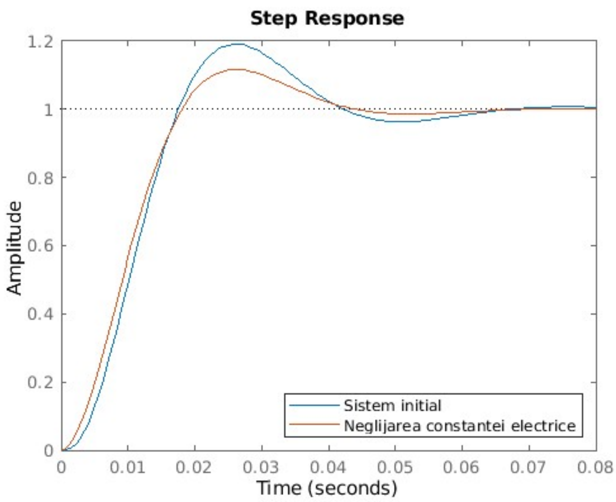
Temă

Ghișa Alexandru Nicolae, grupa 2

Cerința B: În ipoteza neglijării părții electrice, să se analizeze sistemul având intrarea v şi ieşirea θ.

Pentru acest sistem:

• să se determine un regulator cu întârziere de fază de ordinul I care să asigure un timp de urcare cât mai mic şi suprareglaj 0%;



Funcția de transfer la v la θ este:

$$H_{vth} = \frac{1.6153*10^7}{s(s+755.3)(s+165.2)} = \frac{129.4739}{s(0.0013s+1)(0.00612s+1)}$$

Neglijând constanta electrică:

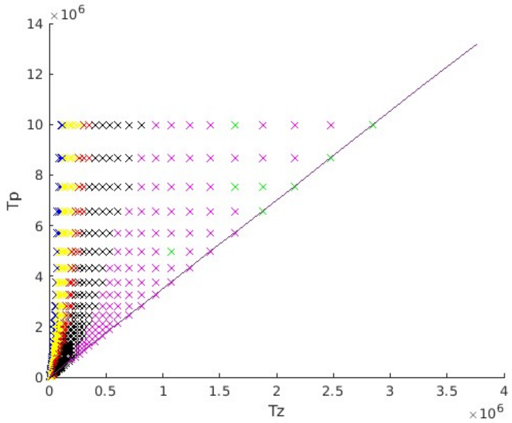
$$H_{vths} = \frac{129.4739}{s(0.00612s+1)}$$

Voi nota funcția de transfer a regulatorului cu:

$$H_c = \frac{T_z s+1}{T_p s+1} \Rightarrow H_o = \frac{129.4739(T_z s+1)}{129.4739(T_z s+1)+s(0.00612s+1)(T_p s+1)}$$

Pentru a îndeplini condiția de suprareglaj 0%, polii funcției de transfer în buclă închisă trebuie să fie reali, iar zeroul să nu fie dominant. Pentru a îndeplini prima condiție, rădăcinile numitorului trebuie să fie reale.

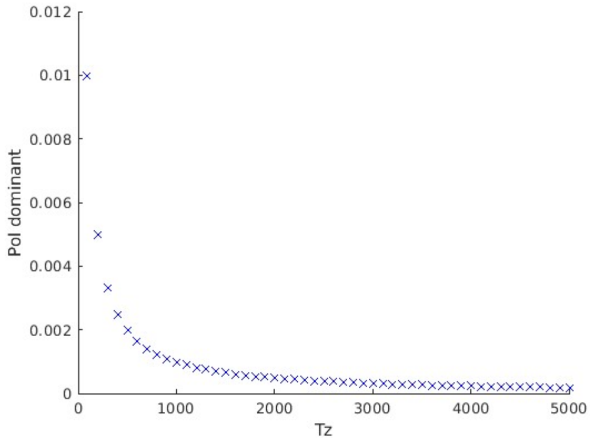
Din cauza complexității acestei ecuații, am verificat respectarea condițiilor exhaustiv, pe intervalul [10-10^7]. Am observat că a doua condiție nu este respectată (verde), decât pentru valori foarte mari ale constantelor de timp, așa că am ales mai multe marje de eroare (magenta - 0.00001%, negru- 0.00005%m, roșu- 0.0001%, galben- 0.0005%, albastru- 0.001%) din care a rezultat următorul grafic:



Se observă de pe grafic că suprareglajul scade o dată cu creșterea constantei Tz , iar pentru un anumit Tz, valoarea minimă a lui Tp crește proporțional.

Alegând două puncte putem afla ecuația dreptei:

T_p= 3.5112T_z+14.8591 (1)

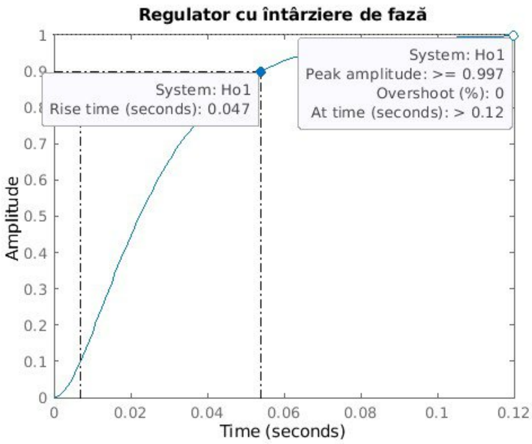


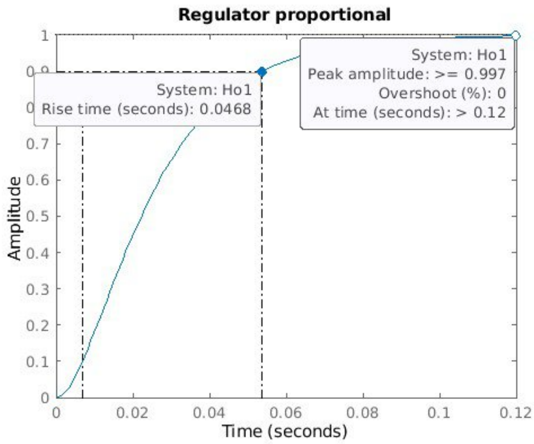
Timpul de răspuns este proporțional cu constanta de timp a polului dominant, și se observă că scade o dată cu creșterea constantei de timp Tz. Voi alege Tz=1000, deoarece valoarea absolută a polului dominant nu se mai modifică foarte mult.

