

# Bottom-up parsing

Fabrizio d'Amore Alberto Marchetti-Spaccamela

DIAG - Sapienza

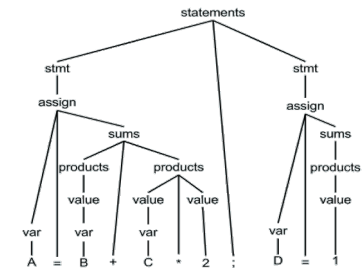
# approcci al parsing

## top-down

- **obiettivo:** fissata una grammatica non-contestuale G, data una stringa x in input, costruire un albero di derivazione di x a partire dalla radice, usando le produzioni di G
  - G è fissata
- **metodi**
  - analisi a discesa ricorsiva (esponenziale)
  - analisi predittiva (lineare, basata su grammatiche LL(k))

## bottom-up

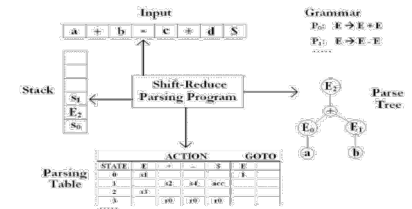
- **obiettivo:** fissata una grammatica non-contestuale G, data una stringa x in input, costruire un albero di derivazione di x a partire dalle foglie, usando le produzioni di G
  - G è fissata
- **metodo:** analisi *shift-reduce*
  - lineare
  - analisi predittiva(basata su grammatiche LR(k))
  - esistono altri metodi



# parsing shift-reduce

L'idea generale

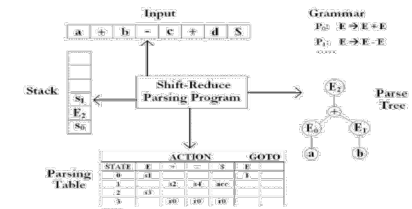
- leggere i token dall'input e inserirli in stack tentando di costruire sequenze che riconosciamo come il lato destro di una produzione
- Quando si trova la corrispondenza, sostituire quella sequenza con il non terminale dal lato sinistro
- Questo processo crea l'albero di analisi dal fondo verso l'alto (bottom-up), l'inverso del parser top-down.
- Se tutto va bene, alla fine si esamina tutto l'input e in stack rimane il simbolo iniziale



- Si eseguono "sostituzioni inverse" (riduzioni) su sottostringhe dell'input, **percorrendo al contrario il processo di derivazione**
- Utilizza una pila (inizialmente vuota), e si legge l'input un token alla volta,
- Operazioni possibili ad ogni lettura
  - **shift** (continua a leggere input e push stack)
  - **Reduce** (applica una produzione e riduci pila)
  - se non è possibile operare shift o reduce allora o **errore** oppure termina e si **accetta la stringa**

# parsing shift-reduce

- ricostruisce una derivazione sinistra della stringa in input, o restituisce messaggio di errore in caso la derivazione non esista
- durante l'esecuzione effettua "sostituzioni inverse" (riduzioni) su sottostringhe dell'input, **percorrendo al contrario il processo di derivazione**
- basato su una pila (inizialmente vuota), legge l'input un token alla volta, eseguendo ad ogni lettura uno **shift** oppure uno o più **reduce**
  - se non è possibile operare uno shift o una reduce allora si produce un messaggio di **errore**



l'input è diviso in due parti quella ancora da leggere (**undigested**) e quella letta, inserita in pila e parzialmente processata (**semi-digested**)

- operazione **shift**
  - *sposta in pila* (shift) prossimo token in input
- operazione **reduce**
  - individua stringa  $\alpha \in V^*$  affiorante nella pila, tale che esiste  $X \rightarrow \alpha$ , *esegui pop di tutti i caratteri di  $\alpha$  ed esegui push di  $X$*  (reduce);  $\alpha$  è detta **handle**
  - dopo una reduce potrebbe essere possibile eseguire un'altra reduce
  - se dopo una reduce la pila contiene solo l'assioma e l'input è stato letto interamente allora il parsing termina con **successo**

# semplice esempio

linguaggio non-contestuale

$$L = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m > 0\}$$

Produzioni (S assioma, simb. terminali a,b,c))

$$S \rightarrow aSc \mid aTc$$

$$T \rightarrow bTc \mid bc$$

esempio generazione *abbbcccc*

$$\underline{S} \Rightarrow a\underline{T}c \Rightarrow ab\underline{T}cc \Rightarrow abb\underline{T}ccc \Rightarrow abbbcccc$$

**HANDLE:** sequenza di caratteri in pila che sono usati in reduce; sono il lato destro della produzione (in rosso e sottolineato a destra)

simbolo convenzionale di fine input: \$

	pila	undigested	azione
1		abbbcccc\$	shift
2	a	bbbcccc\$	shift
3	ab	bbcccc\$	shift
4	abb	bcccc\$	shift
5	abbb	cccc\$	shift
6	abb <del>bc</del>	ccc\$	reduce ( $T \rightarrow bc$ )
7	abbT	ccc\$	shift
8	ab <del>bTc</del>	cc\$	reduce ( $T \rightarrow bTc$ )
9	abT	cc\$	shift
10	a <del>bTc</del>	c\$	reduce ( $T \rightarrow bTc$ )
11	aT	c\$	shift
12	<del>aTc</del>	\$	reduce ( $S \rightarrow aTc$ )
13	S	\$	accetta

# Esempio

data la grammatica  $S \rightarrow E$      $E \rightarrow T \mid E + T$      $T \rightarrow id \mid (E)$   
e la stringa in input (id+id)

PARSE STACK	REMAINING INPUT	PARSER ACTION
	(id + id)\$	Shift (push next token from input on stack, advance input)
(	id + id)\$	Shift
(id	+ id)\$	Reduce: $T \rightarrow id$ (pop right-hand side of production off stack, push left-hand side, no change in input)
(T	+ id)\$	Reduce: $E \rightarrow T$
(E	+ id)\$	Shift
(E +	id)\$	Shift
(E + id	)\$	Reduce: $T \rightarrow id$
(E + T	)\$	Reduce: $E \rightarrow E + T$ (Ignore: $E \rightarrow T$ )
(E	)\$	Shift
(E)	\$	Reduce: $T \rightarrow (E)$
T	\$	Reduce: $E \rightarrow T$
E	\$	Reduce: $S \rightarrow E$
S	\$	

Passi

1: stack vuoto; input da esaminare: tutto;  
azione: shift (poni primo input in stack)

2: shift

3: in input id; si applica (reduce)  $T \rightarrow id$   
equivale a togliere id da stack e mettere al suo posto T; input non cambia

...

**Shift:** avanza in input

**Reduce:** applica produzione e toglie uno o piu' elementi da stack (lato destro prod. e li sostituisce con un solo simbolo (lato sinistro produzione))

**Alla fine:** stack e input hanno solo S (simbolo iniziale – stack) e \$ (simbolo fine input)

Esempio data la

grammatica

$S \rightarrow E$   $E \rightarrow T \mid E + T$   $T \rightarrow id \mid (E)$

stringa input (id+id)

PARSE STACK	REMAINING INPUT	PARSER ACTION
	(id + id)\$	Shift (push next token from input on stack, advance input)
(	id + id)\$	Shift
(id	+ id)\$	Reduce: $T \rightarrow id$ (pop right-hand side of production off stack, push left-hand side, no change in input)
(T	+ id)\$	Reduce: $E \rightarrow T$
(E	+ id)\$	Shift
(E +	id)\$	Shift
(E + id	)\$	Reduce: $T \rightarrow id$
(E + T	)\$	Reduce: $E \rightarrow E + T$ (Ignore: $E \rightarrow T$ )
(E	)\$	Shift
(E)	\$	Reduce: $T \rightarrow (E)$
T	\$	Reduce: $E \rightarrow T$
E	\$	Reduce: $S \rightarrow E$
S	\$	

Conflitti: Nell'analisi precedente potevamo ridurre in due modi diversi

In particolare, abbiamo ignorato la possibilità di ridurre  $E \rightarrow T$  perché ciò avrebbe creato la sequenza  $(E + E$  nello stack che non è un prefisso praticabile di una forma sentenziale corretta.

Infatti non esiste un lato destro che corrisponda alla sequenza  $(E + E$  e nessuna possibile riduzione che la trasforma in tale, questo è un vicolo cieco e non viene considerato.

Vedremo come il parser può determinare quali riduzioni sono valide in una situazione particolare.

# conflitti



ad ogni passo del parsing potrebbero nascere **conflitti**

- **reduce-reduce**, ovvero potrei eseguire il **reduce** con due produzioni differenti:
  - come scegliere la produzione giusta?
- **shift-reduce**, ovvero potrei eseguire **shift** o **reduce**
  - Come scegliere fra shift o reduce?
  - esempio del *dangling else* (*else* “appeso”)

Dangling else (else appeso):  
conflitto *shift-reduce*

$S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S \mid \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S$

se il parser esaminando la sequenza

**if E then if E then S else S**

avremo a un certo punto nella pila

**if E then if E then S**

il prossimo token in input è **else**

- **reduce** cambia la pila in

**if E then S**

- **shift** (e successivi *shift*) cambia la pila in

**if E then if E then S else S**

le due possibilità hanno diverse conseguenze  
nell'attribuire l'**else** (al primo o al secondo **if**,  
rispettivamente nei casi *reduce* e *shift*)

Quale opzione è quella usata nei linguaggi che conoscete?



# conflitti



- Se applico 1 ottengo  
if E then {if E then S} else S
- Se applico 2 ottengo  
if E then {if E then S else S}

L'ambiguità viene risolta con

- una regola aggiuntiva (che non appare nella grammatica): ad es. in C, Java si sceglie interpretazione 2
- Obbligando ad usare parentesi {} per delimitare (ad es. ADA, Modula)

NOTA i conflitti *reduce-reduce* sono rari e sono causati da problemi nella costruzione delle grammatiche

Dangling else (else appeso):  
conflitto *shift-reduce*

$S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S \mid \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S$

se il parser sta derivando

if E then if E then S else S

avremo a un certo punto nella pila

if E then if E then S

il prossimo token in input sarà else

1. *Applico reduce* cambia la pila in  
if E then S

2. *shift* (e successivi *shift*) cambia la pila in  
if E then if E then S else S

le due possibilità hanno diverse conseguenze nell'attribuire l'else (al primo o al secondo if, rispettivamente nei casi *reduce* e *shift*)

*l'ambiguità viene risolta con una regola aggiuntiva che non appare nella grammatica*

i conflitti *reduce-reduce* sono rari e sono causati da problemi nella costruzione delle grammatiche

# conflitti

## Conflitti *reduce-reduce*

Poter eseguire *reduce* con due produzioni differenti

Esempio:

$$L' = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n+m > 0\} \\ = L \cup \{ac, bc\}$$

produzioni

$$S \rightarrow aSc \mid aTc \mid ac \mid bc \\ T \rightarrow bTc \mid bc$$

generazione *abbbcccc*

$$\underline{S} \Rightarrow a\underline{T}c \Rightarrow ab\underline{T}cc \Rightarrow abb\underline{T}ccc \Rightarrow \\ abbbcccc$$

Nota: questi conflitti si possono risolvere con il parser bottom-up

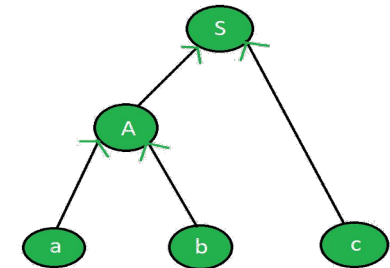
simbolo convenzionale di fine input: \$

passi	pila	undigested	azione
1		abbbcccc\$	shift
2	a	bbbbcccc\$	shift
3	ab	bbcccc\$	shift
4	abb	bcccc\$	shift
5	abbb	cccc\$	shift
6	abbb <u>c</u>	ccc\$	reduce ( $T \rightarrow bc$ )
7	abbT	ccc\$	shift
8	abb <u>T</u> c	cc\$	reduce ( $T \rightarrow bTc$ )
9	abT	cc\$	shift
10	ab <u>T</u> c	c\$	reduce ( $T \rightarrow bTc$ )
11	aT	c\$	shift
12	<u>aT</u> c	\$	reduce ( $S \rightarrow aTc$ )
13	S	\$	end

perché  
non  $S \rightarrow bc$  ?

# LR parsing (Left Right)

- per risolvere i conflitti occorre stabilire come
  - riconoscere un *handle*
  - decidere la produzione da usare in una riduzione (in presenza di conflitti *reduce/reduce*)
  - utilizzare strumenti (come il *lookahead*) per dirimere un conflitto *shift/reduce*
- studieremo **parser LR**
  - **L**: left-to-right scan dell'input
  - **R**: costruzione di una derivazione *rightmost* (destra)



## Confronto fra parser LR (bottom-up) e parser LL (top-down)

- le grammatiche che ammettono parsing LR sono più numerose di quelle che ammettono parsing predittivo LL
  - in pratica includono tutte quelle dei linguaggi di programmazione
- per il parsing LR c'è un minor bisogno di "aggiustare" le produzioni,
- c'è un lungo lavoro di preparazione di tabelle che permettono di riconoscere casi e definire azioni – per fortuna automatizzabile, poiché non richiede creatività
- Una volta realizzate le tabelle la realizzazione del parser (sia LL che LR) è semplice

# LR parsing: diverso uso della pila

Vediamo prima come realizzare il parsing; poi come costruire le tabelle

- nel parsing shift-reduce la pila contiene le forme di frase che vengono via via elaborate per applicare in senso inverso le produzioni, fino ad arrivare all'assioma
- in molti casi la produzione da applicare non dipende solo da quale è lo handle individuato ma anche dagli altri simboli in pila, e quindi da un contesto
- **per meglio catturare il contesto si mettono in pila non semplici token, ma veri e propri stati**, che rappresentano il contesto sinistro al momento
- **lo stato che affiora dalla pila**, eventualmente aiutato da un *lookahead*, consente di prendere la decisione corretta (*shift* o *reduce*, e con quale produzione)
  - una più precisa definizione di stato verrà data nel seguito attraverso opportuni automi a stati finiti

# tavole Action e Goto

i parser LR fanno uso di due tavole

Action table  $Action[s, a]$       Goto table  $Goto[s, X]$

## Action[s, a] (Azioni)

descrive quale azione eseguire quando lo stato affiorante in pila è  $s$  e il prossimo token in input è il terminale  $a$

### Possibili azioni

- **Shift**: inserire uno stato sulla pila (push)
- **Reduce**: uno handle associato a uno o più stati in cima alla pila (attenzione: si eliminano solo elementi dalla pila)
- **accept**, termina con successo
- **report error**, se non è possibile procedere

State	GOTO		ACTION			
	E	T	id	(	)	+
0	G1	G8	S4			
1					S2	ACC
2		G3	S4			
3				R2	R2	R2
4			S5	R5	R5	R5
5	G6	G8	S4			
6				S7	S2	
7				R4	R4	R4
8				R3	R3	R3

## Goto[s, X]

indica il nuovo stato da piazzare in cima alla pila (push) dopo la riduzione del non-terminale  $X$ , mentre lo stato affiorante è  $s$ , e serve per completare la riduzione

- riduzione del non-terminale  $X$  significa che è stato individuato uno handle  $\alpha$  ed usata la produzione  $X \rightarrow \alpha$
- Dopo aver eliminato da stack i simboli  $\alpha$  affiora in pila lo stato  $s$
- l'indicazione della tavola Goto è il nuovo stato di cui fare il push (dopo i pop già eseguiti)

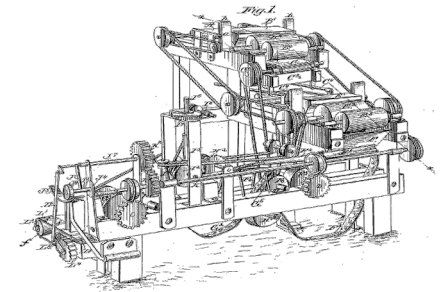
# operazioni di un LR parser

pila inizializzata con stato iniziale  $s_0$  token in input:  $a$  stato corrente:  $s_t$

Parser usa due tavole

**Action** specifica se eseguire shift o reduce e i dettagli

**GOTO** indica il nuovo stato da inserire in cima allo stack dopo una riduzione



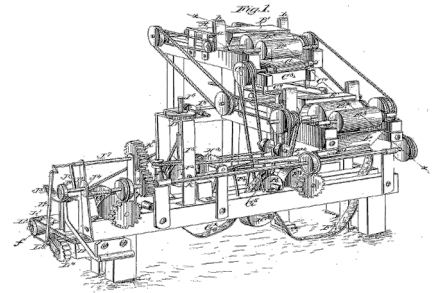
L'azione del parser è la seguente:

- Se **Action**  $[s, a]$  è **shift**  $st$ , inseriamo lo stato  $t$  nello stack. Quindi si esamina il token successivo dall'input.
- Se **Action**  $[st, a]$  è **reduce**  $Y \rightarrow X_1 \dots X_k$ , elimina  $k$  stati  $X_1, \dots, X_k$  dallo stack lasciando lo stato su in alto. **GOTO** $[s_u, Y]$  dà il nuovo stato da inserire sullo stack. Il token di input è lo stesso (ovvero, l'input rimane invariato).
- Se **Action**  $[st, a]$  è **ACCETTA**, l'analisi ha esito positivo e abbiamo terminato.
- Se **Action**  $[st, a]$  è **ERRORE** (ovvero la posizione della tabella è vuota), abbiamo un errore di sintassi.

# operazioni di un LR parser

pila inizializzata con stato iniziale  $s_0$

token in input:  $a$                       stato corrente (in cima alla pila):  $s_t$



- **Action[ $s_t, a$ ] == shift( $s_u$ )**  
esegue push( $s_u$ ) e legge il prossimo token
- **Action[ $s_t, a$ ] == reduce( $A \rightarrow B_1 \dots B_k$ )**  
esegue  $k$  pop (estrazione di  $k$  stati), dopodiché, se  $s_v$  è lo stato affiorante, esegue push(**GOTO( $s_v, A$ )**);  
il token in input non cambia

- **Action[ $s_t, a$ ] == accept**  
il parser conclude le operazioni con successo
- **Action[ $s_t, a$ ] == error**  
errore sintattico (con la pila corrente e il token in input non è possibile raggiungere una forma di frase con un handle da ridurre)  
in questo caso è in genere possibile stampare messaggio diagnostico sull'errore

*N.B. per ciascuna reduce si fornisce in output la produzione ridotta*

# LR parsing in azione

## Grammatica

1)  $E \rightarrow E + T$    2)  $E \rightarrow T$    3)  $T \rightarrow (E)$    4)  $T \rightarrow id$

Tavole Action e GOTO unite

(sy indica shift e nuovo stato y - rx indica reduce su produz. x)

Stato in cima stack	Action					GOTO	
	id	+	(	)	\$	E	T
0	s4		s3			1	2
1		s5			accetta		
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s4		s3			6	2
4	r4	r4	r4	r4	r4		
5	s4		s3				8
6		s5		s7			
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	r1	r1	r1	r1	r1		

Input : id+(id)

PILA	INPUT	Azioni
s0	id + (id)\$	Shift: s4 in pila; avanza in input
s0 s4	+ (id)\$	Reduce: 4) $T \rightarrow id$ ; Pop da pila; goto(s0,T)= 2 inserisci s2 in pila input non cambia
s0 s2	+ (id)\$	Reduce: 2) $E \rightarrow T$ ; goto s1
s0 s1	+ (id)\$	Shift: s5 in pila; avanza in input



Esempio

Grammatica 1)  $E \rightarrow E + T$

2)  $E \rightarrow T$

3)  $T \rightarrow (E)$

4)  $T \rightarrow id$

Input  $id+(id)$

Tavole Action e GOTO insieme

Stato in cima stack	Action					GOTO	
	id	+	(	)	\$	E	T
0	s4		s3			1	2
1		s2			accetta		
2	r2	r2	r2	r2	r2		
3	s4		s3			6	2
4	r4	r4	r4	r4	r4		
5	s4		s3				8
6		s5		s7			
7	r3	r3	r3	r3	r3		
8	r1	r1	r1	r1	r1		

analisi di  $id+(id$  (continua))

PILA	INPUT	Azioni
s0 s1 s5	(id)\$	Shift: s3
s0 s1 s5 s3	id)\$	Shift s4
s0s1s5s3 s4	)\$	Reduce: 4) $T \rightarrow id$ ; goto s2
s0s1s5s3s2	)\$	Reduce: 2) $E \rightarrow T$ ; goto s6
s0s1s5s3s6	)\$	Shift s7
s0s1s5s3s6s7	\$	Reduce 3: $T \rightarrow (E)$ goto s8
s0s1s5 s8	\$	Reduce 1: $E \rightarrow E+T$ goto s1
s0 s1	\$	accetta

Esempio

Grammatica 1)  $E \rightarrow E + T$

2)  $E \rightarrow T$

3)  $T \rightarrow (E)$

4)  $T \rightarrow id$

Input  $id+(id)$

Tavole Action e GOTO insieme

Stato in cima stack	Action					GOTO	
	id	+	(	)	\$	E	T
0	s4		s3			1	2
1		s2			accetta		
2	r2	r2	r2	r2	r2		

**Nota**

Le produzioni 3 e 1 nel lato destro hanno tre simboli;  
Quindi si eliminano tre stati dalla pila e si inserisce uno  
stato (dato da goto) che corrisponde al lato sin. della  
produzione

Dopo eliminazione s0 affiora in pila

Dato che  $GOTO(s0, E) = s1$ , metto in pila s1

analisi di  $id+(id)$  (continua))

PILA	INPUT	Azioni
s0 s1 s5	(id)\$	Shift: s3
s0 s1 s5 s3	id)\$	Shift s4
s0s1s5s3s4	)\$	Reduce: 4) $T \rightarrow id$ ; goto s2
s0s1s5s3s2	)\$	Reduce: 2) $E \rightarrow T$ ; goto s6
s0s1s5s3s6	)\$	Shift s7
s0s1s5s3s6s7	\$	Reduce 3: $T \rightarrow (E)$ goto s8
s0s1s5 s8	\$	Reduce 1: $E \rightarrow E+T$ goto s1
s0 s1	\$	accetta

# LR parsing in azione

$$L' = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n+m > 0\}$$

$$\begin{aligned} G': \quad & S' \rightarrow S \\ & S \rightarrow aSc \mid aTc \mid ac \mid bc \\ & T \rightarrow bTc \mid bc \end{aligned}$$

Input: *abbbccccc*  $S' \rightarrow S \rightarrow aTc \rightarrow$

$abTcc \rightarrow abbTccc \rightarrow abbbccccc$

Pila

- $\langle s_0 \rangle$ , input a: shift  $s_2$
- $\langle s_0 s_2 \rangle$ , input b: shift  $s_7$
- $\langle s_0 s_2 s_7 \rangle$ , input b: shift  $s_{13}$
- $\langle s_0 s_2 s_7 s_{13} \rangle$  input b: shift  $s_{13}$
- $\langle s_0 s_2 s_7 s_{13} s_{13} \rangle$  input c: shift  $s_{15}$
- $\langle s_0 s_2 s_7 s_{13} s_{13} s_{15} \rangle$  input c: reduce  $T \rightarrow bc$  (togli  $s_{13}$  e  $s_{15}$  da pila; ora in pila affiora  $s_{13}$ ; vedi che goto (13, T) = 12; metti  $s_{12}$  in pila)

stato	a	b	c	\$	S	T
0	shift 2	shift 3			goto 1	
1				accept		
2	shift 2	shift 7	shift 6		goto 4	goto 5
3			shift 8			
4			shift 9			
5			shift 10			
6	reduce $S \rightarrow ac$					
7		shift 13	shift 11			goto 12
8	reduce $S \rightarrow bc$					
9	reduce $S \rightarrow aSc$					
10	reduce $S \rightarrow aTc$					
11	reduce $S \rightarrow bc$ reduce $T \rightarrow bc$					
12			shift 14			
13		shift 13	shift 15			goto 12
14	reduce $T \rightarrow bTc$					
15	reduce $T \rightarrow bc$					
	Tavola Action				Tavola Goto	

# LR parsing in azione

$$L' = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m > 0\} \\ = L \cup \{ac, bc\}$$

G':  
 $S' \rightarrow S$   
 $S \rightarrow aSc \mid aTc \mid ac \mid bc$   
 $T \rightarrow bTc \mid bc$

Input: *abbbccccc*  $S' \rightarrow S \rightarrow aTc \rightarrow$   
 $abTcc \rightarrow abbTccc \rightarrow abbbccccc$

Pila

- <s0>, input a: shift s2
- <s0 s2>, input b: shift s7
- <s0 s2 s7>, input b: shift s13
- <s0 s2 s7 s13> input b: shift s13
- <s0 s2 s7 s13 s13> input c: shift 15
- <s0 s2 s7 s13 s13 s15> input c: reduce  $T \rightarrow bc$  (togli s13 e s15 da pila, affiora s13 vedi che goto (13, T)=12; metti s12 in pila)

stato	a	b	c	\$	S	T
0	shift 2	shift 3			goto 1	
1				accept		
2	shift 2	shift 7	shift 6		goto 4	goto 5
3			shift 8			
4			shift 9			
5			shift 10			
6	reduce $S \rightarrow ac$					
7		shift 13	shift 11			goto 12
8	reduce $S \rightarrow bc$					
9	reduce $S \rightarrow aSc$					
10	reduce $S \rightarrow aTc$					
11	reduce $S \rightarrow bc$ reduce $T \rightarrow bc$					
12			shift 14			
13		shift 13	shift 15			goto 12
14	reduce $T \rightarrow bTc$					
15	reduce $T \rightarrow bc$					
	Tavola Action				Tavola Goto	

# LR parsing in azione

- $G'$ :  $S' \rightarrow S$   
 $S \rightarrow aSc \mid aTc \mid ac \mid bc$   
 $T \rightarrow bTc \mid bc$
- Analisi di **abbbcccc**  
(shift = s, reduce = r, goto = g)
- s(2), s(7), s(13), s(13), s(15), r( $T \rightarrow bc$ ),  
g(12), s(14), r( $T \rightarrow bTc$ ), g(12), s(14),  
r( $T \rightarrow bTc$ ), g(5), s(10), r( $S \rightarrow aTc$ ), g(1)
- in input rimane \$ (fine input), per cui:  
**accept**

stato	a	b	c	\$	S	T
0	shift 2	shift 3			goto 1	
1				accept		
2	shift 2	shift 7	shift 6		goto 4	goto 5
3			shift 8			
4			shift 9			
5			shift 10			
6	reduce $S \rightarrow ac$					
7		shift 13	shift 11			goto 12
8	reduce $S \rightarrow bc$					
9	reduce $S \rightarrow aSc$					
10	reduce $S \rightarrow aTc$					
11	reduce $S \rightarrow bc$ reduce $T \rightarrow bc$					
12			shift 14			
13		shift 13	shift 15			goto 12
14	reduce $T \rightarrow bTc$					
15	reduce $T \rightarrow bc$					
	Tavola Action				Tavola Goto	

# Parser bottom-up: cosa abbiamo visto finora

- Si definisce **handle** la sequenza di caratteri più a sinistra che corrisponde al lato destro di una produzione

Idea: dividi input in due parti:

- la parte sinistra (in pila) è l'area di lavoro
- la parte destra è l'input non ancora esaminato

Nota:

- Non si inseriscono direttamente in pila i terminali e i non terminali ma si inseriscono **stati**
- Gli stati sono utilizzati per risolvere conflitti e memorizzano informazioni su input e su come siamo arrivati a quel punto (come gli stati in ASF)
- poiché applichiamo la prima produzione a sinistra non abbiamo bisogno di tornare indietro

Nel parser bottom-up si esamina input da sinistra a destra.

Ad ogni iterazione si esegue un'operazione di shift o di reduce

- **Shift**: muovi a destra in input e poni informazioni in pila relative ai terminali esaminati
- **Reduce**: trovato handle  $\alpha$  si applica una produzione del tipo  $A \rightarrow \alpha$  eliminando dalla pila il lato destro gli stati corrispondenti a (**handle**)  $\alpha$  e ponendo in pila lo stato corrispondente a non terminale **A**
- Dove sono gli handle? in cima alla pila

# Parser bottom-up: cosa ~~abbiamo visto finora~~ faremo

Nel parser bottom-up si esamina input da sinistra a destra.

Ad ogni iterazione si esegue un'operazione di shift o di reduce

- Dobbiamo capire come costruire le tavole ACTION e GOTO
- Questo richiede essere in grado di riconoscere gli **handle** ( la sequenza di caratteri più a sinistra che corrisponde al lato destro di una produzione)
- Per fare questo dobbiamo riconoscere i conflitti

## COSA FAREMO

1. Capire bene le derivazioni destre  
Per fare questo useremo tre punti di vista diversi
2. Data una grammatica costruiremo un automa a stati finiti
3. L'automa a stati finiti ci permette di derivare le tavole ACTION e GOTO

Una prima vista analisi  
bottom-up: albero sintattico

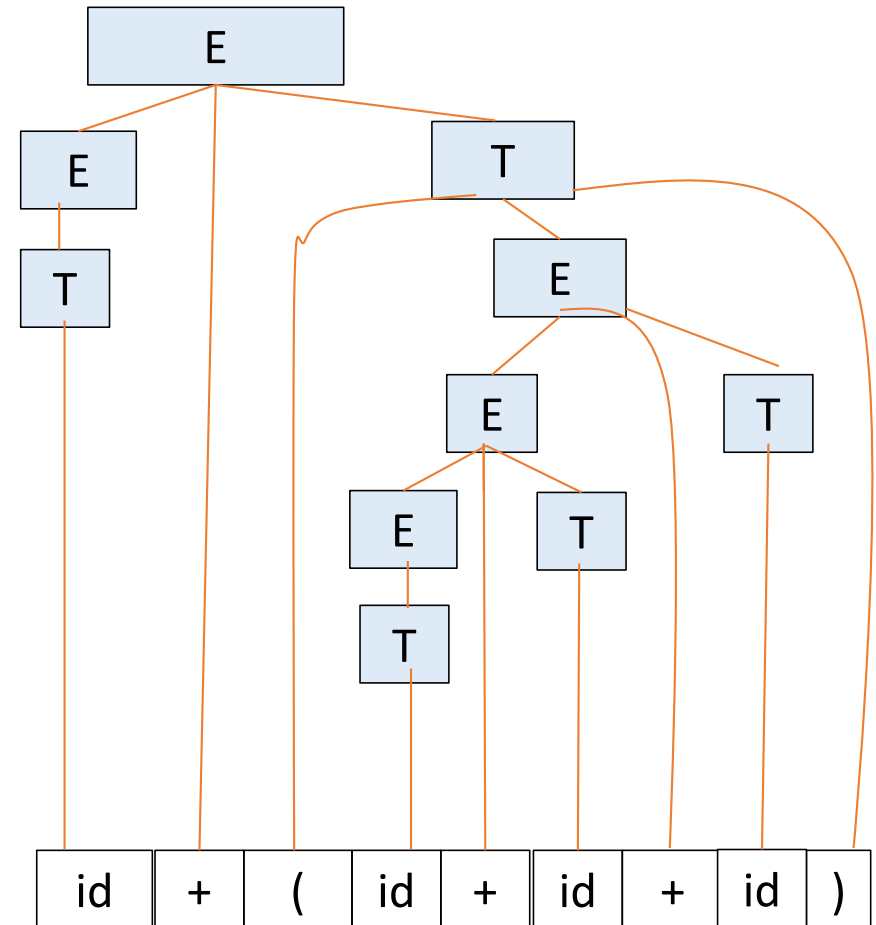
Grammatica

$E \rightarrow T$      $E \rightarrow E + T$

$T \rightarrow \text{id}$      $T \rightarrow (E)$

Input

id + (id + id + id)





Una seconda vista analisi bottom-up:  
derivazione destra

$E \rightarrow T$      $E \rightarrow E + T$

$T \rightarrow id$      $T \rightarrow (E)$

input  $id + (id + id + id)$

A destra abbiamo la sequenza di derivazioni (reduce) che con l'analisi bottom-up mi porta ad ottenere l'assioma

$id + (id + id + id)$   
 $\Rightarrow T + (id + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (id + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (T + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + T + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + T)$   
 $\Rightarrow E + (E)$   
 $\Rightarrow E + T$   
 $\Rightarrow E$

Una seconda vista analisi bottom-up:  
derivazione destra

$E \rightarrow T$      $E \rightarrow E + T$

$T \rightarrow id$      $T \rightarrow (E)$

L'analisi bottom-up da sinistra a  
destra (LR) è una derivazione destra  
tracciata in ordine inverso

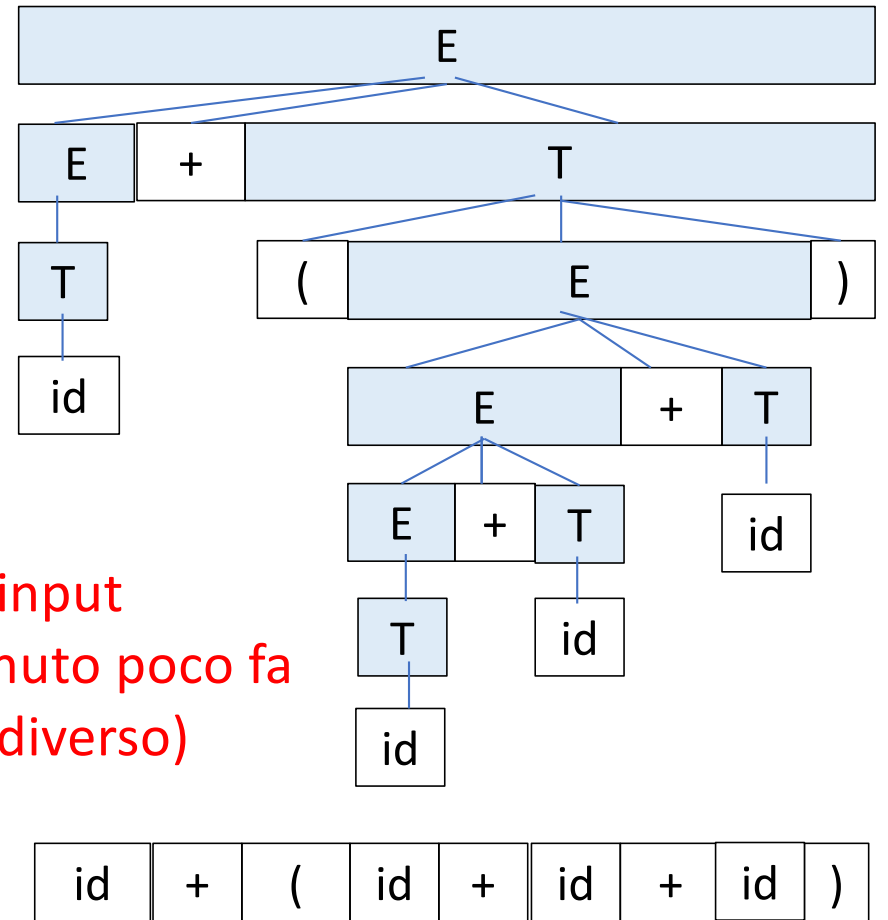
Ricorda: in una derivazione destra  
espando sempre il non terminale più  
a destra

$id + (id + id + id)$   
 $\Rightarrow T + (id + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (id + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (T + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + T + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + T)$   
 $\Rightarrow E + (E)$   
 $\Rightarrow E + T$   
 $\Rightarrow E$

## Una terza vista sull'analisi bottom-up

$$\begin{aligned} & \text{id} + (\text{id} + \text{id} + \text{id}) \\ \Rightarrow & T + (\text{id} + \text{id} + \text{id}) \\ \Rightarrow & E + (\text{id} + \text{id} + \text{id}) \\ \Rightarrow & E + (T + \text{id} + \text{id}) \\ \Rightarrow & E + (E + \text{id} + \text{id}) \\ \Rightarrow & E + (E + T + \text{id}) \\ \Rightarrow & E + (E + \text{id}) \\ \Rightarrow & E + (E + T) \\ \Rightarrow & E + (E) \\ \Rightarrow & E + T \\ \Rightarrow & E \end{aligned}$$

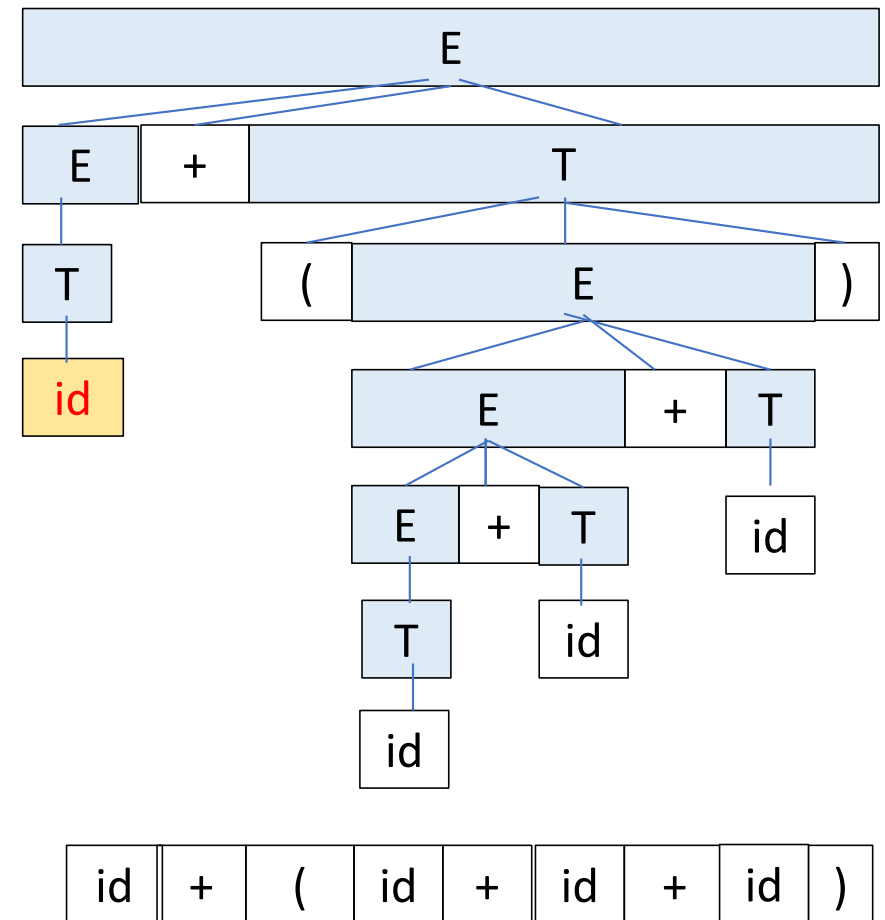
Nota:  
le foglie rappresentano input  
L'albero è lo stesso ottenuto poco fa  
(ma disegnato in modo diverso)



## Una terza vista sull'analisi bottom-up

**id** + (id + id + id)  
⇒ T + (id + id + id)  
⇒ E + (id + id + id)  
⇒ E + (T + id + id)  
⇒ E + (E + id + id)  
⇒ E + (E + T + id)  
⇒ E + (E + id)  
⇒ E + (E + T)  
⇒ E + (E)  
⇒ E + T  
⇒ E

*Reduce:  
Produzione  
 $T \Rightarrow id$   
Handle(in rosso)  
la parte destra  
della produzione  
applicata*



## Una terza vista sull'analisi bottom-up

~~id~~ + (id + id + id)

$\Rightarrow T + (id + id + id)$

$\Rightarrow E + (id + id + id)$

$\Rightarrow E + (T + id + id)$

$\Rightarrow E + (E + id + id)$

$\Rightarrow E + (E + T + id)$

$\Rightarrow E + (E + id)$

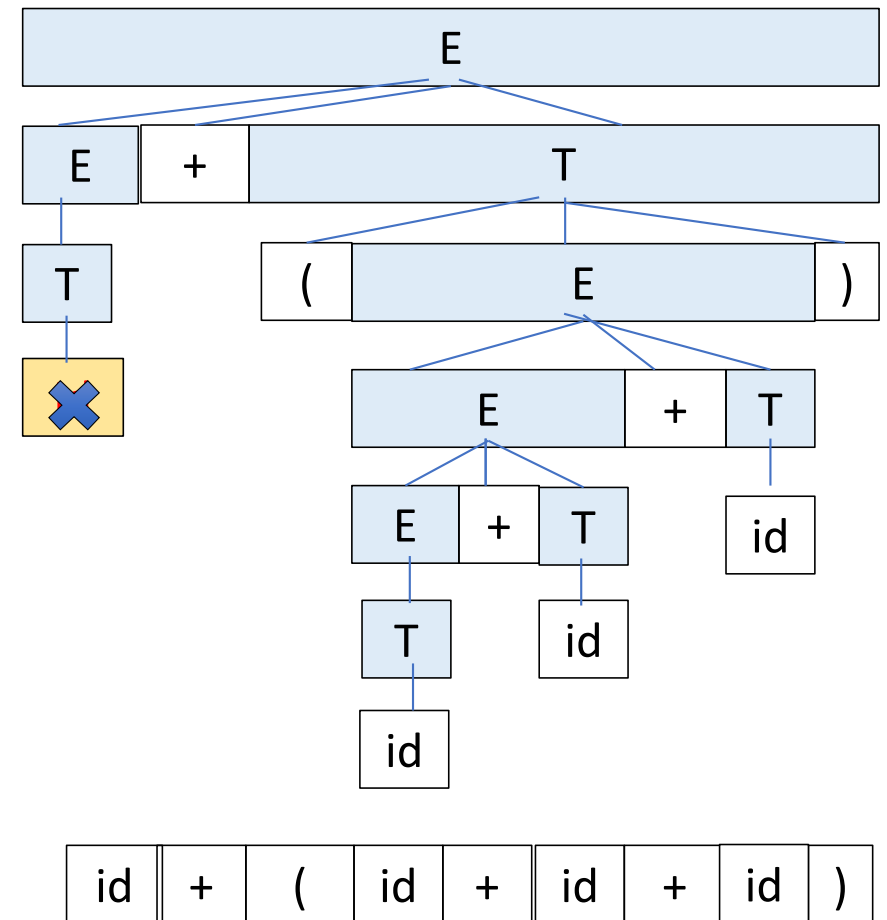
$\Rightarrow E + (E + T)$

$\Rightarrow E + (E)$

$\Rightarrow E + T$

$\Rightarrow E$

Reduce:  
Produzione  
 $T \Rightarrow id$

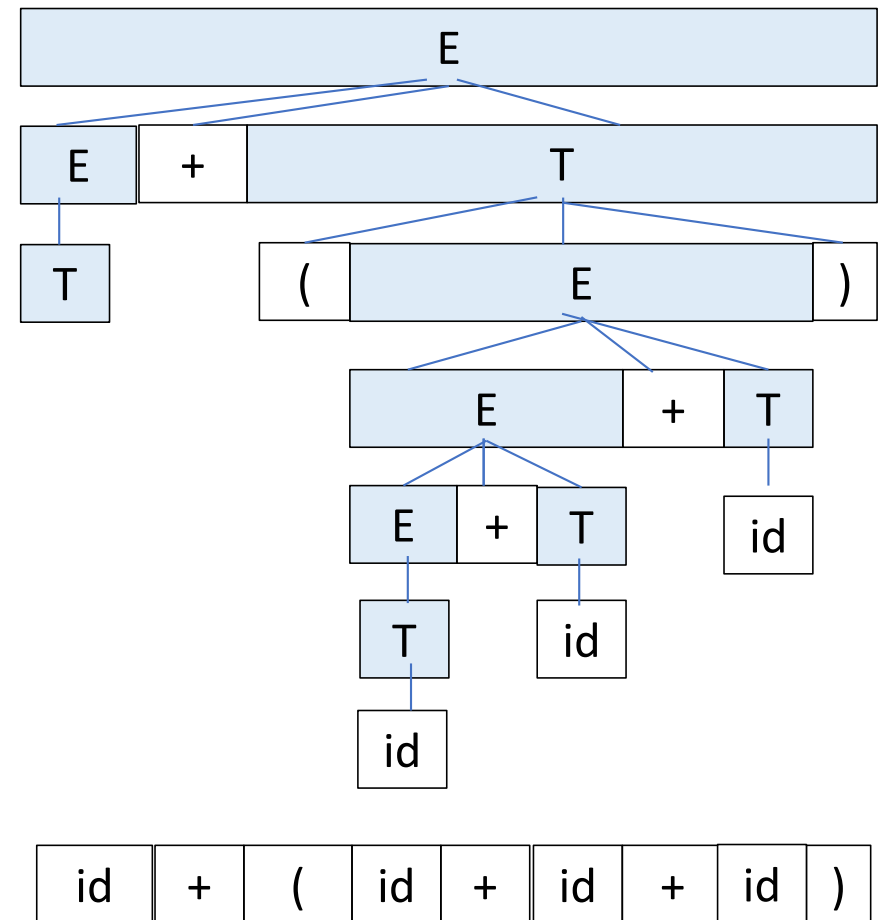


## Una terza vista sull'analisi bottom-up

$T + (id + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (id + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (T + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + T + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + T)$   
 $\Rightarrow E + (E)$   
 $\Rightarrow E + T$   
 $\Rightarrow E$

