Лабораторная работа 5

Модель эпидемии (SIR)

Туем Гислен

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

построить модель SIR в xcos и в OpenModelicaв xcos.

2 Задание

1. Реализовать модель SIR в в xcos;
2. Реализовать модель SIR с помощью блока Modelica в в xcos;
3. Реализовать модель SIR в OpenModelica;
4. Реализовать модель SIR с учётом процесса рождения / гибели особей в xcos (в том числе и с использованием блока Modelica), а также в OpenModelica;
5. Построить графики эпидемического порога при различных значениях параметров модели(в частности изменяя параметр μ); Сделать анализ полученных графиков в зависимости от выбранных значений параметров модели.

3 Выполнение лабораторной работы

Задача о распространении эпидемии описывается системой дифференциальных уравнений:

$s' = -\beta s(t) i(t)$; $i' = \beta s(t) i(t) - \nu i(t)$; $r' = \nu i(t)$,

где β- скорость заражения, ν- скорость выздоровления.

4 Реализация модели в xcos

Зафиксируем начальные данные: $\beta = 1$, $\nu = 0,3$, $s(0) = 0,999$, $i(0) = 0,001$, $r(0) = 0$.(рис. 4.1).

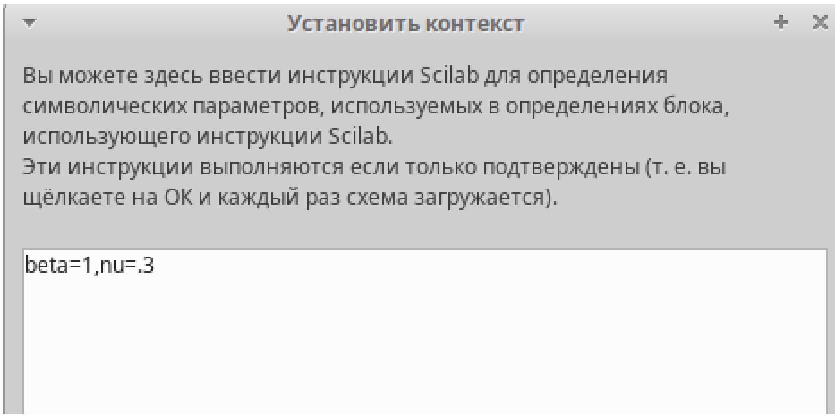


Рис. 4.1: задать переменные окружения в xcos

Для реализации модели потребуются следующие блоки xcos: – CLOCK_c — запуск часов модельного времени; – CSCOPE — регистрирующее устройство для построения графика; – TEXT_f — задаёт текст примечаний; – MUX — мультиплексер, позволяющий в данном случае вывести на графике сразу несколько кривых; – INTEGRAL_m — блок интегрирования – GAINBLK_f — в данном случае позволяет задать значения коэффициентов β и ν; – SUMMATION — блок суммирования; – PROD_f — поэлементное произведение двух векторов на входе блока.(рис. 4.2).

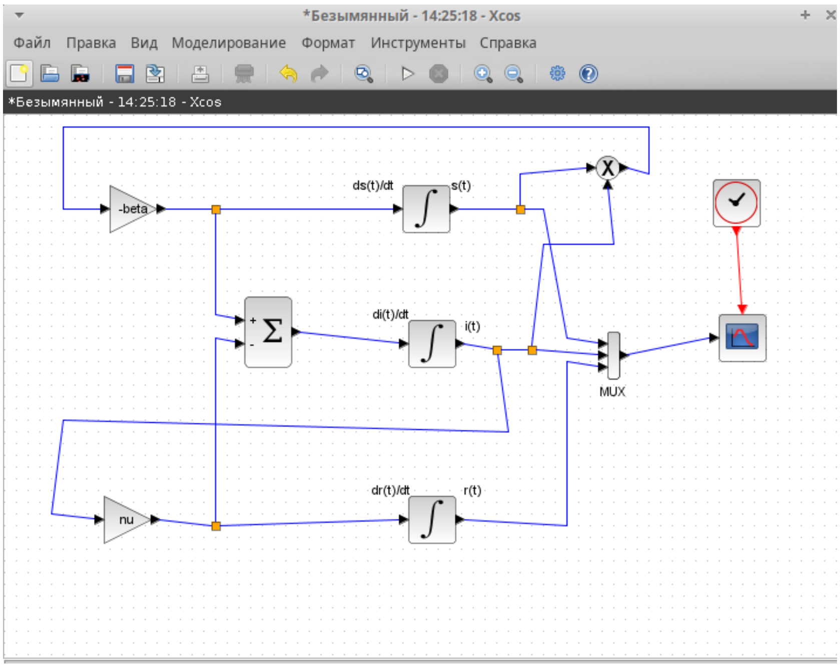


Рис. 4.2: Модель SIR в xcos

В параметрах верхнего и среднего блока интегрирования необходимо задать начальные значения s(0) = 0, 999 и i(0) = 0, 001 (рис. 4.3,4.4).