Pentru a avea un suprareglaj și un timp de răspuns cât mai mic voi calcula limita la infinit a regulatorului:

$$\lim_{T_z \to \infty} \frac{T_z s + 1}{(3.5112\ T_z + 14.8591)s + 1} = 0.2848$$

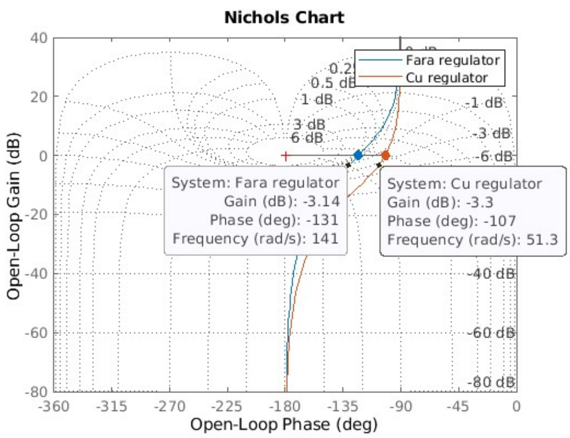
, ceea ce înseamnă că putem folosi un regulator proporțional cu constanta 0.2848





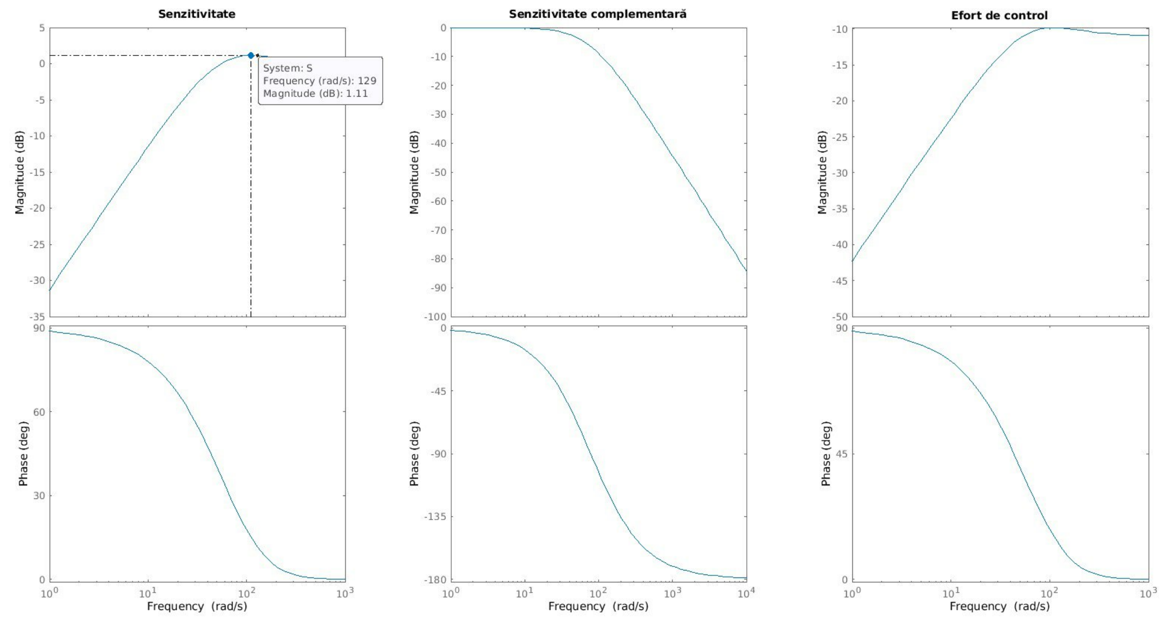
Diferențele sunt nesemnificative.

• să se ilustreze proiectarea acestuia pe diagrama Nichols şi să se evidențieze modificările aduse de regulator;

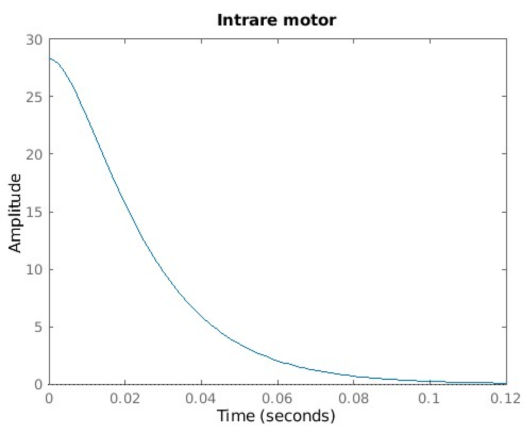


Sistemul cu regulator nu are suprareglaj (este tangent cercului de 0dB), și are o margine de fază mai mare(73>49), dar are o lățime de bandă mai mică decât sistemul inițial, deci un timp de urcare mai mare. Capacitatea de rejecție a zgomotelor este aceeași, deoarece regulatorul nu modifică excesul polilor față de zerouri.

• să se evidențieze funcțiile de senzitivitate (senzitivitatea S, senzitivitatea complementară T şi efortul de control KS);



• în ipoteza în care comanda maximă admisă este de 5[V], determinați dacă această constrângere este respectată pentru o referință θ⋆ = 100[rad], iar, în caz contrar, modificați regulatorul astfel încât să se respecte şi această constrângere;



Funcția de transfer de la referință la intrare este:

$$H_{ri} = \frac{H_c}{1 + H_c \cdot H_{vth}}$$

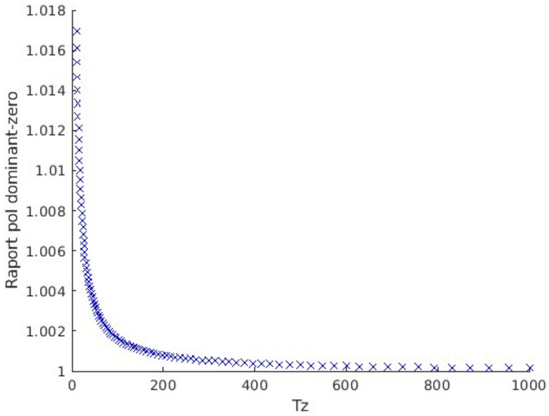
$$= \frac{(T_z s + 1)s(0.00612s + 1)}{(T_p s + 1)s(0.00612s + 1) + 129.4739(T_z s + 1)}$$

Comanda maxima pe care o primește motorul este

$$100 * \lim_{s \to \infty} H_{ri} = 100 * \frac{Tz}{Tp}$$

Pentru siguranță, voi impune valoarea maximă de 4,5 V, ceea ce presupune

$$\frac{Tz}{Tp} < 4.5/100 = 0.045 \text{ (2)}$$

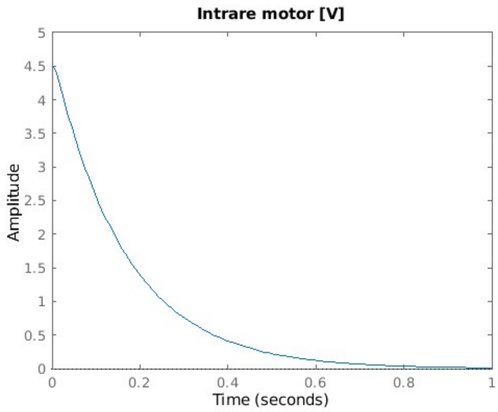


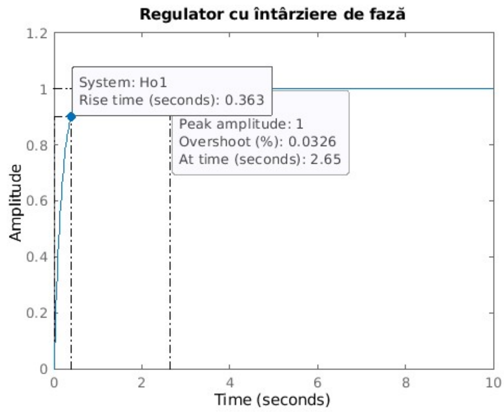
O tensiune de alimentare cât mai mare înseamnă un timp de ridicare mai scăzut, deci voi impune Tz=0.045Tp

Utilizând metoda de la primul subpunct cu noua constrângere am obținut următorul grafic:

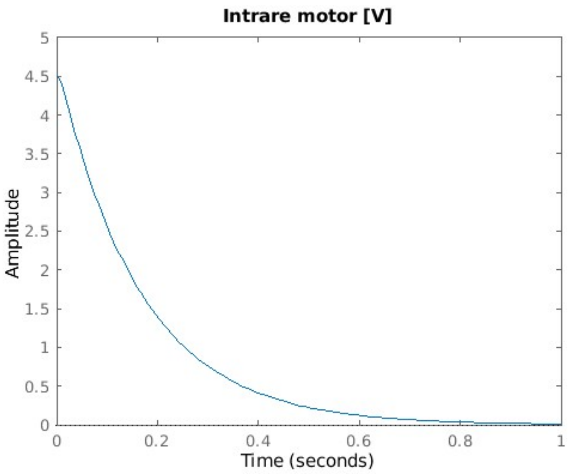
Voi alege Tz=500, pentru a avea un suprareglaj cât mai apropiat de 0%.