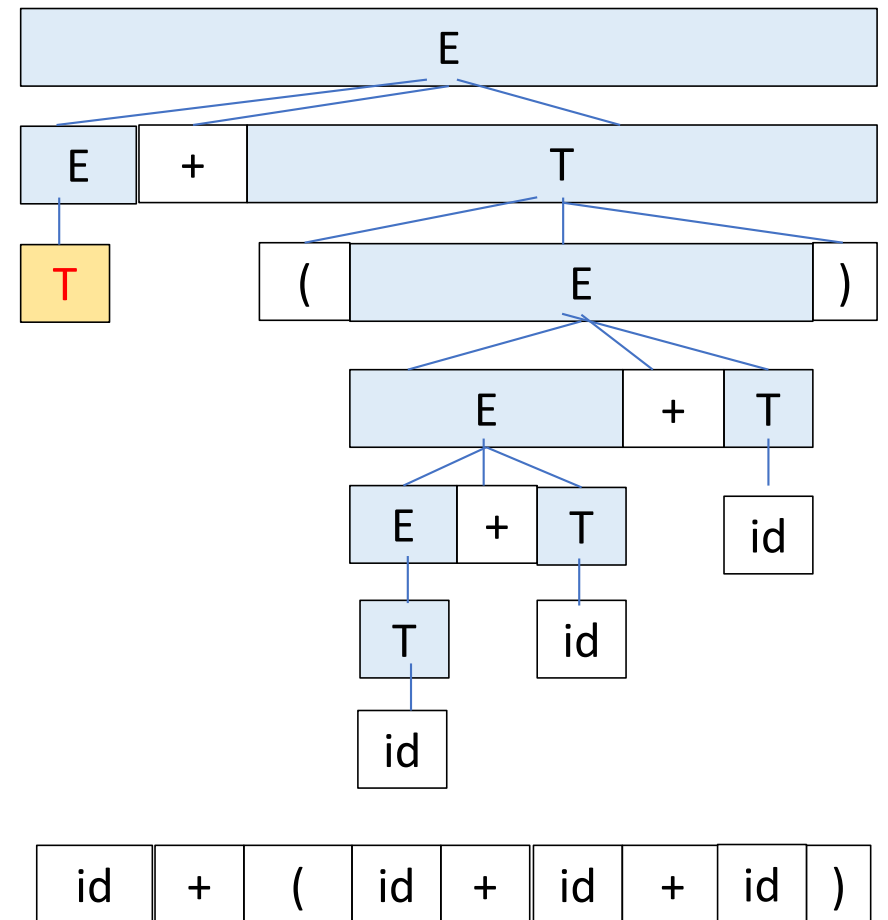
Proseguendo  
Otteniamo

Nota: le foglie ora  
rappresentano la  
stringa derivata  
finora  
dall'assioma



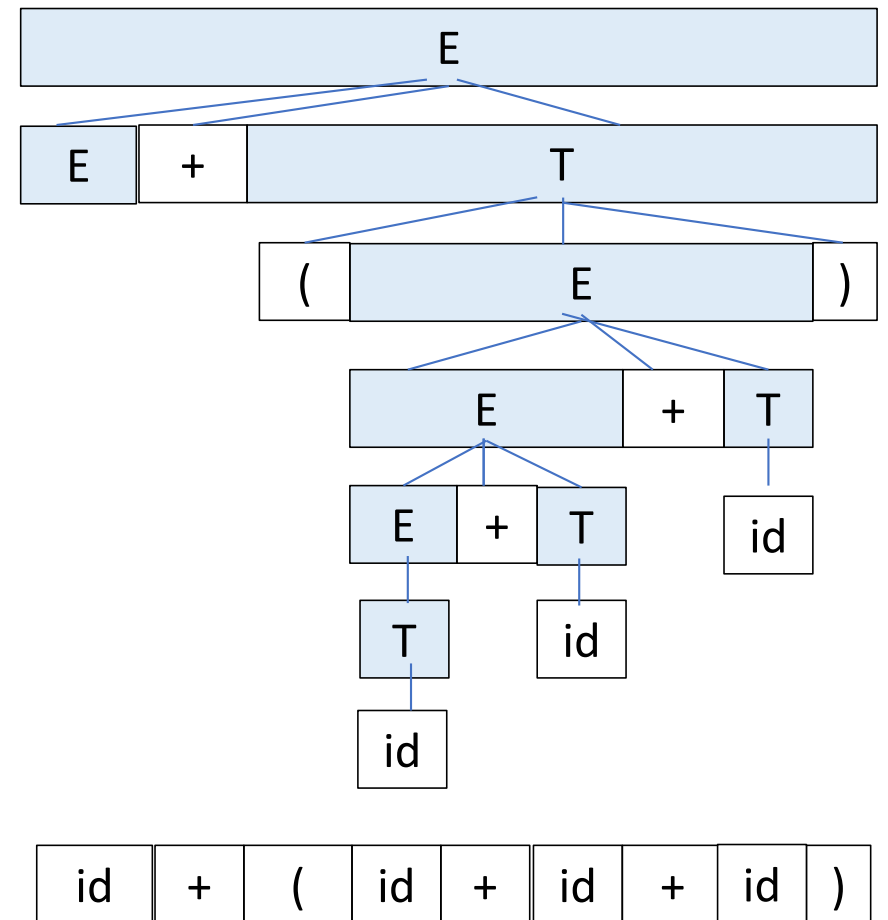
## Una terza vista sull'analisi bottom-up

**T** + (id + id + id)  
⇒ E + (id + id + id)  
⇒ E + (T + id + id)  
⇒ E + (E + id + id)  
⇒ E + (E + T + id)  
⇒ E + (E + id)  
⇒ E + (E + T)  
⇒ E + (E)  
⇒ E + T  
⇒ E



## Una terza vista sull'analisi bottom-up

$E + (id + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (T + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + T + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + T)$   
 $\Rightarrow E + (E)$   
 $\Rightarrow E + T$   
 $\Rightarrow E$

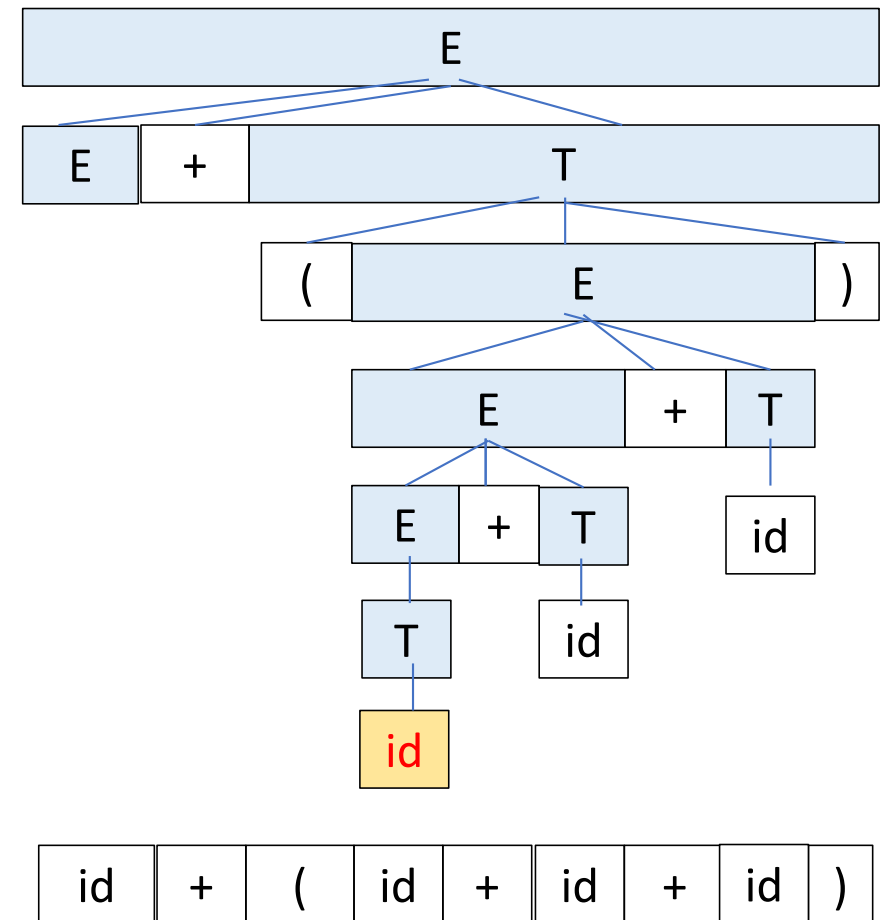




## Una terza vista sull'analisi bottom-up

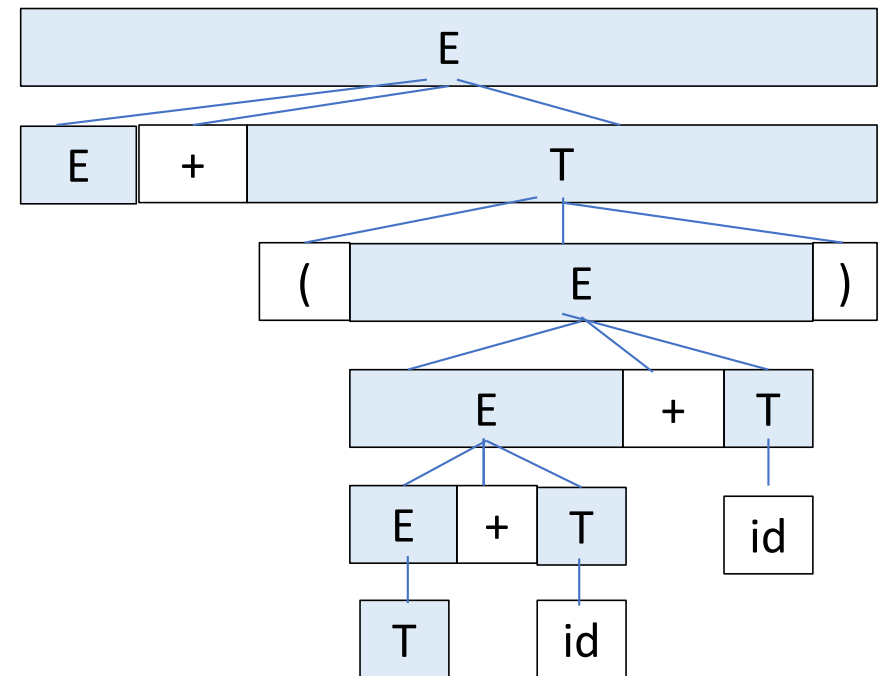
$E + (\text{id} + \text{id} + \text{id})$   
 $\Rightarrow E + (T + \text{id} + \text{id})$   
 $\Rightarrow E + (E + \text{id} + \text{id})$   
 $\Rightarrow E + (E + T + \text{id})$   
 $\Rightarrow E + (E + \text{id})$   
 $\Rightarrow E + (E + T)$   
 $\Rightarrow E + (E)$   
 $\Rightarrow E + T$   
 $\Rightarrow E$

Nota: per eseguire  
reduce  $T \Rightarrow \text{id}$   
Bisogna eseguire shift  
e inserire in pila: + (



## Una terza vista sull'analisi bottom-up

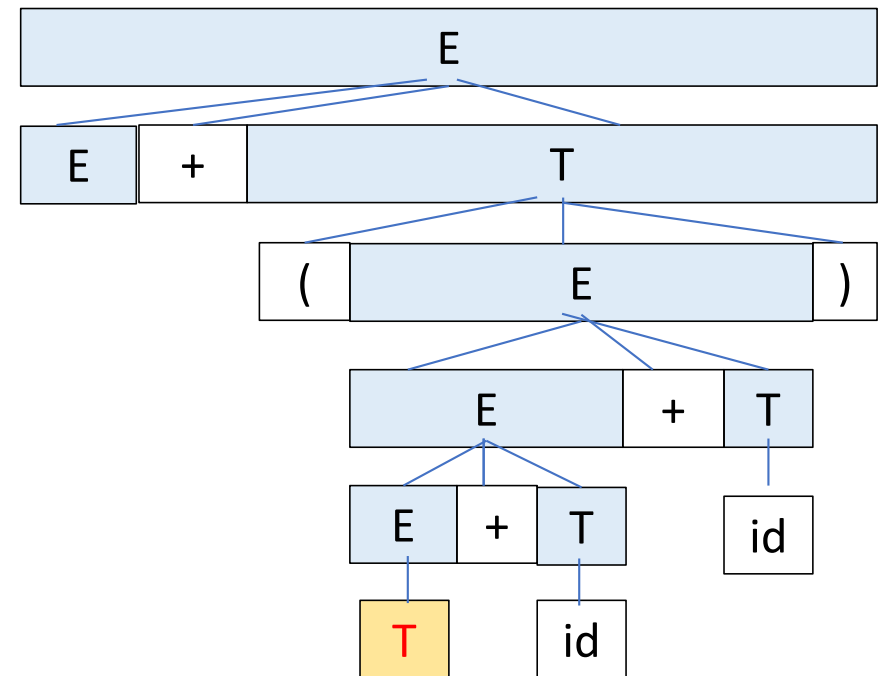
$E + (T + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + id + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + T + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + id)$   
 $\Rightarrow E + (E + T)$   
 $\Rightarrow E + (E)$   
 $\Rightarrow E + T$   
 $\Rightarrow E$



id	+	(	id	+	id	+	id	)
----	---	---	----	---	----	---	----	---

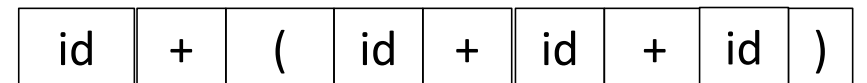
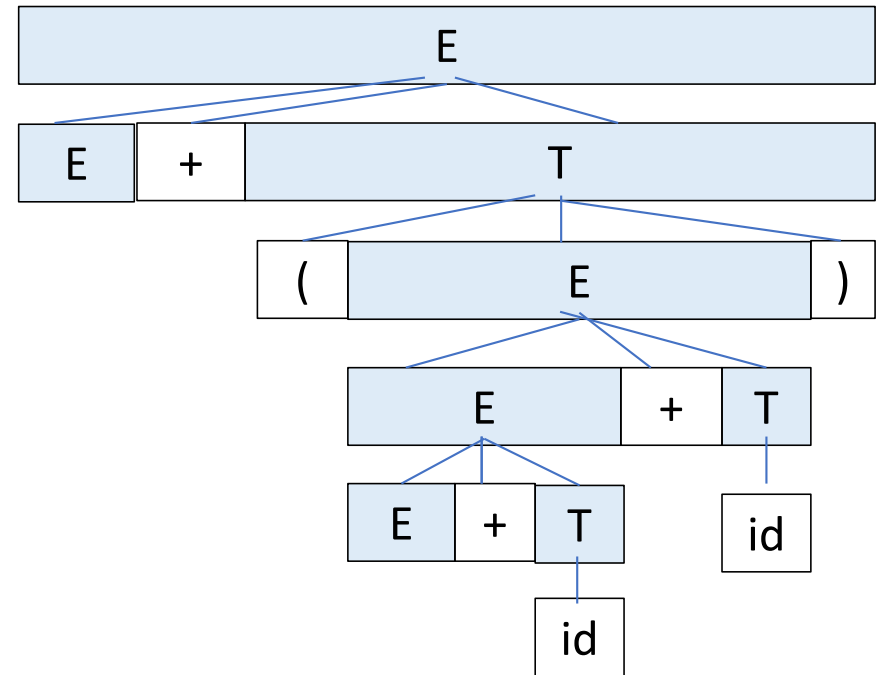
## Una terza vista sull'analisi bottom-up

$E + (\textcolor{red}{T} + \text{id} + \text{id})$   
 $\Rightarrow E + (E + \text{id} + \text{id})$   
 $\Rightarrow E + (E + T + \text{id})$   
 $\Rightarrow E + (E + \text{id})$   
 $\Rightarrow E + (E + T)$   
 $\Rightarrow E + (E)$   
 $\Rightarrow E + T$   
 $\Rightarrow E$



id	+	(	id	+	id	+	id	)
----	---	---	----	---	----	---	----	---

# Una terza vista sull'analisi bottom-up

$$\Rightarrow E + (E + \text{id} + \text{id})$$
$$\Rightarrow E + (E + T + \text{id})$$
$$\Rightarrow E + (E + id)$$
$$\Rightarrow E + (E + T)$$
$$\Rightarrow E + (E)$$
$$\Rightarrow E + T$$
 $\Rightarrow E$ 

## Una terza vista sull'analisi bottom-up

$\Rightarrow E + (E + \text{id} + \text{id})$

$\Rightarrow E + (E + T + \text{id})$

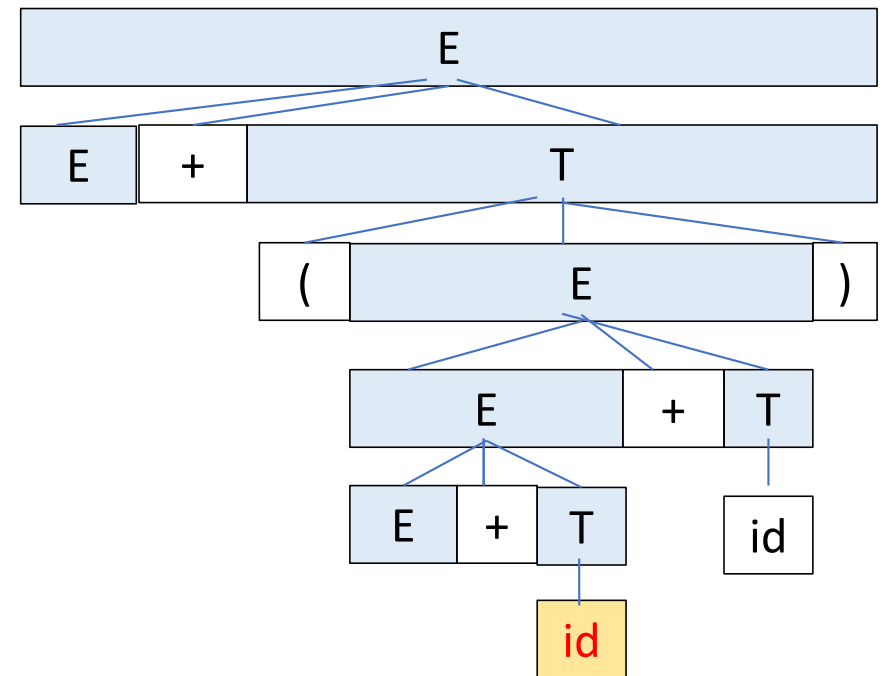
$\Rightarrow E + (E + \text{id})$

$\Rightarrow E + (E + T)$

$\Rightarrow E + (E)$

$\Rightarrow E + T$

$\Rightarrow E$



id	+	(	id	+	id	+	id	)
----	---	---	----	---	----	---	----	---

## Una terza vista sull'analisi bottom-up

$\Rightarrow E + (E + T + id)$

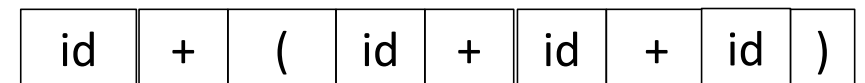
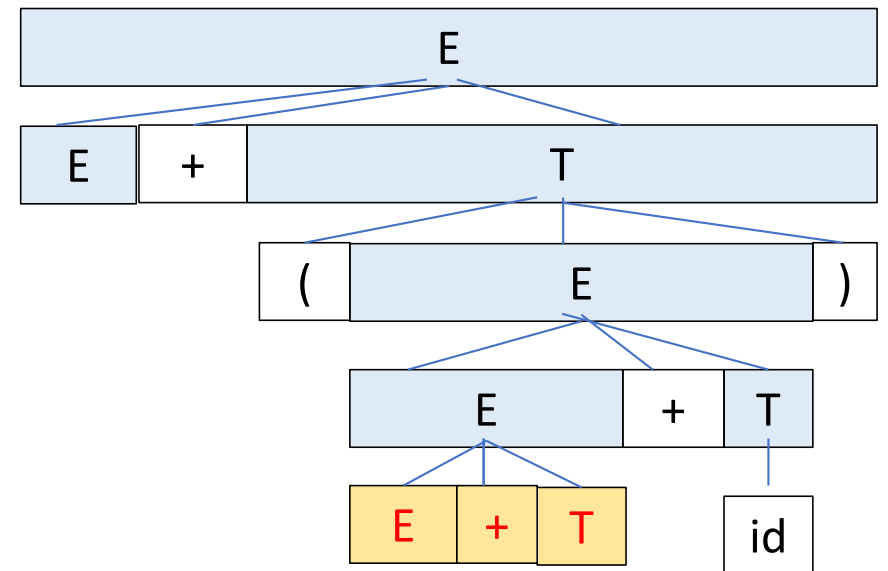
$\Rightarrow E + (E + id)$

$\Rightarrow E + (E + T)$

$\Rightarrow E + (E)$

$\Rightarrow E + T$

$\Rightarrow E$



Una terza vista sull'analisi  
bottom-up

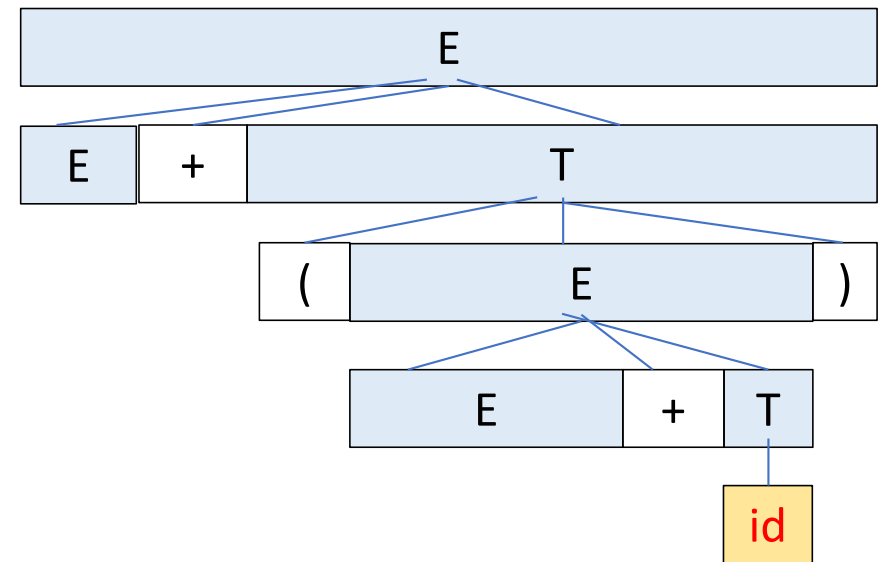
$\Rightarrow E + (E + \text{id})$

$\Rightarrow E + (E + T)$

$\Rightarrow E + (E)$

$\Rightarrow E + T$

$\Rightarrow E$



id	+	(	id	+	id	+	id	)
----	---	---	----	---	----	---	----	---

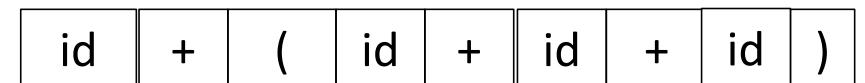
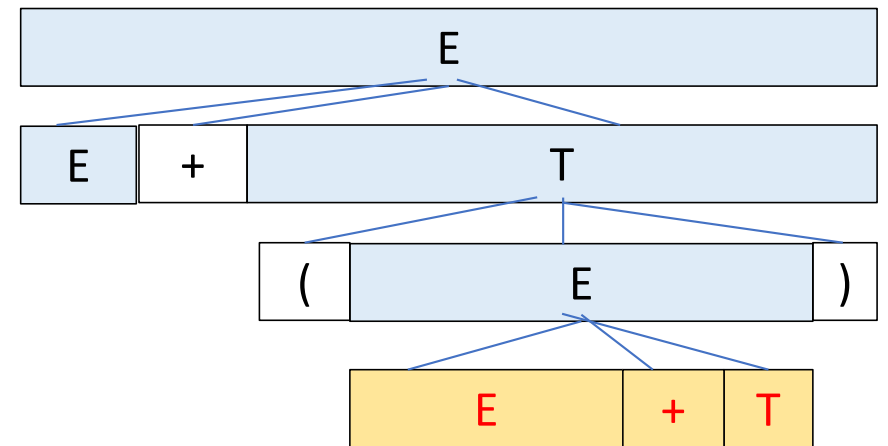
Una terza vista sull'analisi  
bottom-up

$E + (E + T)$

$\Rightarrow E + (E)$

$\Rightarrow E + T$

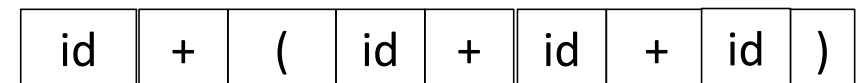
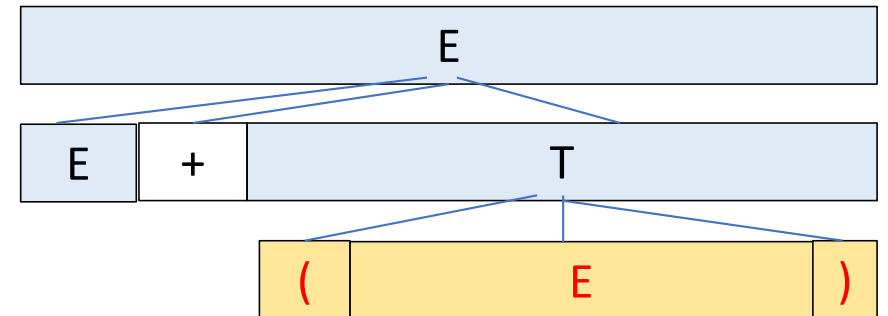
$\Rightarrow E$





Una terza vista sull'analisi  
bottom-up

$E + (E)$   
 $\Rightarrow E + T$   
 $\Rightarrow E$

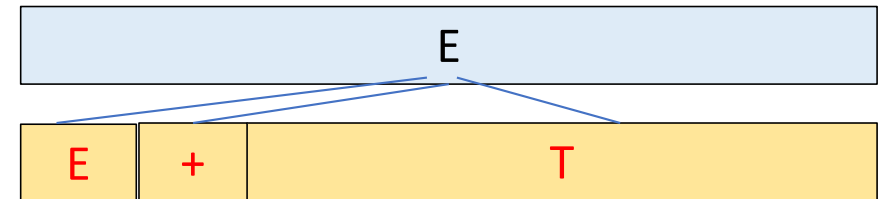


Una terza vista sull'analisi  
bottom-up

$E + T$

$\Rightarrow E$

FINE!!!



id	+	(	id	+	id	+	id	)
----	---	---	----	---	----	---	----	---

Una terza vista sull'analisi  
bottom-up

$\Rightarrow E$

FINE!!!

E

id	+	(	id	+	id	+	id	)
----	---	---	----	---	----	---	----	---

# Analisi bottom-up: tre punti di vista (intuizioni)

- La prima intuizione (ricostruzione dell'analisi albero dal basso verso l'alto) motiva il modo in cui l'analisi dovrebbe funzionare
- La seconda intuizione (derivazione più a destra al contrario) descrive l'ordine in cui costruire l'albero di analisi
- La terza intuizione (individuare le produzioni da applicare) è la base per gli algoritmi di analisi bottom-up: **quando si esegue una operazione di Reduce si sostituisce ad handle il (non terminale) lato sinistro della produzione**
- **Shift** avanza nell'input alla ricerca di un handle
- **Reduce** sostituisce ad handle il non terminale a sinistra della produzione
- Un **analizzatore left-to-right di tipo bottom-up** ripetutamente cerca un handle e quindi lo riduce, fino a quando non completa la stringa di input e ottiene il solo simbolo iniziale

## Handle

- Che algoritmo usiamo per trovarli?
- Una volta trovato un handle come sappiamo che è corretto?

## Un esempio su handle

- Come trovare un handle?
- Una volta trovato come sappiamo se è corretto?

$E \rightarrow F$

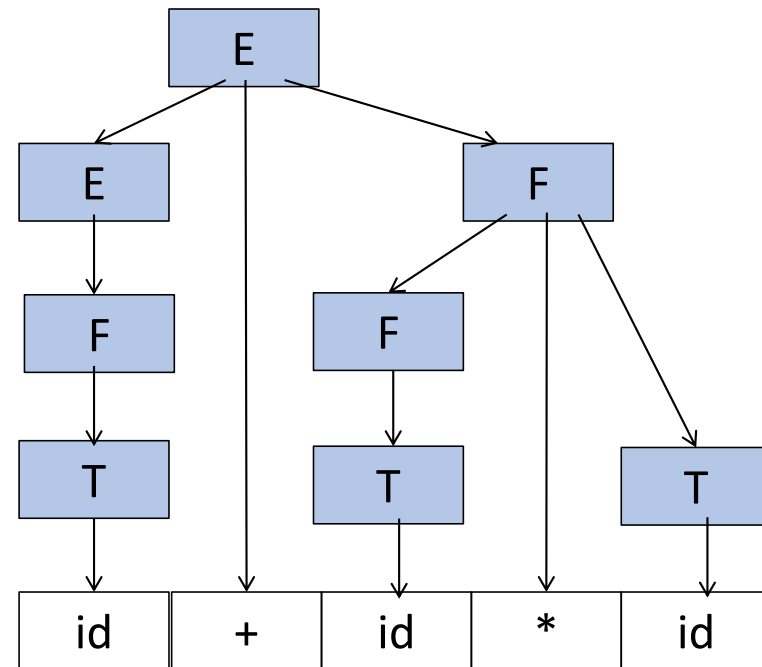
$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$



## Un esempio su handle

- Come trovare un handle?
- Una volta trovato come sappiamo se è corretto?

Le risposte alle due domande non sono ovvie

$E \rightarrow F$

$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow \text{id}$

$T \rightarrow (E)$

id	+	id	*	id
----	---	----	---	----

## Un esempio su handle

- Come trovare un handle?
- Una volta trovato come sappiamo se è corretto?

$E \rightarrow F$

$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

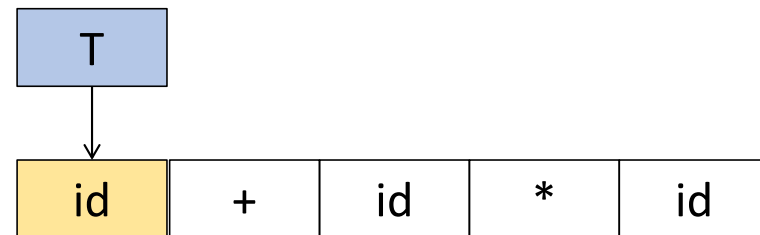
$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$

Questo caso è facile:  
esiste una sola  
produzione con id nel  
lato destro

Nel seguito

- in rosso (a sinistra) la produzione oggetto di reduce
- In giallo (in basso) input esaminato (a seguito di operazioni di shift)



## Un esempio su handle

- Come trovare un handle?
- Una volta trovato come sappiamo se è corretto?

$E \rightarrow F$

$E \rightarrow E + F$

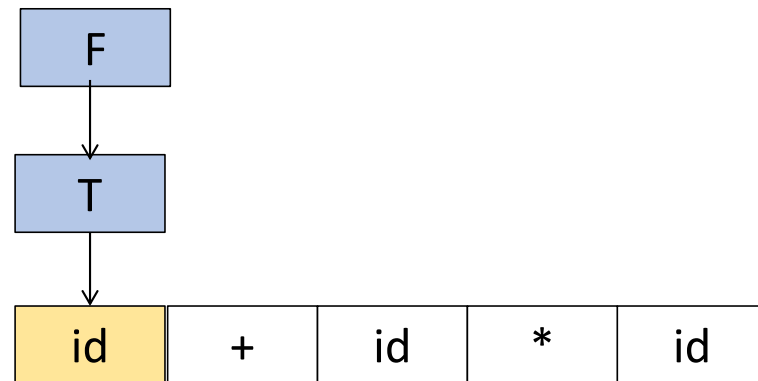
$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$

Anche questo caso è  
facile:  
esiste una sola  
produzione con T nel  
lato destro all'inizio





## Un esempio su handle

- Come trovare un handle?
- Una volta trovato come sappiamo se è corretto?

$E \rightarrow F$

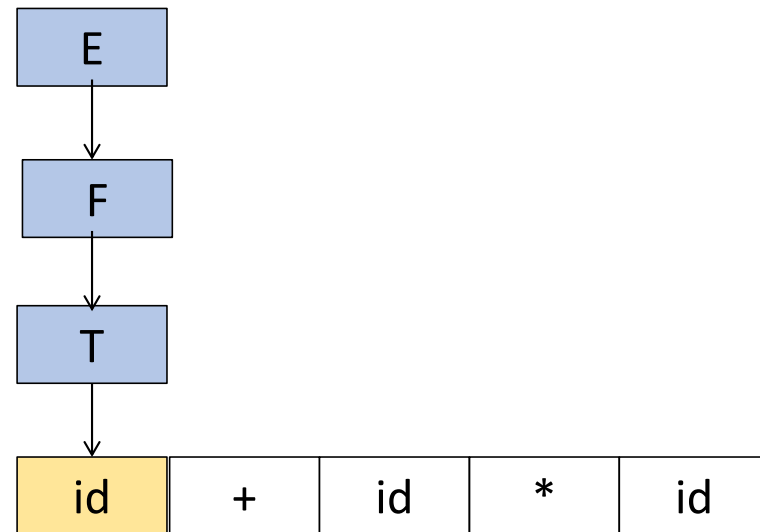
$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$



## Un esempio su handle

- Come trovare un handle?
- Una volta trovato come sappiamo se è corretto?

$E \rightarrow F$

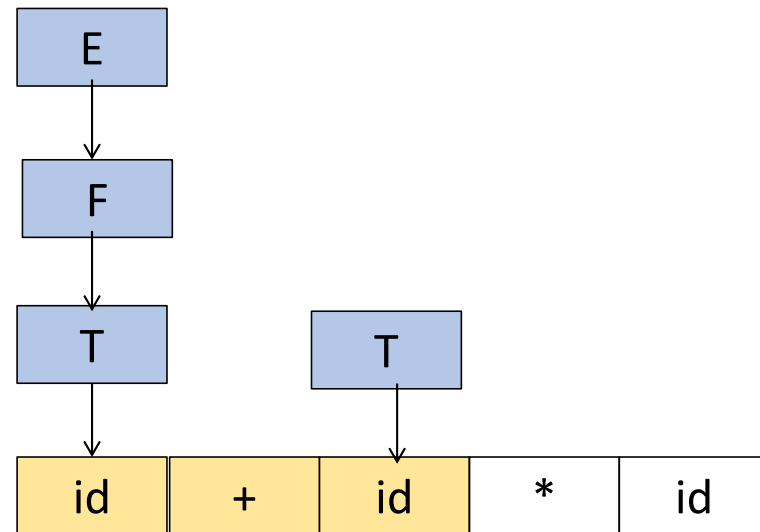
$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$



## Un esempio su handle

- Come trovare un handle?
- Una volta trovato come sappiamo se è corretto?

$E \rightarrow F$

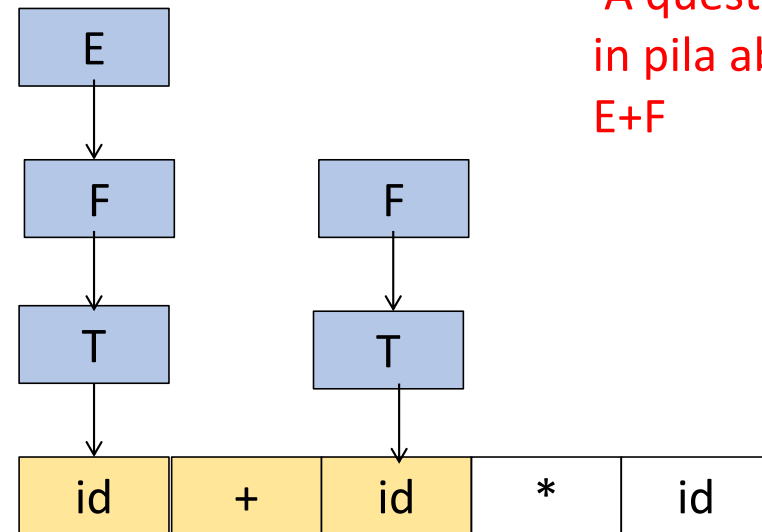
$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$



A questo punto  
in pila abbiamo  
 $E+F$

## Un esempio su handle

- Come trovare un handle?
- Una volta trovato come sappiamo se è corretto?

$E \rightarrow F$

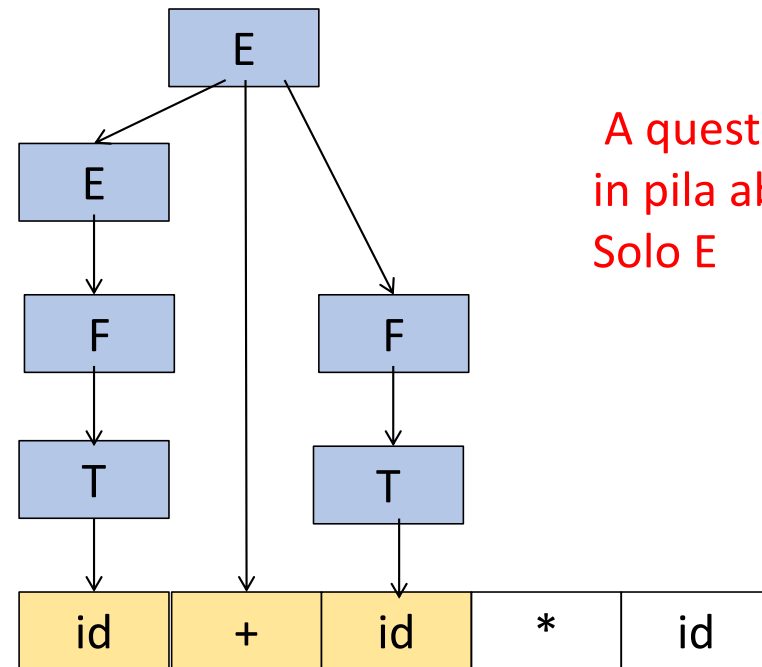
$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$



## Un esempio su handle

- Come trovare un handle?
- Una volta trovato come sappiamo se è corretto?