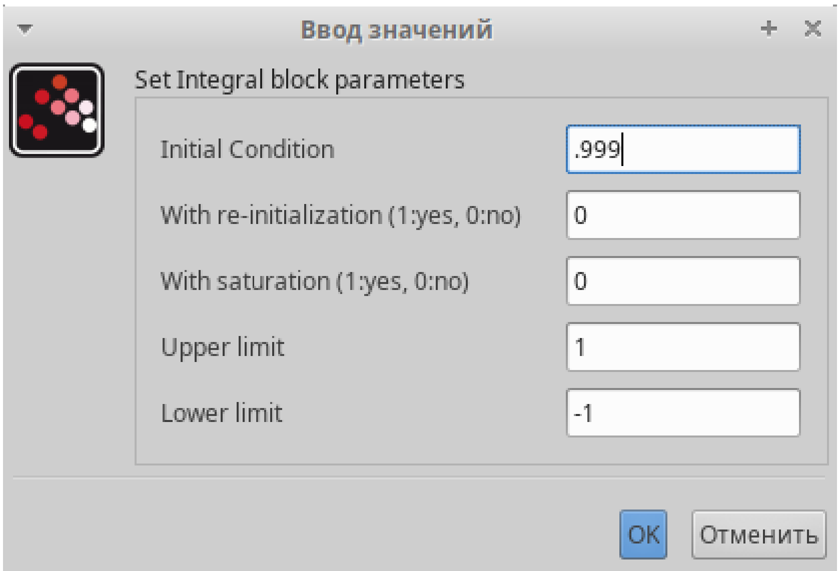


Рис. 4.3: Задать начальные значения в блоках интегрирования

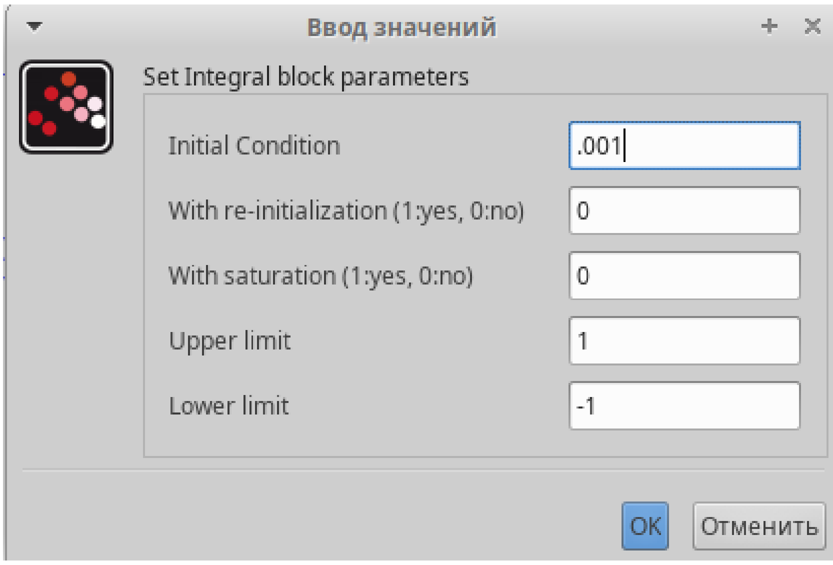


Рис. 4.4: Задать начальные значения в блоках интегрирования

В меню Моделирование, Установка необходимо задать конечное время интегрирования(рис. 4.5).

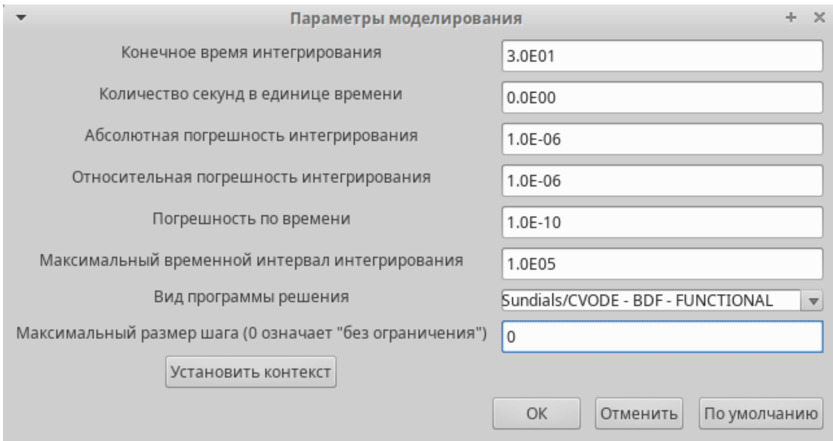


Рис. 4.5: Задать конечное время интегрирования в xcos

Результат моделирования представлен на (рис. 4.6)