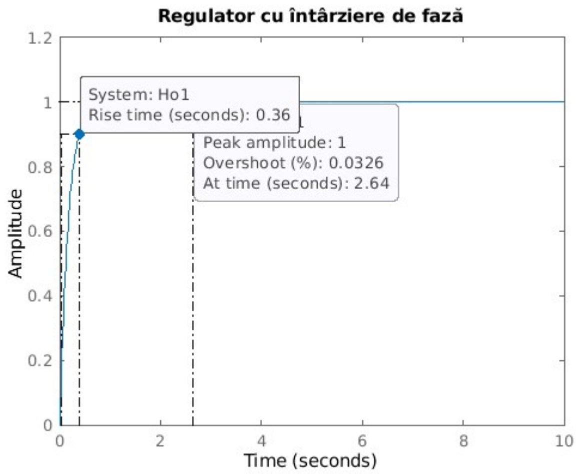
Comanda maximă este de 4,5 V la momentul 0.





• realizați toate simulările menționate anterior în ipoteza în care partea electrică nu este neglijată şi precizați ce degradări ale performanțelor ați constatat.





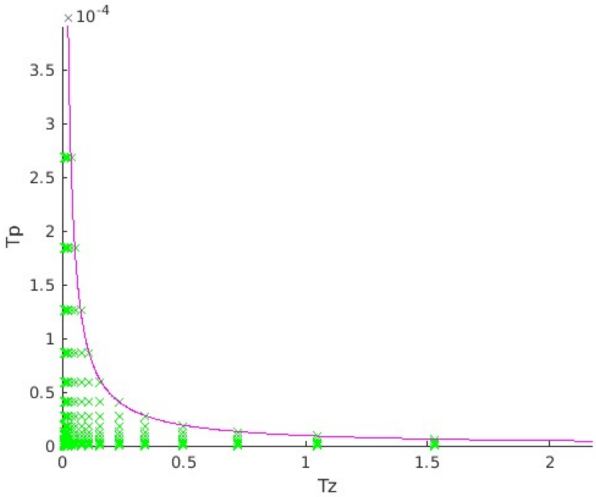
Nu au apărut modificări semnificative.

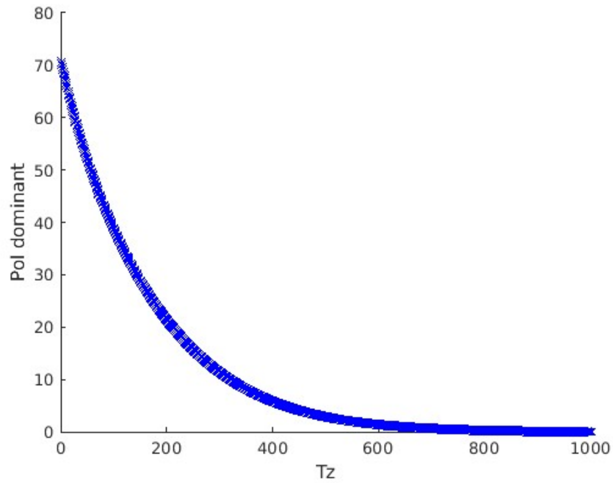
Cerința A: În ipoteza neglijării părții electrice, să se analizeze sistemul având intrarea v şi ieşirea θ.

Pentru acest sistem:

• să se determine un regulator cu avans de fază de ordinul I care să asigure un timp de urcare cât mai mic şi suprareglaj 0%;

Raționamentul este aproape identic cu cel de la cerința B, deci voi prezentă doar ce este diferit.

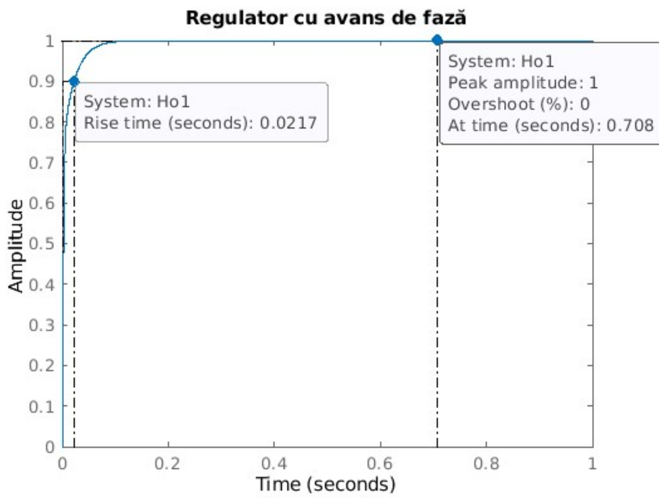




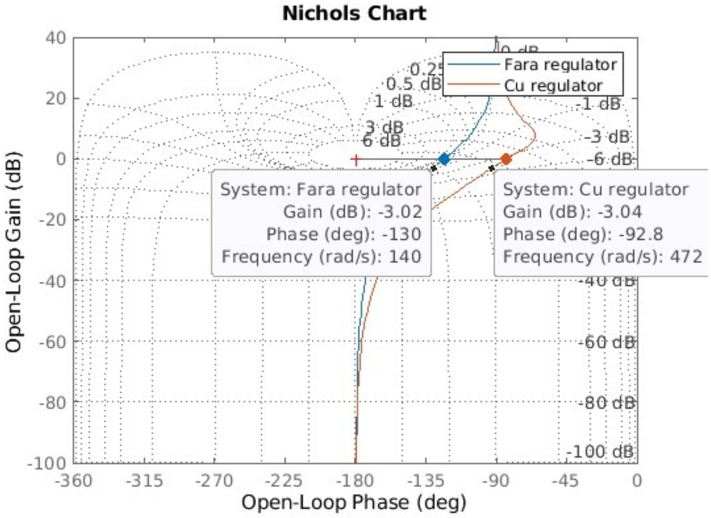
Alegând intervalul [10^{-7}-10], se observă că atunci când constantele de timp ale regulatorului se află sub hiperbola Tz*Tp=9.5410e-06, suprareglajul este de 0%. Dacă luam constantele de timp pe hiperbolă se observă scăderea timpului de răspuns (care depinde de polul dominant), o dată cu creșterea Tz.