$E \rightarrow F$

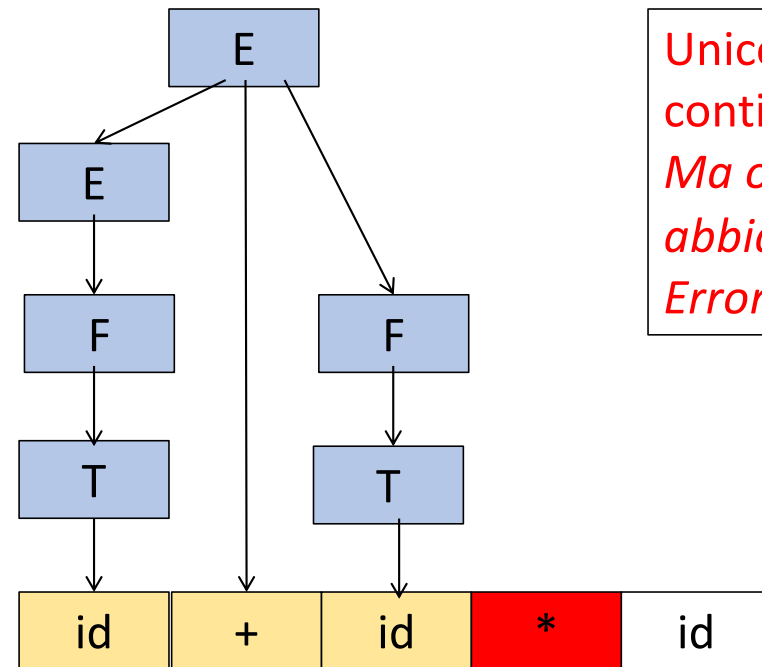
$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$



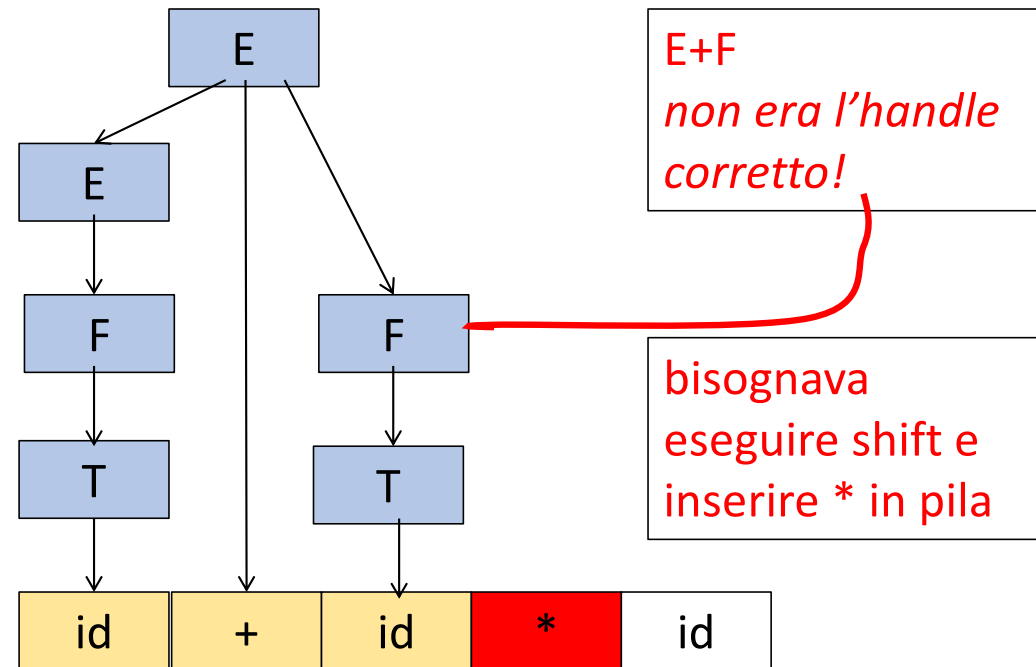
Unico handle che  
contiene \* è  $F * T$   
*Ma ora in pila  
abbiamo E  
Errore!*

## Un esempio su handle

- Come trovare un handle?
- Una volta trovato come sappiamo se è corretto?

$E \rightarrow F$   
 $E \rightarrow E + F$   
 $F \rightarrow F * T$   
 $F \rightarrow T$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$

*La riduzione più a sinistra non sempre fornisce l'handle corretto : conflitto shift-reduce*



# costruzione tavole Action e Goto

## notazione punto ·

- si introduce un punto · per separare la parte destra di una produzione in due sottosequenze: a sinistra del punto · elementi già letti e impilati (shifted), a destra elementi ancora da analizzare
- es.:  $E \rightarrow E \cdot + T$   
sono già stati impilati elementi derivati da E e occorre ora accettare in input il simbolo +
- ciascuna di queste produzioni con il punto si chiama *LR(0) item*, o semplicemente *item*, e descrive lo stato del parser

## grammatica aumentata

- Sia S il simbolo iniziale (o assioma); si aggiunge la produzione  
 $S' \rightarrow S$
- S' è il nuovo simbolo (che non compare in parti destre); l'obiettivo è avere l'assioma originale come parte destra di una produzione, così da poter effettuare una *reduce* conclusiva
- per ogni produzione  $A \rightarrow \alpha$  si considerano gli item ottenuti introducendo in tutte le posizioni possibili di  $\alpha$  il puntino
- es. da  $E \rightarrow E + T$  otteniamo 4 produzioni  
 $E \rightarrow \cdot E + T$ ,  $E \rightarrow E \cdot + T$ ,  $E \rightarrow E + \cdot T$ ,  $E \rightarrow E + T \cdot$

# chiusura di un set di item

- solitamente non è possibile descrivere lo stato di un parser con un singolo item perché in presenza di  $\cdot X$  possono esistere vari elementi in  $\text{First}(X)$ 
  - o elementi in  $\text{Follow}(X)$  qualora si annulli
- lo stato viene caratterizzato collezionando più item, attraverso una procedura detta di chiusura (**closure**)
- ad ogni collezione di item corrisponde uno stato

## chiusura (closure) di un set di item

- se il set contiene un item  $A \rightarrow \alpha \cdot B \beta$ ,  $B \in V_N$ , allora aggiungere al set  $B \rightarrow \cdot \gamma$ , per ciascuna produzione  $B \rightarrow \gamma$ ,  $\gamma \in V^*$
- continuare su tutte le produzioni nel set finché possibile, aggiungendo produzioni aventi come parte sinistra non-terminali che appaiono in parti destre preceduti dal punto
  - la parte dx di una produzione aggiunta inizierà con il punto

**si definisce stato l'insieme risultante dall'operazione di chiusura di un set di item**  
(perfeziona e completa la def. informale già fornita prima)



Riprendiamo l'esempio precedente

$S \rightarrow E$  (S nuovo simbolo iniziale)

$E \rightarrow F$

$E \rightarrow E + F$

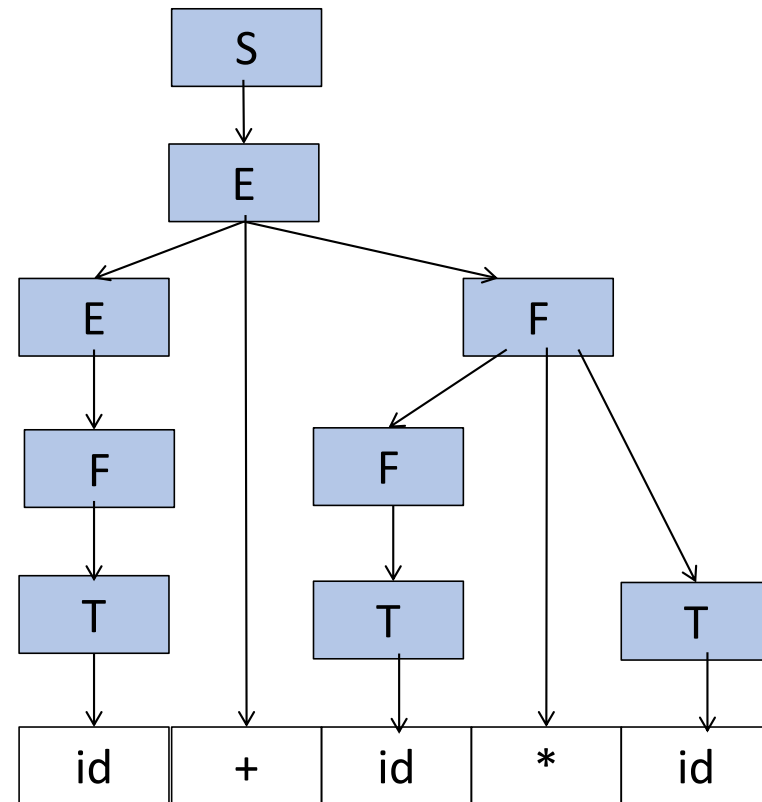
$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$

Prima abbiamo visto che non  
troviamo l'albero giusto e abbiamo  
errore quando arriviamo al terminale \*



Riprendiamo l'esempio precedente

- Vediamo ora come la notazione punto risolve il problema
- La notazione punto permette di specificare nella pila a che punto siamo con una produzione

$S \rightarrow E$  (S nuovo simbolo iniziale)

$E \rightarrow F$

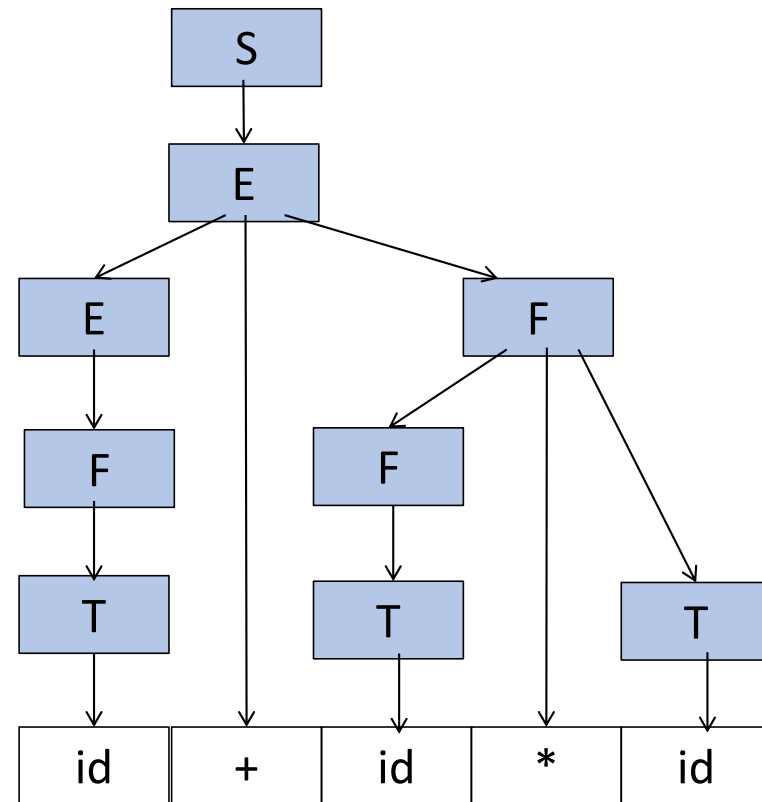
$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$



Riprendiamo l'esempio precedente

Analizziamo solo fino a



$S \rightarrow E$  (S nuovo simbolo iniziale)

$E \rightarrow F$

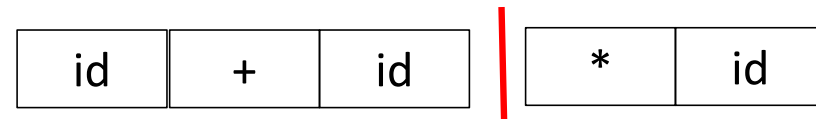
$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow \text{id}$

$T \rightarrow (E)$



Riprendiamo l'esempio precedente

$S \rightarrow E$  (S nuovo simbolo iniziale)

$E \rightarrow F$

$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$

Per brevità assumiamo input sia in basso a destra (omettiamo produzioni inutili)

$S \rightarrow \cdot E$

E	+	F		*	id
---	---	---	--	---	----

Riprendiamo l'esempio precedente

$S \rightarrow E$  (S nuovo simbolo iniziale)

$E \rightarrow F$

$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

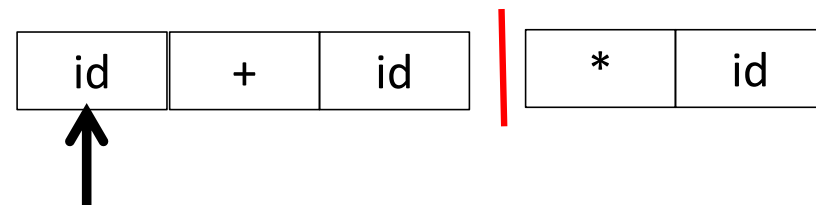
$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$

Per brevità assumiamo input sia in basso a destra (omettiamo produzioni inutili)

$S \rightarrow \cdot E$
$E \rightarrow \cdot E + F$



Riprendiamo l'esempio precedente

$S \rightarrow E$  (S nuovo simbolo iniziale)

$E \rightarrow F$

$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

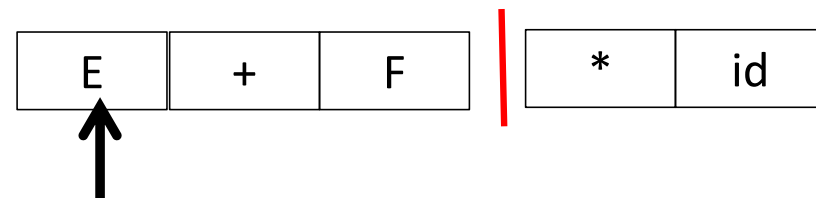
$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$

Per brevità assumiamo input sia in basso a destra (omettiamo produzioni inutili)

$S \rightarrow \cdot E$
$E \rightarrow \cdot E + F$
$E \rightarrow \cdot E + F$



Riprendiamo l'esempio precedente

$S \rightarrow E$  (S nuovo simbolo iniziale)

$E \rightarrow F$

$E \rightarrow E + F$

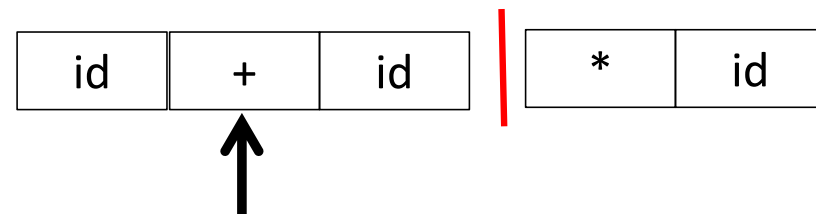
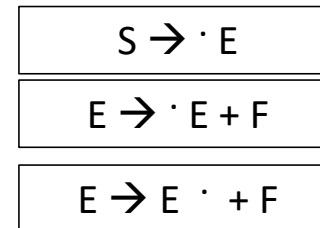
$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow \text{id}$

$T \rightarrow (E)$

Per brevità assumiamo input sia in basso a destra (omettiamo produzioni inutili)



Riprendiamo l'esempio precedente

$S \rightarrow E$  (S nuovo simbolo iniziale)

$E \rightarrow F$

$E \rightarrow E + F$

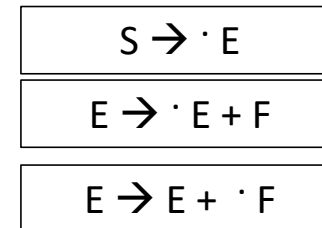
$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

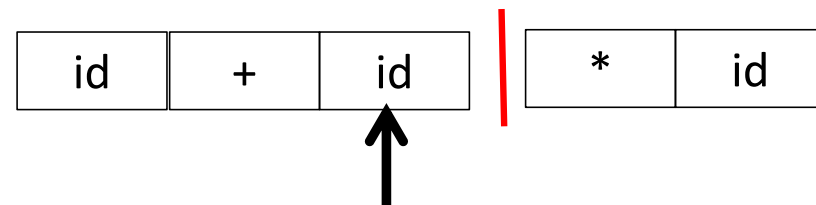
$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$

Per brevità assumiamo input sia in basso a destra (omettiamo produzioni inutili)

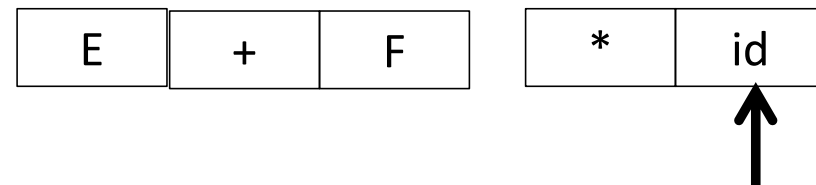
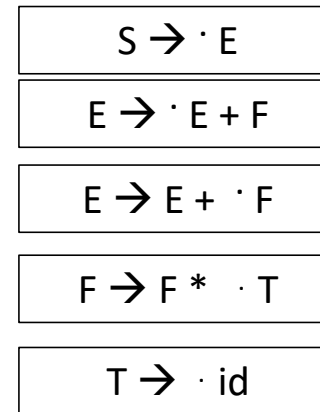


eseguimo  
shift





Riprendiamo l'esempio precedente



Riprendiamo l'esempio precedente

$S \rightarrow E$  (S nuovo simbolo iniziale)

$E \rightarrow F$

$E \rightarrow E + F$

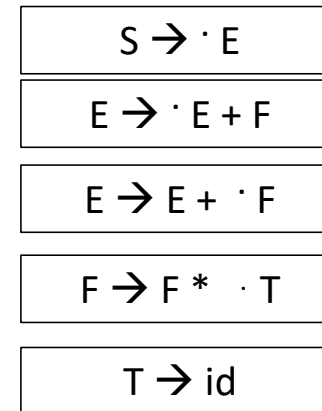
$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$

Per brevità assumiamo input sia in basso a destra (omettiamo produzioni inutili)



Abbiamo  
terminato  
analisi di  
 $T \rightarrow id$   
pop su pila



Riprendiamo l'esempio precedente

$S \rightarrow E$  (S nuovo simbolo iniziale)

$E \rightarrow F$

$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$

Per brevità assumiamo input sia in basso a destra (omettiamo produzioni inutili)

$S \rightarrow \cdot E$
$E \rightarrow \cdot E + F$
$E \rightarrow E + \cdot F$
$F \rightarrow F * T \cdot$

Abbiamo  
terminato  
analisi di  
 $F \rightarrow F * T$

E	+	F	*	id
---	---	---	---	----



Riprendiamo l'esempio precedente

$S \rightarrow E$  (S nuovo simbolo iniziale)

$E \rightarrow F$

$E \rightarrow E + F$

$F \rightarrow F * T$

$F \rightarrow T$

$T \rightarrow id$

$T \rightarrow (E)$

Per brevità assumiamo input sia in basso a destra (omettiamo produzioni inutili)

$S \rightarrow \cdot E$
$E \rightarrow \cdot E + F$
$E \rightarrow E + \cdot F$

Abbiamo  
terminato  
analisi di  
 $F \rightarrow F * T$   
....

E	+	F	*	id
---	---	---	---	----



## Riprendiamo l'esempio precedente

- consideriamo la grammatica  $G'$  che genera il linguaggio

$$L' = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n+m > 0\}$$

$$S' \rightarrow S$$

$$S \rightarrow aSc \mid ac \mid T$$

$$T \rightarrow bTc \mid bc$$

## determiniamo i set of item

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S \\ S &\rightarrow aSc \mid ac \mid T \\ T &\rightarrow bc \mid bTc \end{aligned}$$

- inizio: assioma  $S' \rightarrow \cdot S$
- chiusura:
  - $S' \rightarrow \cdot S$
  - (+)  $S \rightarrow \cdot aSc \mid \cdot T \mid \cdot ac \mid$
- questa collezione di produzioni definisce uno stato ( $s_0$ )
- il simbolo (+) indica che la riga di produzioni è aggiunta durante la chiusura

per definire gli altri item sets si procede ricorsivamente

- per ogni produzione  $A \rightarrow \alpha \cdot B \beta$ ,  $B \in V_N$ , si crea un nuovo stato (se non già creato) contenente la produzione  $A \rightarrow \alpha B \cdot \beta$ , e se ne fa la chiusura
- il simbolo "scavalcato" dal punto determina la transizione fra stati

## determinazione altri stati

stato  $s_0$

$S' \rightarrow \cdot S$

(+)  $S \rightarrow \cdot aSc \mid \cdot T \mid \cdot ac$

(+)  $T \rightarrow \cdot bTc \mid \cdot bc$

- da  $s_0$  a  $s_1$  (simbolo  $a$ )

$S \rightarrow a \cdot Sc \mid a \cdot c$

(+)  $S \rightarrow \cdot aSc \mid \cdot ac \mid \cdot T$

(+)  $T \rightarrow \cdot bTc \mid \cdot bc$

- da  $s_0$  a  $s_2$  (simbolo  $b$ )

$T \rightarrow b \cdot Tc \mid b \cdot c$

(+)  $T \rightarrow \cdot bTc \mid \cdot bc$

- da  $s_0$  a  $s_3$  (simbolo  $T$ )

$S' \rightarrow T \cdot$

- da  $s_0$  a  $s_4$  (simbolo  $S$ )

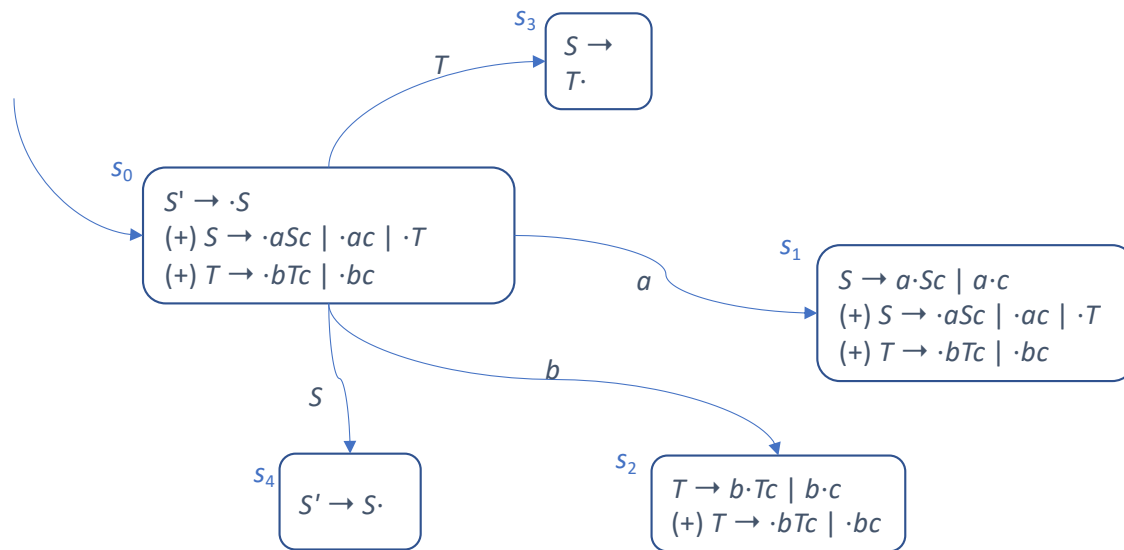
$S' \rightarrow S \cdot$

$S' \rightarrow S$

$S \rightarrow aSc \mid ac \mid T$

$T \rightarrow bc \mid bTc$

# goto-graph (transition diagram)

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S \\ S &\rightarrow aSc \mid ac \mid T \\ T &\rightarrow bc \mid bTc \end{aligned}$$




## determinazione altri stati

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S \\ S &\rightarrow aSc \mid ac \mid T \\ T &\rightarrow bc \mid bTc \end{aligned}$$

stato  $s_1$  (simbolo  $a$ )

$$S \rightarrow a \cdot Sc \mid T \cdot \mid a \cdot c$$

$$(+) S \rightarrow \cdot aSc \mid \cdot T \mid \cdot ac$$

$$(+) T \rightarrow \cdot bTc \mid \cdot bc$$

da  $s_1$  a  $s_1$  (simbolo  $a$ ) – chiusura fornisce lo stesso insieme

da  $s_1$  a  $s_2$  (simbolo  $b$ )

$$T \rightarrow b \cdot Tc \mid b \cdot c$$

$$(+) T \rightarrow \cdot bTc \mid \cdot bc$$

da  $s_1$  a  $s_3$  (simbolo  $T$ )

$$S \rightarrow aT \cdot c$$

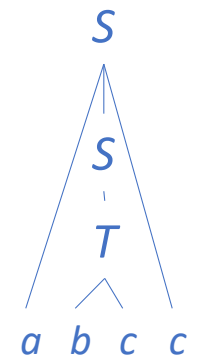
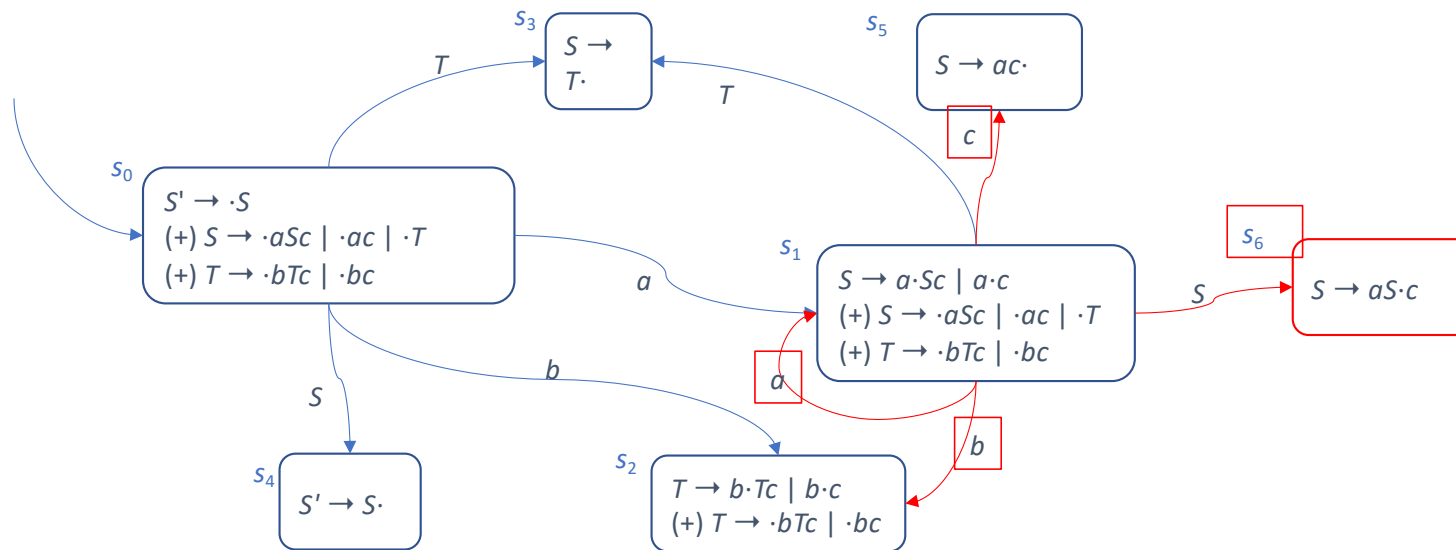
da  $s_1$  a  $s_5$  (simbolo  $c$ )

$$S \rightarrow a c \cdot$$

da  $s_1$  a  $s_6$  (simbolo  $S$ )

$$S \rightarrow T \cdot$$

# goto-graph (transition diagram)

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S \\ S &\rightarrow aSc \mid ac \mid T \\ T &\rightarrow bc \mid bTc \end{aligned}$$


## determinazione altri stati

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S \\ S &\rightarrow aSc \mid ac \mid T \\ T &\rightarrow bc \mid bTc \end{aligned}$$

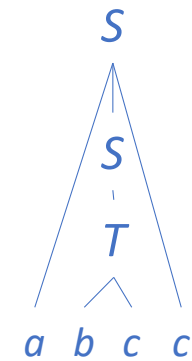
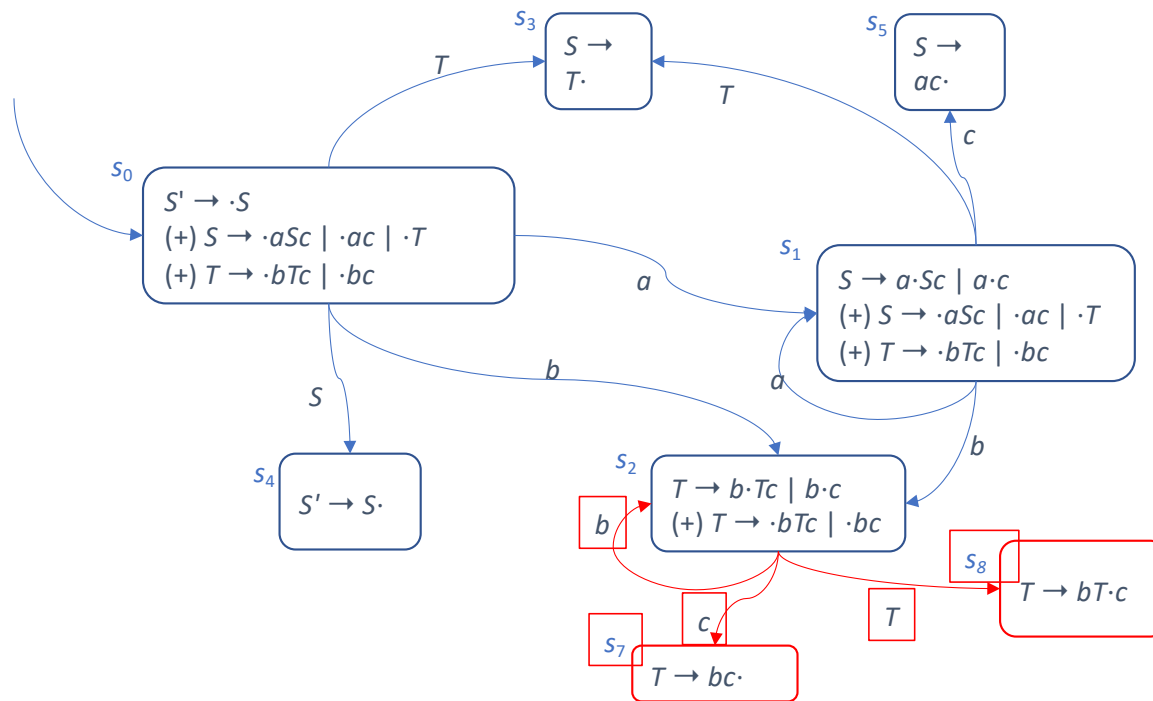
- stato  $s_2$  (simbolo  $b$ )  
 $T \rightarrow b \cdot Tc \mid b \cdot c$   
(+)  $T \rightarrow \cdot bTc \mid \cdot bc$

da  $s_2$  a  $s_2$  (simbolo  $b$ )

da  $s_2$  a  $s_7$  (simbolo  $c$ )  
 $S \rightarrow bc \cdot$

da  $s_2$  a  $s_8$  (simbolo  $T$ )  
 $S \rightarrow bT \cdot c$

# goto-graph (transition diagram)

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S \\ S &\rightarrow aSc \mid ac \mid T \\ T &\rightarrow bc \mid bTc \end{aligned}$$


## determinazione altri stati

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S \\ S &\rightarrow aSc \mid ac \mid T \\ T &\rightarrow bc \mid bTc \end{aligned}$$

stato  $s_6$  (simbolo  $S$ )  
 $S \rightarrow a S \cdot c$

da  $s_6$  a  $s_9$  (simbolo  $c$ )  
 $S \rightarrow a S c \cdot$

stato  $s_8$  (simbolo  $T$ )  
 $T \rightarrow b T \cdot c$

da  $s_8$  a  $s_{10}$  (simbolo  $c$ )  
 $T \rightarrow b T c \cdot$

## determinazione altri stati

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S \\ S &\rightarrow aSc \mid ac \mid T \\ T &\rightarrow bc \mid bTc \end{aligned}$$

stato  $s_{12}$  (simbolo  $T$ )  
 $T \rightarrow bT \cdot c$

stato  $s_{13}$  (simbolo  $b$ )  
 $T \rightarrow b \cdot Tc \mid b \cdot c$   
(+)  $T \rightarrow \cdot bTc \mid \cdot bc$

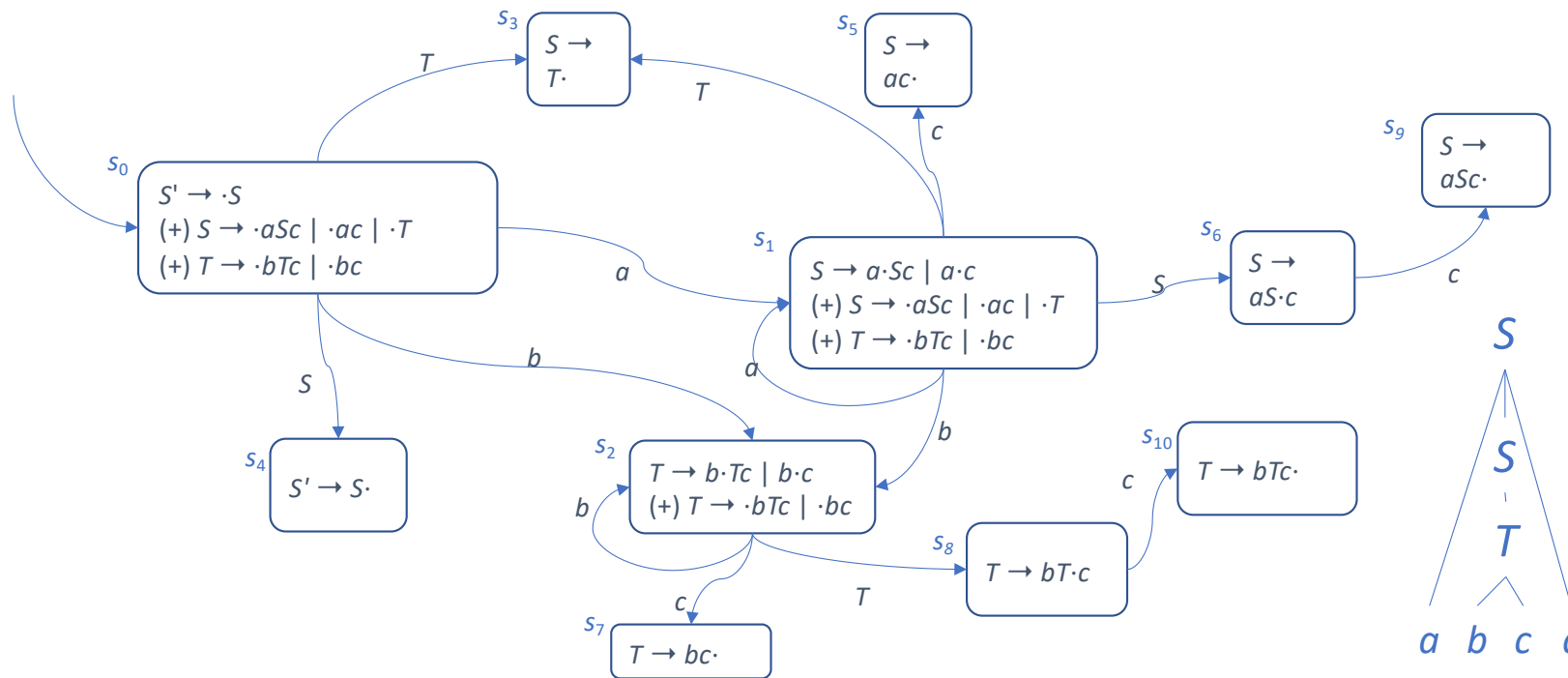
da  $s_{12}$  a  $s_{14}$  (simbolo  $c$ )  
 $T \rightarrow bTc \cdot$

da  $s_{13}$  a  $s_{12}$  (simbolo  $T$ )

da  $s_{13}$  a  $s_{15}$  (simbolo  $c$ )  
 $T \rightarrow bc \cdot$

da  $s_{13}$  a  $s_{13}$  (simbolo  $b$ )

# goto-graph (transition diagram)

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S \\ S &\rightarrow aSc \mid ac \mid T \\ T &\rightarrow bc \mid bTc \end{aligned}$$


# Tavole Action e Goto

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow S \\ S &\rightarrow aSc \mid ac \mid T \\ T &\rightarrow bc \mid bTc \end{aligned}$$

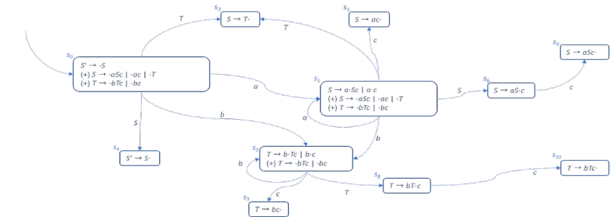
- Un arco fra due stati  $s_a$  e  $s_b$  etichettato con simbolo terminale  $x$ : equivale a passare da  $s_a$  a  $s_b$  quando input è  $x$  (**shift**): si inserisce  $s_b$  in pila
- Quando si giunge in uno stato con  $.$  alla fine bisogna eseguire **reduce**: si tolgono tanti stati dalla pila quanti sono i simboli a destra della produzione e si inserisce un nuovo stato in pila (tavola Goto)
- **Goto[s,U]**: dice quale stato inserire in pila quando lo stato affiorante è  $s$  e il simbolo a sinistra della produzione oggetto di reduce è  $U$  (in questo modo tengo conto della storia pregressa)

stato	a	b	c	\$	S	T
0	shift 1	shift 2			goto 4	goto 3
1	shift 1	shift 2	shift 5		goto 6	goto 3
2		shift 2	shift 7			goto 8
3	reduce $S \rightarrow T$					
4				accept		
5	reduce $S \rightarrow ac$					
6			shift 9			
7	reduce $T \rightarrow bc$					
8			shift 10			
9	reduce $S \rightarrow aSc$					
10	reduce $T \rightarrow bTc$					
	Tavola Action				Tavola Goto	



# Tavole Action e Goto

- $G''$ :  $S' \rightarrow S$   
 $S \rightarrow aSc \mid ac \mid T$   
 $T \rightarrow bc \mid bTc$
- parse di  $abcc \$$
- ( $shift = s$ ,  $reduce = r$ ,  $goto = g$ )
- $s(1)$ ,  $s(2)$ ,  $s(7)$ ,  $r(T \rightarrow bc)$ ,  $g(3)$ ,  
 $r(S \rightarrow T)$ ,  $g(6)$ ,  $s(9)$ ,  $r(S \rightarrow aSc)$ ,  $g(4)$
- in input rimane  $\$$  (fine input), per cui: **accept**



stato	a	b	c	\$	S	T
0	shift 1	shift 2			goto 4	goto 3
1	shift 1	shift 2	shift 5		goto 6	goto 3
2		shift 2	shift 7			goto 8
3	reduce $S \rightarrow T$					
4				accept		
5	reduce $S \rightarrow ac$					
6			shift 9			
7	reduce $T \rightarrow bc$					
8			shift 10			
9	reduce $S \rightarrow aSc$					
10	reduce $T \rightarrow bTc$					
	Tavola Action				Tavola Goto	

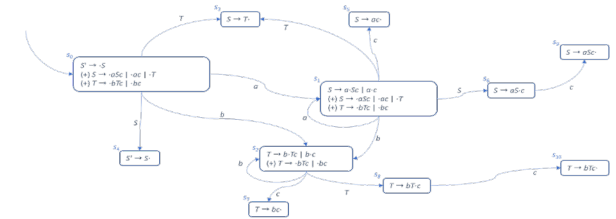
# Tavole Action e Goto

- $G''$ :  $S' \rightarrow S$   
 $S \rightarrow aSc \mid ac \mid T$   
 $T \rightarrow bc \mid bTc$

- Input  $abcc\$$

Pila                      input (da esaminare)

s0                       $abcc\$$



stato	a	b	c	\$	S	T
0	shift 1	shift 2			goto 4	goto 3
1	shift 1	shift 2	shift 5		goto 6	goto 3
2		shift 2	shift 7			goto 8
3	reduce $S \rightarrow T$					
4				accept		
5	reduce $S \rightarrow ac$					
6			shift 9			
7	reduce $T \rightarrow bc$					
8			shift 10			
9	reduce $S \rightarrow aSc$					
10	reduce $T \rightarrow bTc$					
	Tavola Action				Tavola Goto	

# goto-graph (diagramma transizioni): altro esempio

Riconsideriamo la grammatica

$S \rightarrow E$

$E \rightarrow T;$

$E \rightarrow T + E$

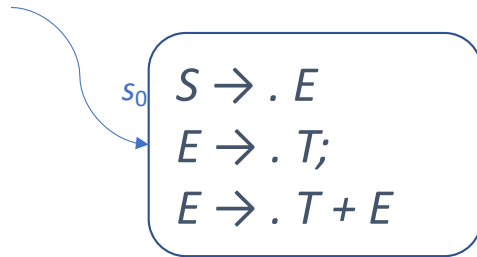
$T \rightarrow \text{id}$

$T \rightarrow (E)$



Inizio: metti  
produzione da  
simbolo iniziale

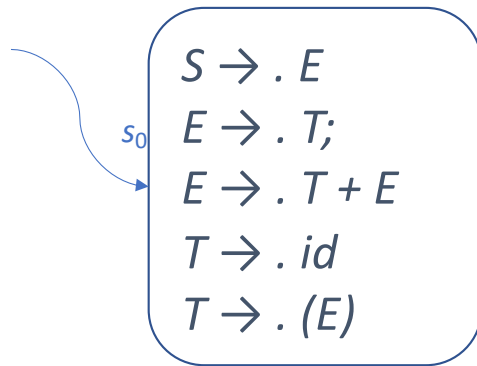
# goto-graph (diagramma transizioni)



Chiudi su E

$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow T;$   
 $E \rightarrow T + E$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$

## goto-graph (diagramma transizioni)

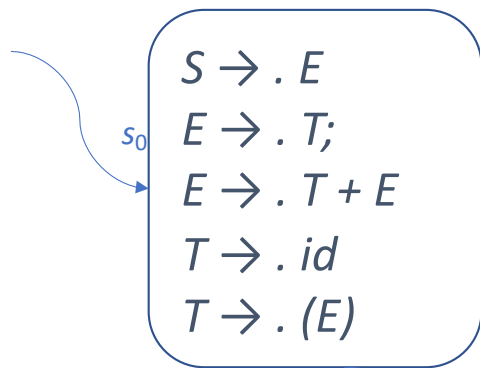


Completa la chiusura  
includendo T

$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow T;$   
 $E \rightarrow T + E$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$

# goto-graph (diagramma transizioni)

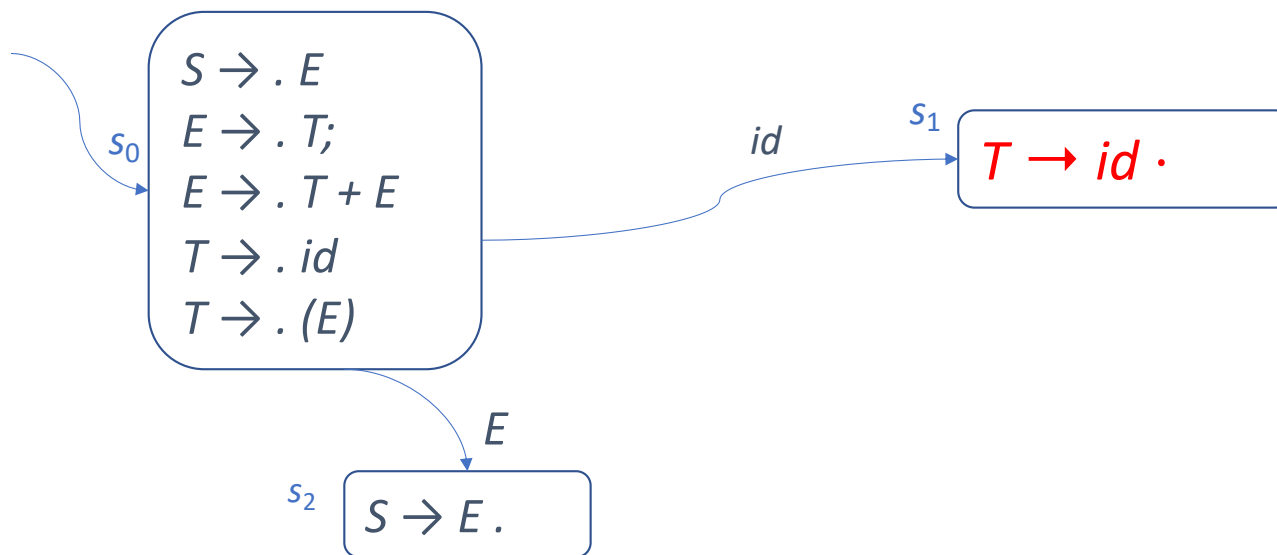
$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow T;$   
 $E \rightarrow T + E$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$