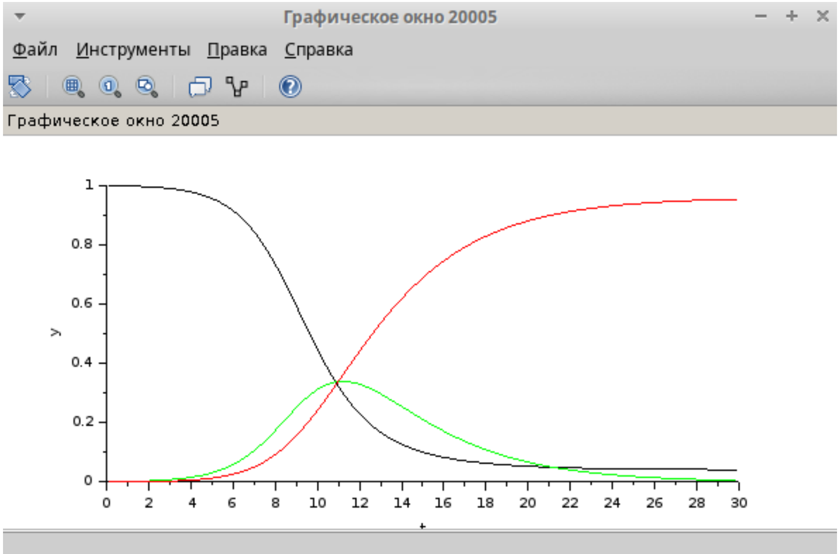


Рис. 4.6: Эпидемический порог модели SIR

5 Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

Готовая модель SIR представлена на (рис. 5.1). Для реализации модели с помощью языка Modelica помимо блоков CLOCK_c, CSCOPE, TEXT_f и MUX требуются блоки CONST_m — задаёт константу; MBLOCK (Modelica generic) — блок реализации кода на языке Modelica.

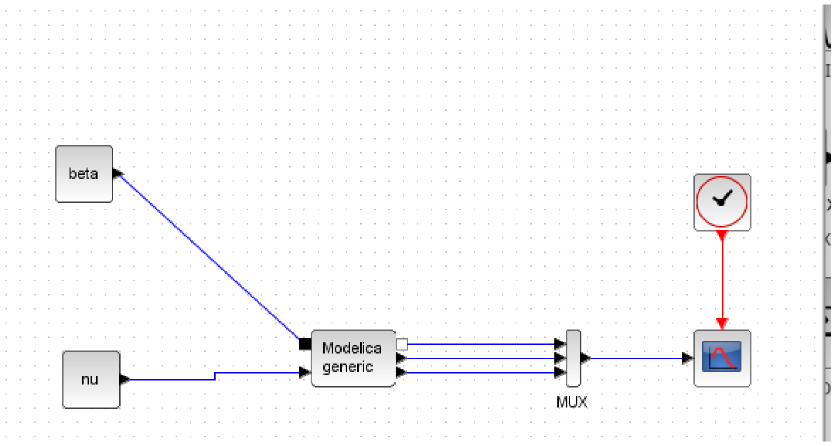


Рис. 5.1: Модель SIR в xcos с применением блока Modelica

Параметры блока Modelica представлены на (рис. 5.2,5.3). Переменные на входе (“beta”,“nu”) и выходе (“s”, “i”, “r”) блока заданы как внешние (“E”).