Pentru a nu avea o diferența foarte mare între Tz și Tp, voi impune Tz=30*Tp

=> Tz=0.01692, Tp=0.0005639

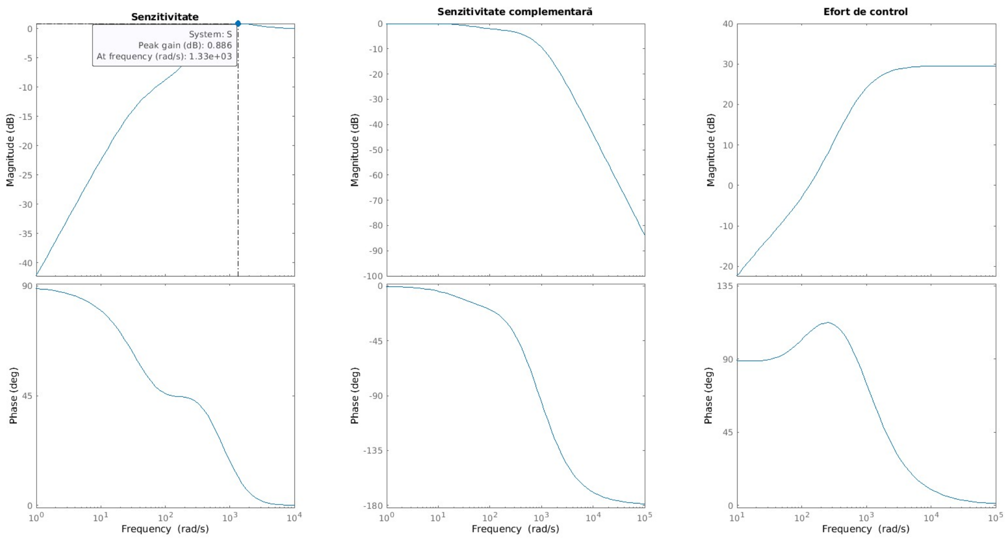


• să se ilustreze proiectarea acestuia pe diagrama Nichols şi să se evidențieze modificările aduse de regulator;



Sistemul cu regulator nu are suprareglaj (este tangent cercului de 0dB), are o margine de fază mai mare(96.5>56.8) și o lățime de bandă mai mare decât sistemul inițial, deci un timp de urcare mai mic. Capacitatea de rejecție a zgomotelor este aceeași, deoarece regulatorul nu modifică excesul polilor față de zerouri.

• să se evidențieze funcțiile de senzitivitate (senzitivitatea S, senzitivitatea complementară T şi efortul de control KS);

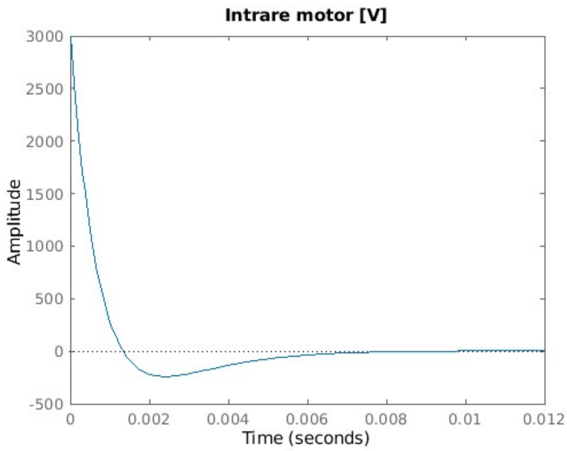


• în ipoteza în care comanda maximă admisă este de 5[V], determinați dacă această constrângere este respectată pentru o referință θ⋆ = 100[rad], iar, în caz contrar, modificați regulatorul astfel încât să se respecte şi această constrângere;

Conform ecutației (2)

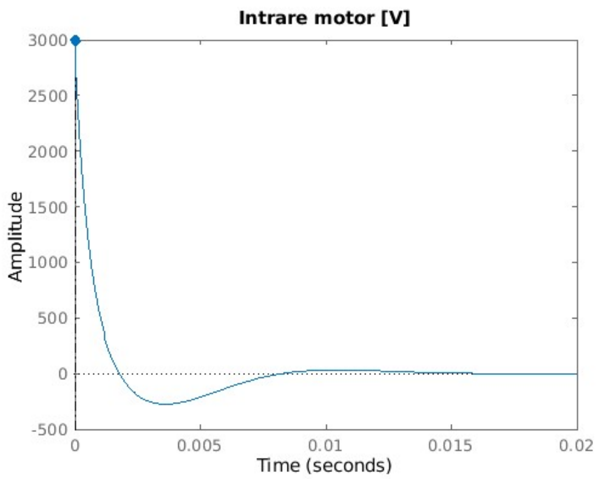
$$\frac{Tz}{Tp} < 4.5/100 = 0.045$$

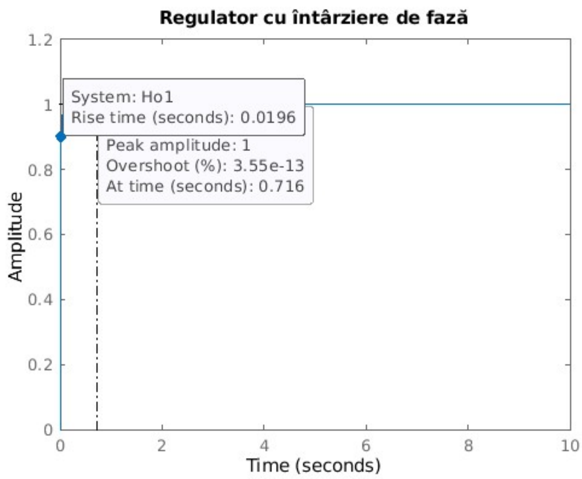
,nu se poate respecta această constrângere cu un regulator cu avans de fază



Comanda maximă este de 3000 V în acest caz (100*Tz/Tp)

• realizați toate simulările menționate anterior în ipoteza în care partea electrică nu este neglijată şi precizați ce degradări ale performanțelor ați constatat.





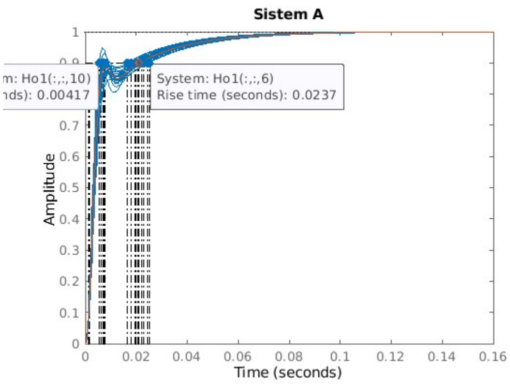
Nu au apărut modificări semnificative la perfomanțe.