Scelgo la prima produzione  
(reduce)  
Sposto il punto

La produzione è completata  
(abbiamo il . alla fine)

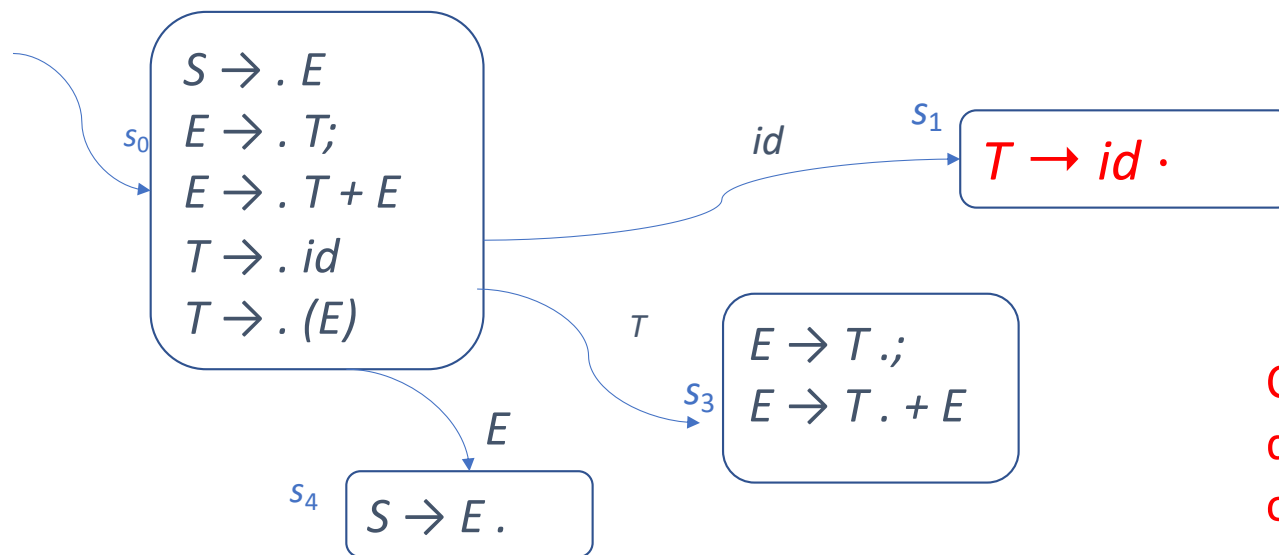
# goto-graph (diagramma transizioni)



$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow T;$   
 $E \rightarrow T + E$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$

Avanzo in input (shift)  
Sposto il punto

# goto-graph (diagramma transizioni)



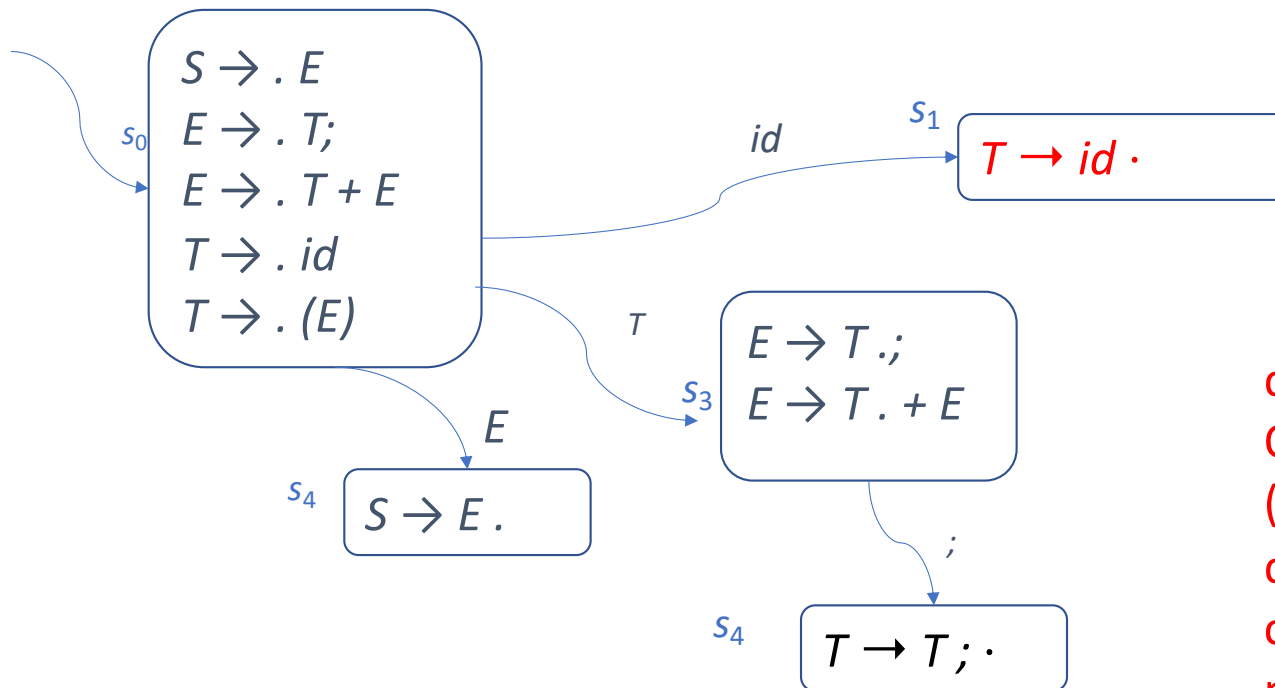
$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow T;$   
 $E \rightarrow T + E$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$

Continuo in modo analogo  
da  $s_0$  con  $E \rightarrow T$  e  $E \rightarrow T + E$   
ottengo (non devo chiudere  
perché dopo il punto simboli  
terminali)



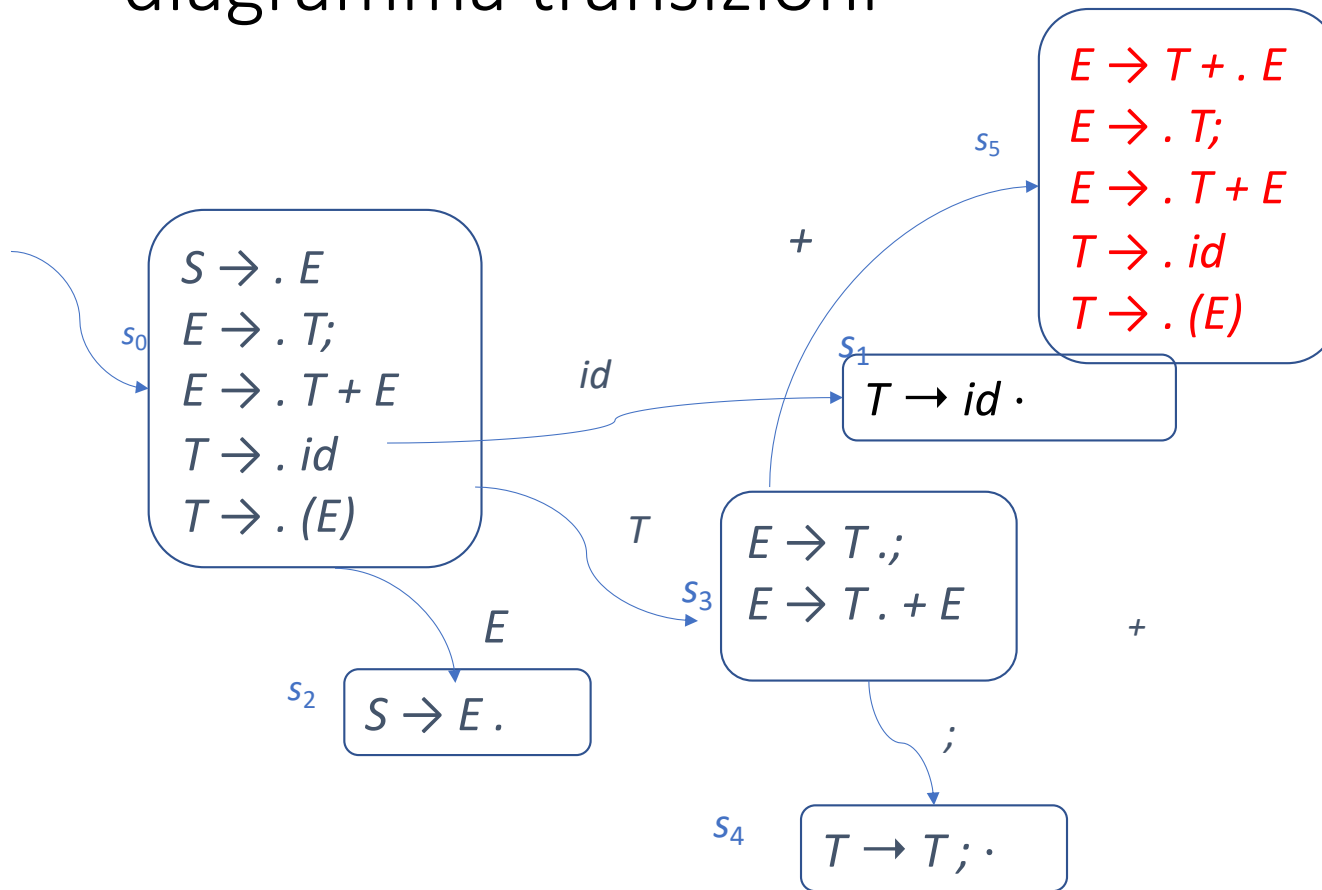
# goto-graph (diagramma transizioni)

$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow T;$   
 $E \rightarrow T + E$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$



da  $s_0$  con  $E \rightarrow T .;$   
Ottengo  $T \rightarrow T ; .$   
(nota il punto alla fine:  
questo è uno stato che indica  
che siamo alla fine dell'analisi  
produzione)

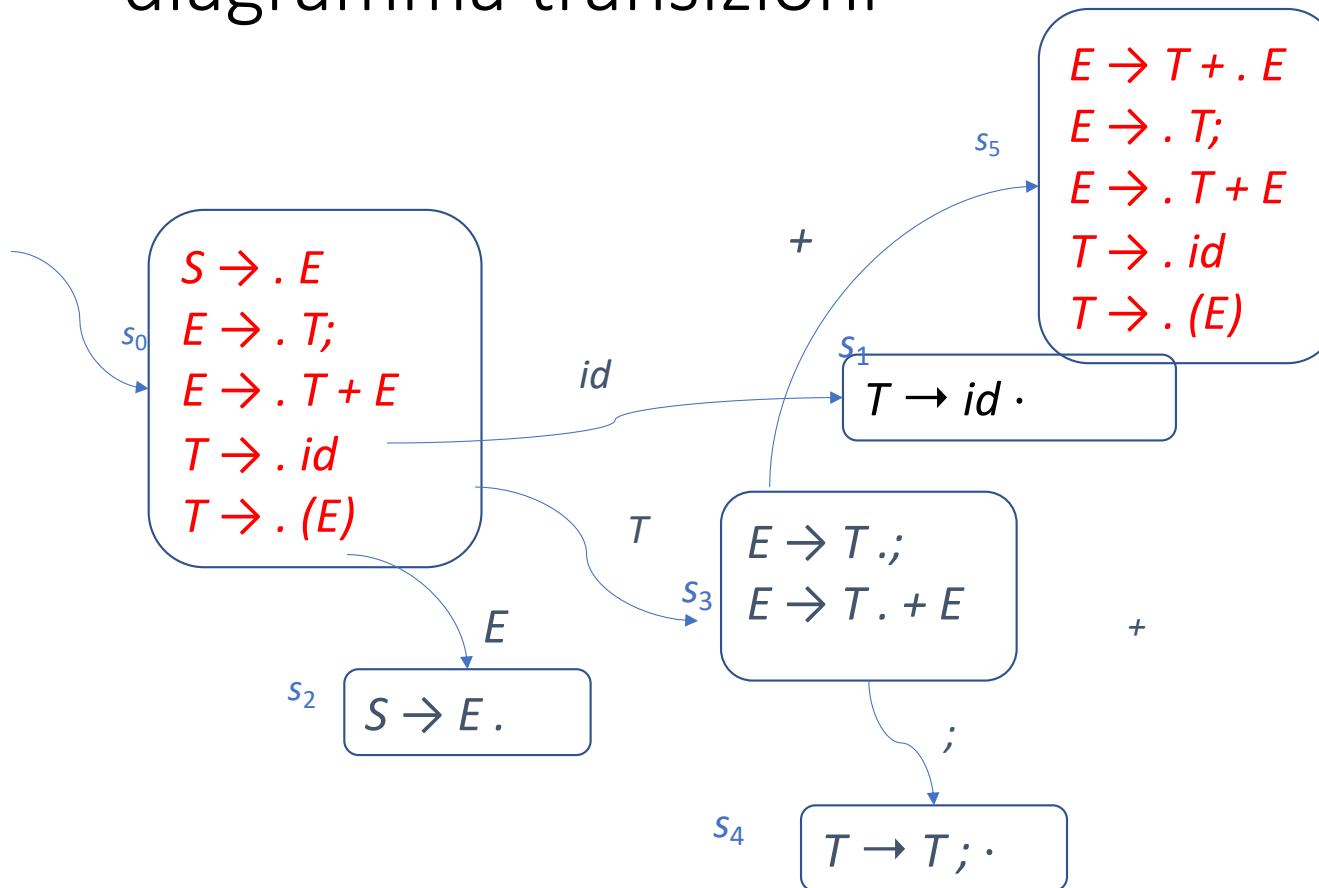
# diagramma transizioni



$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow T;$   
 $E \rightarrow T + E$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$

Continuo in modo analogo  
da  $E \rightarrow T \cdot + E$  ottengo  
(ricorda faccio chiusura)

# diagramma transizioni



$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow T;$   
 $E \rightarrow T + E$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$

NOTA: gli stati  $s_0$  e  $s_5$  sono quasi identici

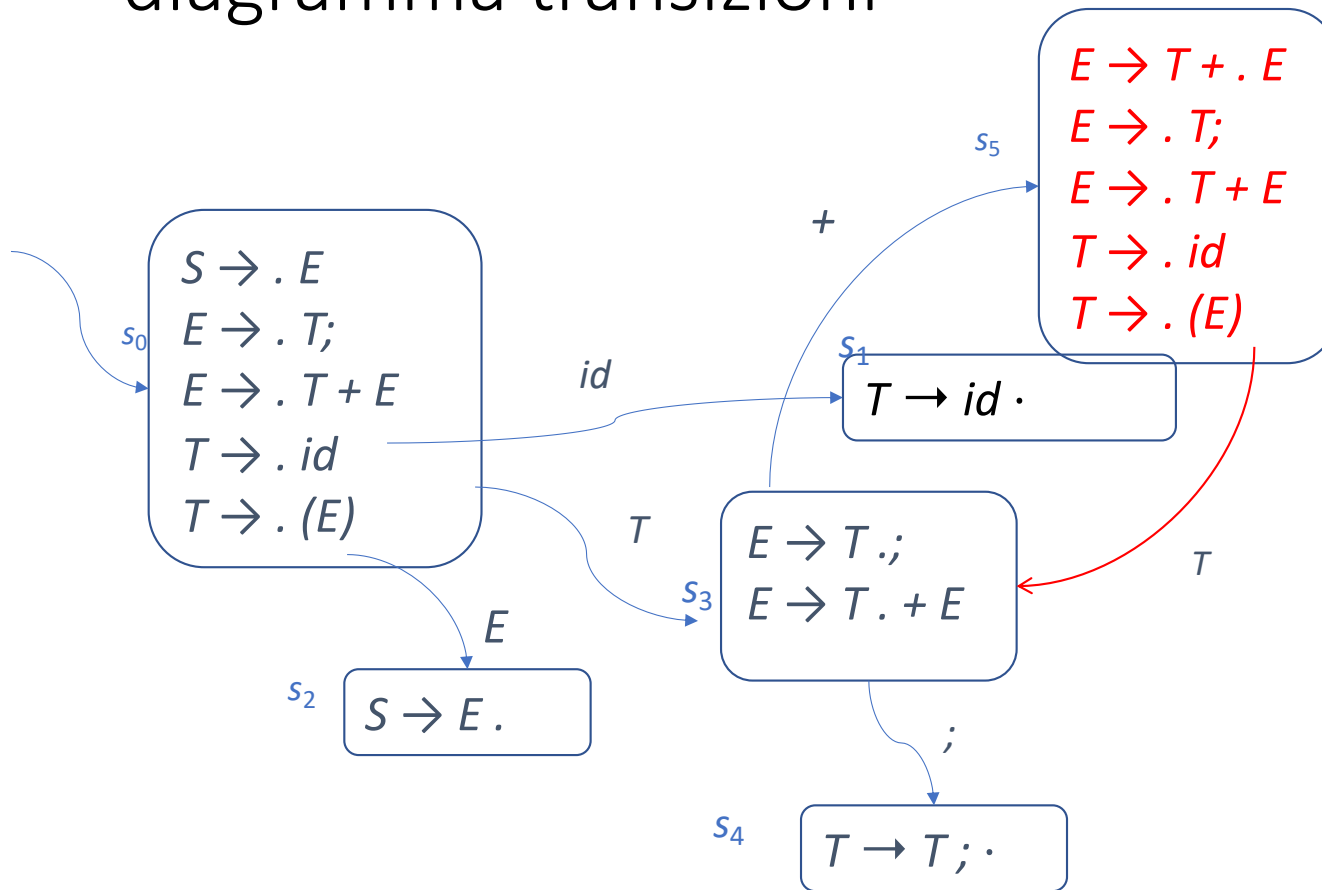
$s_5$  non ha  $S \rightarrow \cdot E$

$s_1$  non ha  $E \rightarrow T + \cdot E$

Usiamo la notazione punto per cui  $E \rightarrow T + \cdot E$

è diversa da  $E \rightarrow T + \cdot E$  (che a sua volta è uno degli stati di  $s_1$ )

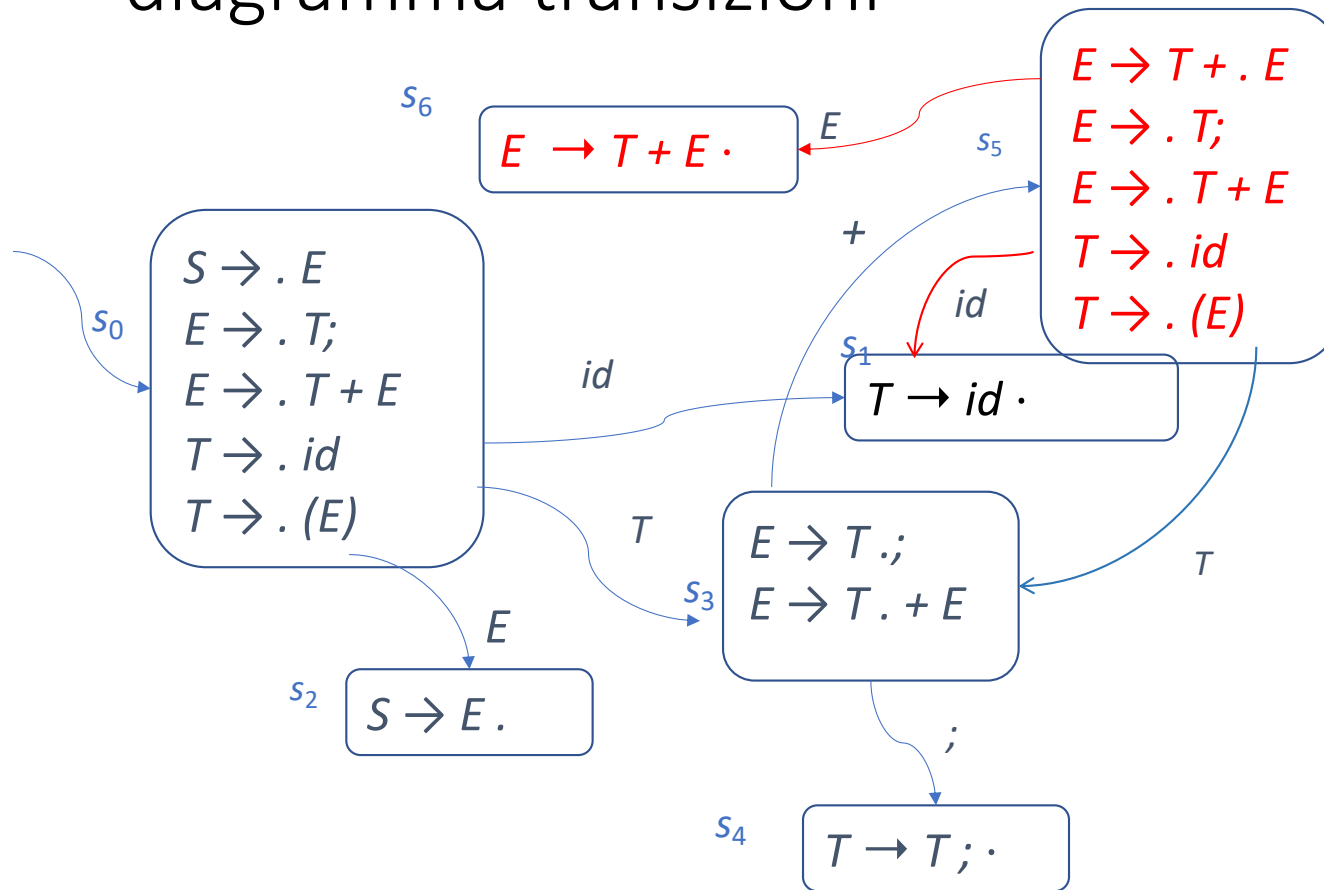
# diagramma transizioni



$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow T;$   
 $E \rightarrow T + E$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$

da  $s_5$  e  $T$  con  
 $E \rightarrow \cdot T;$  e  $E \rightarrow \cdot T + E$   
ottengo  
 $E \rightarrow T \cdot;$  e  $E \rightarrow T \cdot + E$   
Stato già trovato!

# diagramma transizioni

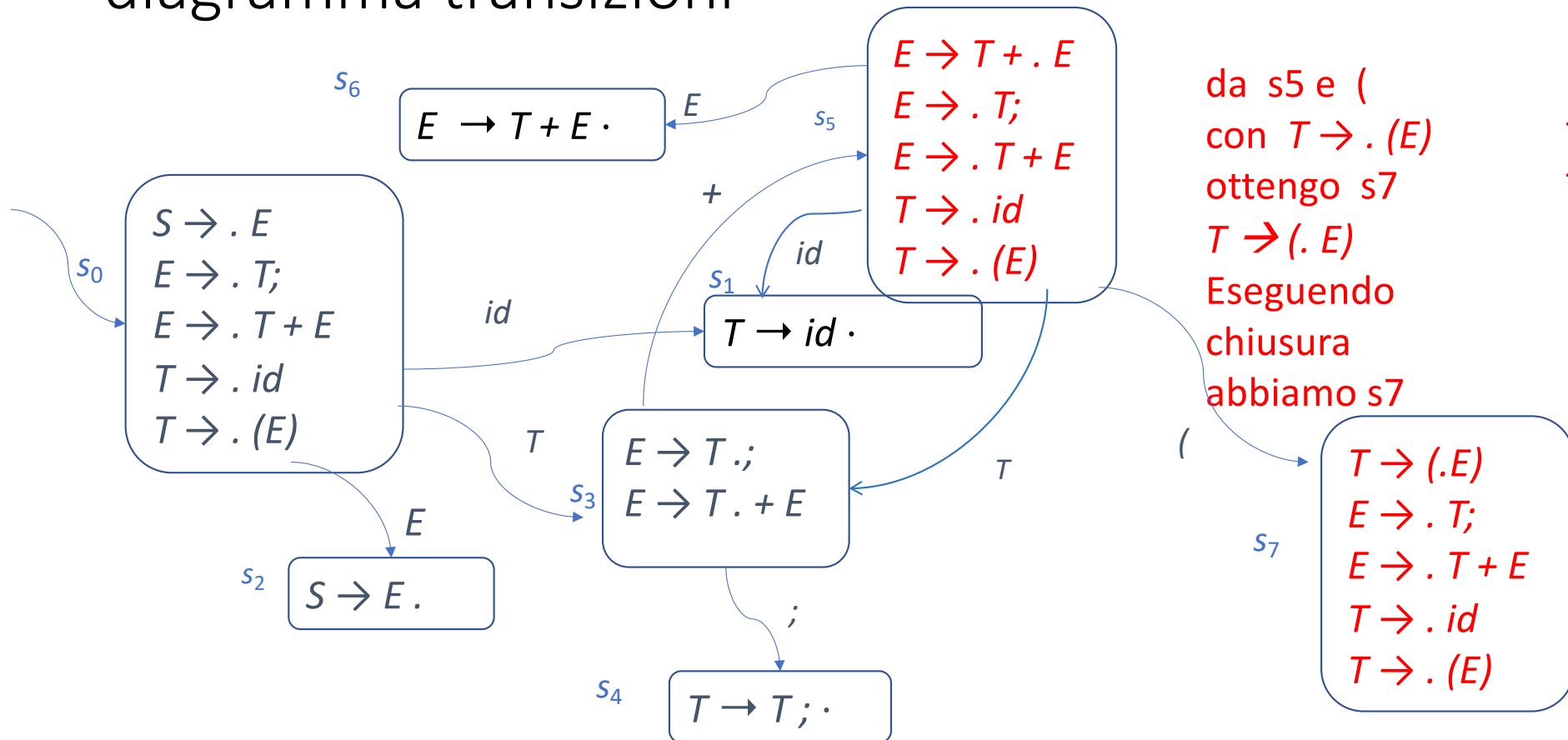


$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow T;$   
 $E \rightarrow T + E$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$

da  $s_5$  e  $E$   
 con  $E \rightarrow T + \cdot E$   
 ottengo  $s_6$   
 $E \rightarrow T + E \cdot$

da  $s_5$  e  $id$   
 Con  $T \rightarrow \cdot id$   
 ottengo  $s_1 T \rightarrow id \cdot$   
 stato già trovato

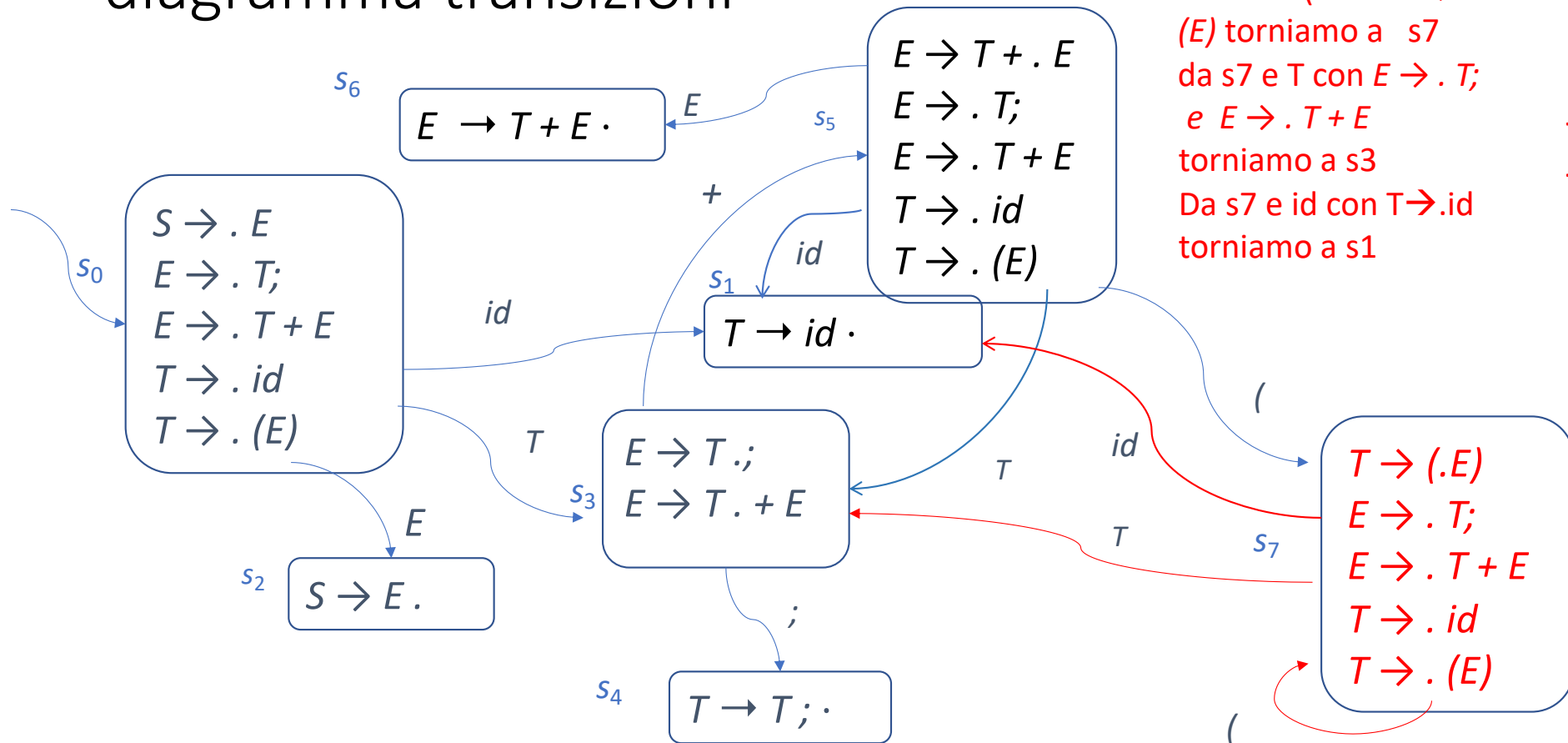
# diagramma transizioni



da  $s_5$  e (  
con  $T \rightarrow \cdot (E)$   
ottengo  $s_7$   
Eseguendo  
chiusura  
abbiamo  $s_7$

$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow T;$   
 $E \rightarrow T + E$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$

# diagramma transizioni



da s<sub>7</sub> e ( con  $T \rightarrow \cdot$   
 $(E)$  torniamo a s<sub>7</sub>  
 da s<sub>7</sub> e T con  $E \rightarrow \cdot T;$   
 e  $E \rightarrow \cdot T + E$   
 torniamo a s<sub>3</sub>  
 Da s<sub>7</sub> e id con  $T \rightarrow \cdot id$   
 torniamo a s<sub>1</sub>

$S \rightarrow E$   
 $E \rightarrow T;$   
 $E \rightarrow T + E$   
 $T \rightarrow id$   
 $T \rightarrow (E)$

# diagramma transizioni

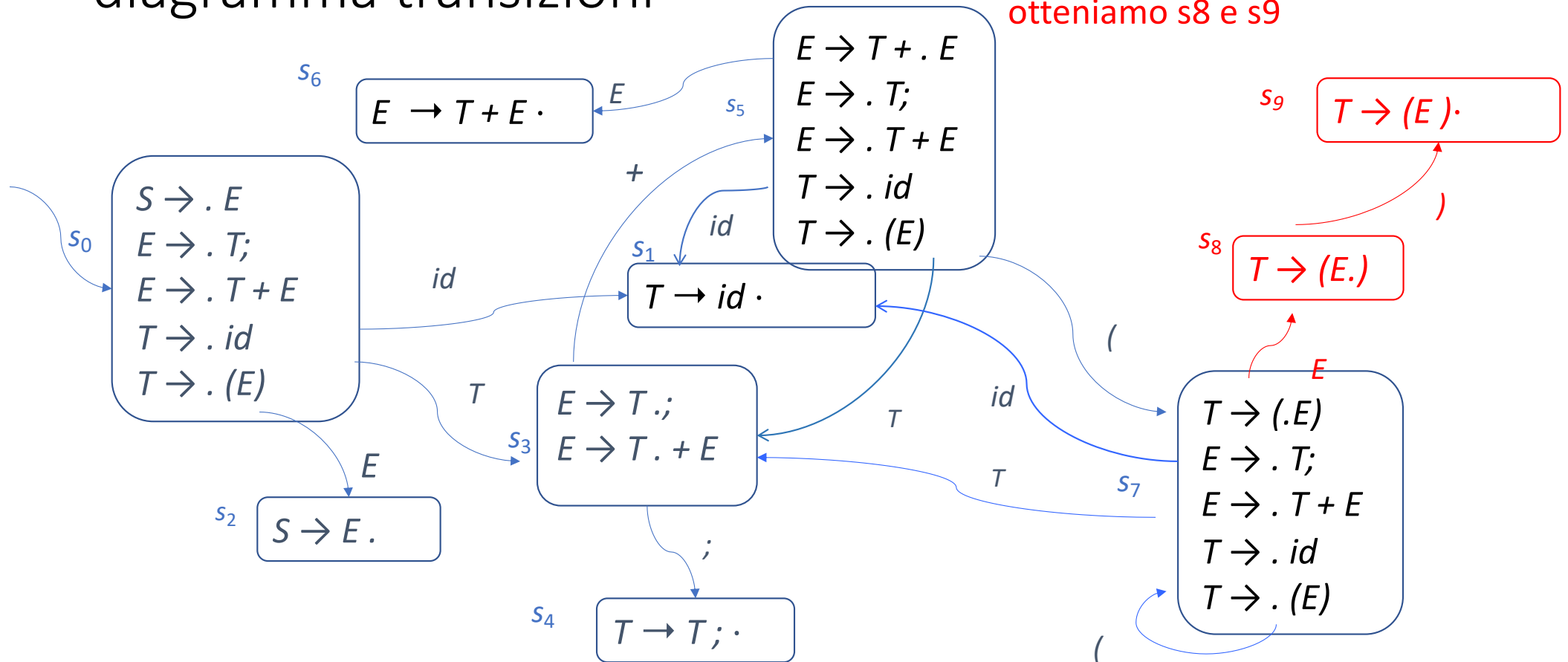




diagramma transizioni: **abbiamo finito?**

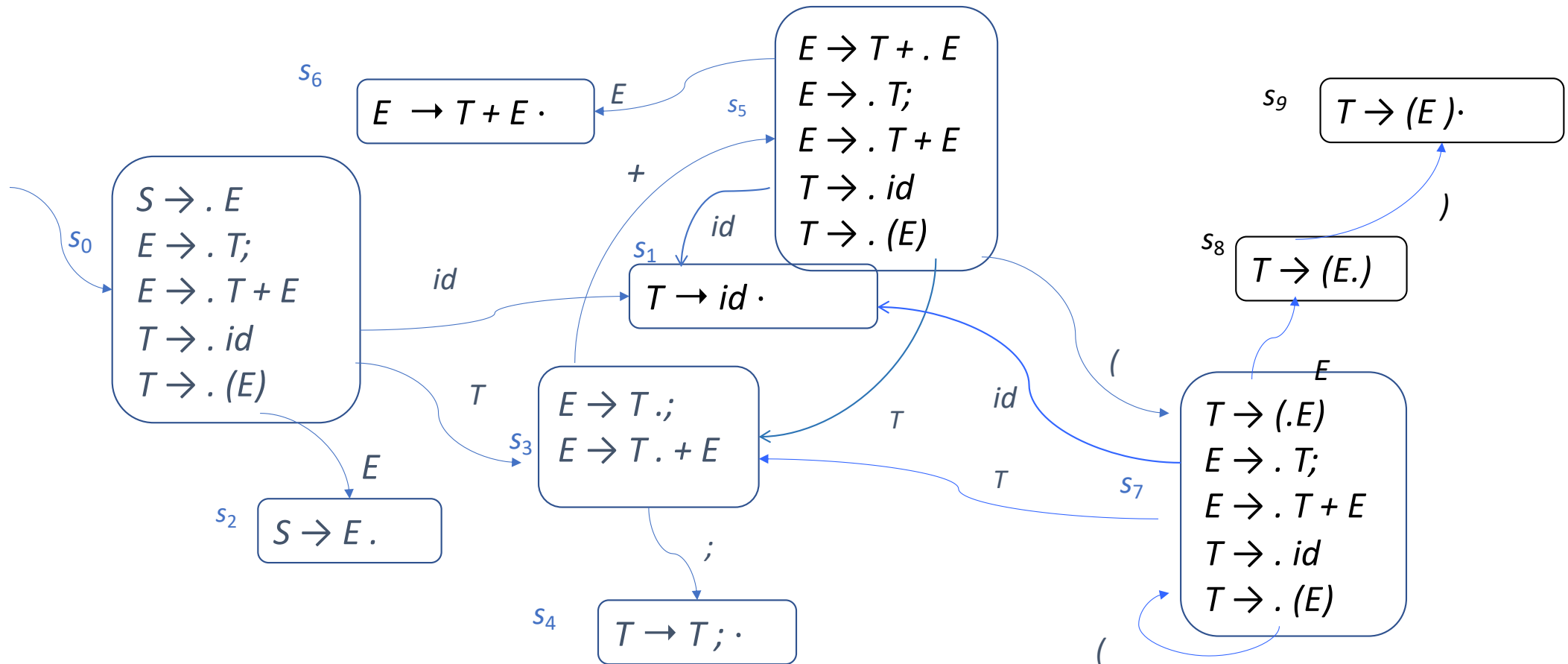
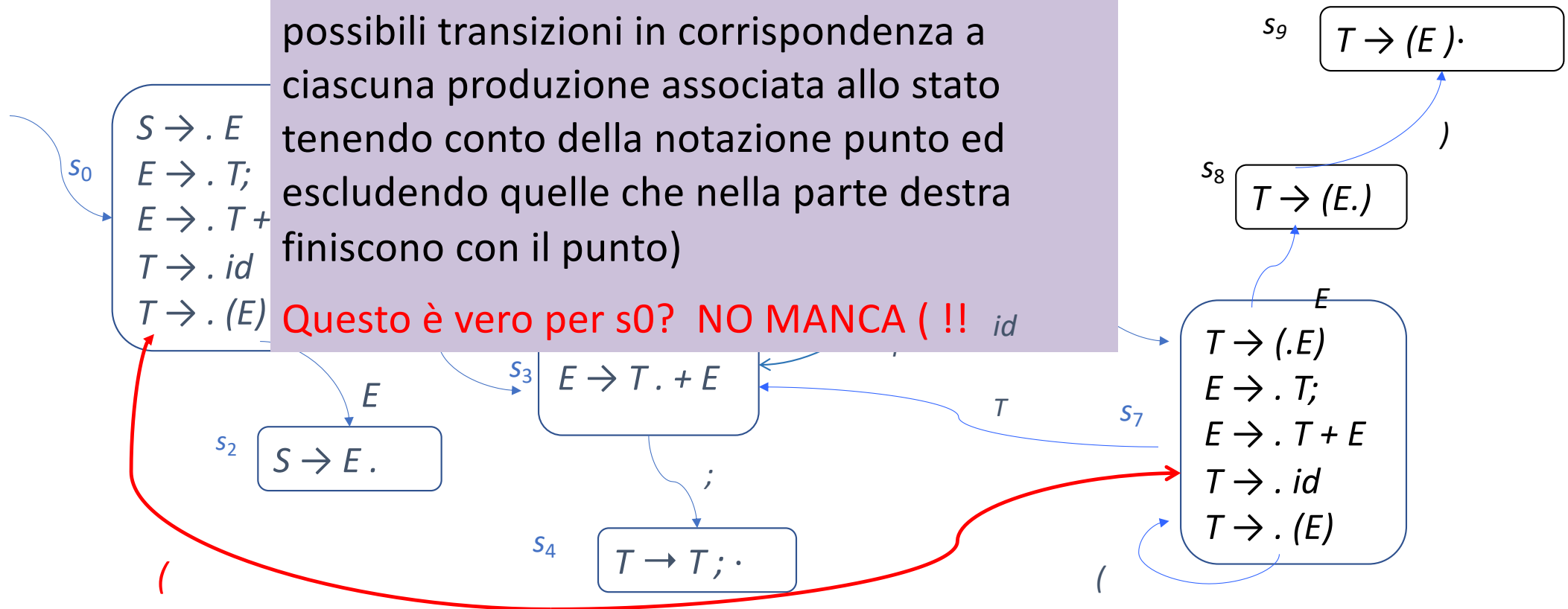


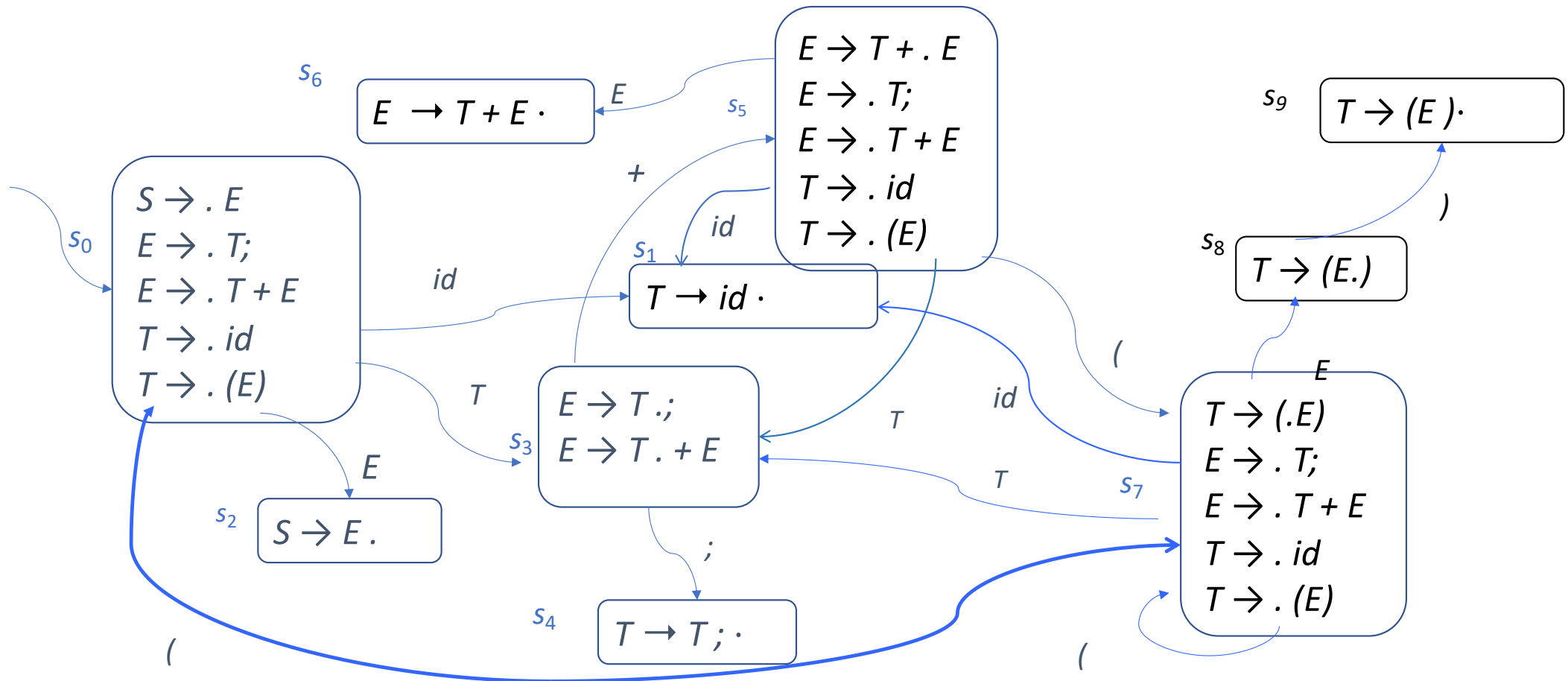
diagramma transizioni: ~~abbiamo finito?~~