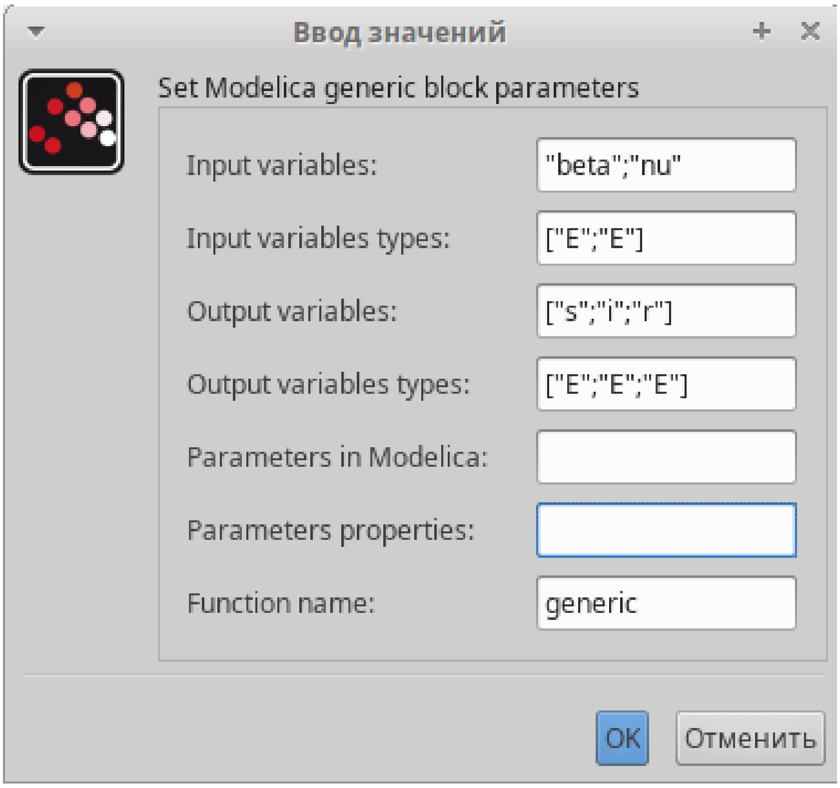


Рис. 5.2: Параметры блока Modelica для модели

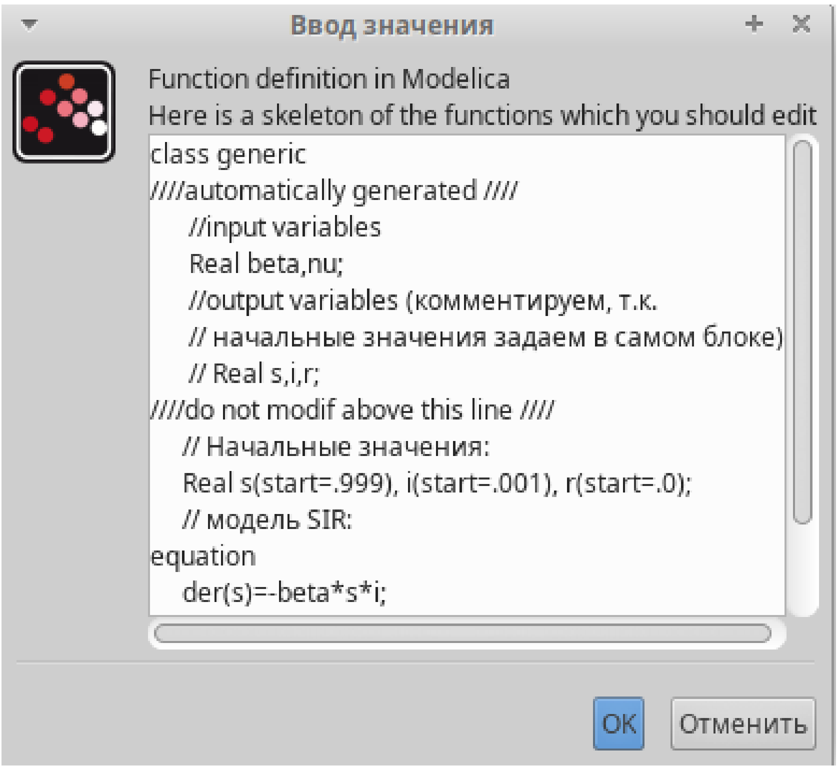


Рис. 5.3: Параметры блока Modelica для модели

5.1 Код на языке Modelica

```
class generic
////automatically generated ////
    //input variables
    Real beta,nu;
    //output variables (комментируем, т.к.
    // начальные значения задаем в самом блоке):
    // Real s,i,r;
////do not modif above this line ////
    // Начальные значения:
    Real s(start=.999), i(start=.001), r(start=.0);
    // модель SIR:
```

```
equation
    der(s)=-beta*s*i;
    der(i)=beta*s*i-nu*i;
    der(r)=nu*i;
end generic;
```

5.2 Результат моделирования (рис. 5.4)