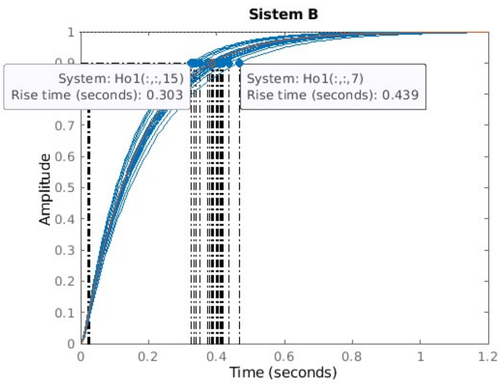
Cerința C: Să se analizeze robustețea structurilor de control propuse în raport cu variația parametrilor motorului. Considerați o variație de ±10% pe fiecare parametru şi studiați degradarea performanțelor obținute folosind regulatoarele calculate la A şi B.

$$H = C(sI_3 - A)^{-1}B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s + \frac{Ra}{La} & \frac{Ke}{La} & 0 \\ -\frac{Kt}{J} & s + \frac{Bf}{J} & 0 \\ 0 & -1 & s \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{KPWM}{La} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

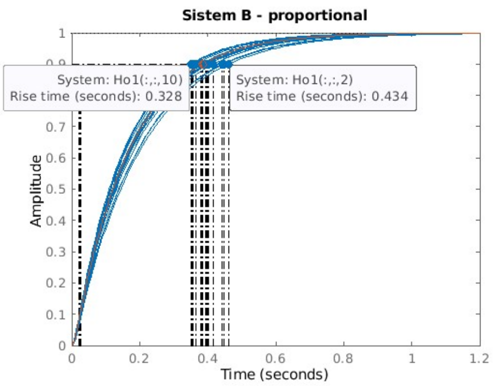
$$\frac{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} - & - & - \\ s\frac{Kt}{J} & s(s + \frac{Ra}{La}) & - \\ \frac{Kt}{J} & s + \frac{Ra}{La} & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{KPWM}{La} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}{\begin{vmatrix} s + \frac{Ra}{La} & \frac{Ke}{La} & 0 \\ -\frac{Kt}{J} & s + \frac{Bf}{J} & 0 \\ 0 & -1 & s \end{vmatrix}} = \frac{\begin{pmatrix} s\frac{Kt}{J}\frac{KPWM}{La} & \frac{Kt}{J}\frac{KPWM}{La} \\ -s(s + \frac{Ra}{La})\frac{1}{J} & -(s + \frac{Ra}{La})\frac{1}{J} \end{pmatrix}}{s(s^2 + (\frac{Ra}{La} + \frac{Bf}{J})s + \frac{Ra}{La}\frac{Bf}{J} + \frac{Ke}{La}\frac{Kt}{J})}$$

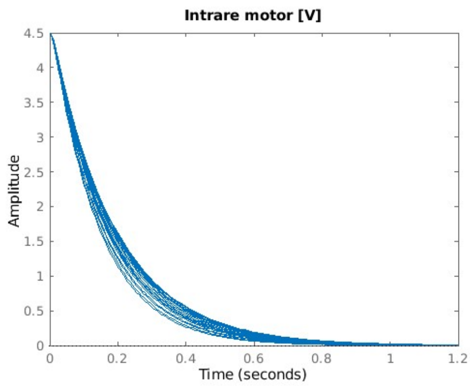
$$H_{vth} = \frac{\frac{Kt}{J}\frac{KPWM}{La}}{s(s^2 + (\frac{Ra}{La} + \frac{Bf}{J})s + \frac{Ra}{La}\frac{Bf}{J} + \frac{Ke}{La}\frac{Kt}{J})}$$





Toate regulatoarele sunt robuste. Se observă diferențe semnificative doar la timpul de urcare





Cerința D: În ipoteza implementării numerice a unuia dintre regulatoarele calculate la Cerința A sau Cerința B să se analizeze următoarele aspecte, în ipoteza neglijării părții electrice:

• să se determine o perioadă de esantionare adecvată sistemului de control astfel încât să existe o degradare minimă a performantelor, fără a fi nevoie de o perioadă de esantionare aberant de mică;

Voi folosi regulatorul calculat la cerința B

$$H_c = \frac{500 + 1}{11111.11s + 1}$$

$$H_{vths} = \frac{129.4739}{s(0.00612s + 1)}$$

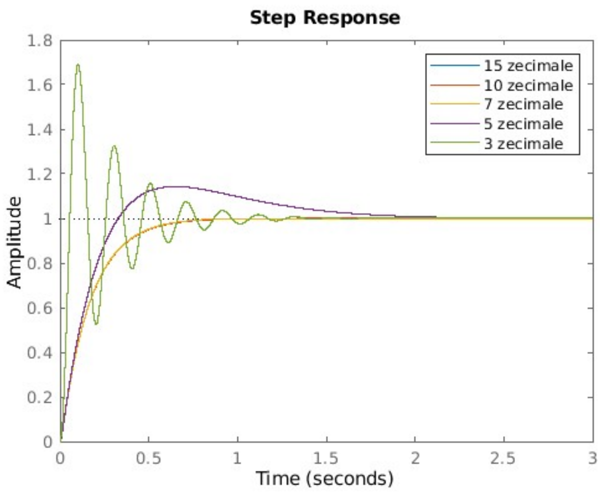
T_{min}=0.00612=> Te≤$6.12*10^{-4}$

Frecvența de eșantionare pentru un Arduino este de 15kHz => Te≥ $6,6*10^{-5}$. Voi alege perioda de eșantionare între la $2*6,6*10^{-5}=1.33*10^{-4}$

• pornind de la structura numerică de control mentionată anterior, să se realizeze o analiză a impactului numărului de zecimale considerate pentru implementarea regulatorului numeric asupra stabilitătii si a performantelor;

Folosind metoda de discretizare 'zoh'

$$H_{cd} = \frac{0.0450000 \quad - 0.0449999\, z^{-1}}{1.0000000 \quad - 0.9999999\, z^{-1}}$$



O dată cu scăderea numărului de zecimale, timpul de răspuns și supraregiajul cresc, ajungând să devină instabil de la 2 zecimale. Variabilele de tip float sunt pe 32 de biți de o placă Arduino. Referința maximă fiind $100<2^7$, partea fracționară va fi reprezentată cel puțin pe restul de 24 be biți, deci precizia va fi de 2^{-24}=5.96046448e-8

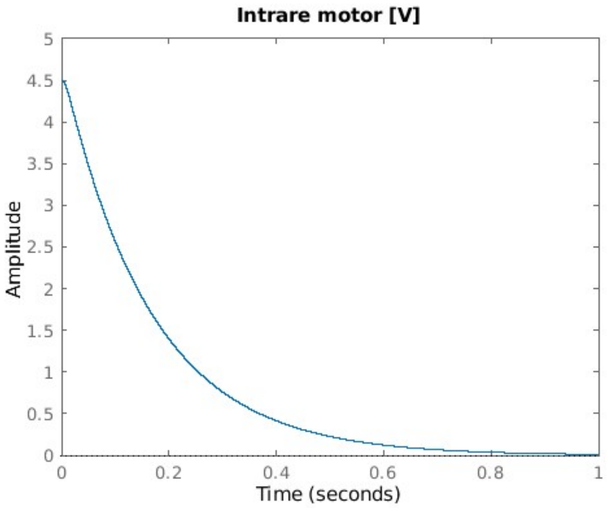
Conform ecuației cu diferențe:

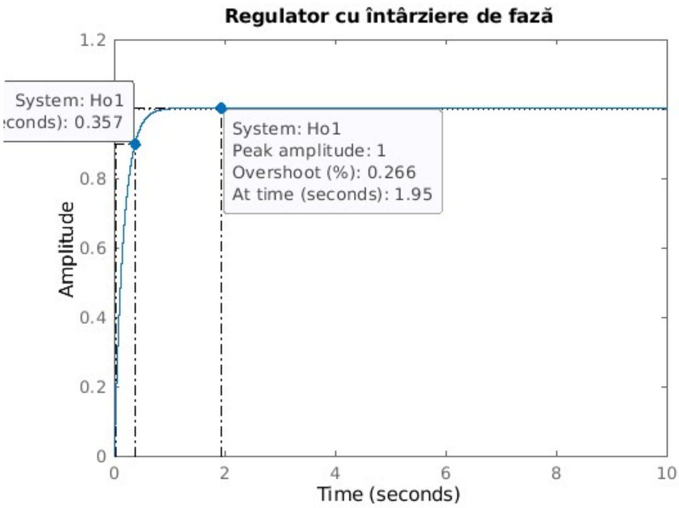
$$y[k] = 0.9999999\, y[k-1] + 0.0450000\, u[k] - 0.0449999\, u[k-1]$$

,microcontrolerul trebuie să facă 3 înmulțiri și 2 adunări care durează[1] 15*3+13*2=71μs <133.33 μs, cât este perioada de eșantionare, deci regulatorul poate fi implementat pe un Arduino.