Abbiamo finito la costruzione quando abbiamo considerato per ogni stato tutte le possibili transizioni in corrispondenza a ciascuna produzione associata allo stato tenendo conto della notazione punto ed escludendo quelle che nella parte destra finiscono con il punto)

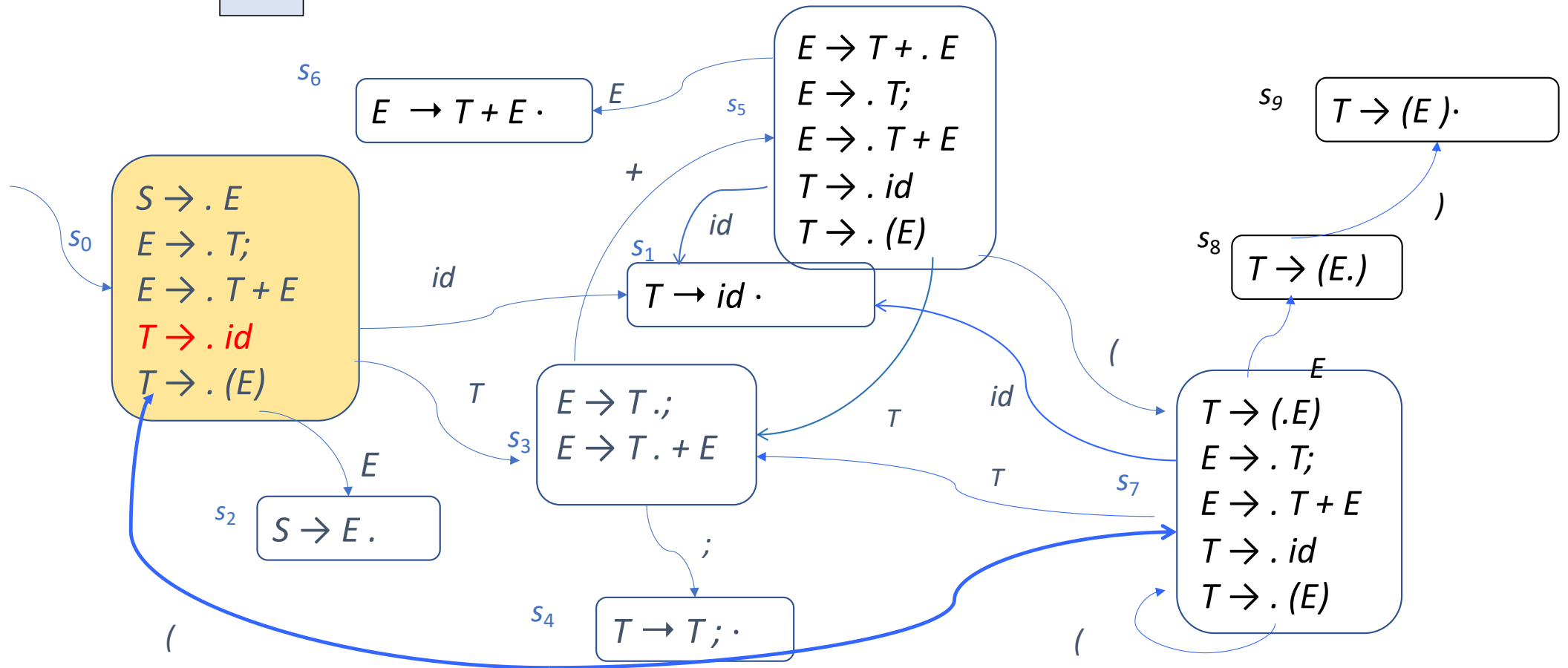
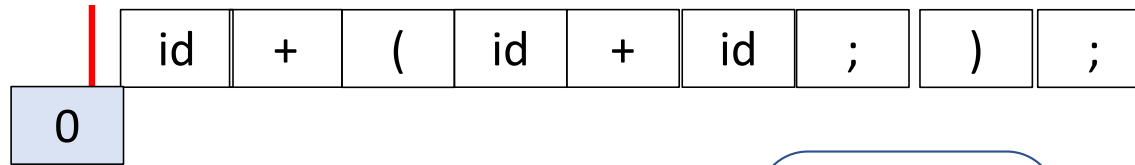
Questo è vero per  $s_0$ ? NO MANCA ( !!  $id$



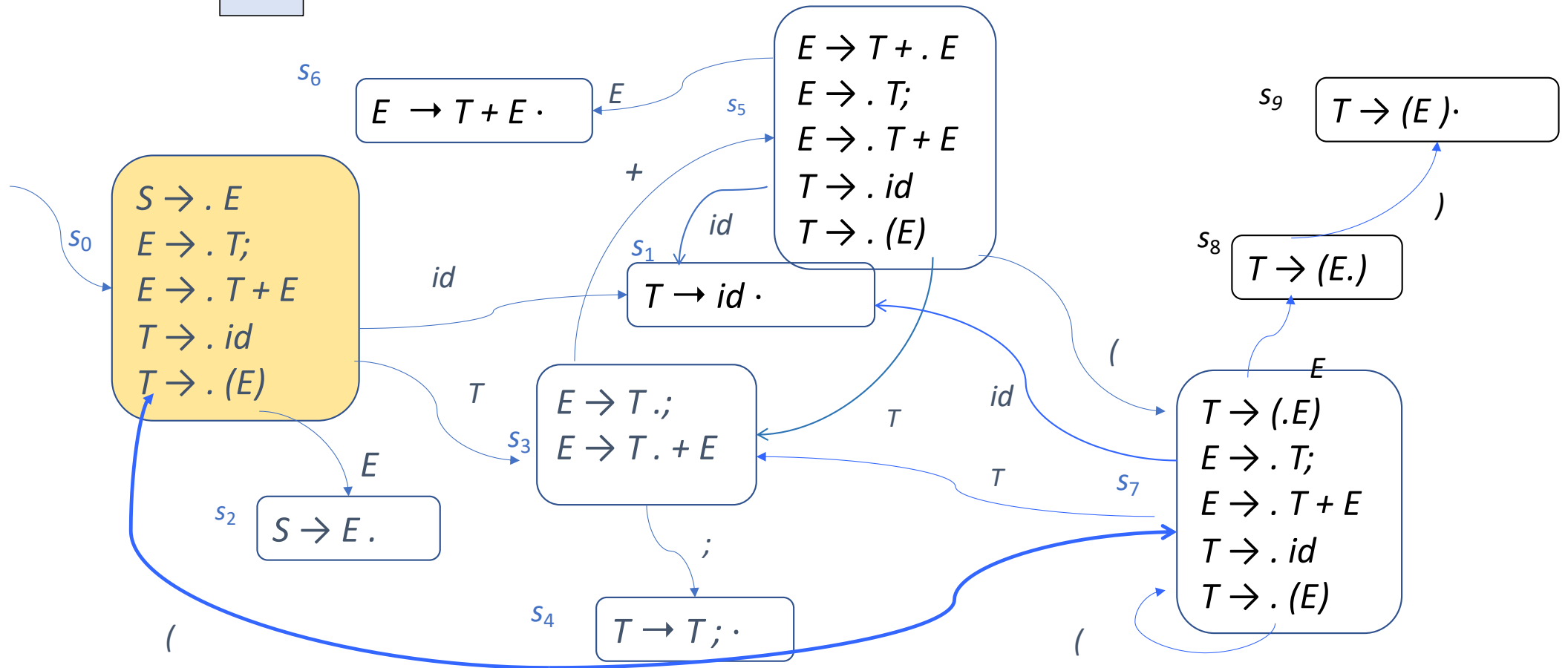
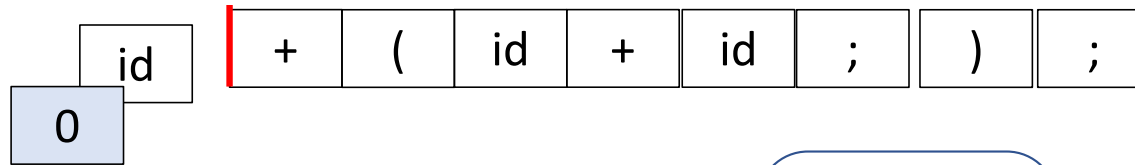
# diagramma transizioni finale



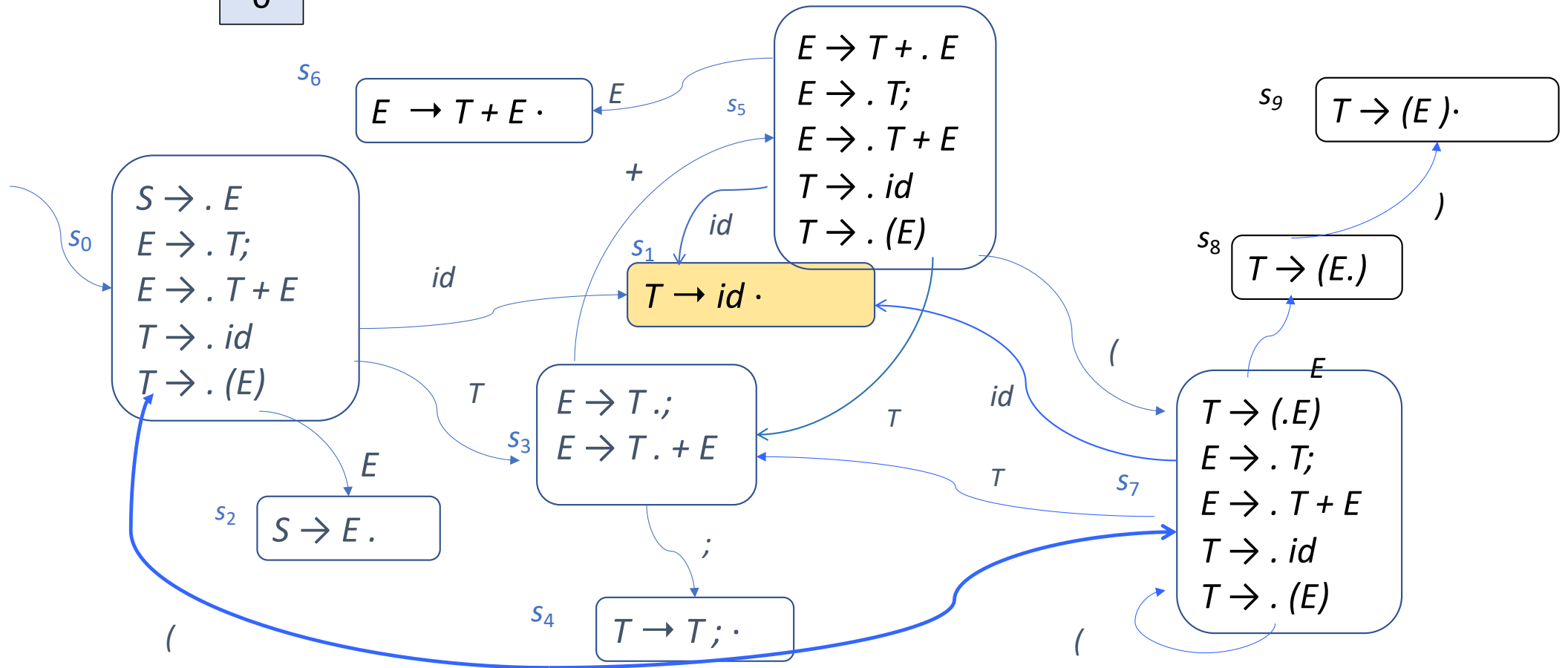
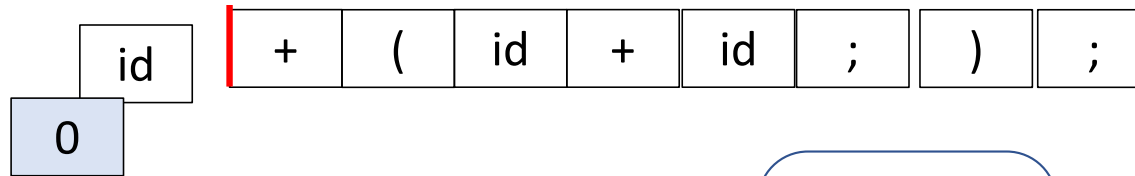
INPUT:



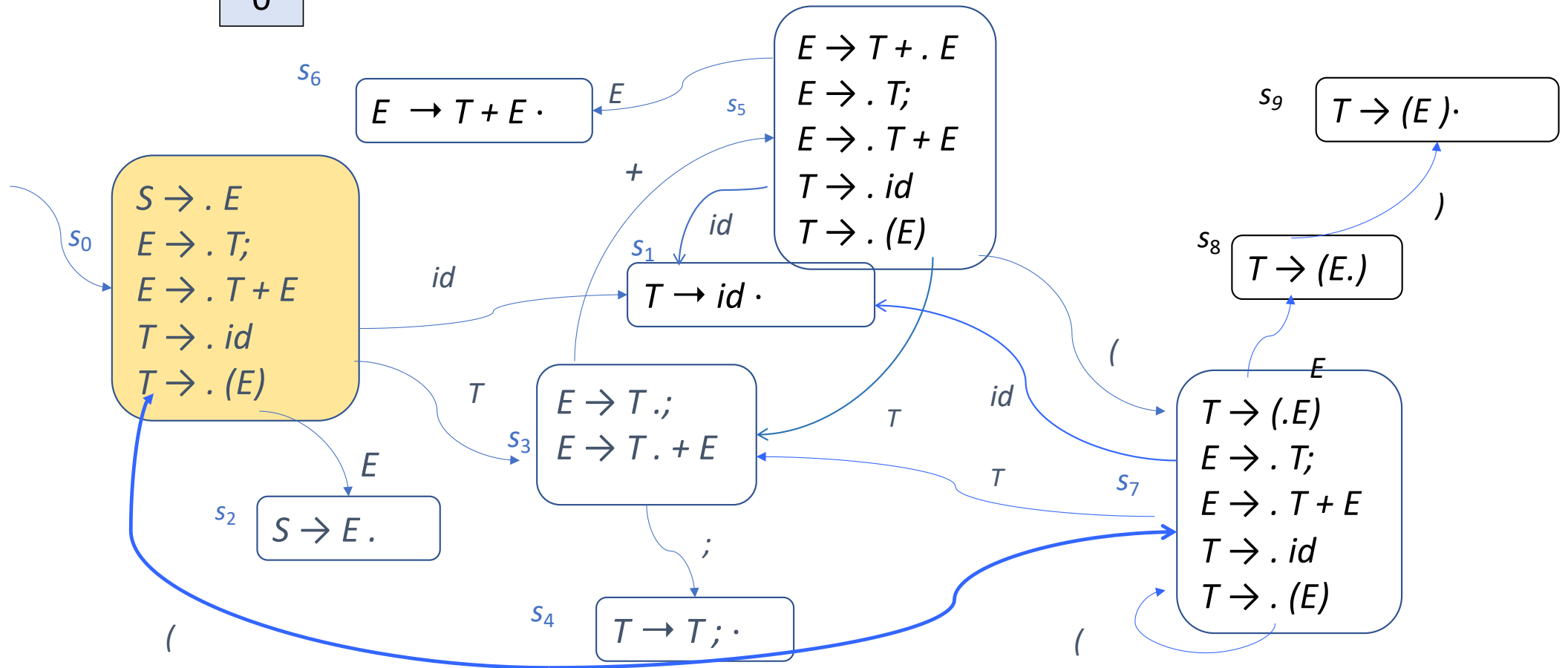
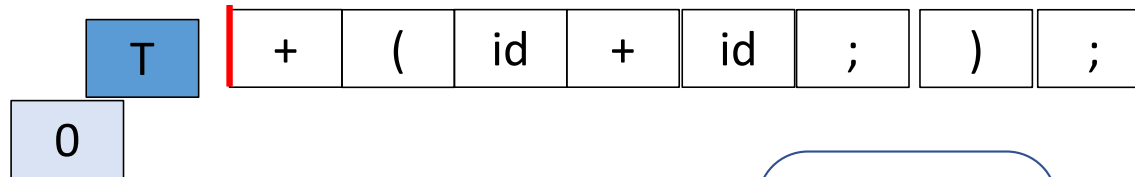
Analisi:



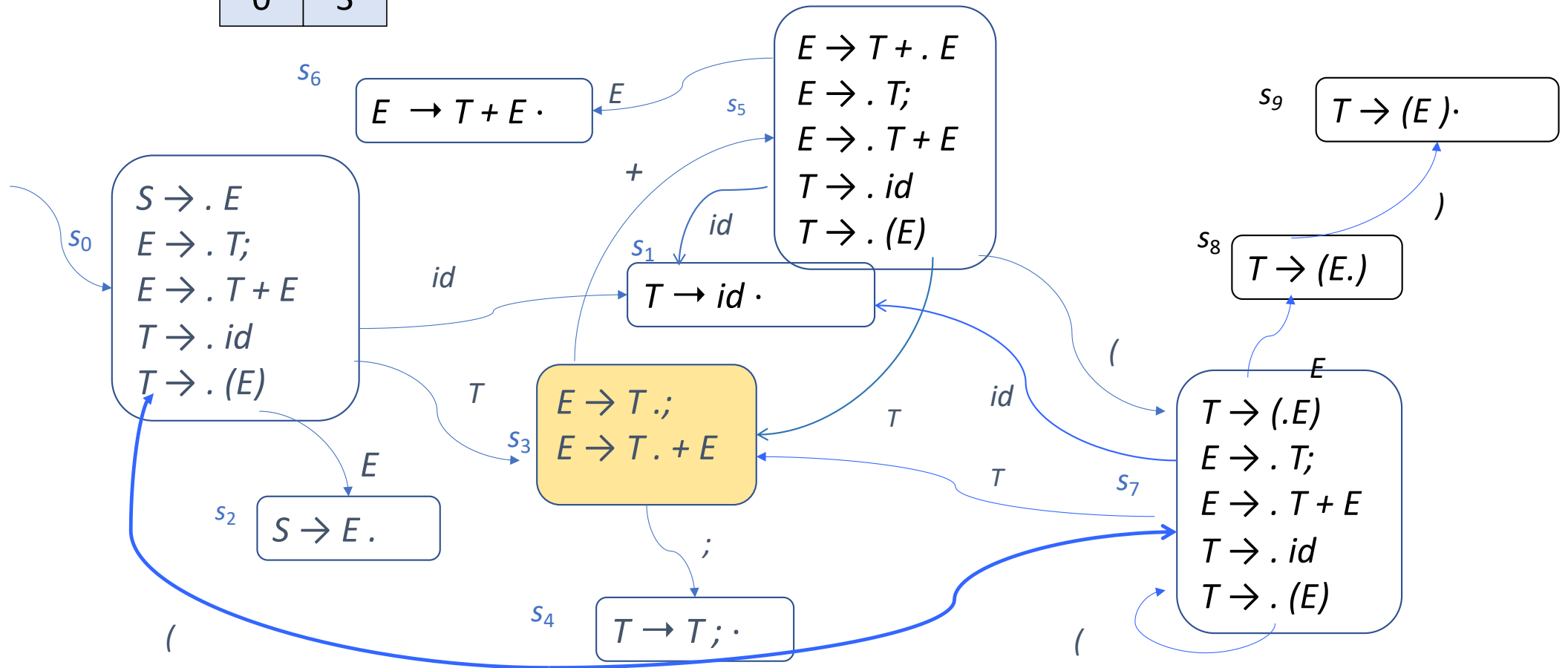
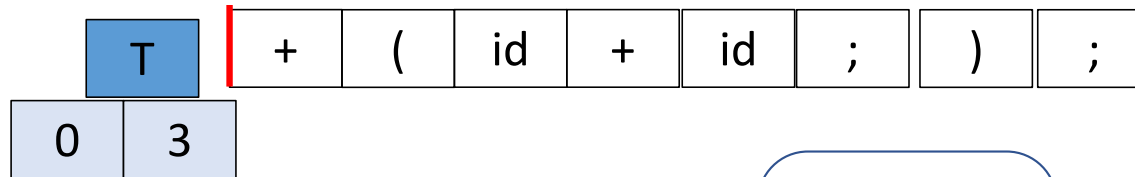
Analisi:



Analisi:

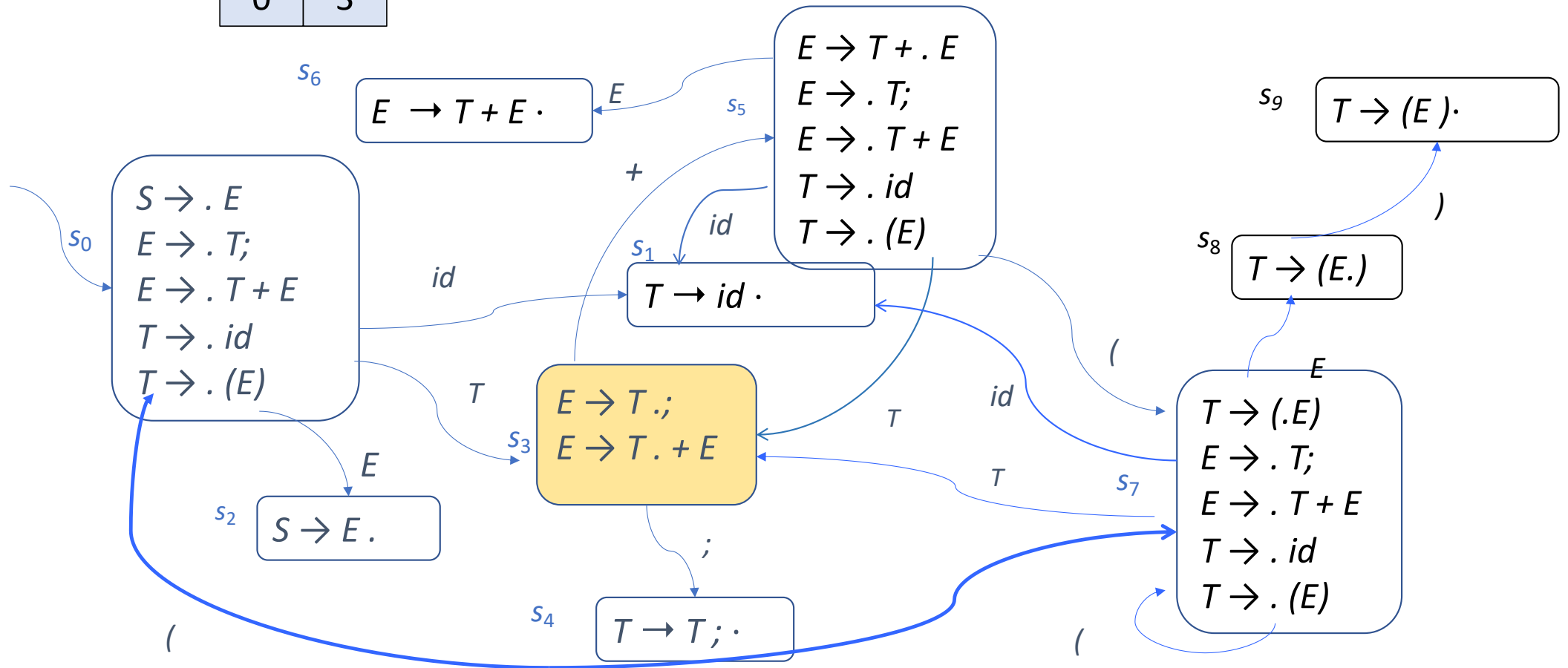
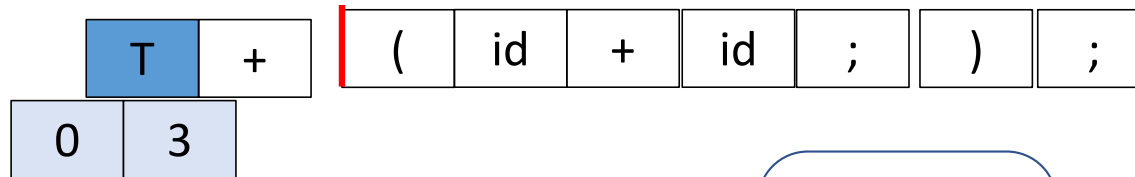


Analisi:



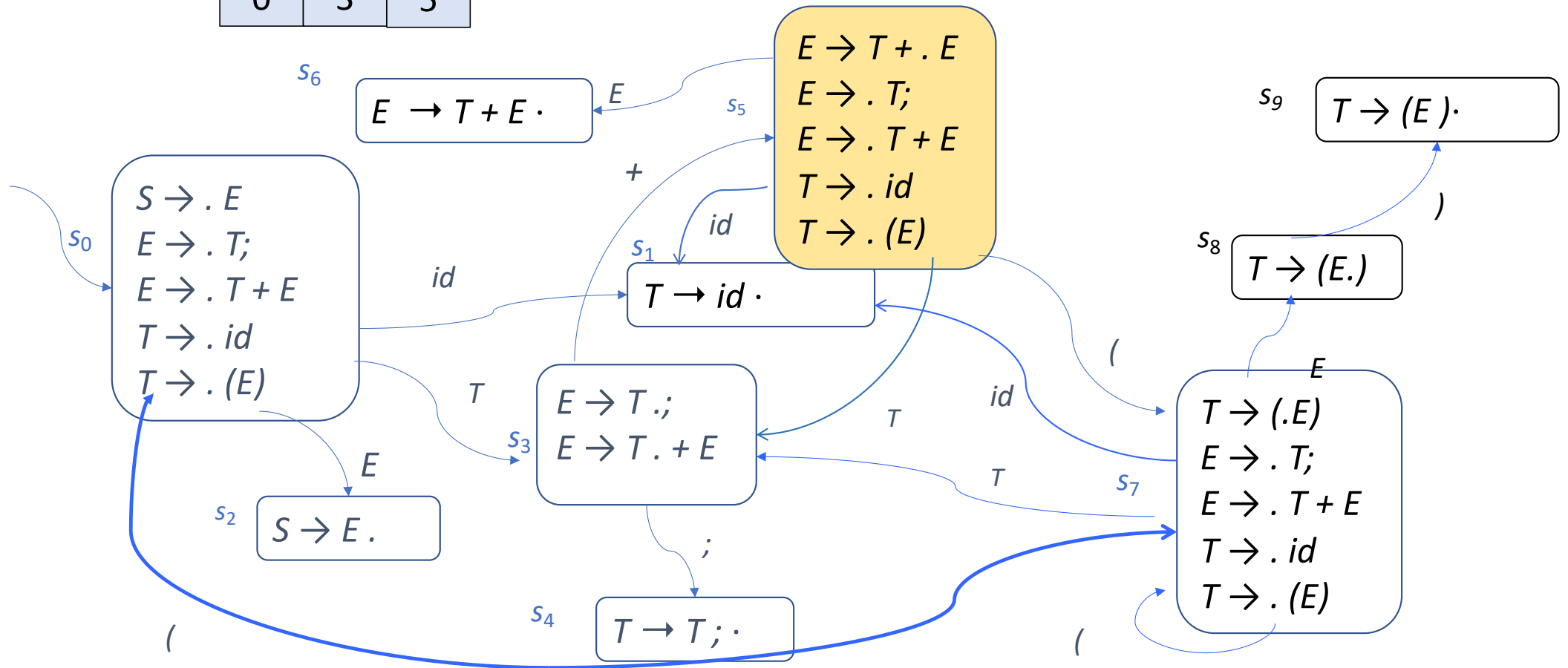


Analisi:



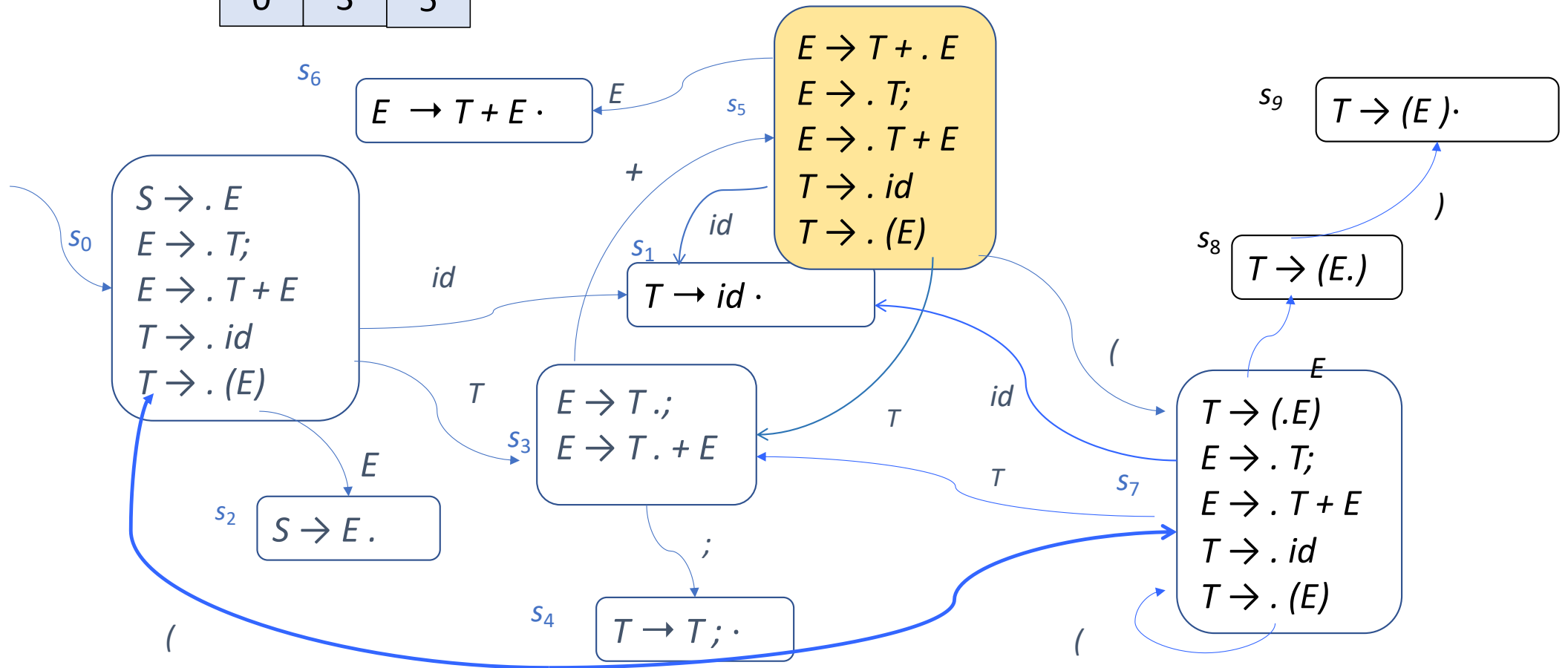
Analisi:

	T	+	(	id	+	id	;	)	;
0	3	5							



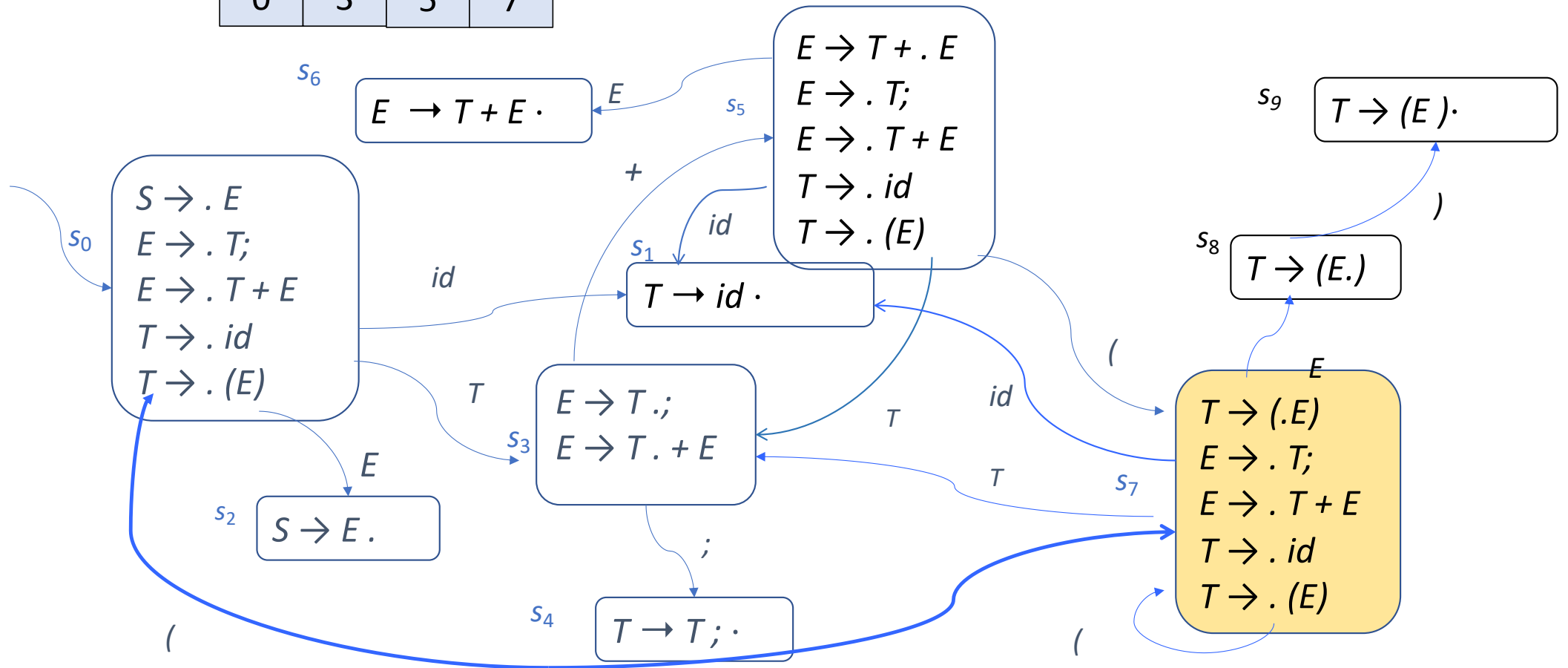
Analisi:

	T	+	(	id	+	id	;	)	;
0	3	5							



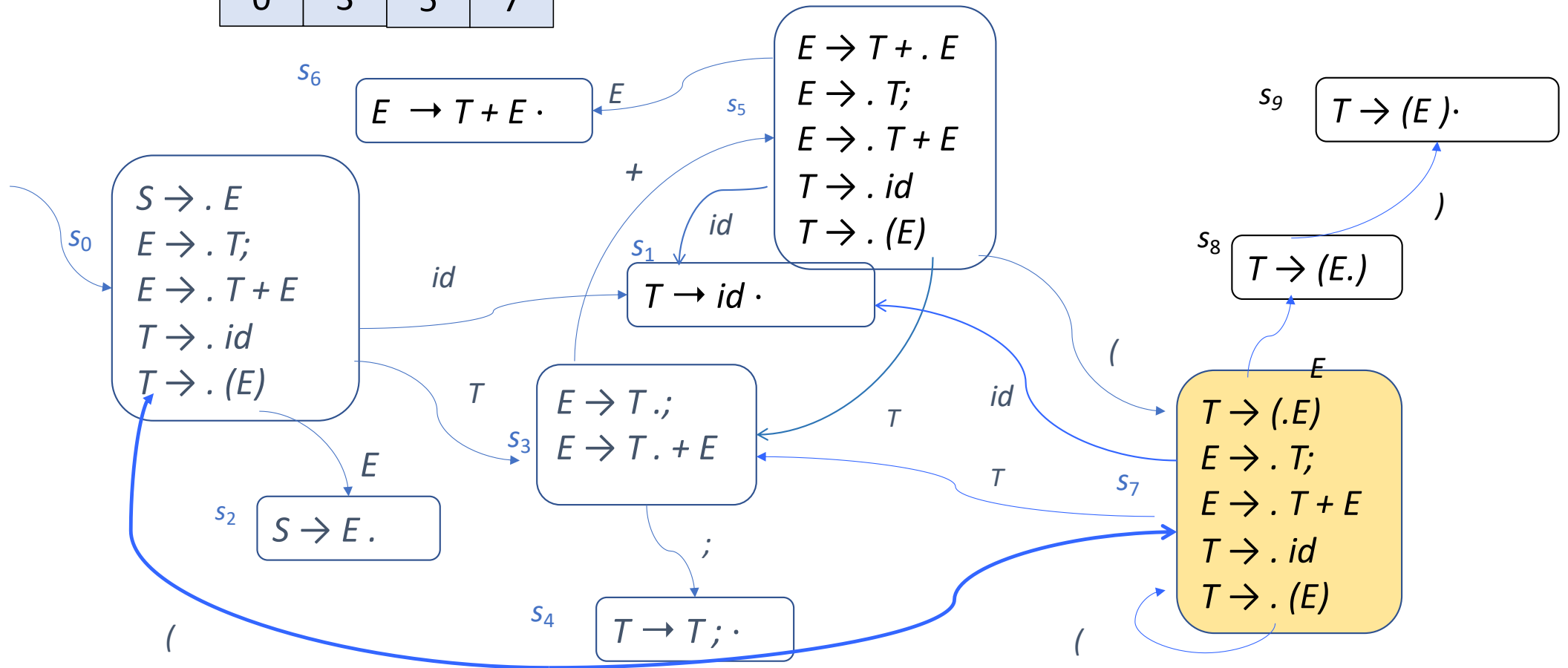
Analisi:

	T	+	(	id	+	id	;	)	;
0	3	5	7						



Analisi:

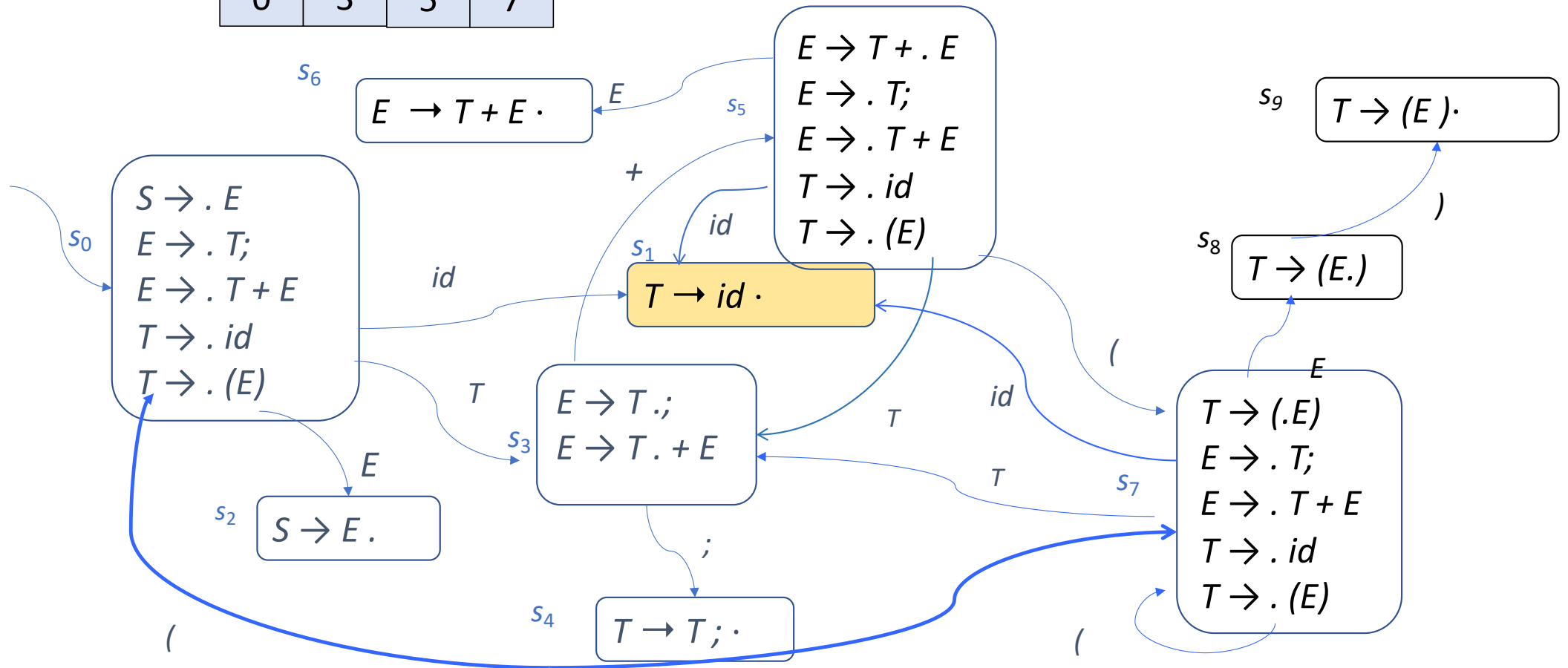
	T	+	(	id	+	id	;	)	;
0	3	5	7						



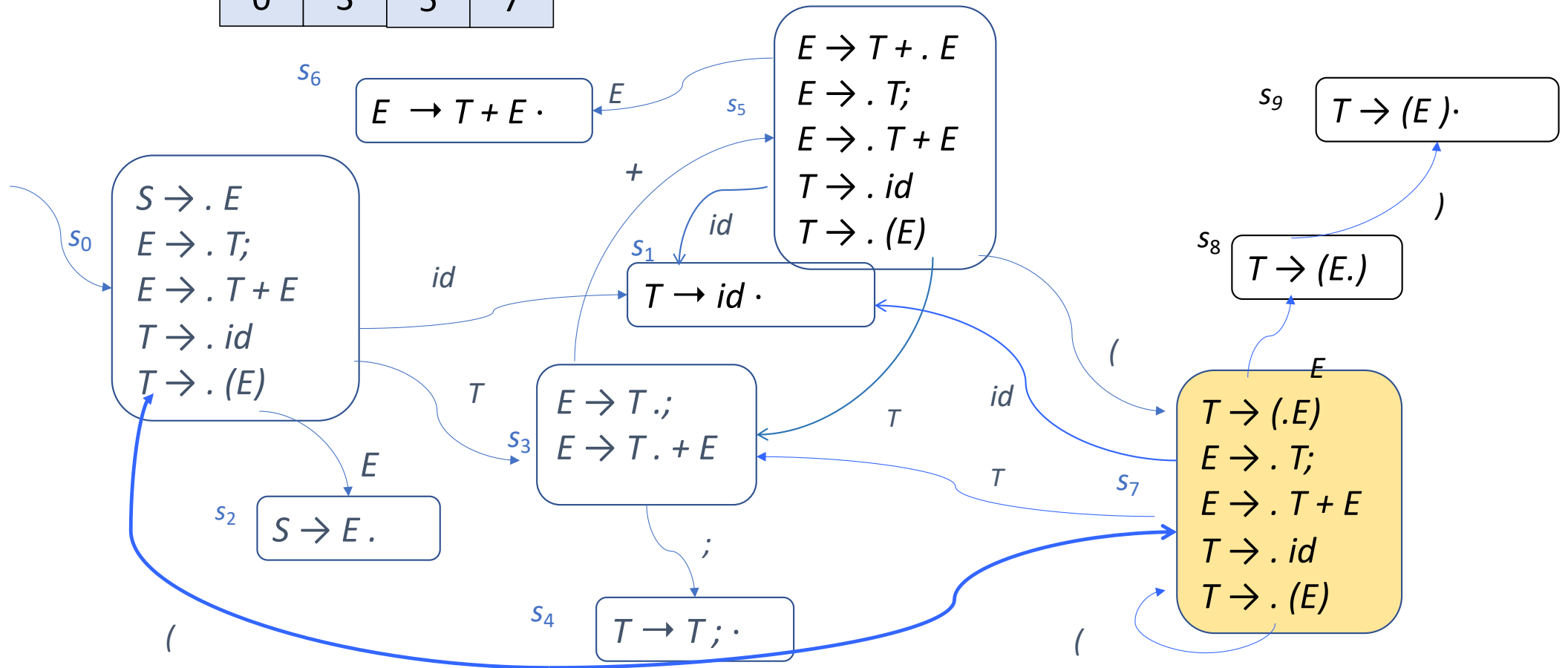
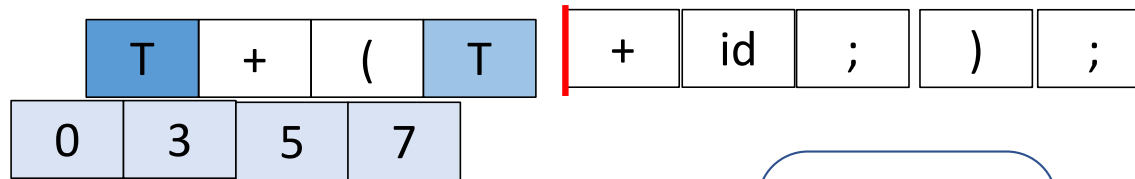
Analisi:

	T	+	(
0	3	5	7

+	id	;	)	;
---	----	---	---	---

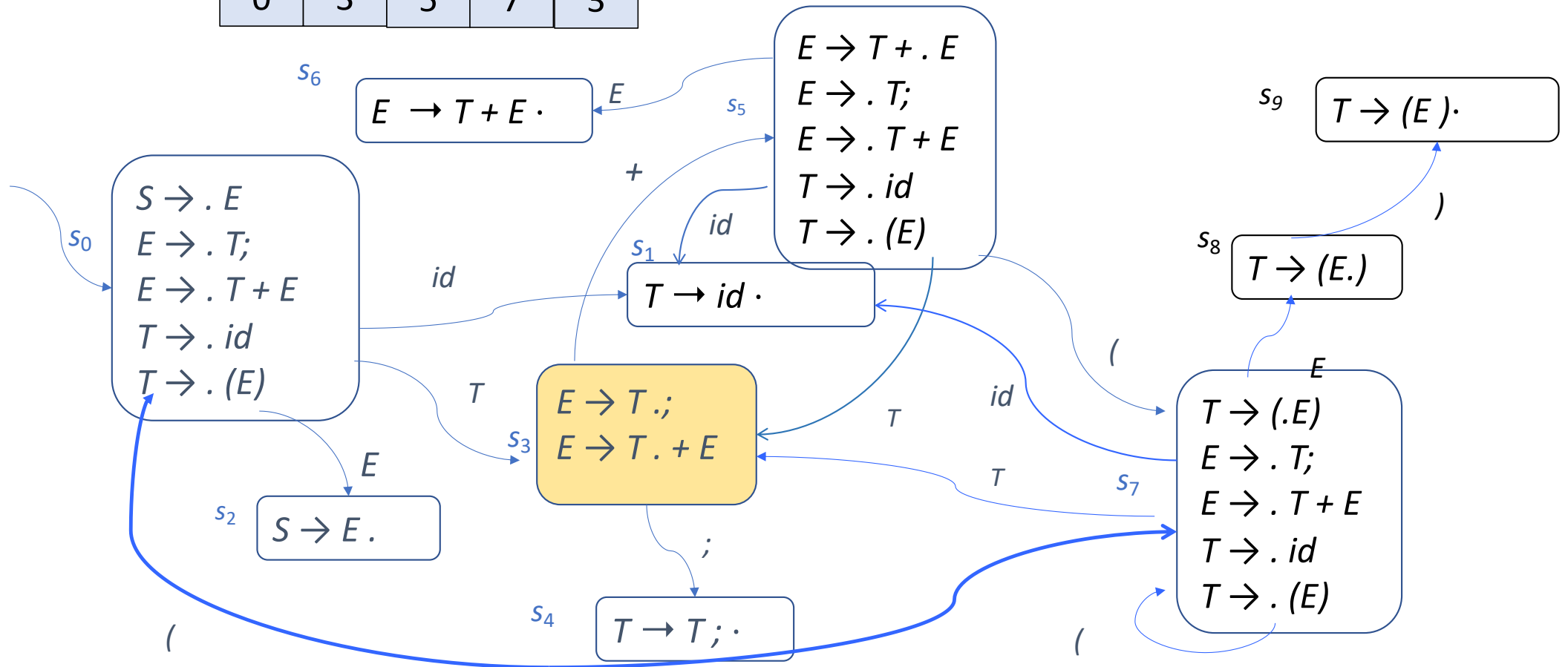


Analisi:



Analisi:

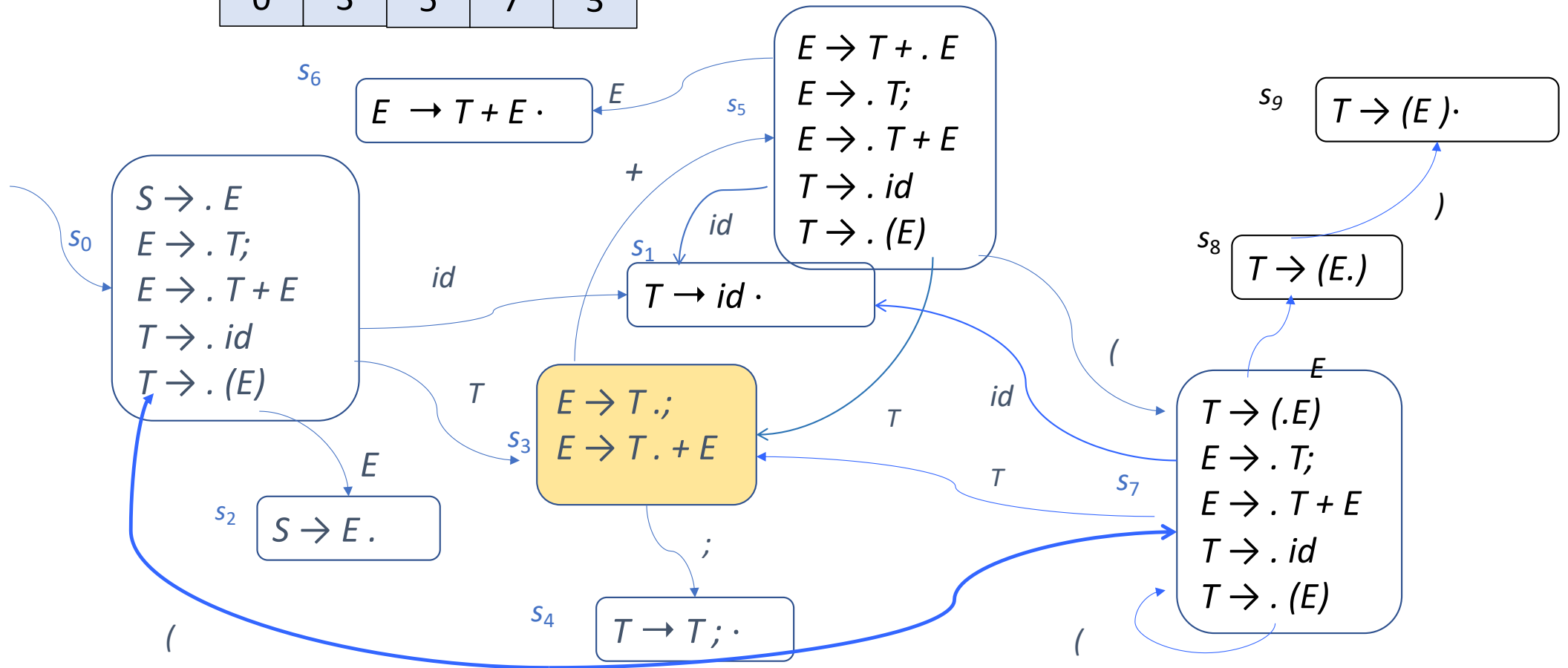
T	+	(	T	+	id	;	)	;
0	3	5	7	3				





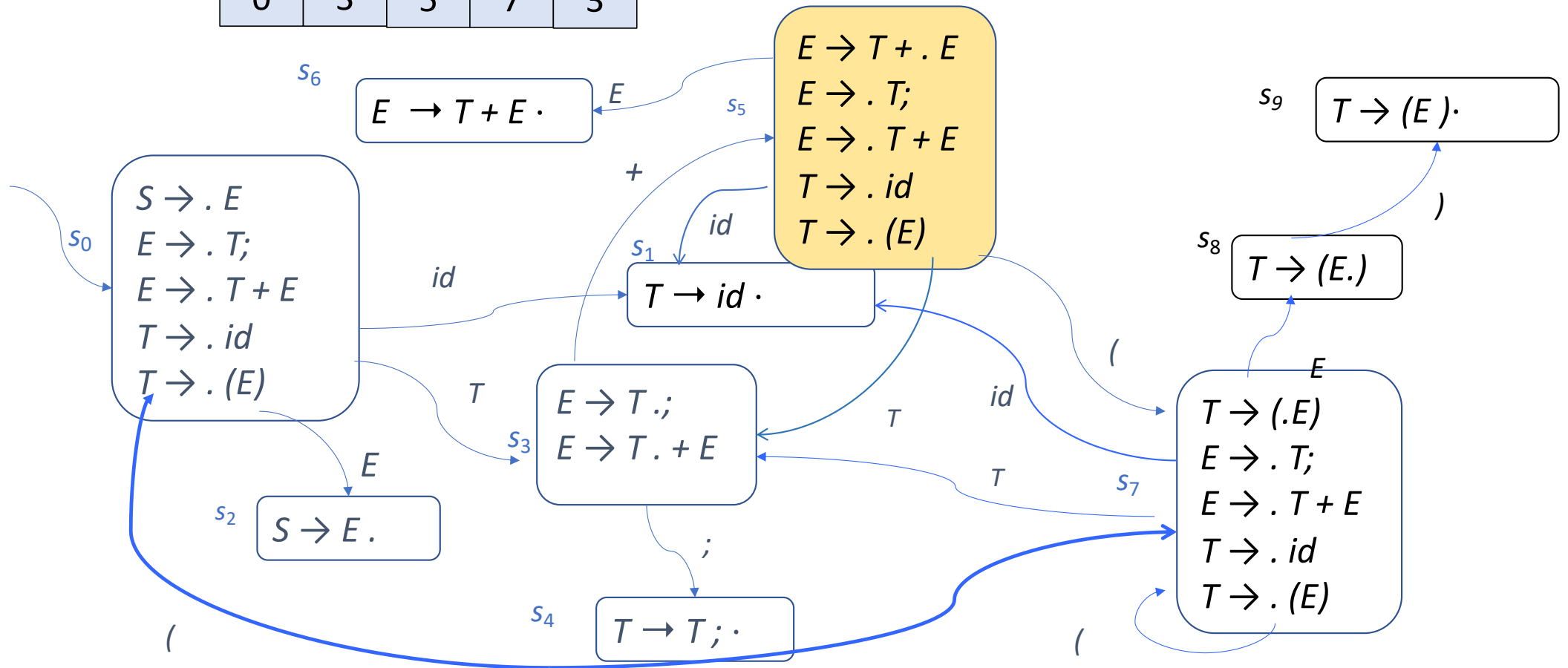
Analisi:

T	+	(	T	+	id	;	)	;
0	3	5	7	3				

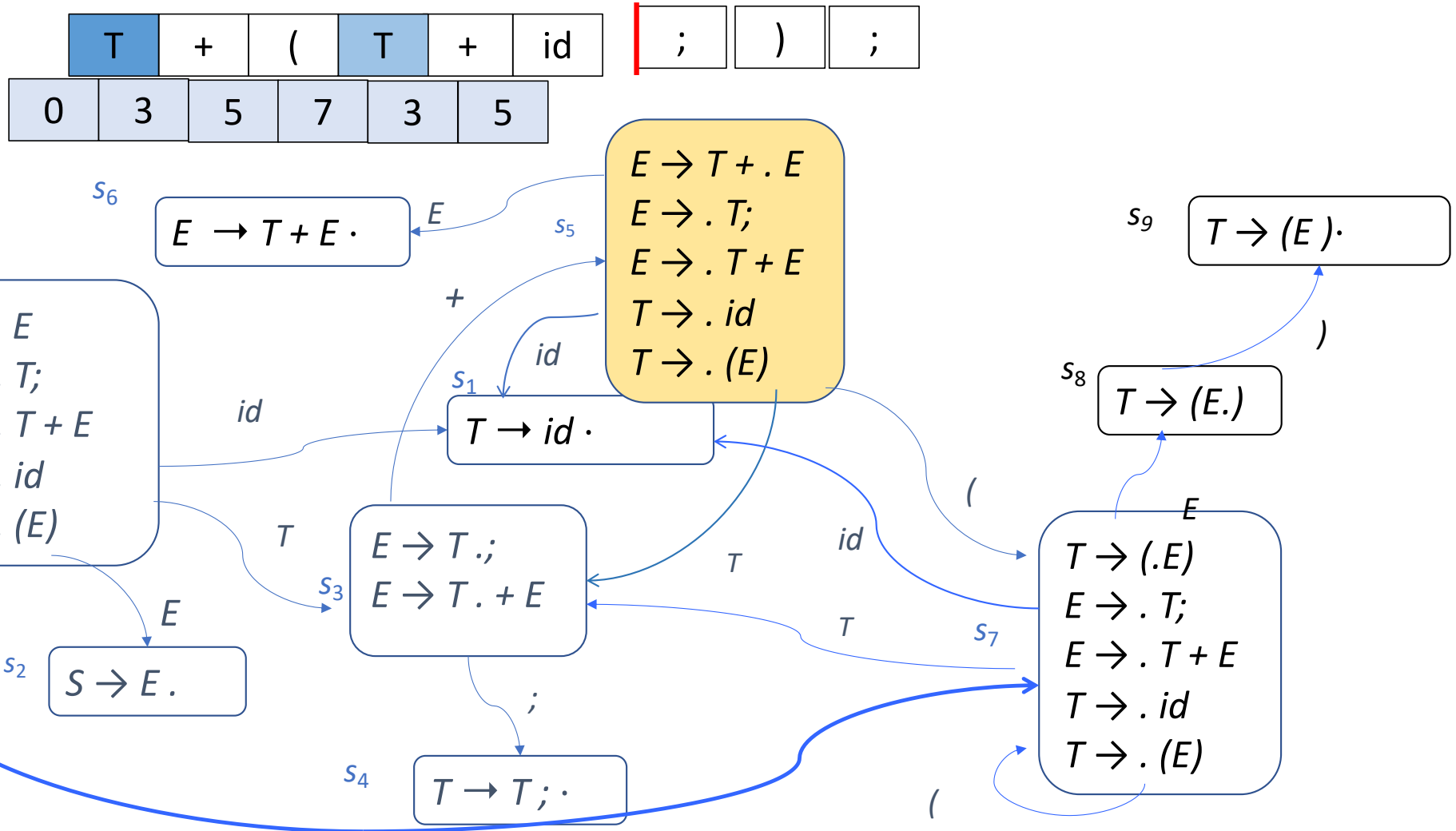


Analisi:

T	+	(	T	+	id	;	)	;
0	3	5	7	3				



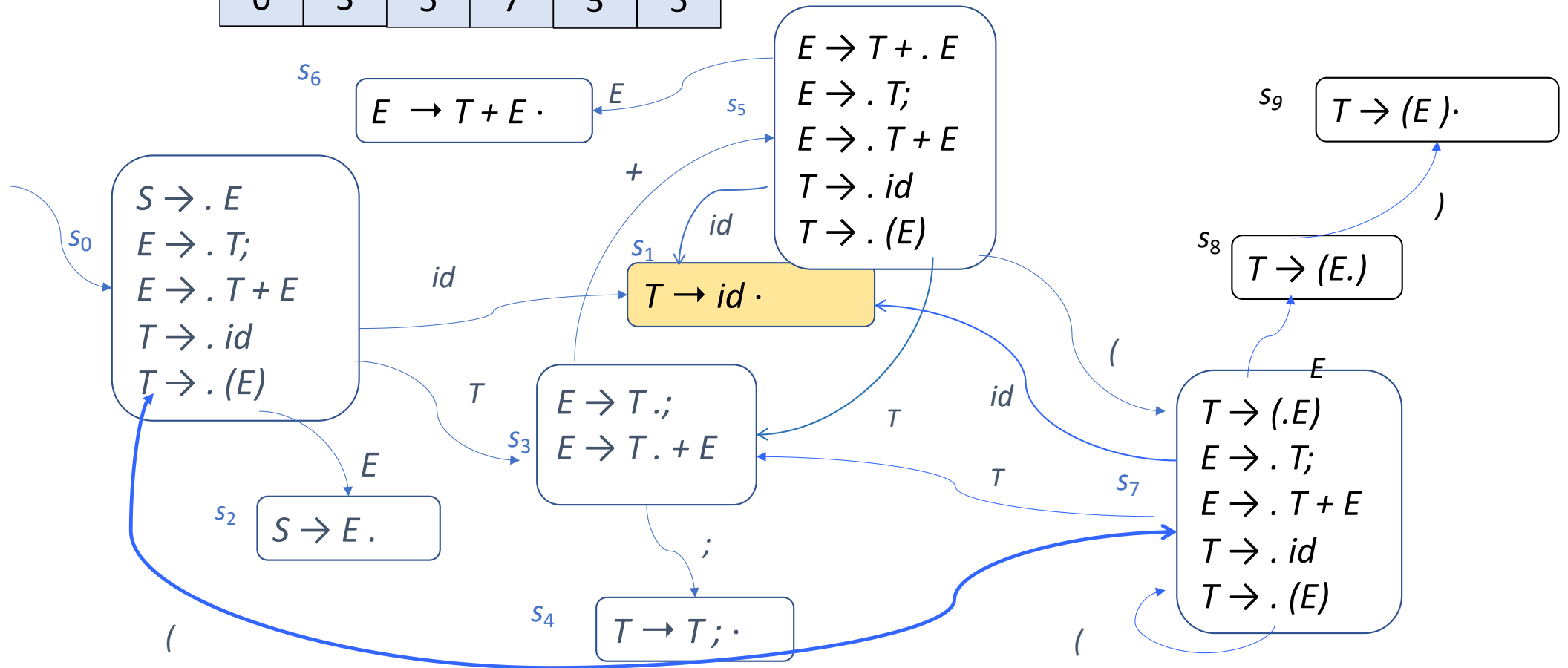
## Analisi:



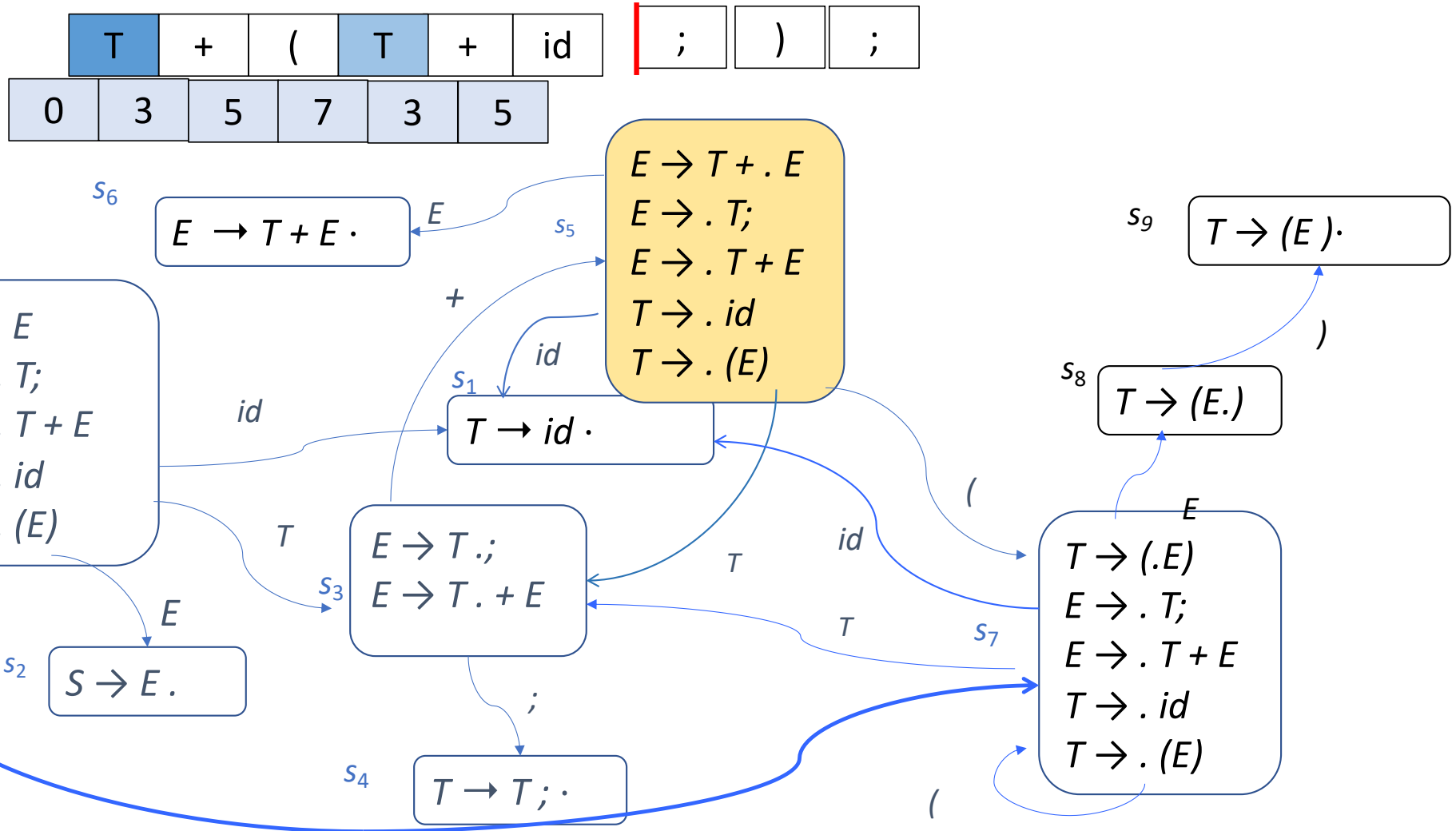
Analisi:

	T	+	(	T	+
0	3	5	7	3	5

;	)	;
---	---	---



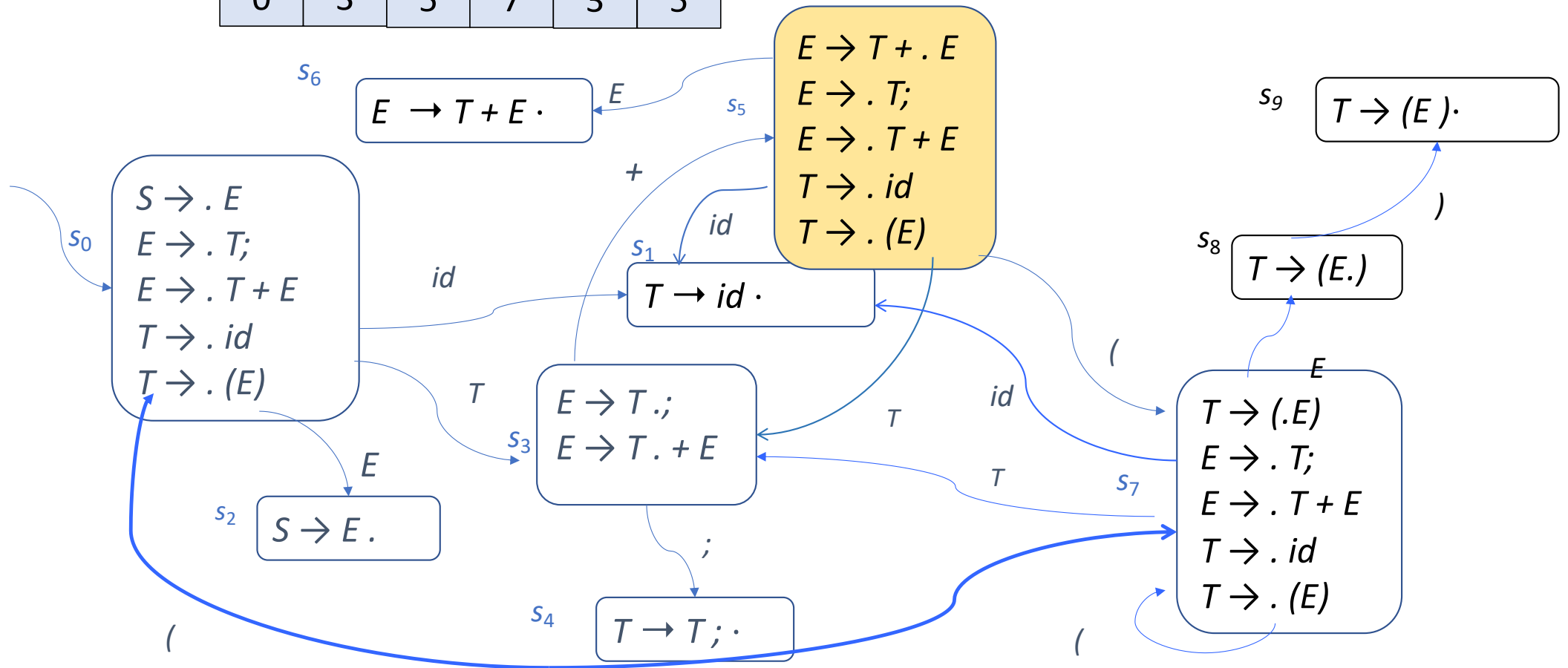
## Analisi:



Analisi:

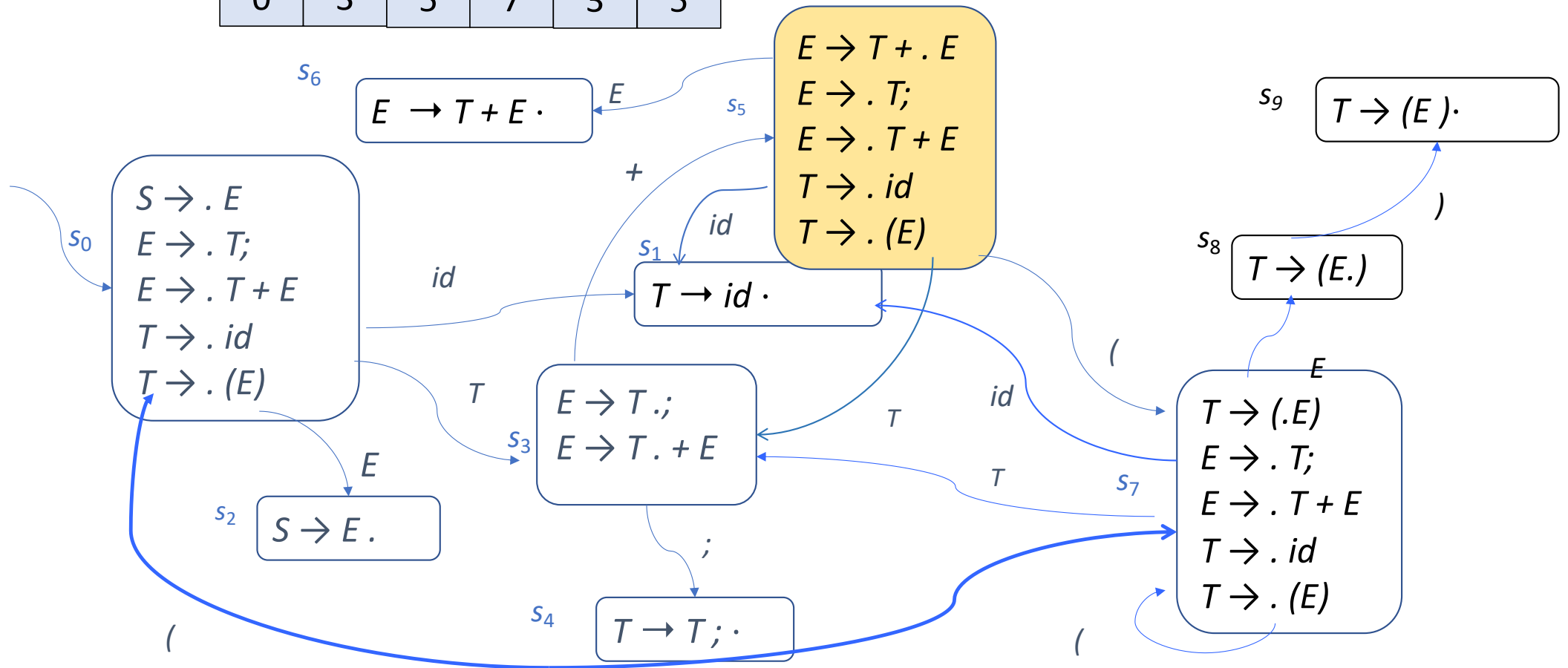
	T	+	(	T	+
0	3	5	7	3	5

;	)	;
---	---	---



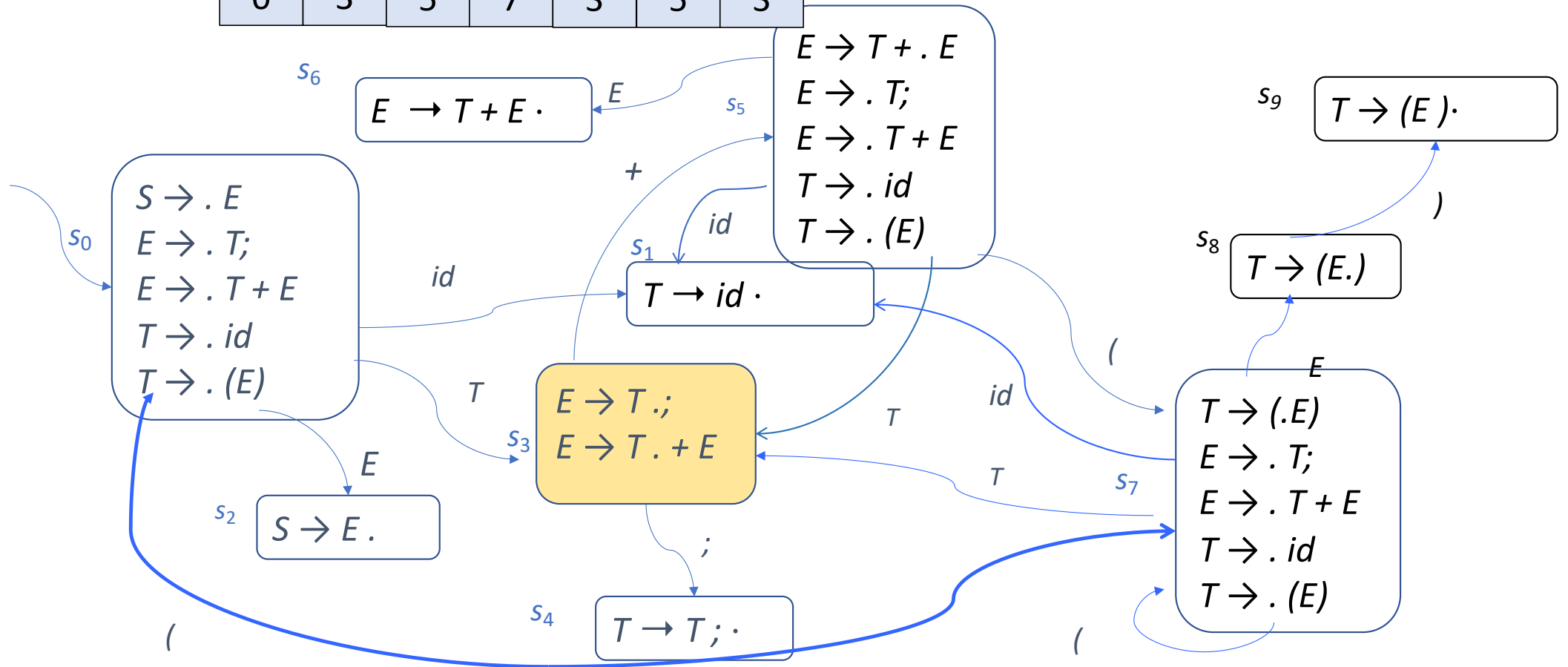
Analisi:

	T	+	(	T	+	T		;	)	;
0	3	5	7	3	5					



Analisi:

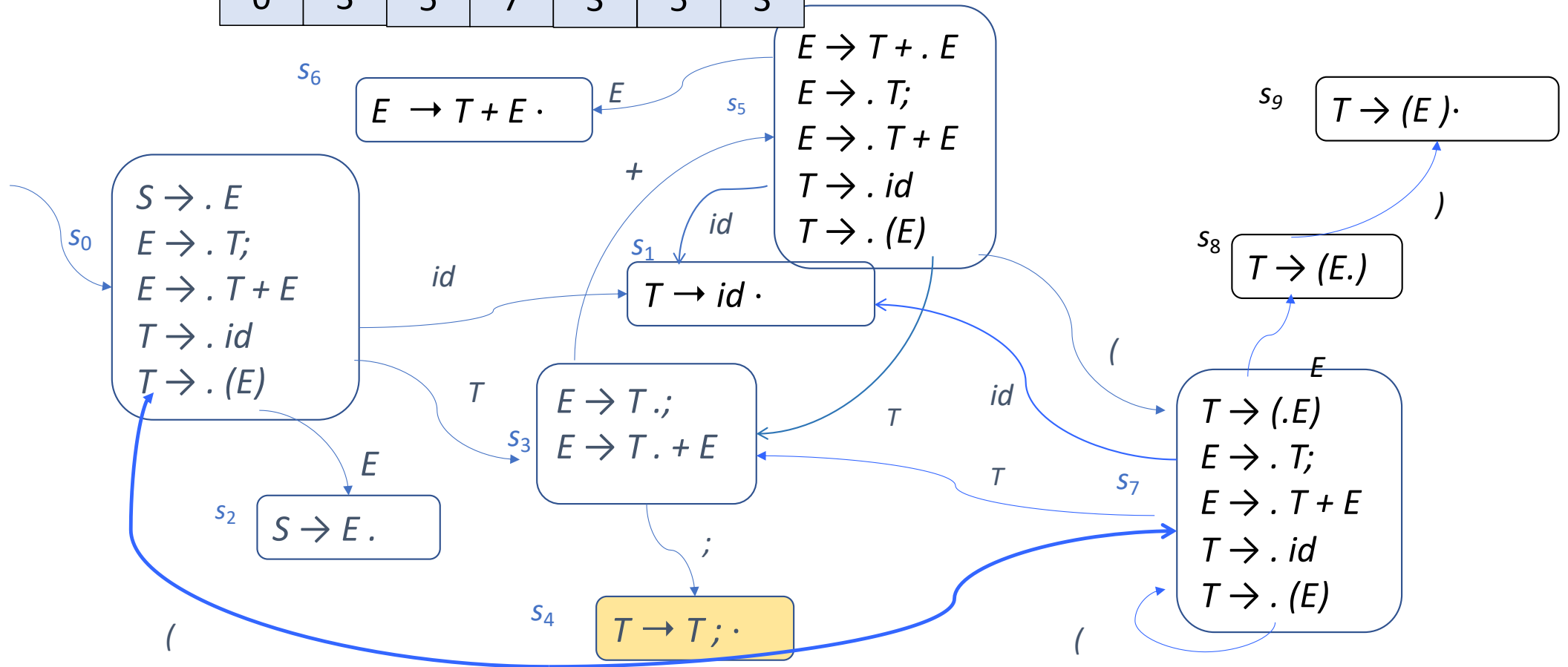
	T	+	(	T	+	T	;	)	;
0	3	5	7	3	5	3			





Analisi:

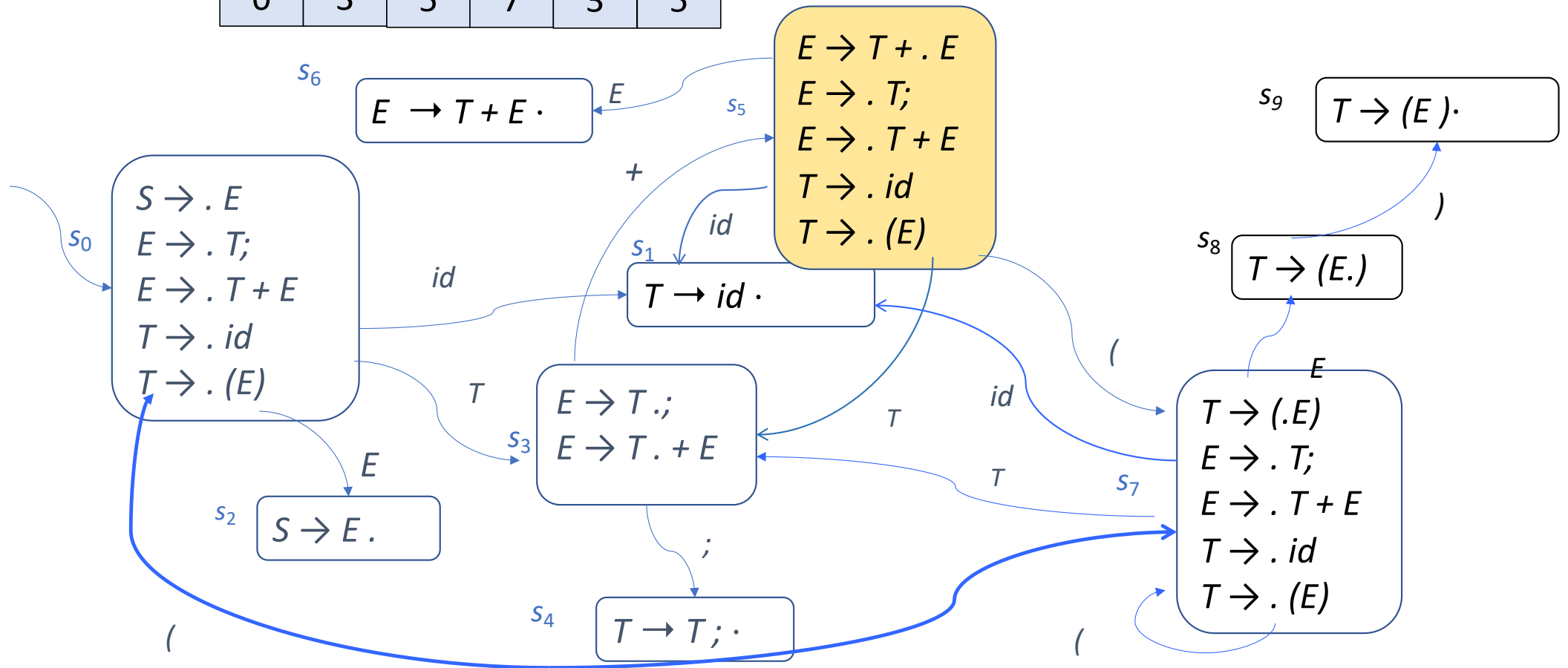
	T	+	(	T	+	T	;	)	;
0	3	5	7	3	5	3			



Analisi:

	T	+	(	T	+
0	3	5	7	3	5

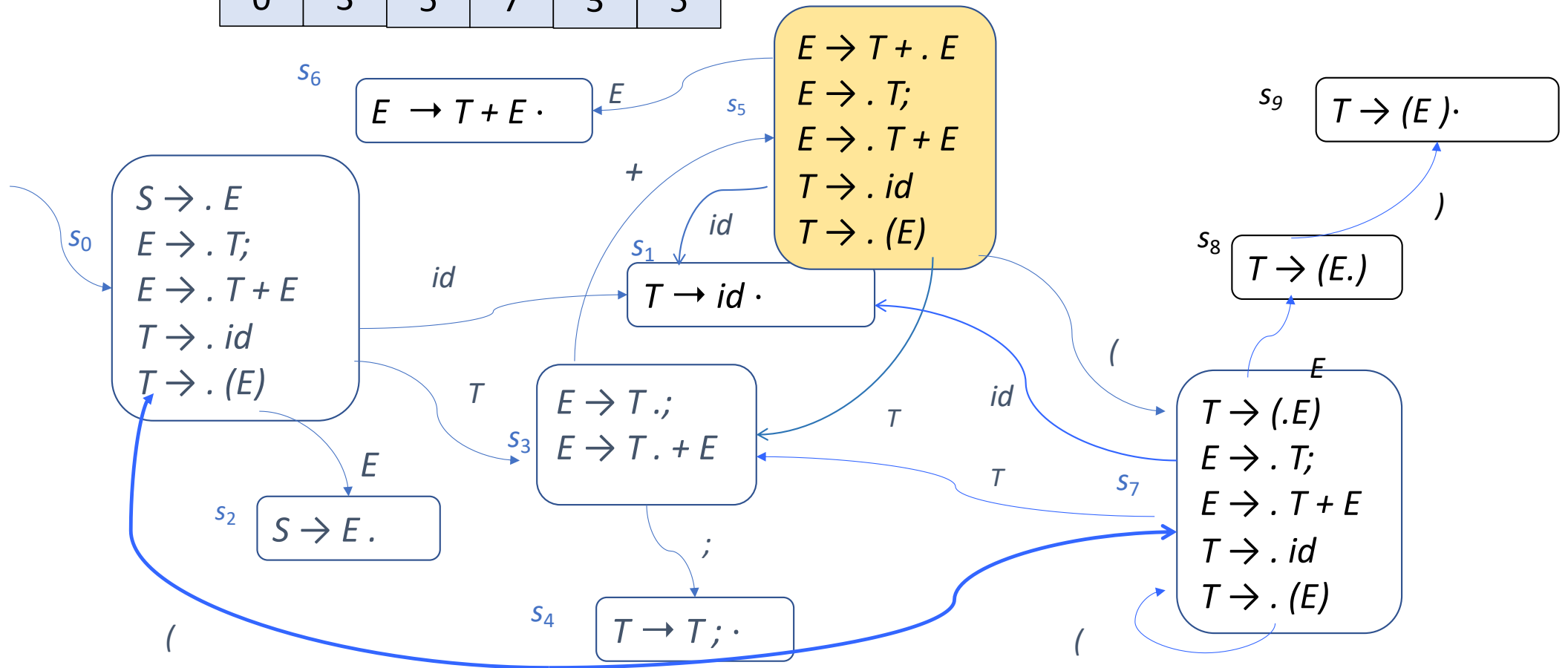
)	;
---	---



Analisi:

	T	+	(	T	+	E
0	3	5	7	3	5	

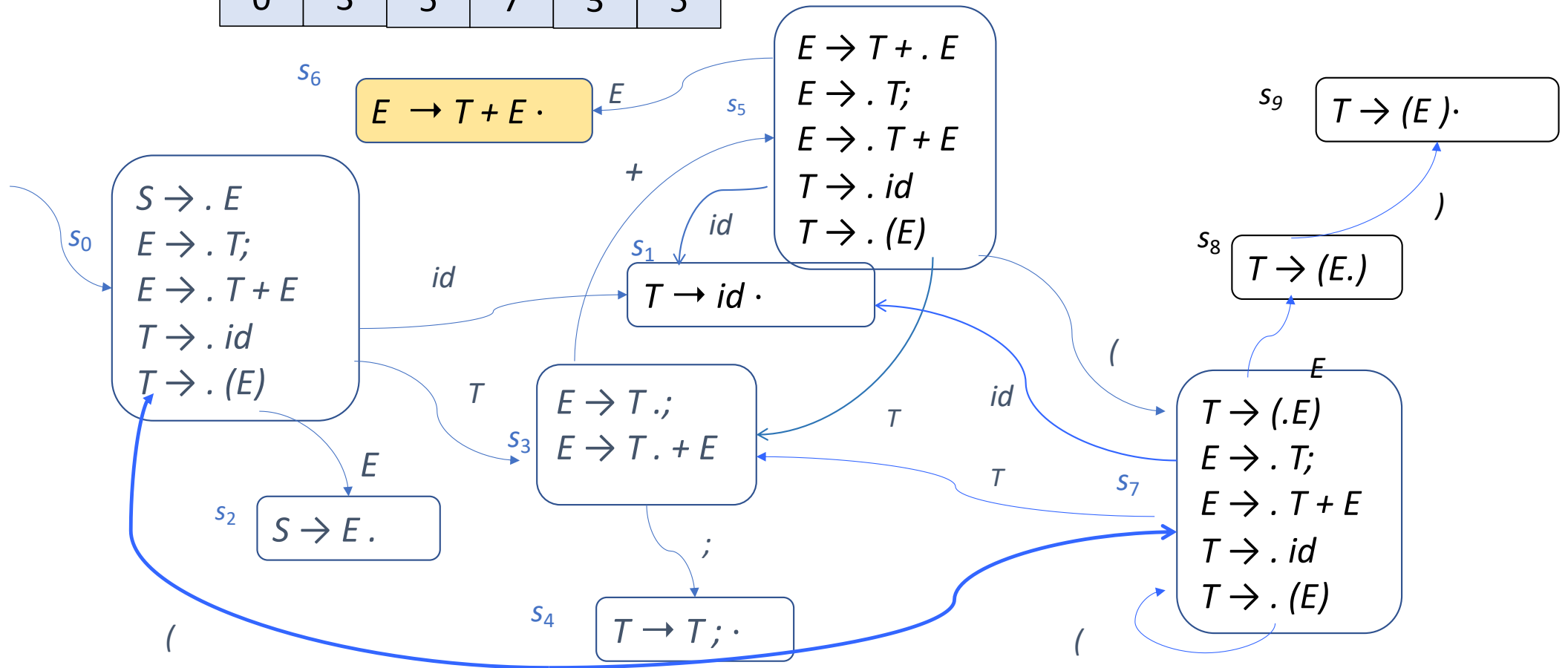
)	;
---	---



Analisi:

	T	+	(	T	+	E
0	3	5	7	3	5	

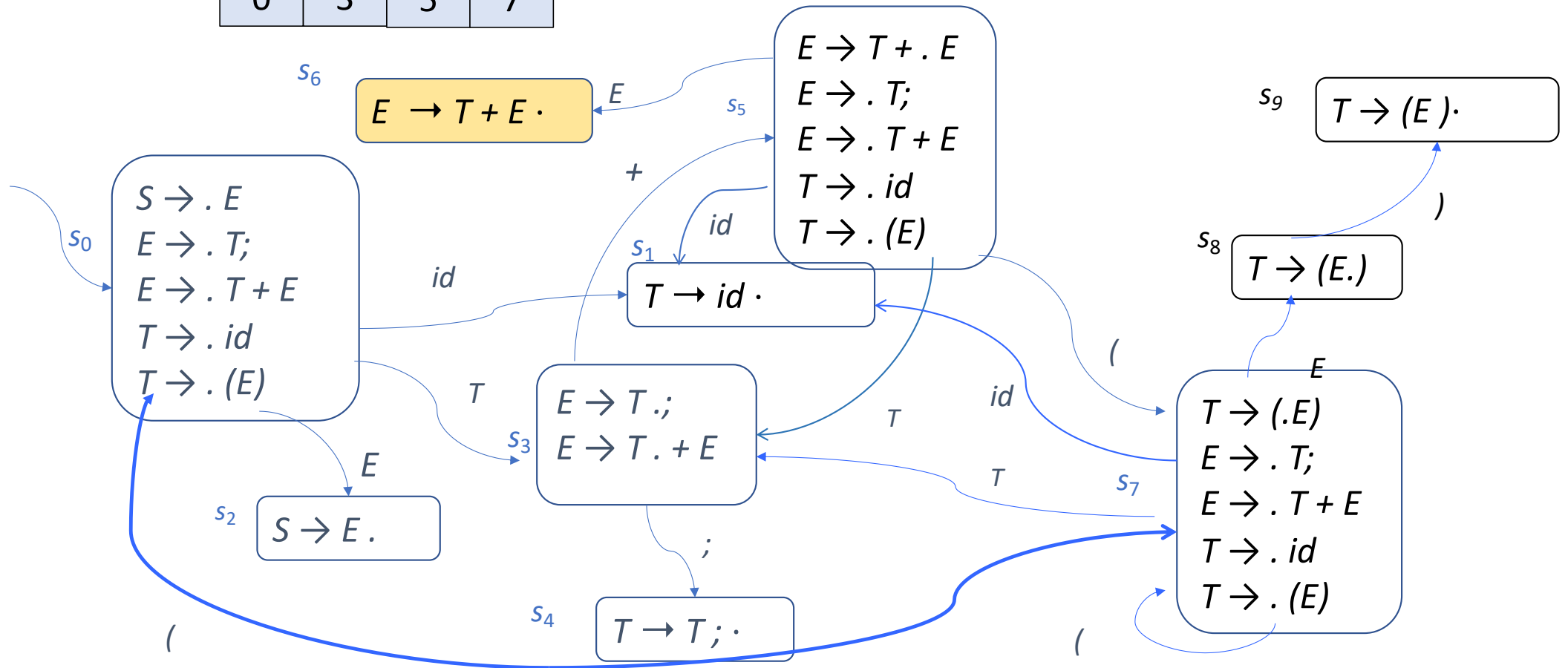
)	;
---	---



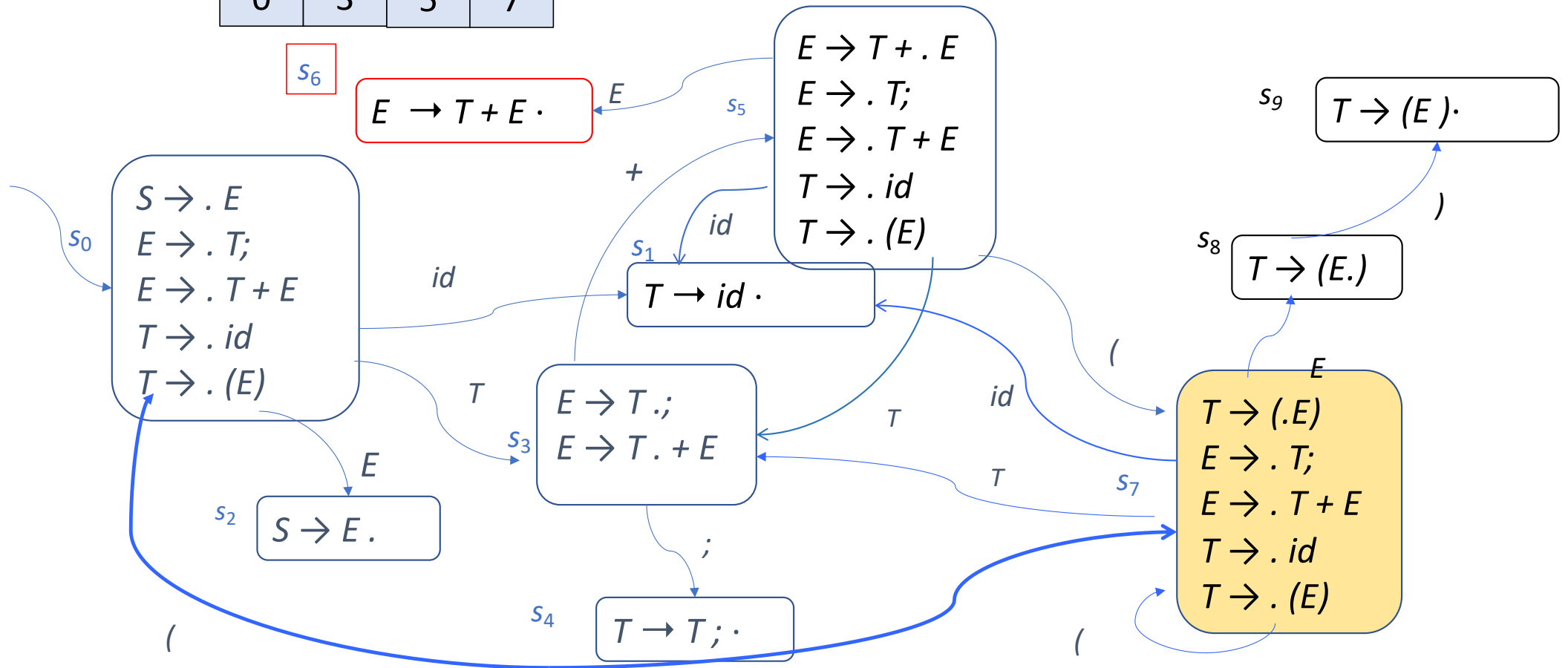
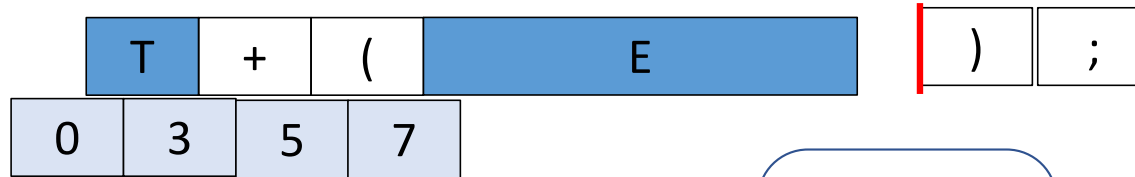
Analisi:

	T	+	(
0	3	5	7

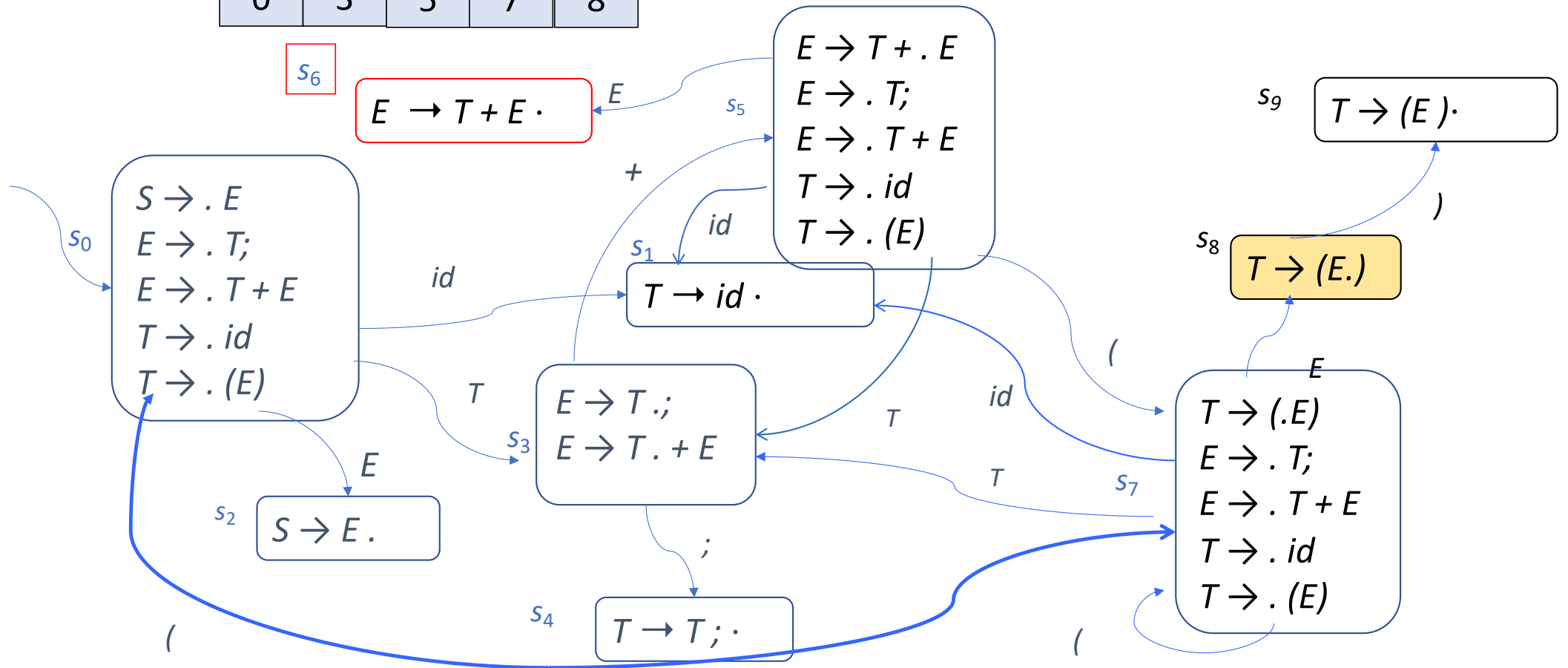
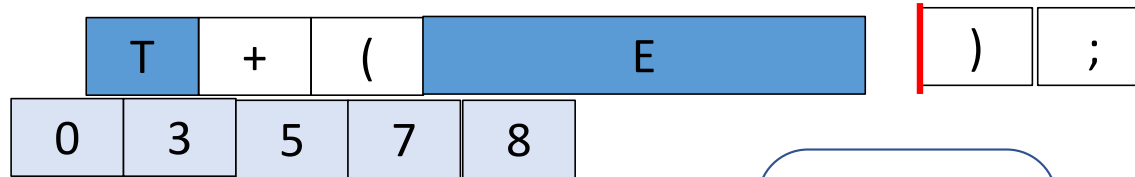
)	;
---	---



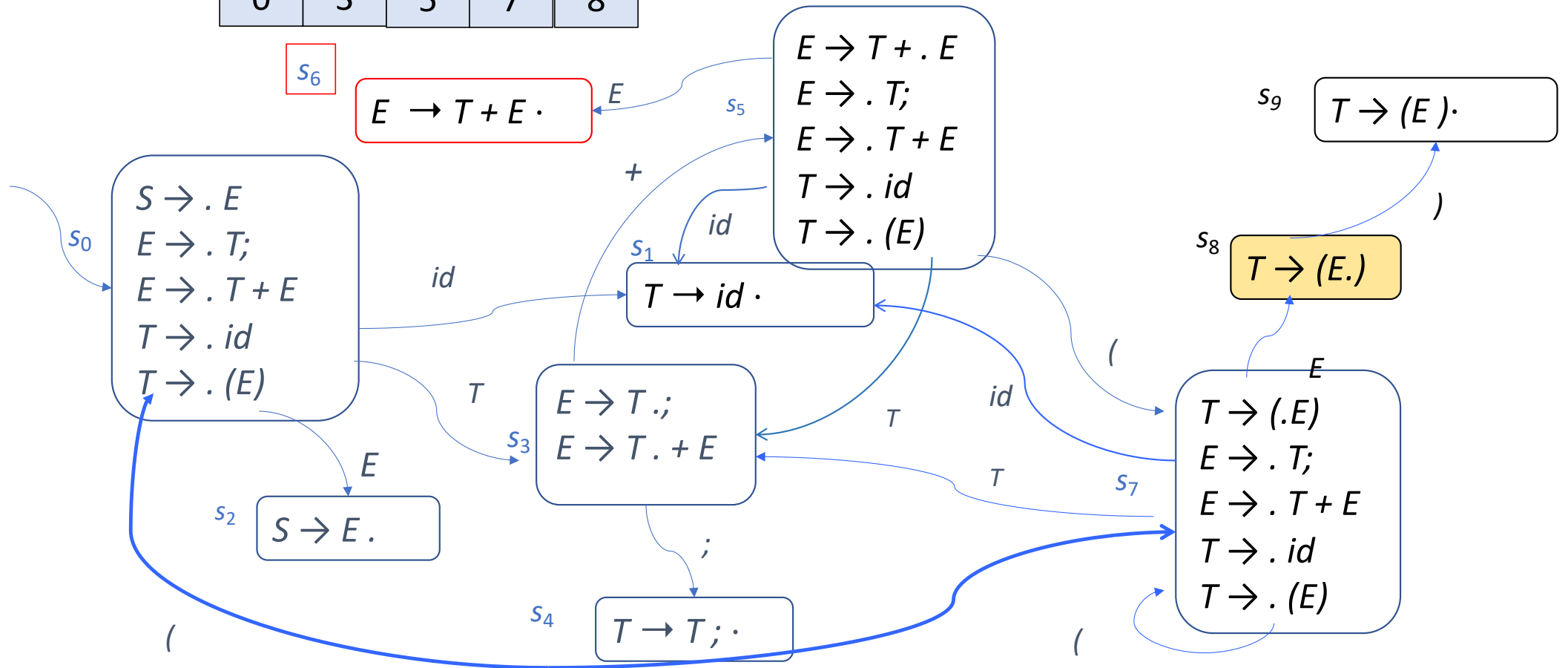
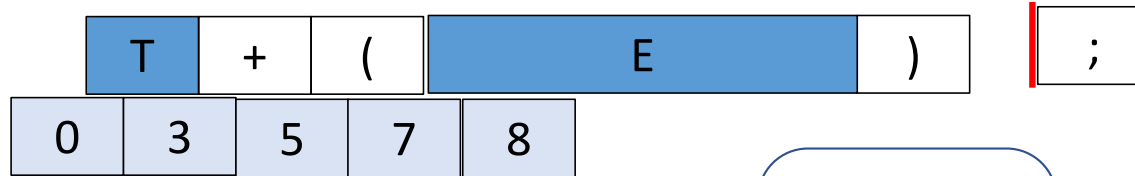
Analisi:



Analisi:



Analisi:

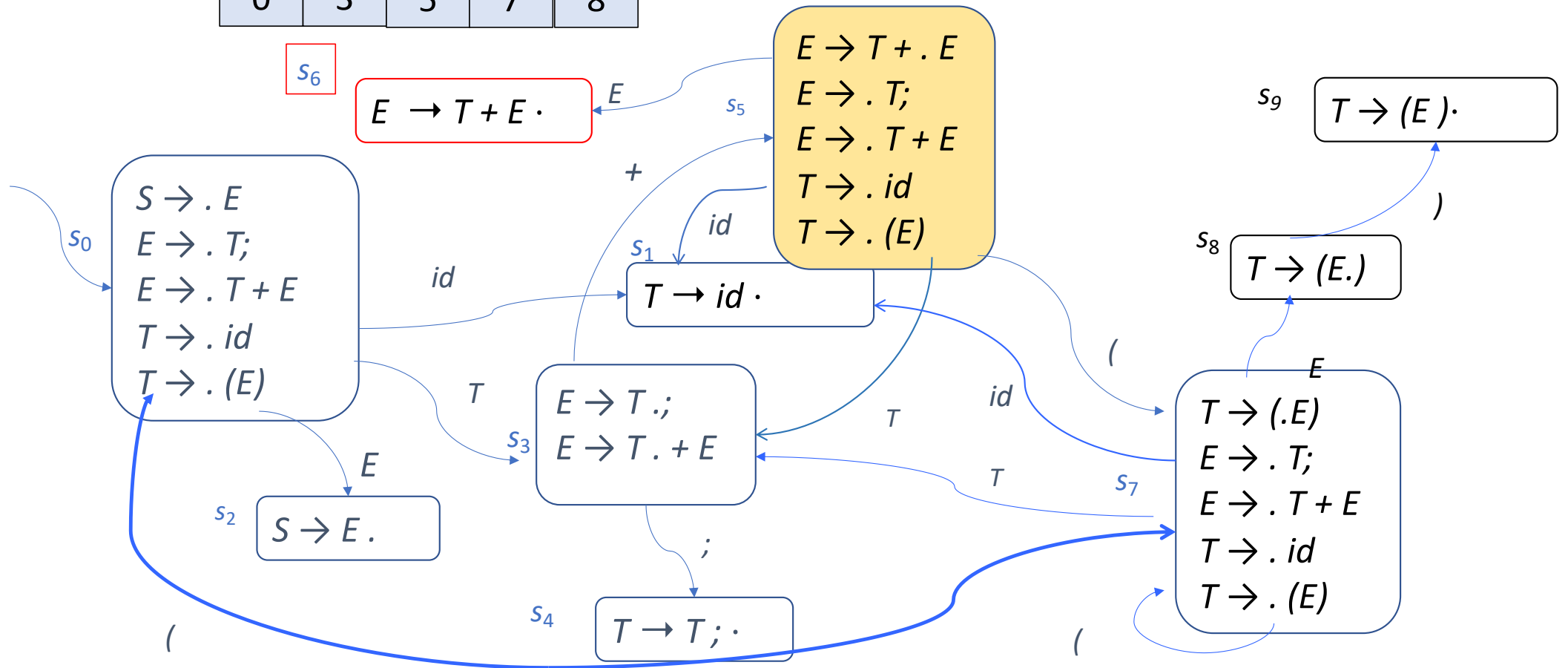




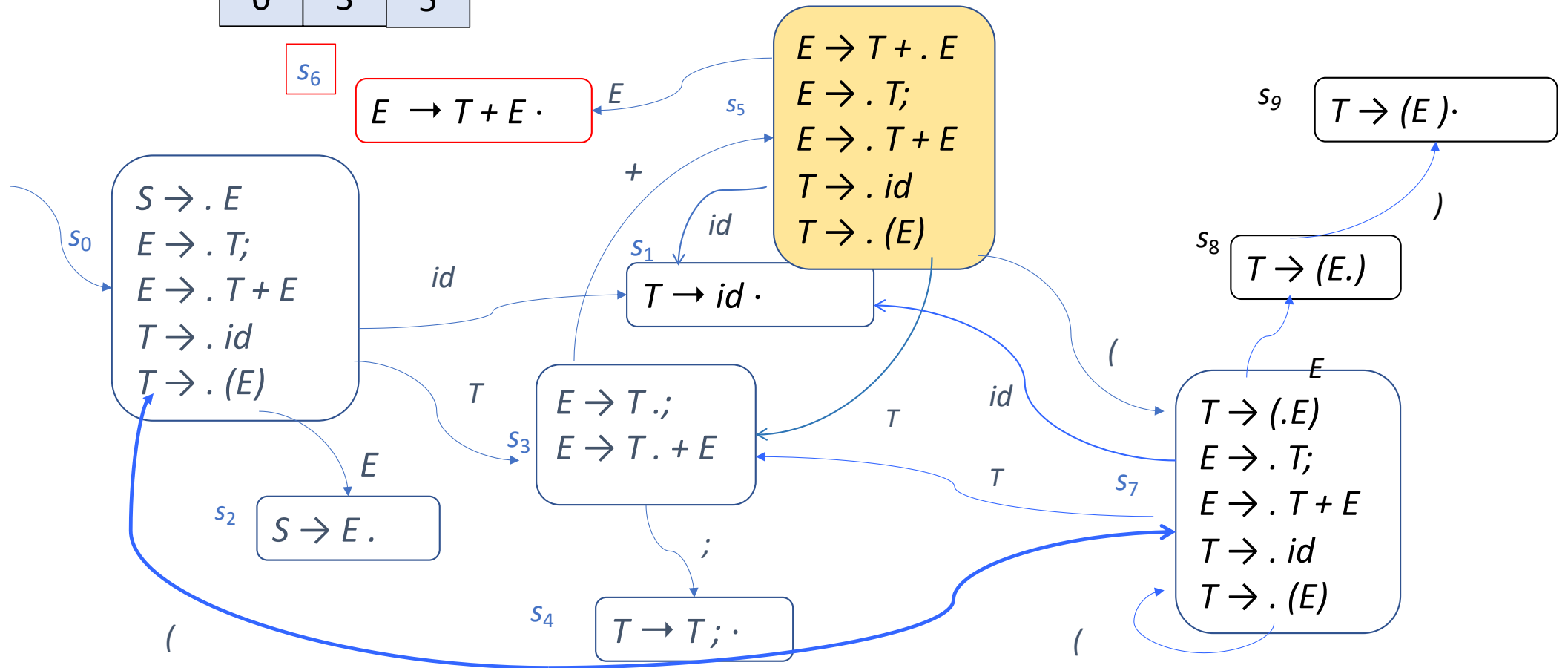
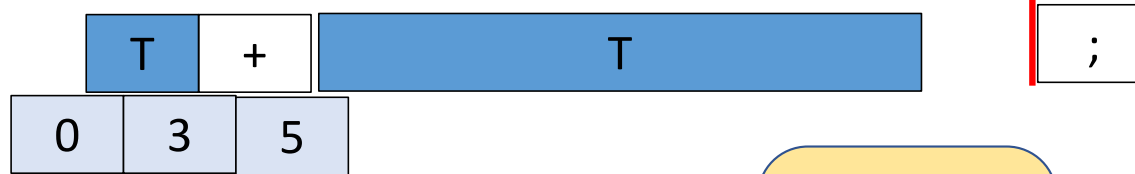
Analisi:

	T	+		
0	3	5	7	8

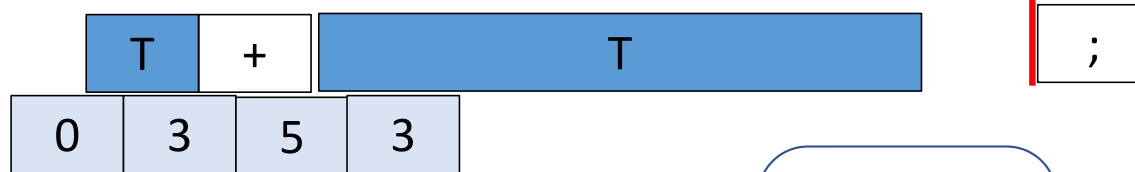
;



Analisi:

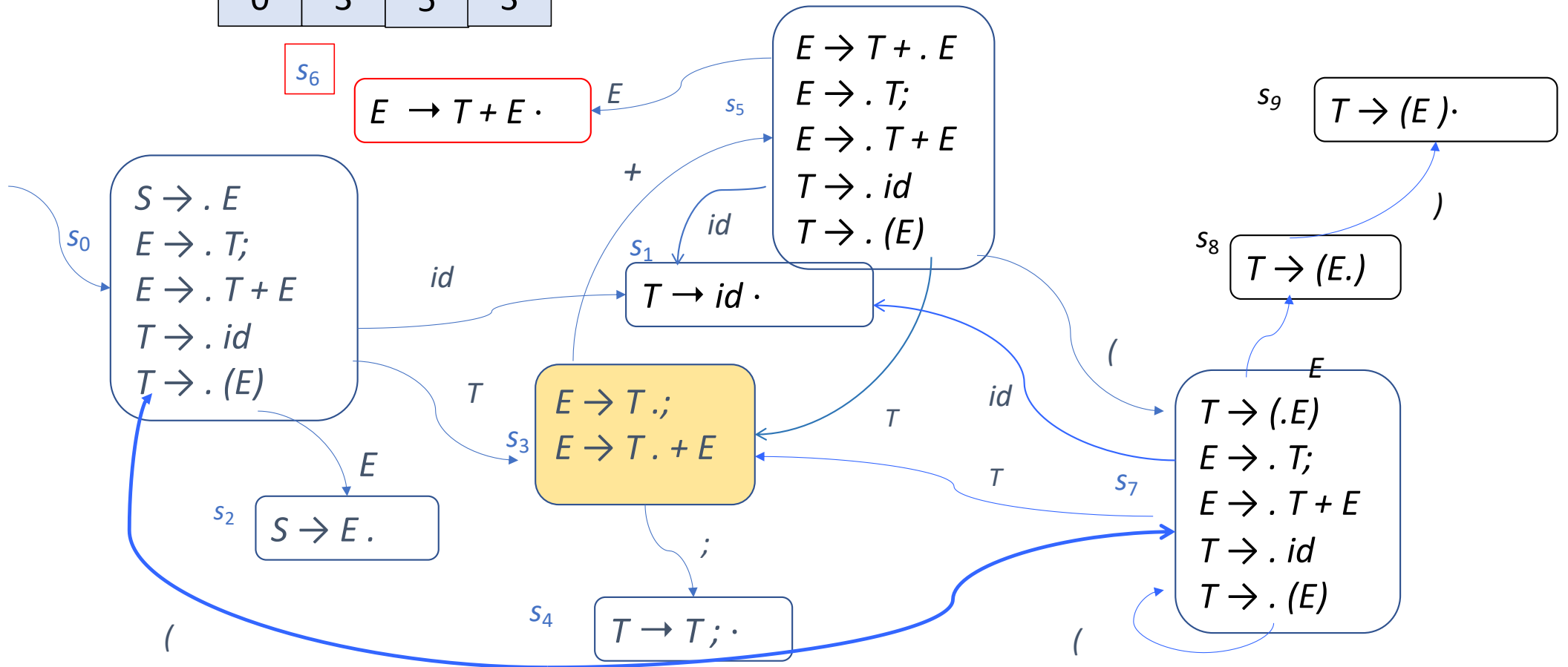


Analisi:

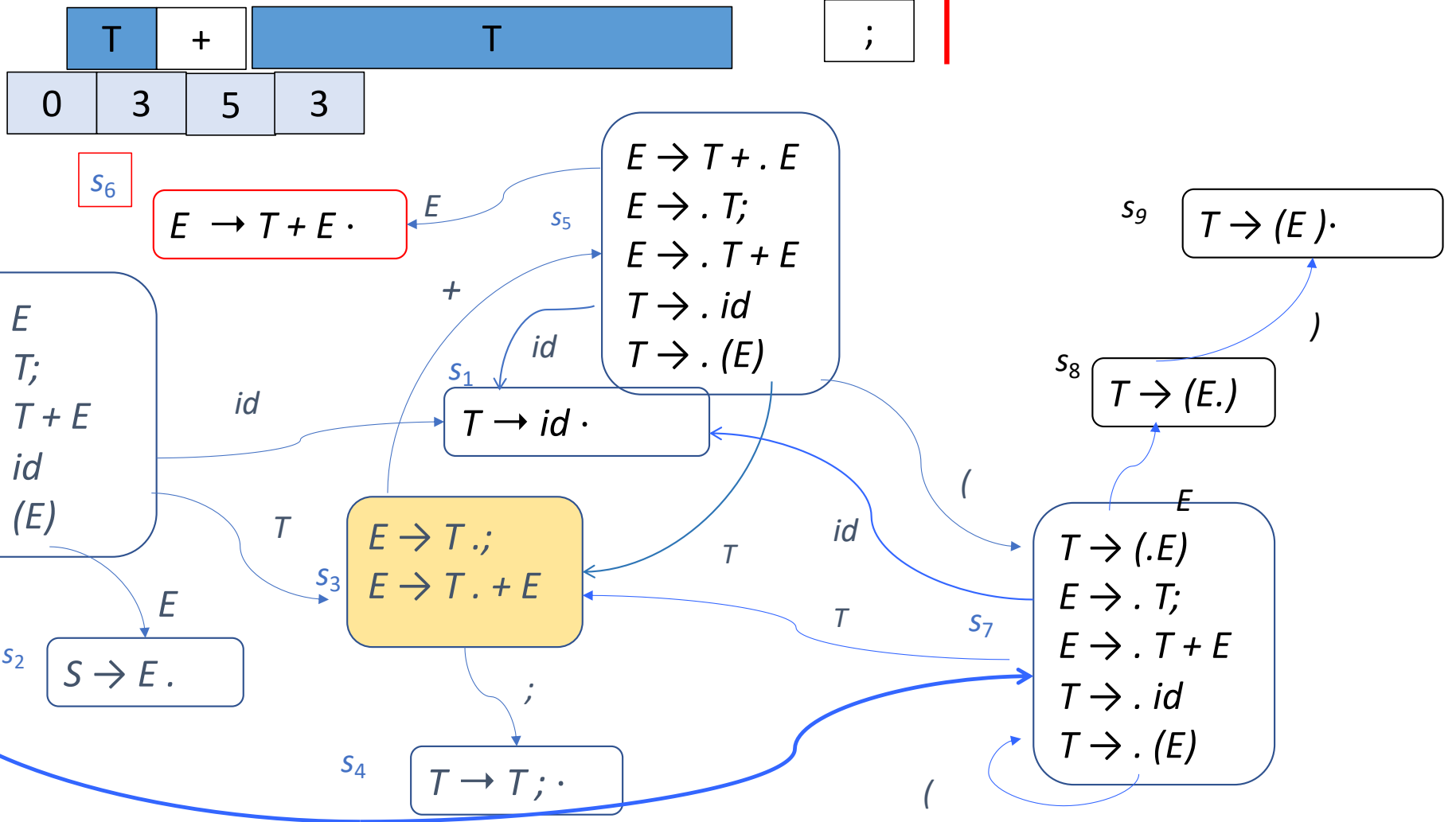


$s_6$

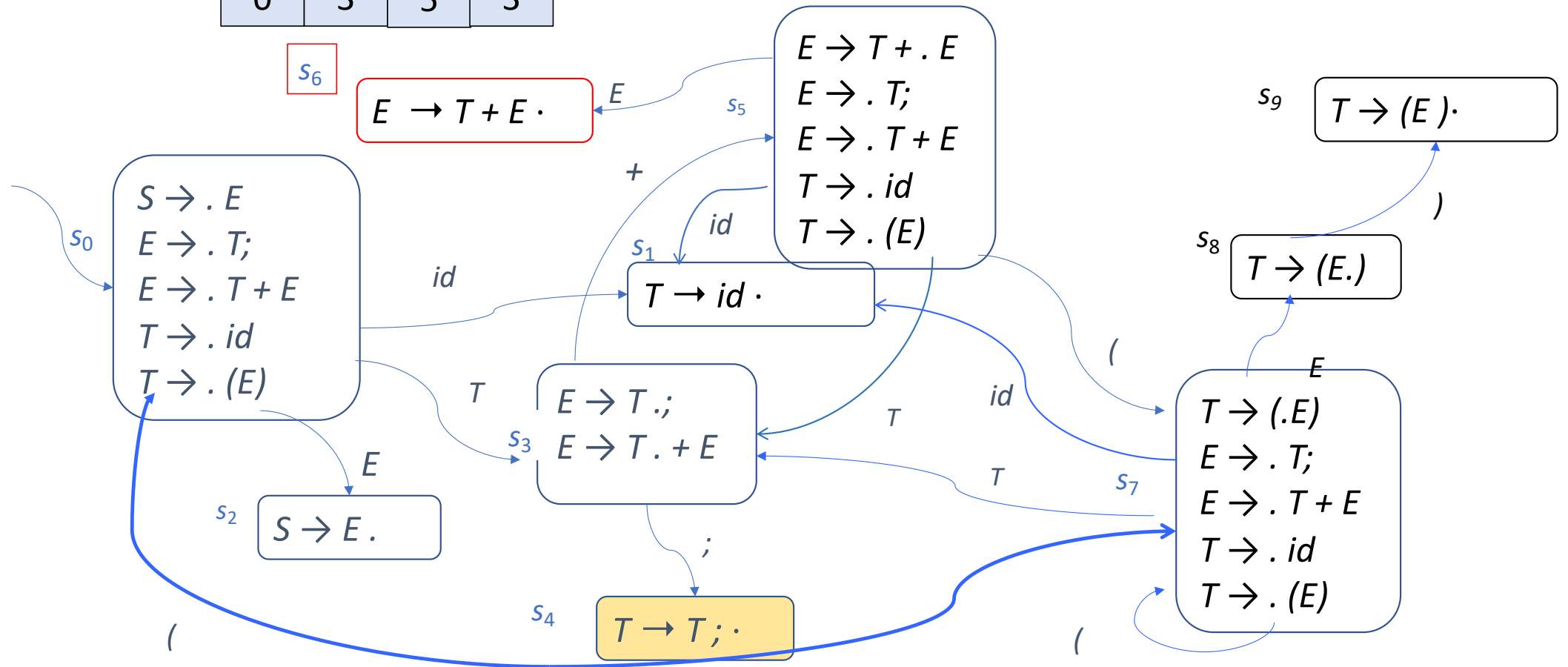
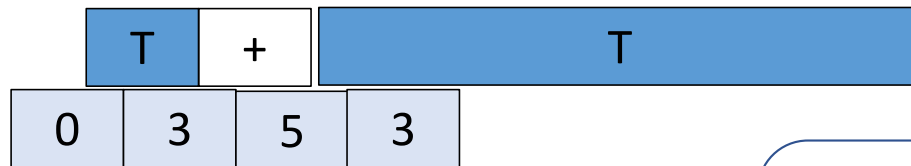
$E \rightarrow T + E \cdot$



## Analisi:



Analisi:



Analisi:

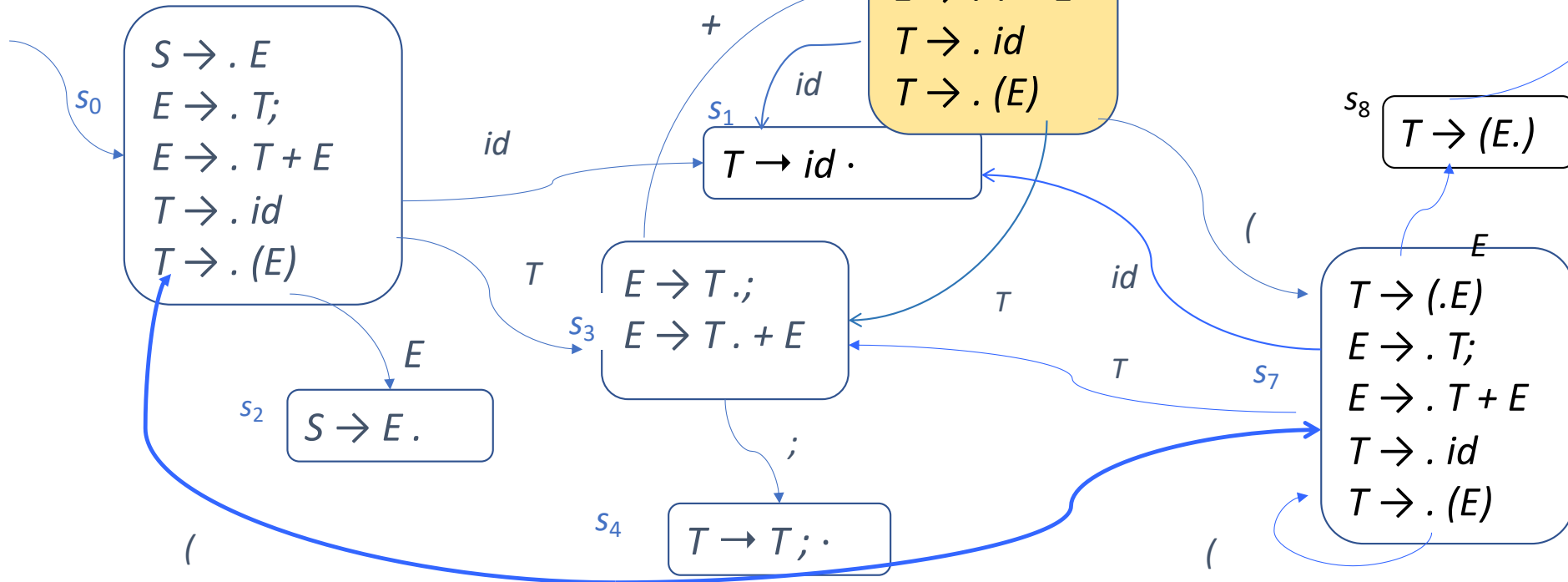
	T	+	
0	3	5	3

$s_6$

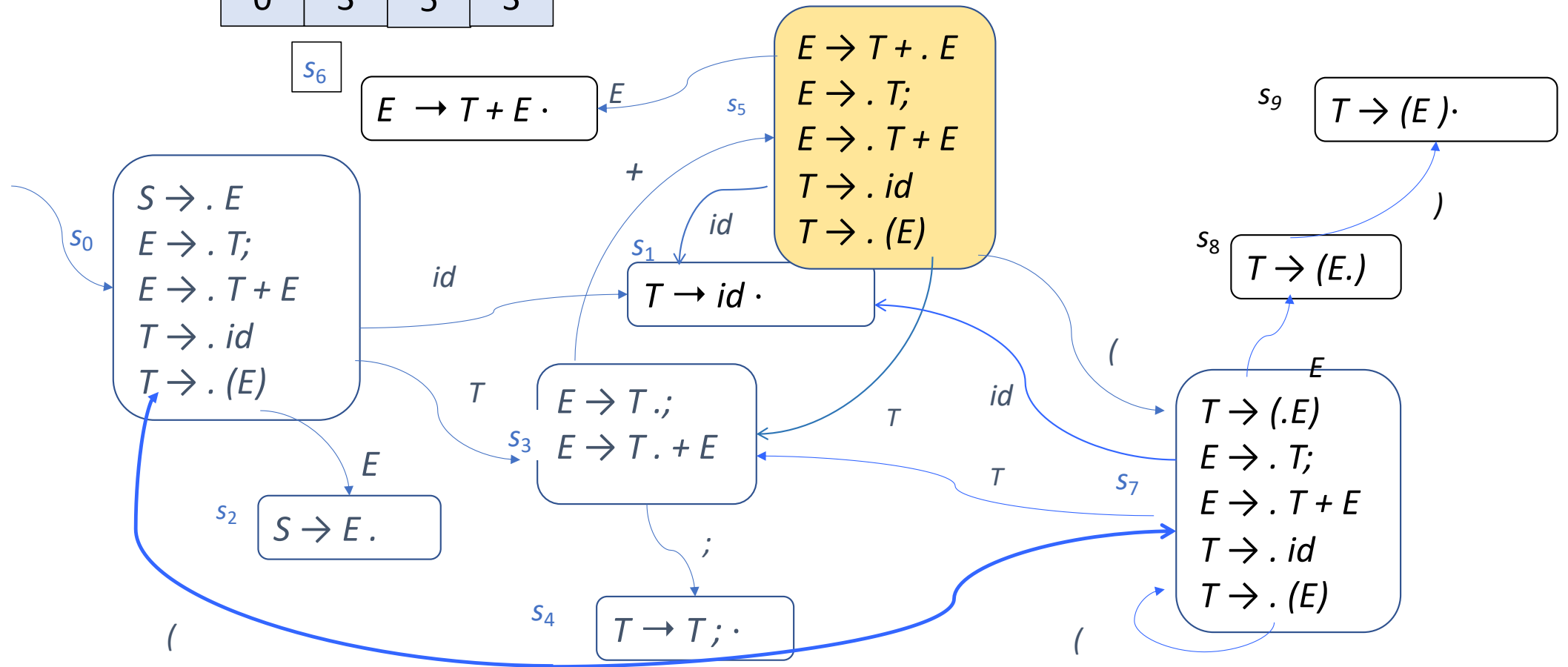
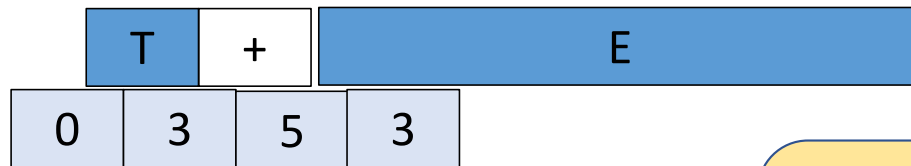
$E \rightarrow T + E \cdot$