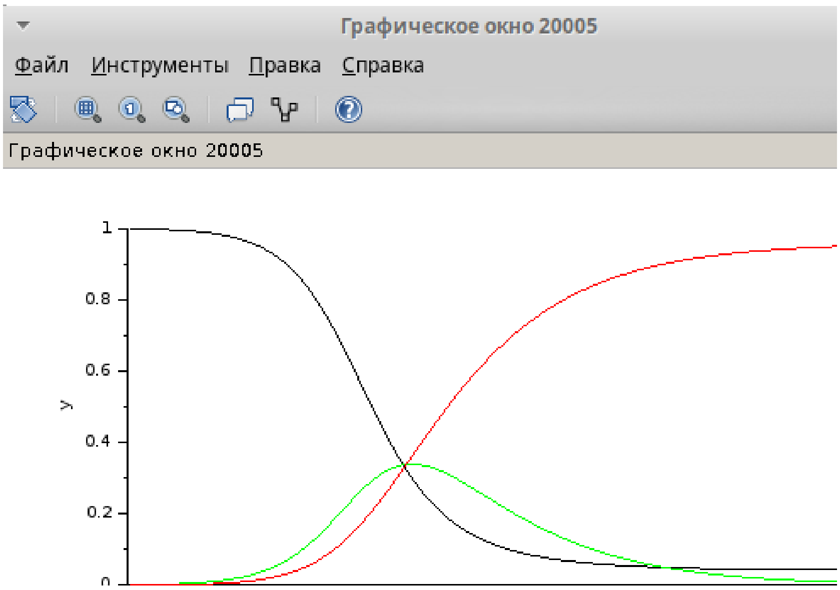


Рис. 5.4: Результат моделирования

6 Упражнение

В качестве упражнения нам надо построить модель SIR на OpenModelica. Синтаксис почти такой же как и на Modelica. Нужно задать параметры, начальные значения и систему дифференциальных уравнений.

```
model lab

  parameter Real I_0 = 0.001;
  parameter Real R_0 = 0;
  parameter Real S_0 = 0.999;
  parameter Real beta = 1;
  parameter Real nu = 0.3;



  Real s(start=S_0);
  Real i(start=I_0);
  Real r(start=R_0);

equation
  der(s)=-beta*s*i;
  der(i)=beta*s*i-nu*i;
  der(r)=nu*i;
```

```
end lab;
```

Результат модель SIR в OpenModelica(рис. 6.1).

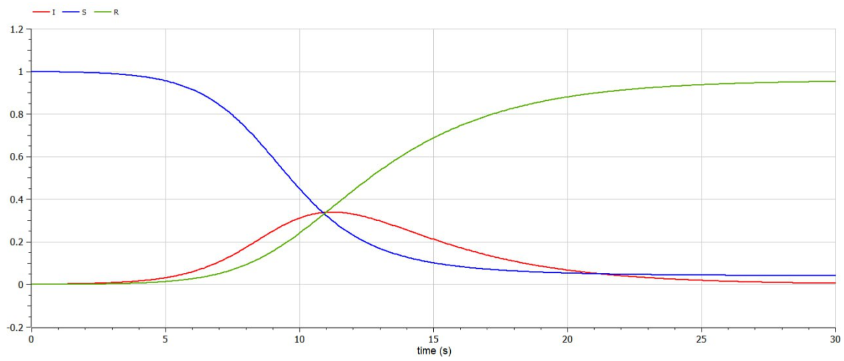


Рис. 6.1: Результат модель SIR в OpenModelica

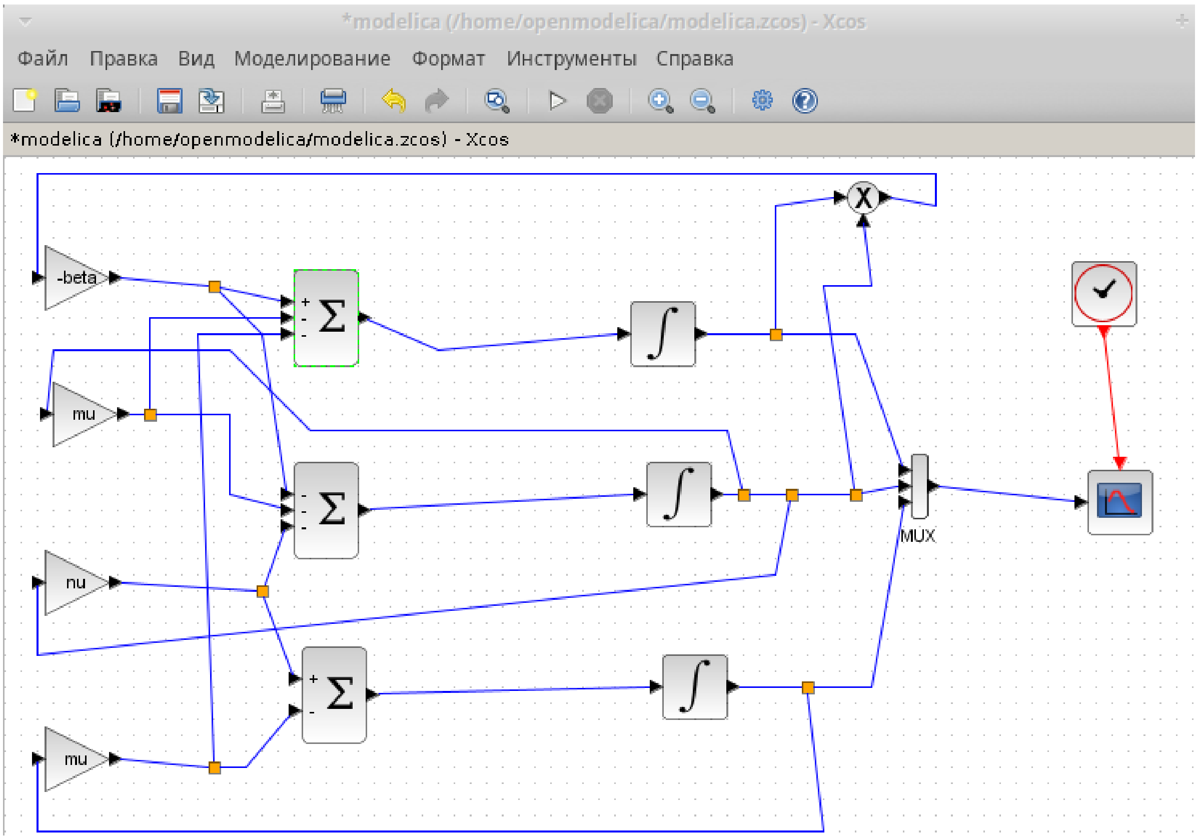
7 Задание для самостоятельного выполнения