[1]https://forum.arduino.cc/t/math-execution-times-for-arduino/191501, nu am găsit altă sursă mai credibilă

• **realizați toate simulările menționate anterior în ipoteza în care partea electrică nu este neglijată şi precizați ce degradări ale performanțelor ați constatat.**





Nu se observă degradări semnificative

Cerința E: Pornind de la modelul de tip spațiul-stărilor din (3), să se rezolve următoarele cerințe:

• **să se proiecteze un regulator cu reactie de la stare capabil să asigure eroarea stationară la pozitie. Se cere ca suprareglajul să fie nul, iar timpul de răspuns să fie cât mai mic;**

• **pentru regulatorul propus la subpunctul anterior, să se analizeze valoarea maximă a comenzii;**

• **să se modifice regulatorul cu reactie de la stare calculat anterior astfel încât valoarea maximă a comenzii să nu depăsească valoarea maximă de 5[V];**

Pentru a nu avea suprareglaj trebuie impuși 3 poli reali negativi.

$$H_o = \frac{k(s+m)(s+m)}{(s+a)(s+b)(s+c)}$$

Funcția va avea maxim 2 zerouri deoarece nu avem transfer instantaneu.

Pentru a verifica semnalul de comanda avem nevoie de

$$H_{ri} = \frac{1}{1+H_d} = \frac{1}{1+\dfrac{H_o}{1-H_o}} = 1 - H_o = \frac{(s+a)(s+b)(s+c) - k(s+m)(s+m)}{(s+a)(s+b)(s+c)} \quad (3)$$

Comanda maxima pe care o primește motorul este

$$100F * \lim_{s\to\infty} H_{ri} = 100F * \lim_{s\to\infty} H_{ri} \frac{(s+a)(s+b)(s+c) - k(s+m)(s+m)}{(s+a)(s+b)(s+c} = 100F$$

Conform secvenței de cod

```
syms a b c;
K=[0 0 1]*inv(ctrb(A,B))*(A-a*eye(3))*(A-b*eye(3))*(A-c*eye(3));
F=inv(C*inv(-A+B*K)*B)
```

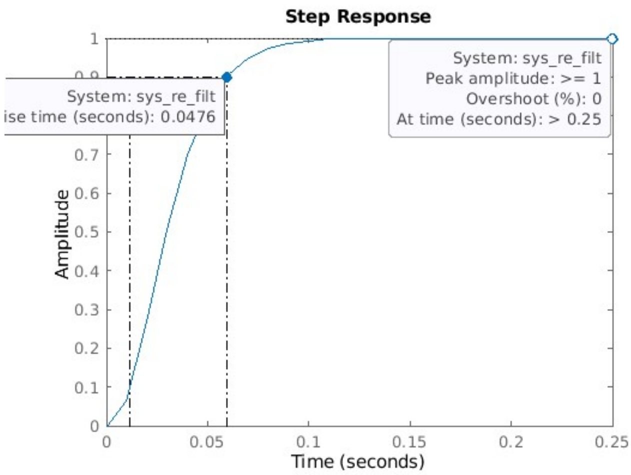
$$F = 6.1907e - 08 * a * b * c$$

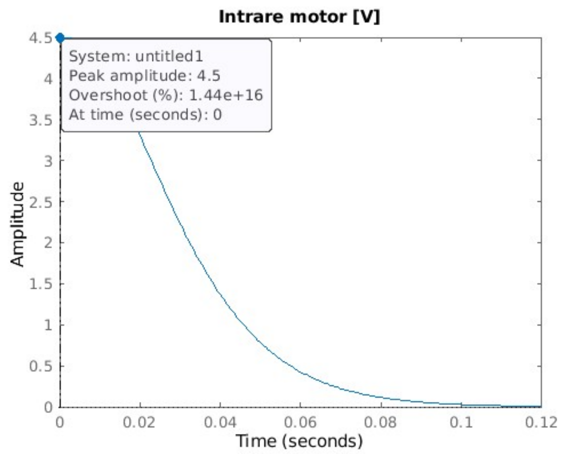
Pentru o comandă maximă de 4.5 V

$$100 * 6.1907e - 08 * a * b * c = 4.5 => a * b * c = -726894$$

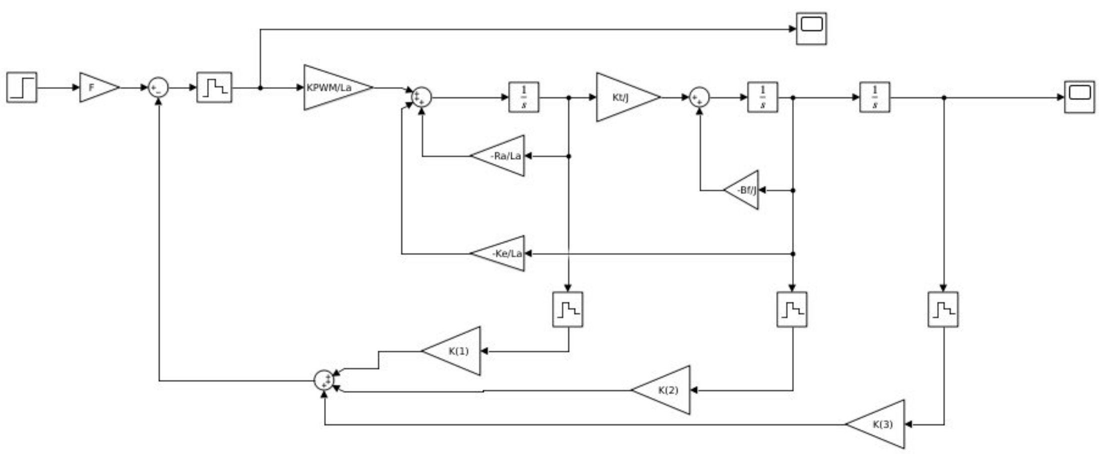
Deoarece timpul de răspuns depinde de polul dominant, voi alege

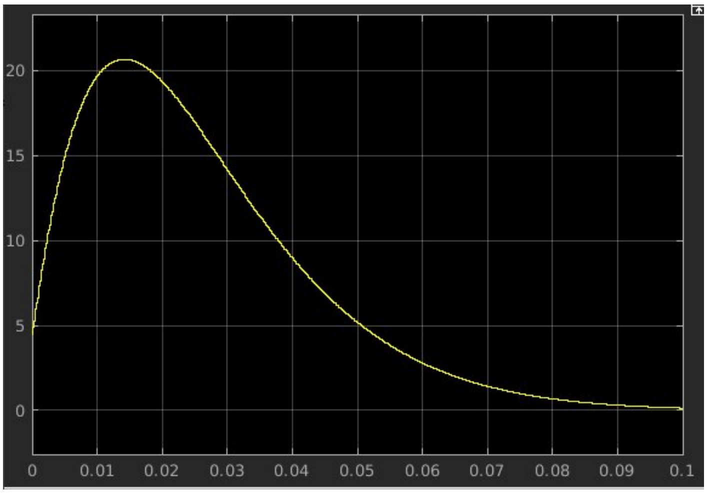
$$a = b = c = \sqrt[3]{-726894} = -89.9132$$