Предположим, что учитываются демографические процессы, в частности, что смертность в популяции полностью уравновешивает рождаемость, а все рожденные индивидуу- мы появляются на свет абсолютно здоровыми. Тогда получим следующую систему уравнений :

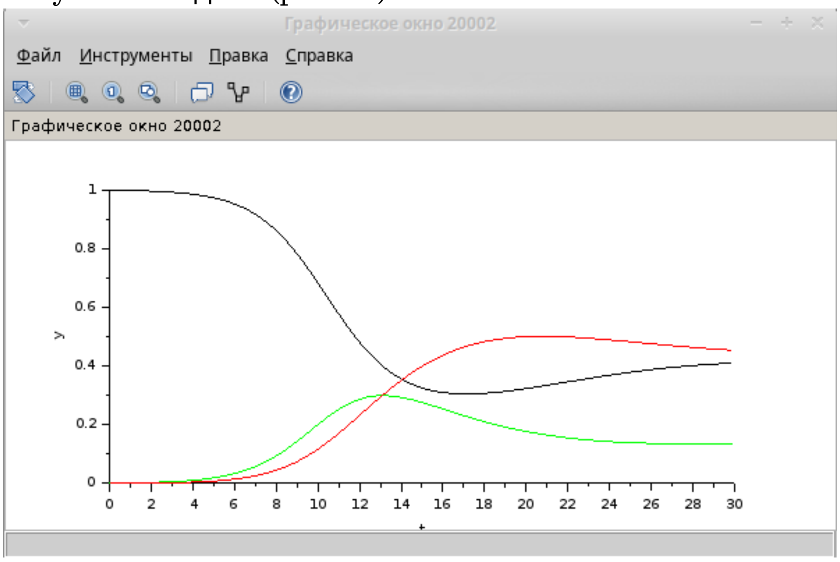
$s' = -\beta s(t)i(t) + \mu(N - s(t))$; $i' = \beta s(t)i(t) - \nu i(t) - \mu i(t)$; $r' = \nu i(t) - \mu r(t)$,

где μ — константа, которая равна коэффициенту смертности и рождаемости.

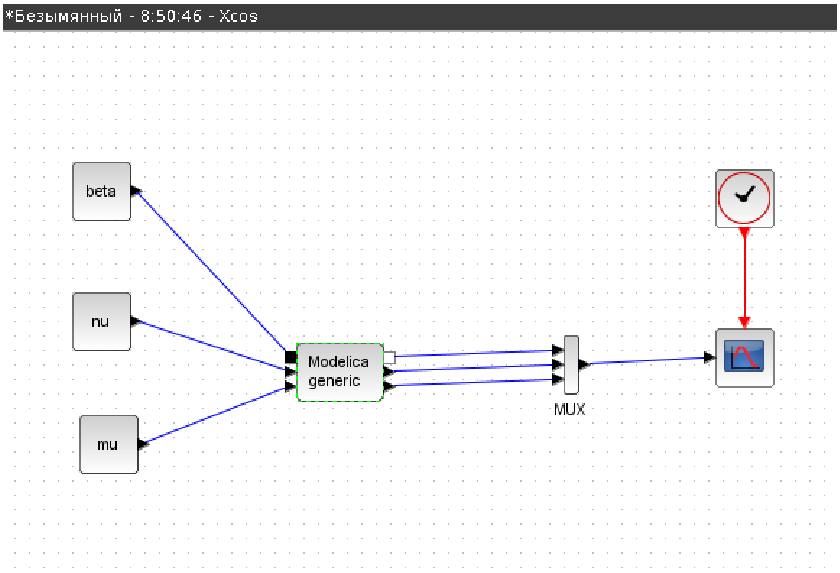
Реализуем эту модель в xcos. Тут нам понадобятся три блока суммирования и 4 блока констант (добавляется константа ν)



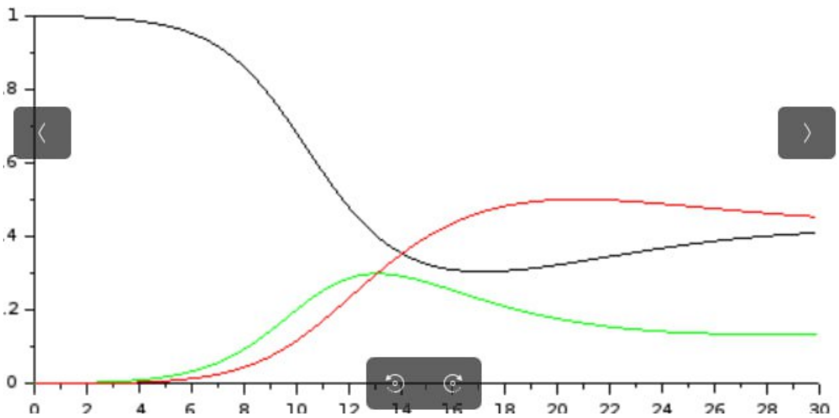
Результат модель (рис. **??**).



Теперь реализуем модель SIR с учетом демографических процессов в xcos с помощью блоков Modelica (рис. **??**).



Результат модель (рис. **??**).

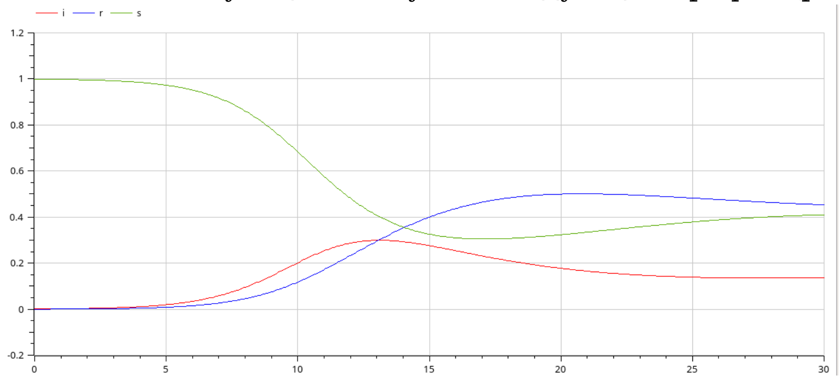


Реализуем модель SIR с учетом демографических процессов на OpenModelica.

```
parameter Real I_0 = 0.001;
parameter Real R_0 = 0;
parameter Real S_0 = 0.999;
parameter Real N = 1;
parameter Real beta = 1;
parameter Real nu = 0.3;
parameter Real mu = 0.5;


Real s(start=S_0);
```

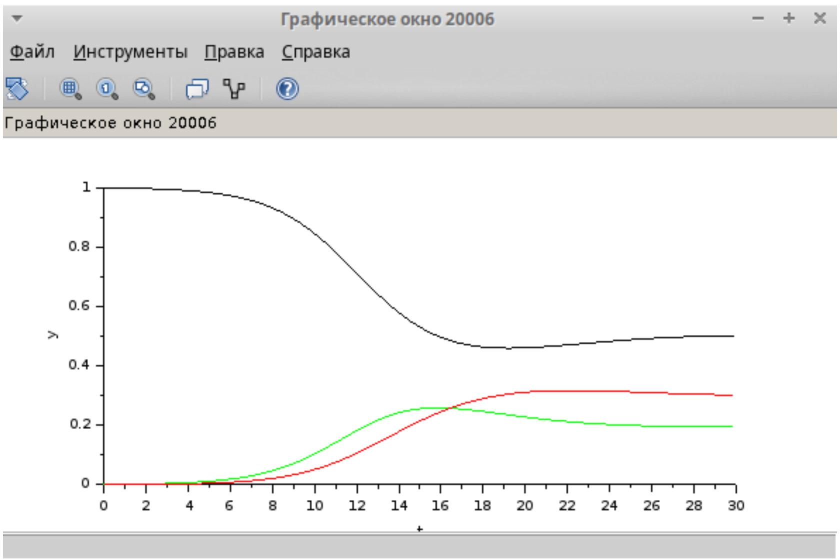
```
  Real i(start=I_0);
  Real r(start=R_0);

equation
  der(s)=-beta*s*i + mu*i + mu*r;
  der(i)=beta*s*i-nu*i - mu*i;
  der(r)=nu*i - mu*r;
```

Выполнив симуляцию, получим следующий график (рис. **??**).