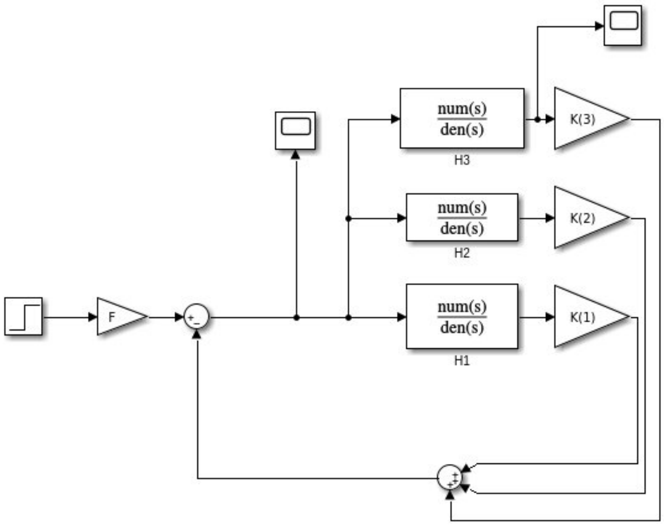




Abordarea de la (3) s-a dovedit a fi greșită după ce am realizat schema în Simulink







Tensiunea de intrare pornește de la 4.5 V, dar are un maxim în jur de 20 V.

Pentru a analiza funcția de transfer de la referință la intrare, am realizat o schemă echivalentă.

$$H_{ri} = \frac{1}{1 + H_1K(1) + H_2K(2) + H_3K(3)},\ unde$$

$$H_1 = \frac{\frac{KPWM}{La}(s + \frac{Bf}{J})}{s^2 + (\frac{Ra}{La} + \frac{Bf}{J})s + \frac{Ra}{La}\frac{Bf}{J} + \frac{Ke}{La}\frac{Kt}{J}}$$

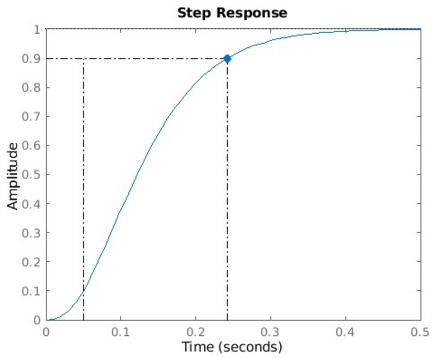
$$H_2 = \frac{\frac{Kt}{J}\frac{KPWM}{La}}{s^2 + (\frac{Ra}{La} + \frac{Bf}{J})s + \frac{Ra}{La}\frac{Bf}{J} + \frac{Ke}{La}\frac{Kt}{J}}$$

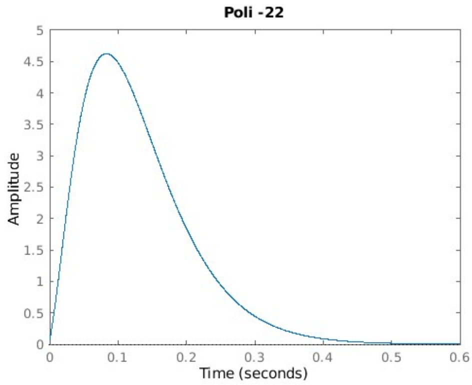
$$H_3 = \frac{\frac{Kt}{J}\frac{KPWM}{La}}{s(s^2 + (\frac{Ra}{La} + \frac{Bf}{J})s + \frac{Ra}{La}\frac{Bf}{J} + \frac{Ke}{La}\frac{Kt}{J})}$$

Fiind o funcție de gradul 7, nu am încercat să îi aflu maximul, dar am observat că acesta are valoarea de 4.62 ori valoarea inițială. Revenind la raționamentul anterior e ca și cum aș impune e tensiune maximă de 4.5/4.62=0.974 V. (4)

$$100 * 6.1907e - 08 * a * b * c = 0.974 \Rightarrow a * b * c = -1.5734e + 05$$

$$a = b = c = \sqrt[3]{-1.5734e + 05} = -53.9855$$

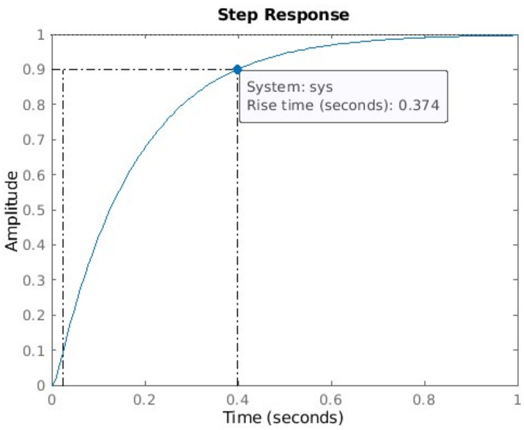


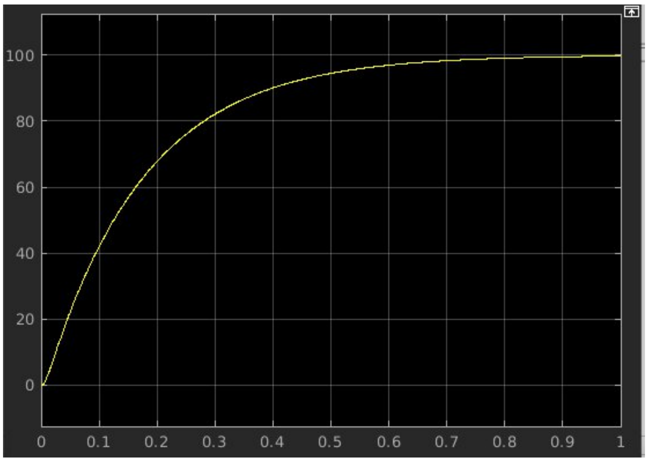


Și raționamentul 4 s-a dovedit a fi greșit, valoarea maximă fiind în jur de 12 V, așă că am încercat diferite valori pentru poli, până am ajuns la -22, pentru care valorea maximă este de 4.62V.

• **în vederea implementării acestei structuri de control, curentul ia nu poate fi măsurat. Proiectati un estimator de stare capabil să furnizeze măsurători suficient de rapide pentru a nu degrada performantele impuse.**

Am calculat estimatorul de stare înainte să realizez că intrarea depașește 5V pentru regulatorul cu reacție de la stare, dar alegând [-89.9132, -89.9132, -89.9132] pentru K șî poli de 10 ori mai rapizi pentru L [-899.132, -899.132, -899.132], condiția este respectată

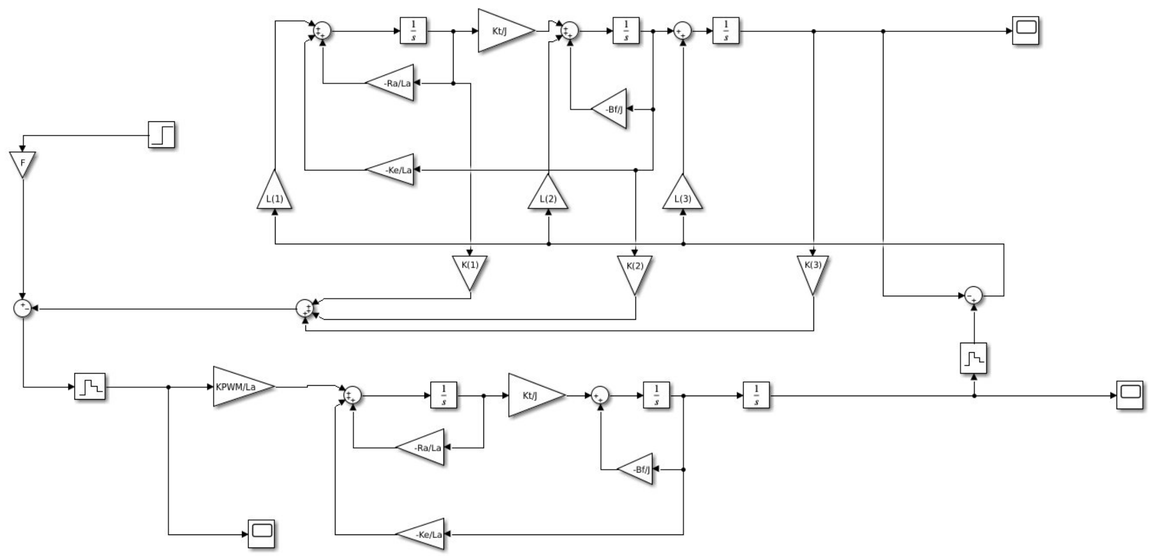


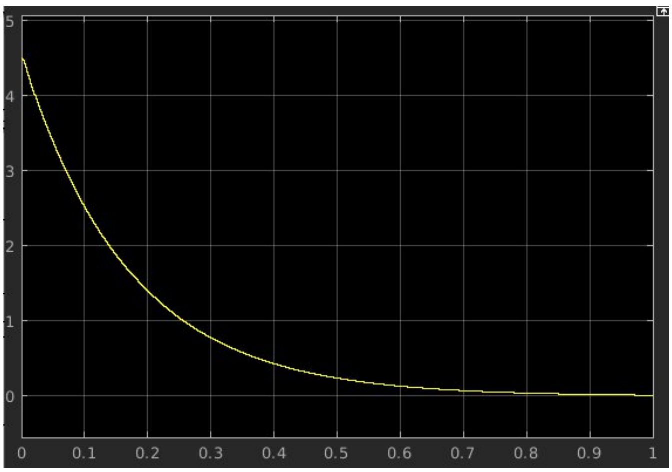


Cod Matlab;

```
L=acker(A', C', [-899.132, -899.132, -899.132])';
Aco=[A, -B*K; L*C A-L*C]
Bco  = [F*B; zeros(size(B))];
Cco  = [C, zeros(size(C))];
Dco  = 0;
sys = ss(Aco, Bco, Cco, Dco);
step(sys)
```

Schemă Simulink



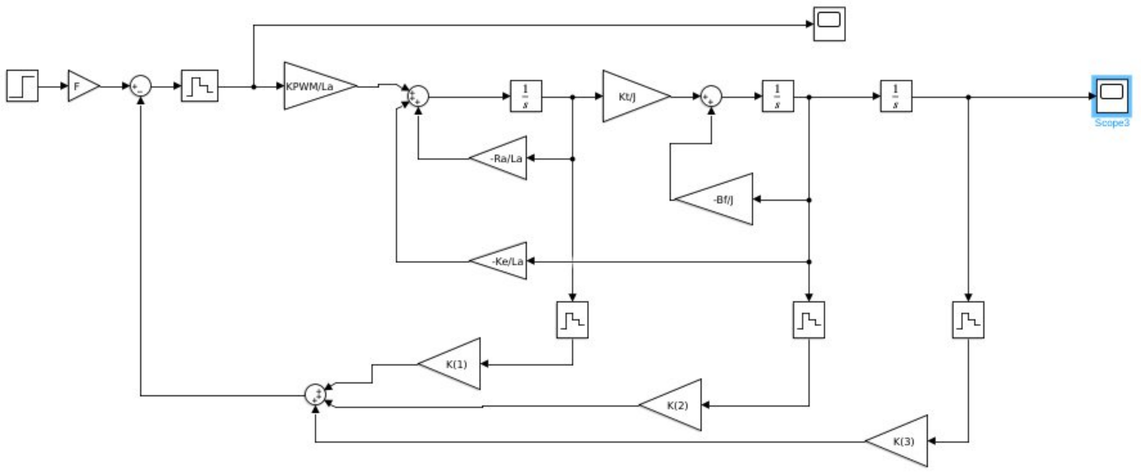


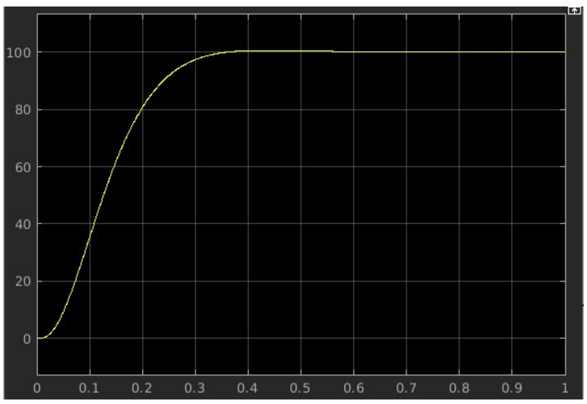
Tensiune intrare motor

Cerința F: Pornind de la regulatorul cu reactie de la stare calculat la Cerința E:, să se analizeze următoarele aspecte, considerând disponibile măsurători pentru toate cele trei variabile de stare:

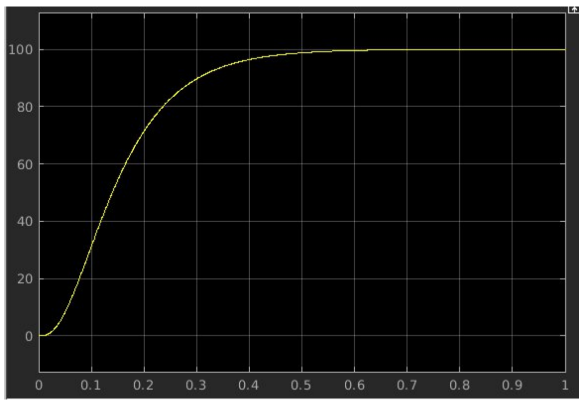
• să se determine o perioadă de esantionare adecvată sistemului de control astfel încât să existe o degradare minimă a performantelor, fără a fi nevoie de o perioadă de esantionare aberant de mică;

Am folosit aceeași perioadă de eșantionare ca la cerința D, $Te=1.33*10^{-4}$





15 zecimale



4 zecimale

Se obervă creșterea timpului de urcare. De la 3 zecimale sistemul devine instabil.

• ce modificări apar dacă si estimatorul de stare ar trebui implementat pe acelasi microcontroller (perioada de esantionare, numărul de zecimale etc.)?

Funcționează normal cu aceeași perioadă de eșantionare. Poate fi implementat de 32 de biți. L are valori de ordinul $10^5<2^{16}$. Iar K are nevoie de minim 4 zecimale, care pot fi reprezentate pe 15 biți ($2^{-15}=0.00003051757$). Bitul rămas e pentru semn.