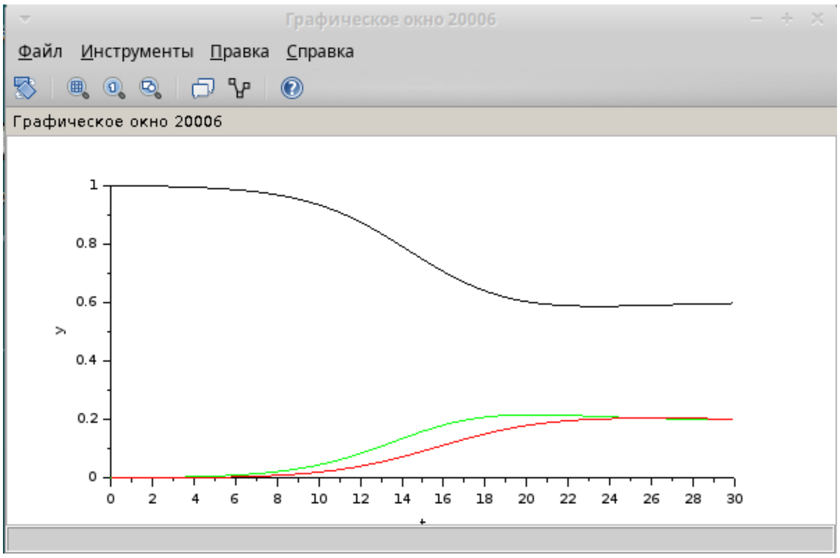


Теперь построим графики при разных значениях параметров.

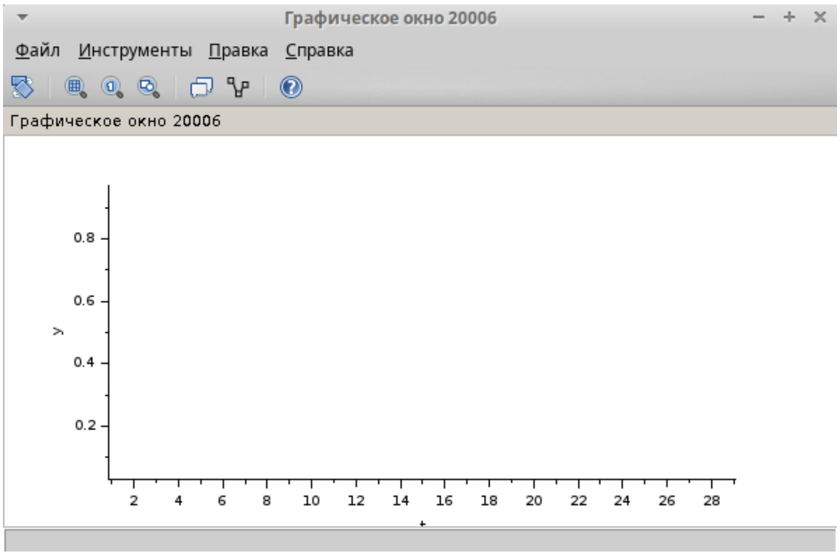
1. $\beta=1$, $\nu=0.3$,$\mu=0.2$(рис. **??**)



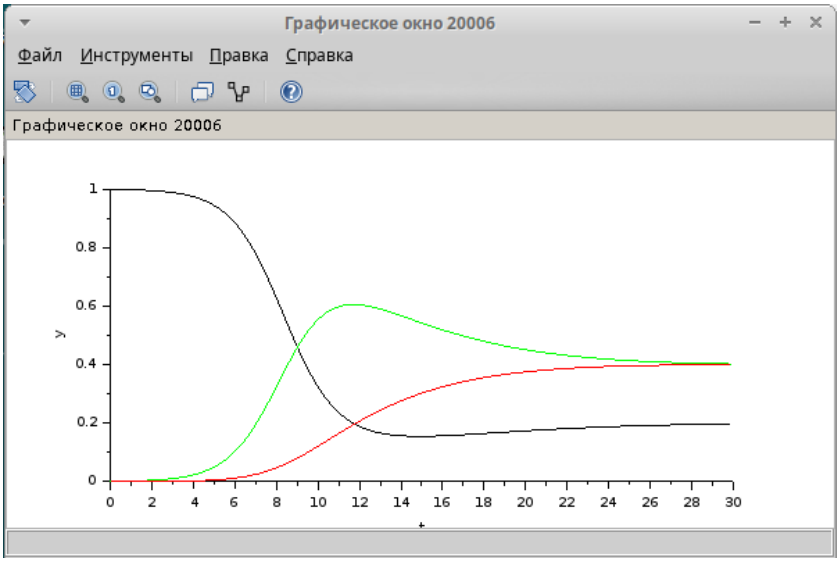
2. $\beta=1$, $\nu=0.3$,$\mu=0.3$(рис. **??**)



3. β=1, ν=0.3,μ=0.8(рис. **??**)



4. β=1, ν=0.1,μ=0.1(рис. **??**)



Исходя из анализа графиков, можно сделать вывод, что чем выше значение любого из параметров, тем быстрее система достигает стационарного состояния. При высоком коэффициенте заражения β система быстро проходит через пик развития эпидемии и достигает стационарного состояния.

8 Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной работы была построена модель SIR в xcos и OpenModelica.