$E \rightarrow T + \cdot E$   
 $E \rightarrow \cdot T;$   
 $E \rightarrow \cdot T + E$   
 $T \rightarrow \cdot id$   
 $T \rightarrow \cdot (E)$

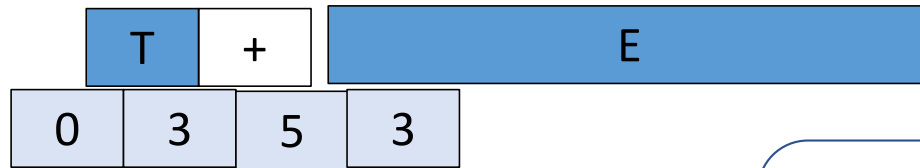
$s_9$   $T \rightarrow (E) \cdot$



Analisi:



Analisi:

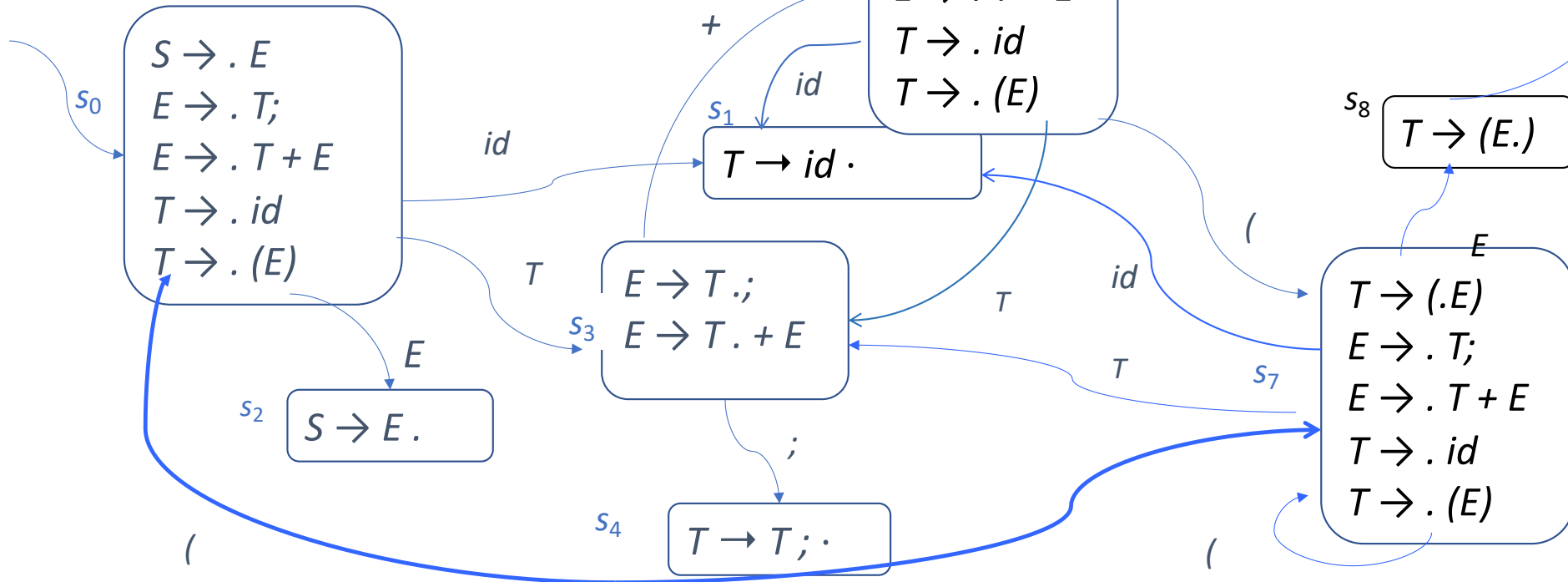


$s_6$

$E \rightarrow T + E \cdot$

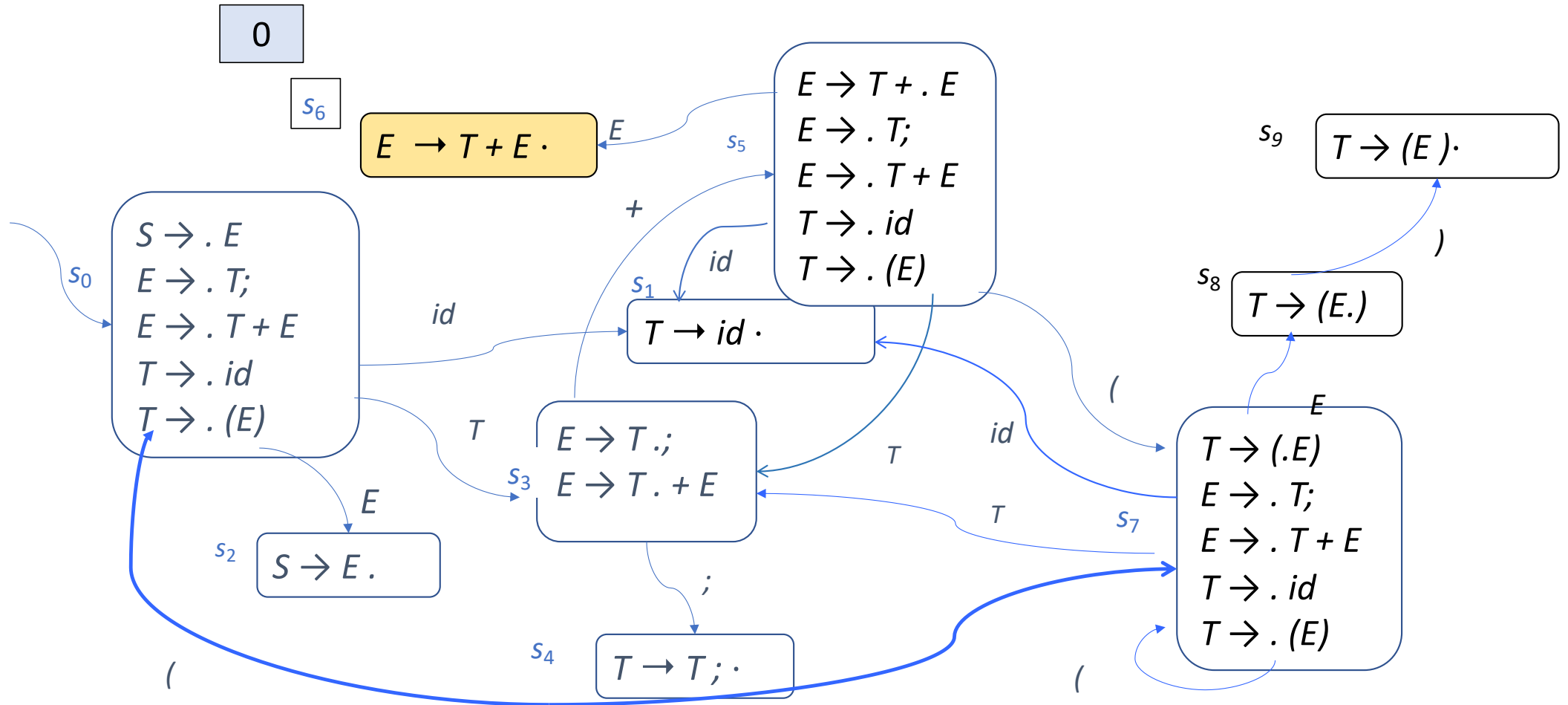
$E \rightarrow T + \cdot E$   
 $E \rightarrow \cdot T;$   
 $E \rightarrow \cdot T + E$   
 $T \rightarrow \cdot id$   
 $T \rightarrow \cdot (E)$

$s_9$   $T \rightarrow (E) \cdot$





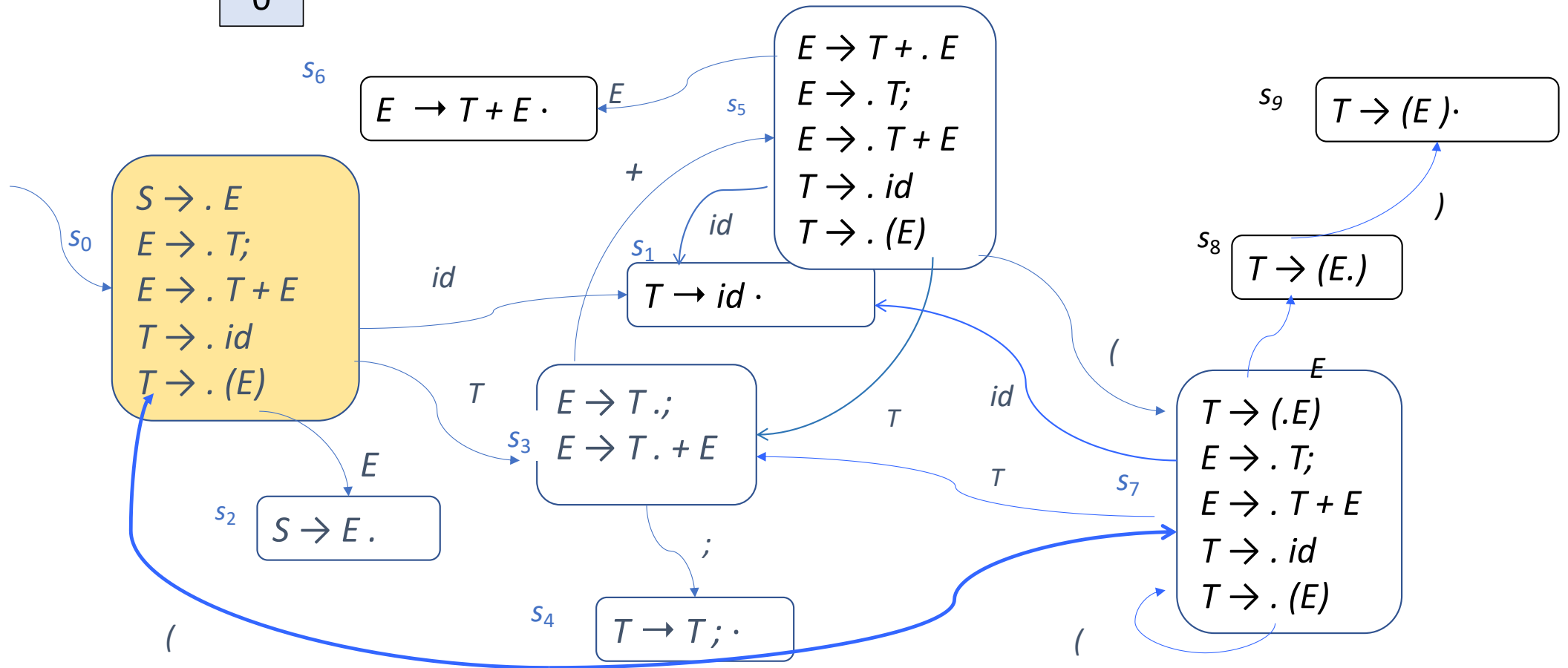
Analisi:



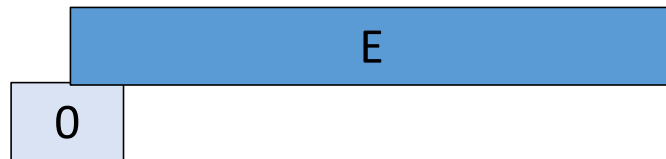
Analisi:

E

0



Analisi:



# Tavole Action e Goto

La tavola Action mappa ogni stato ad un'azione

- shift, esamina prossimo simbolo terminale
- reduce  $A \rightarrow \alpha$ , che esegue la riduzione  $A \rightarrow \alpha$
- solo gli stati della forma  $A \rightarrow \alpha \cdot$
- tutti gli altri shift that reduction; everything else shifts.

La tavola Goto mappa le coppie simbolo/stato dando il nuovo stato

- La tavola è la tabella di transizione dell'automa

## ESERCIZIO

Costruire le tavole per il diagramma di transizione precedente (automa)

# grammatica LR(0)

- Una grammatica è detta LR(0) se, per ciascuno degli stati:
  - è presente al più una sola produzione con il punto finale (assenza di conflitti reduce-reduce)
  - non sono contemporaneamente presenti una produzione con il punto finale e un'altra con il punto non finale (assenza di conflitti shift-reduce)
- in una grammatica LR(0) la decisione shift/reduce viene presa senza guardare l'input (lookahead nullo)

# Algoritmo di analisi LR(0) con tavole Action e Goto

*Inizializza la pila con stato 0 e poni \$ alla fine dell'input*

*while (Action  $\neq$  Accetta) and (Action  $\neq$  Error) do*

*Sia la pila =  $s_0x_1s_1...x_ms_m$  e input rimanente =  $a_ia_{i+1}...\$$*

*{ $s_0 s_1 s_2...$  sono gli stati ;  $x_1 x_2 x_3 ...$  sono le sequenze di terminali e non terminali}*

*Considera la Tavola Action[ $s_m, a_i$ ]*

*se Action[ $s_m, a_i$ ] è shift  $t$  : {Esegui shift di input e poni stato  $t$  in pila}*

*se Action[ $s_m, a_i$ ] è reduce  $A \rightarrow \beta$ : {esegui produzione  $A \rightarrow \beta$ : pop  $|\beta|$  simboli da pila; sia  $t$  lo stato in cima alla pila dopo pop ; inserisci GOTO[ $t, A$ ] in pila}*

*se Action[ $s_m, a_i$ ] è accetta: accetta la stringa e termina*

*se Action[ $s_m, a_i$ ] è non specificato (blank): segnala errore e termina*

*end while*

## Limiti analisi LR(0)

- Se la grammatica non è LR(0) ci potrebbero essere più valori nella tavola Action. I possibili casi sono
- Sia shift che reduce sono presenti: conflitto *shift-reduce*. In questo caso l'analizzatore non sa decidere se continuare a eseguire shift o applicare una operazione di reduce (vedi caso espressioni aritmetiche considerato in precedenza)
- Analogamente un conflitto *reduce-reduce* si verifica quando l'analizzatore può scegliere fra più produzioni da applicare; questo caso si verifica tipicamente con le grammatiche ambigue (ma non solo)
- Un modo di risolvere i conflitti è riscrivere la grammatica oppure quello di analizzare l'input con maggiore dettaglio (andare avanti nella scansione dell'input).

# LR(0) vs LR( $k$ )

- il parsing LR(0), che usa lookahead nullo, si applica a poche grammatiche
  - in particolare: non funziona per la grammatica  $G'$  di slide 5, che è ambigua
- in generale, **guardando  $k \geq 1$  caratteri in input** è possibile effettuare LR parsing su molte più grammatiche
  - NOTA Una grammatica ambigua non può naturalmente ammettere alcun tipo di parser, proprio a causa dell'ambiguità

## alcuni enunciati (senza prova)

- *un linguaggio può essere generato da una grammatica LR( $k$ ) se e solo se è context free deterministico (riconosciuto da un automa a pila deterministico)*
- *un linguaggio ammette una grammatica LR(1) se e solo se ammette una grammatica LR( $k$ ),  $k \geq 1$*

## conseguenza:

- *tutti i linguaggi context free deterministici ammettono una grammatica generatrice LR(1)*



# Grammatica per generare liste

La seguente grammatica genera liste annidate con sole x (nota grammatica aumentata); es.  $(x,x,x)\$$      $(x,(x))\$$      $(x,(x),((x),x))\$$

0:  $S' \rightarrow S\$$     1:  $S \rightarrow (L)$     2:  $S \rightarrow x$     3:  $L \rightarrow S$     4:  $L \rightarrow L, S$

Terminali:  $x, (, ), \$$  (fine stringa)

1. Trovare derivazione sinistra di  $(x,(x))\$$
2. Date tabelle Action e Goto analizzare  $(x,(x))\$$
3. Costruire tabelle Action e Goto

# Grammatica per generare liste

Date tabelle Action e Goto analizzare (x,(x))\$

0:  $S' \rightarrow S\$$       1:  $S \rightarrow (L)$   
 2:  $S \rightarrow x$           3:  $L \rightarrow S$   
 4:  $L \rightarrow L, S$

	(	)	x	,	\$	S	L
0	s2		s1			goto3	
1	r2	r2	r2	r2	r2		
2	s2		s1			goto6	goto4
3					Accetta		
4		s5		s7			
5	r1	r1	r1	r1	r1		
6	r3	r3	r3	r3	r3		
7	s2		s1			goto8	
8	r4	r4	r4	r4	r4		

Stato	Action	Goto
-------	--------	------

pila                      input                      action  
 0                      (x,(x))\$                      s2  
 In tabella riga 0 colonna ( c'è s2  
 s2= shift input. Quindi metti in pila ( -  
 e vai a stato 2  
 Otteniamo in pila 0(2  
  
 0(2                      x,(x))\$                      s1  
 Infatti riga 2, colonna x c'è s1  
 (analogo a prima)

# Grammatica per generare liste

Date tabelle Action e Goto analizzare (x,(x))\$

0:  $S' \rightarrow S\$$       1:  $S \rightarrow (L)$   
 2:  $S \rightarrow x$           3:  $L \rightarrow S$   
 4:  $L \rightarrow L, S$

	(	)	x	,	\$	S	L
0	s2		s1			goto3	
1	r2	r2	r2	r2	r2		
2	s2		s1			goto6	goto4
3					Accetta		
4		s5		s7			
5	r1	r1	r1	r1	r1		
6	r3	r3	r3	r3	r3		
7	s2		s1			goto8	
8	r4	r4	r4	r4	r4		

Stato	Action	Goto
-------	--------	------

pila                      input                      action

0                          (x,(x))\$                      s2

0(2                        x,(x))\$                      s1

0(2x1                    ,(x))\$                      r2:  $S \rightarrow x$

Infatti riga 1 col. , c'è r2 - reduce  
 produzione 2:  $S \rightarrow x$ . Quindi

- togli x1 dalla pila e in pila trovi 2
- In tabella riga 2 e S (lato sinistro di prod.2) trovi goto6; quindi metti in pila S e 6 e ottieni )(2S6

0(2S6                    ,(x))\$                      r3:  $L \rightarrow S$

(analogo)

# Grammatica per generare liste

## 2.Date tabelle Action e Goto analizzare (x,(x))\$

	(	)	x	,	\$	S	L
0	s2		s1			goto3	
1	r2	r2	r2	r2	r2		
2	s2		s1			goto6	goto4
3					Accetta		
4		s5		s7			
5	r1	r1	r1	r1	r1		
6	r3	r3	r3	r3	r3		
7	s2		s1			goto8	
8	r4	r4	r4	r4	r4		

Stato	Action	Goto
-------	--------	------

$0: S' \rightarrow S\$$        $1: S \rightarrow (L)$   
 $2: S \rightarrow x$        $3: L \rightarrow S$      $4: L \rightarrow L, S$

pila	input	action
0	(x,(x))\$	s2
0(2	x,(x))\$	s1
0(2x1	,(x))\$	r2: $S \rightarrow x$
0(2S6	,(x))\$	r3: $L \rightarrow S$
0(2L4	,(x))\$	s7
0(2L4,7	(x))\$	s2
0(2L4,7(2	x))\$	s1
0(2L4,7(2x1	))\$	r2: $S \rightarrow x$
0(2L4,7(2S6	))\$	r3: $L \rightarrow S$
0(2L4,7(2L4	))\$	s5
0(2L4,7(2L4)5	)\$	r1: $S \rightarrow (L)$
0(2L4,7S8	)\$	r4: $L \rightarrow L, S$
0(2L4	)\$	s5
0(2L4)5	\$	r1: $S \rightarrow (L)$
03S	\$	Accetta

# Algoritmo per generare le tabelle Action e Goto

Per generare le tavole Action e Goto due passi

1. costruzione diagramma delle transizioni fra stati
2. costruzione tabelle di analisi (tabelle Action e Goto)

- *Gli stati rappresentano possibili avanzamenti nell'analisi di una produzione (si usa il punto per segnalare a che punto siamo con l'analisi)*
- *Gli shift e i goto esplicitamente connettono gli stati; arco **shift** è etichettato con simbolo terminale / arco **reduce** con simbolo non terminale*
- *Le operazioni di Reduce implicitamente muovono in un altro stato con operazioni pop sulla pila dopo cui si usa la tabella goto per produrre il nuovo stato*

# Algoritmo per generare le tabelle Action e Goto

## 1. costruzione diagramma delle transizioni fra stati

**Cosa è uno stato?** uno stato è qualcosa del tipo  $[A \rightarrow \alpha.B\beta, a]$  e rappresenta la previsione di eseguire la produzione  $A \rightarrow \alpha B\beta$

- Il punto prima di B segnala che  $\alpha$  è già stato esaminato ed è in pila
- Ci aspettiamo di vedere simboli che sono generati da B
- Se  $B\beta$  è  $\epsilon$  (vuoto) e se il prossimo simbolo è un non terminale applica la produzione e riduci A

Costruzione dell'insieme di stati:

1. Inizia con lo stato iniziale: prendi produzione da assioma e considera la sua chiusura
2. Determina il prossimo stato a partire da stato iniziale esaminando le possibili produzioni; esegui la chiusura e determina un nuovo stato
3. Itera il passo precedente fino a quando tutte le transizioni sono state esaminate

# Algoritmo per generare le tabelle Action e Goto

## 2. costruzione tabelle di analisi (tabelle Action e Goto)

- Gli shift e i goto esplicitamente connettono gli stati ; shift corrisponde ad arco con simbolo terminale / reduce ad arco con simbolo non terminale
- Ricorda se  $\text{Action}[s_m, a_i] = \text{reduce } A \rightarrow \beta$  .

*allora si esegue produzione  $A \rightarrow \beta$ : pop  $|\beta|$  simboli da pila; se  $t$  è lo stato in cima alla pila dopo pop si inserisce  $\text{GOTO}[t, A]$  in pila}*

*per ogni arco  $X(I, J)$  del diagramma ottenuto*

*se  $X$  è terminale, metti **shift  $J$**  a  $(I, X)$*

*se  $X$  è non-terminale, metti **goto  $J$**  a  $(I, X)$*

*se  $I$  contiene  $S' \rightarrow . \$$ , metti **accetta** a  $(I, \$)$*

*se  $I$  contiene  $A \rightarrow \alpha .$  dove  $A \rightarrow \alpha .$  è la produzione  **$n$**  della grammatica (analisi lato destro completata infatti il  $.$  è alla fine)*

*per ogni terminale  $x$ , metti **reduce  $n$**  a  $(I, x)$*

# Grammatica per generare liste

0: $S' \rightarrow S\$$	1: $S \rightarrow (L)$
2: $S \rightarrow x$	3: $L \rightarrow S$
4: $L \rightarrow L, S$	

## 3. Costruire tabelle Action e Goto

Consideriamo la grammatica in alto a sinistra -simboli terminali  $(, ), x$

- Si inizia da stato 0 con l'unica produzione dall'assioma  $S'$   $S' \rightarrow S\$$
- Usiamo la notazione punto abbiamo:  $S' \rightarrow . S\$$  (le produzioni con "." sono dette **item** e indicano cosa c'è nello stack - **a sinistra del .** e cosa ci aspettiamo in input - **a destra del .**
- L'input può iniziare con qualunque cosa con cui può iniziare  $S$  (ricorda insieme First). In questo caso abbiamo  $x$  o  $($
- Quindi effettuiamo la chiusura inserendo nello stato 0:

$S \rightarrow . x\$$  e  $S \rightarrow . (L)\$$

- Alla fine otteniamo lo stato 0 composto da

$S' \rightarrow . S\$$     $S \rightarrow . x\$$     $S \rightarrow . (L)$



# Grammatica per generare liste

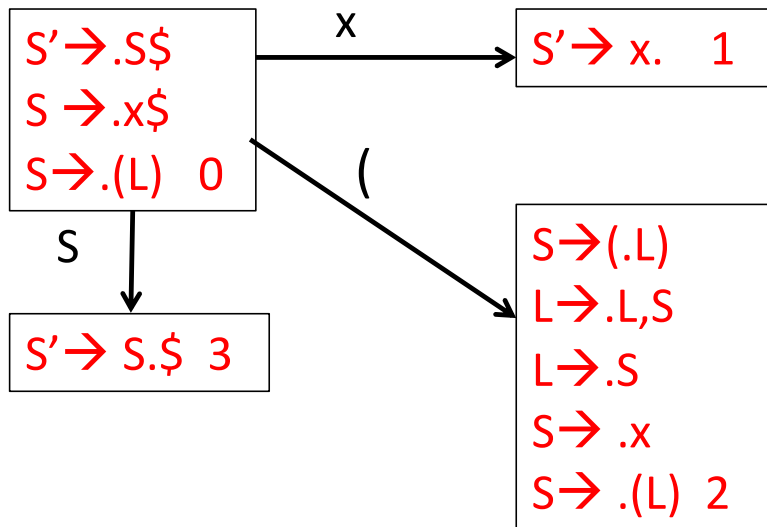
0:  $S' \rightarrow S\$$       1:  $S \rightarrow (L)$   
2:  $S \rightarrow x$           3:  $L \rightarrow S$   
4:  $L \rightarrow L, S$

## 3. Costruire tabelle Action e Goto

- Nello stato 0:  $S' \rightarrow .S\$$   $S' \rightarrow .x\$$   $S \rightarrow .(L)$  possiamo avere come successivo carattere di input  $x$  o  $($  oppure riduzione su produzione  $S' \rightarrow S\$$
- Questo corrisponde a creare tre stati
- Stato 1: da stato 0 con input  $x$  a stato 1  $S' \rightarrow x.$  (**shift**) - in questo stato siamo alla fine di un item (il  $.$  è in fondo) quindi non dobbiamo fare chiusura e dopo faremo reduce
- Stato 2: da stato 0 con input  $($  andiamo in  $S \rightarrow (.L)$  (**shift**) - effettuiamo la chiusura su  $L$  e otteniamo  $S \rightarrow (.L)$   $L \rightarrow .L, S$   $L \rightarrow .S$   $S \rightarrow .x$   $S \rightarrow .(L)$
- Stato 3: da stato 0 possiamo eseguire reduce su  $S$  - consideriamo la produzione  $S' \rightarrow S\$$  della grammatica ottenendo  $S' \rightarrow S.\$$  - nota si utilizza **notazione  $'$** : in stato 0 ho  $S' \rightarrow .S\$$  applicarla permette di ottenere  $S \rightarrow S.\$$

# Grammatica per generare liste

0:  $S' \rightarrow S\$$       1:  $S \rightarrow (L)$   
 2:  $S \rightarrow x$       3:  $L \rightarrow S$   
 4:  $L \rightarrow L, S$

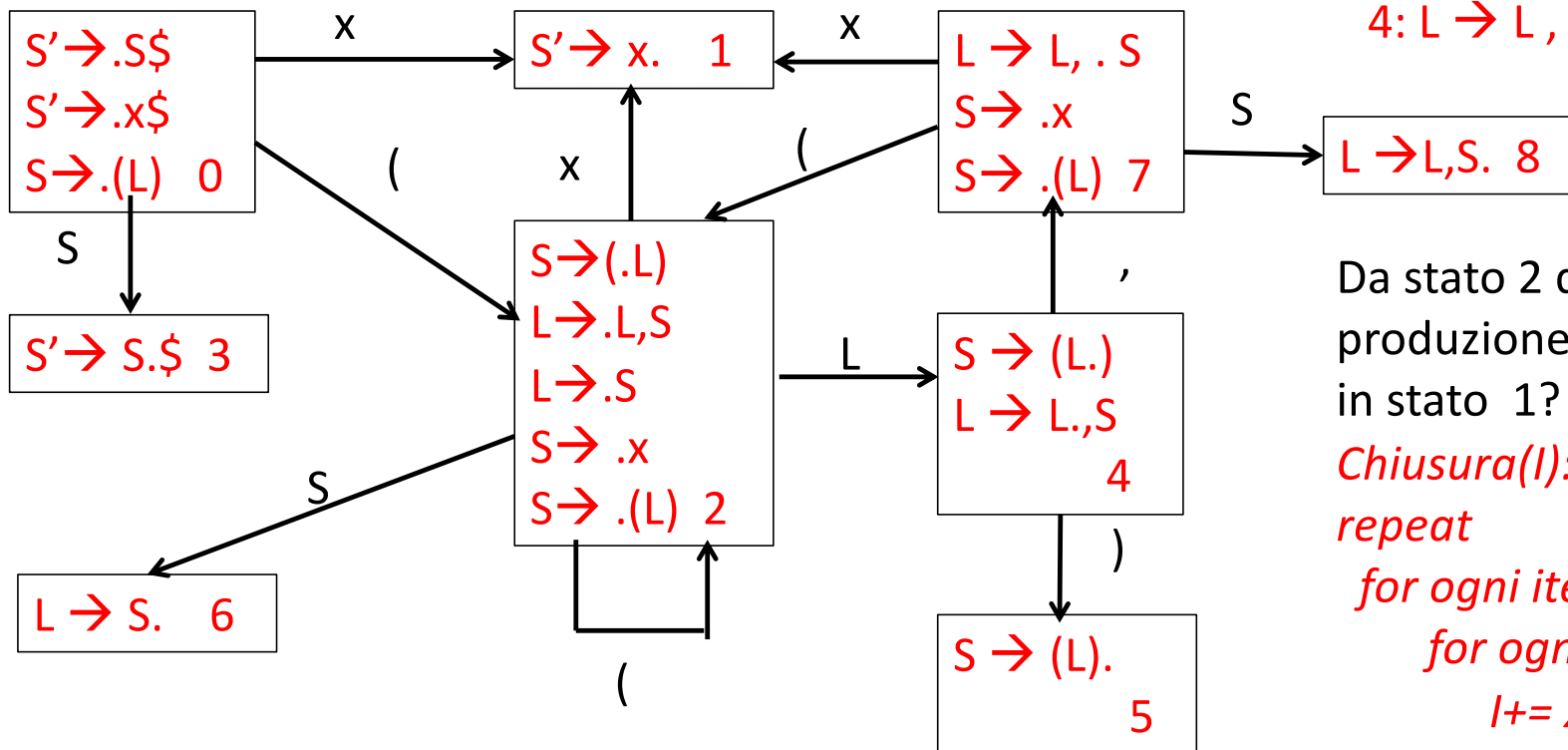


Come calcolo produzioni di stato 2?

- Parto da  $S \rightarrow (.L)$  (ottenuto da stato 0)
  - dopo il punto ho L simb. nonterminale presente nel lato sinistro di due prod.  $L \rightarrow L,S$  e  $L \rightarrow S$ ; aggiungo  $L \rightarrow .L,S$  e  $L \rightarrow .S$  (con punto all'inizio del lato sinistro)
  - $L \rightarrow .L,S$  ha L dopo il punto (già fatto)
  - $L \rightarrow .S$  mi chiede di aggiungere chiusura di S
- *Gli shift e i goto esplicitamente connettono gli stati ; shift arco con simbolo terminale / reduce arco con simbolo non terminale*
  - *Reduce implicitamente muovono in un altro stato con operazioni pop sulla pila dopo cui si usa la tabella goto per produrre un nuovo stato*

# Grammatica per generare liste

0:  $S' \rightarrow S\$$     1:  $S \rightarrow (L)$   
 2:  $S \rightarrow x$     3:  $L \rightarrow S$   
 4:  $L \rightarrow L, S$



Da stato 2 quale (o quali) produzione si utilizza per andare in stato 1? In stato 4? Stato 2?

*Chiusura(I): // stato I*

*repeat*

*for ogni item  $A \rightarrow \alpha . X \beta$*

*for ogni  $X \rightarrow \gamma$*

*$I += X \rightarrow . \gamma$*

*until I non cambia*

# Formule booleane CNF

Data la grammatica

$F' \rightarrow \cdot F \$$

$F \rightarrow \cdot F \wedge C \mid C$

$C \rightarrow \cdot (L \vee L \vee L)$

$L \rightarrow \cdot id \mid \cdot \neg id$

Nota grammatica

- con assioma presente in una sola produzione
- con simbolo \$ alla fine della stringa in input

# Formule booleane CNF

Data la grammatica

$F' \rightarrow \cdot F\$$

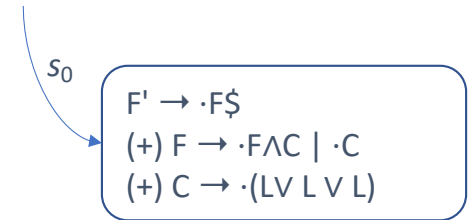
$F \rightarrow \cdot F \wedge C \mid \cdot C$

$C \rightarrow \cdot (L \vee L \vee L)$

$L \rightarrow \cdot id \mid \cdot \neg id$

Nota grammatica

- con assioma presente in una sola produzione
- con simbolo \$ alla fine della stringa in input



Stato 0 include  $F' \rightarrow \cdot F\$$

- dobbiamo aggiungere la sua chiusura
- la chiusura indica cosa può seguire nell'analisi dopo il punto in questo caso cercare cosa può seguire dopo  $F$
- le produzioni coinvolte sono  $F \rightarrow \cdot F \wedge C$  e  $F \rightarrow \cdot C$  che sono inserite in stato 0
- Considerare  $F \rightarrow \cdot C$  implica che dobbiamo anche inserire produzioni con  $C$  a sinistra di  $\rightarrow$

# Formule booleane CNF

$F' \rightarrow F\$$   
 $F \rightarrow F \wedge C \mid C$   
 $C \rightarrow (L \vee L \vee L)$   
 $L \rightarrow id \mid \neg id$

Stato 0:  $F' \rightarrow \cdot F\$$

- Bisogna aggiungere la chiusura di F e considerare le due produzioni

1)  $F \rightarrow \cdot F \wedge C$  e 2)  $F \rightarrow \cdot C$

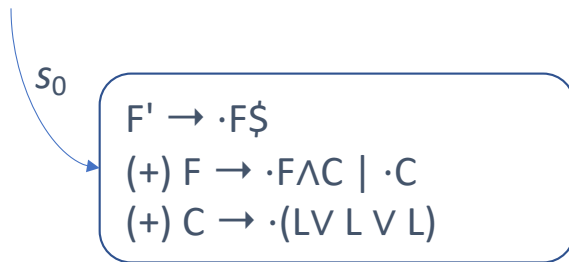
- La chiusura di 1) non aggiunge altro
- La seconda richiede di aggiungere la chiusura di C e considerare la produzione  $C \rightarrow \cdot (L \vee L \vee L)$

Come proseguire? Quanti archi uscenti da s0? Basta guardare i simboli nella parte destra subito dopo il punto e le produzioni relative (usando sempre notazione punto)

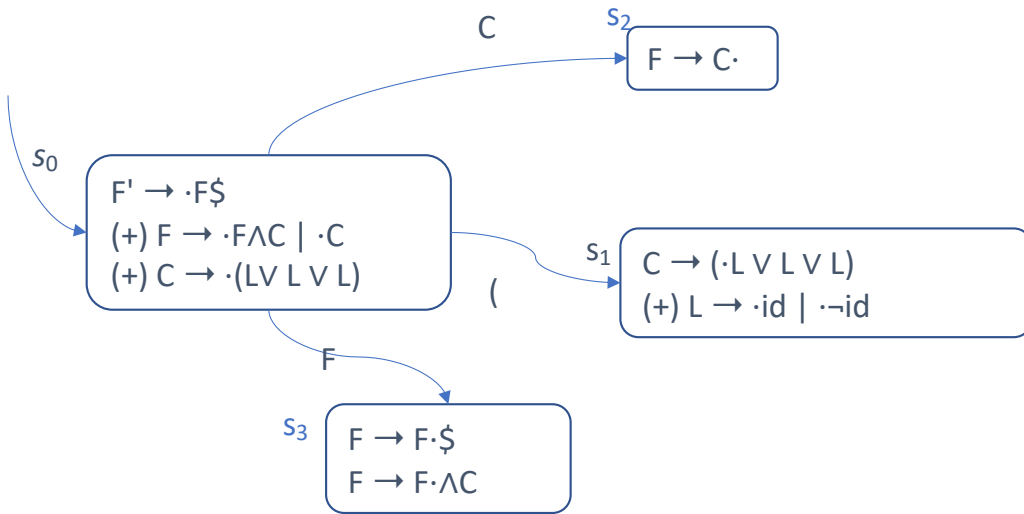
I simboli dopo il . In s0 sono : F, C e (

per F' le produzioni sono :  $F' \rightarrow F \wedge C$  e  $F' \rightarrow F\$$  per C abbiamo :  $F \rightarrow C$

Per ( abbiamo  $C \rightarrow \cdot (L \vee L \vee L)$



# Formule booleane CNF

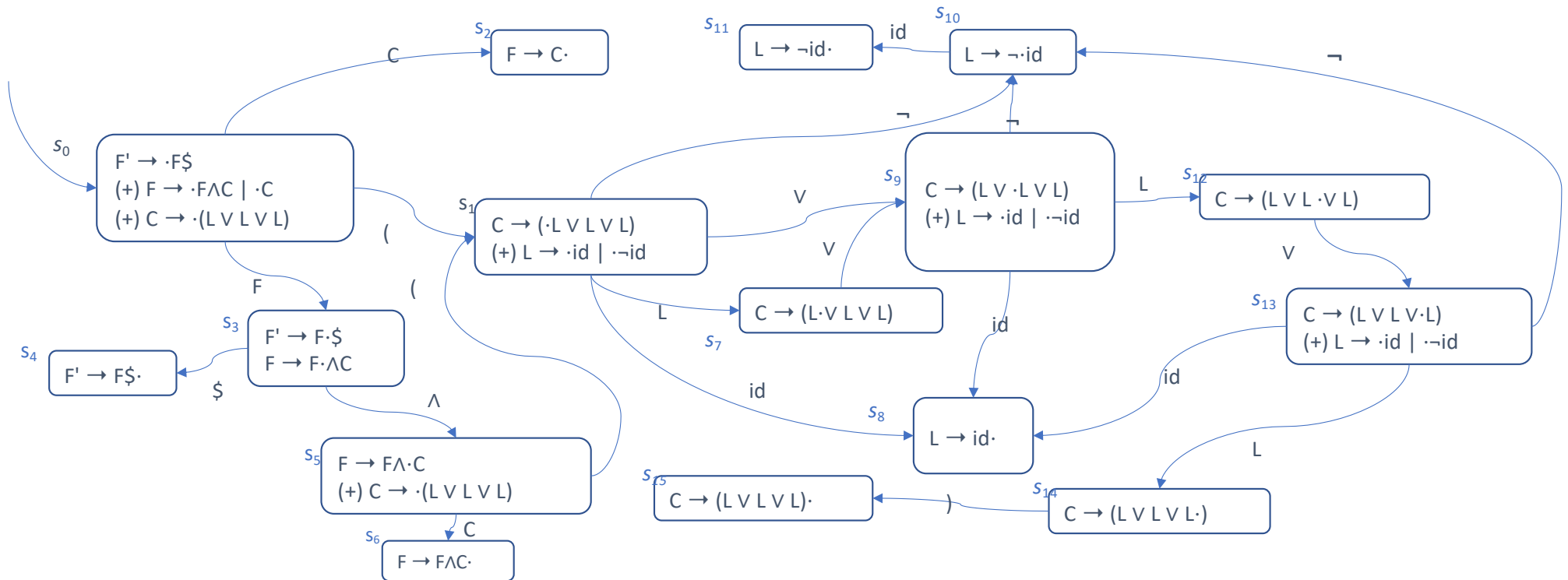

$$\begin{aligned} F' &\rightarrow \cdot F\$ \\ F &\rightarrow \cdot F \wedge C \mid C \\ C &\rightarrow \cdot (L \vee L \vee L) \\ L &\rightarrow \cdot \text{id} \mid \cdot \neg \text{id} \end{aligned}$$

Stato 0:  $F' \rightarrow \cdot FS$

- Bisogna aggiungere la chiusura di F e considerare le due produzioni  
1)  $F \rightarrow \cdot F \wedge C$  e 2)  $F \rightarrow \cdot C$
- La chiusura di 1) non aggiunge altro
- La seconda richiede di aggiungere la chiusura di C e considerare la produzione  
 $C \rightarrow \cdot (L \vee L \vee L)$

# Formule booleane CNF

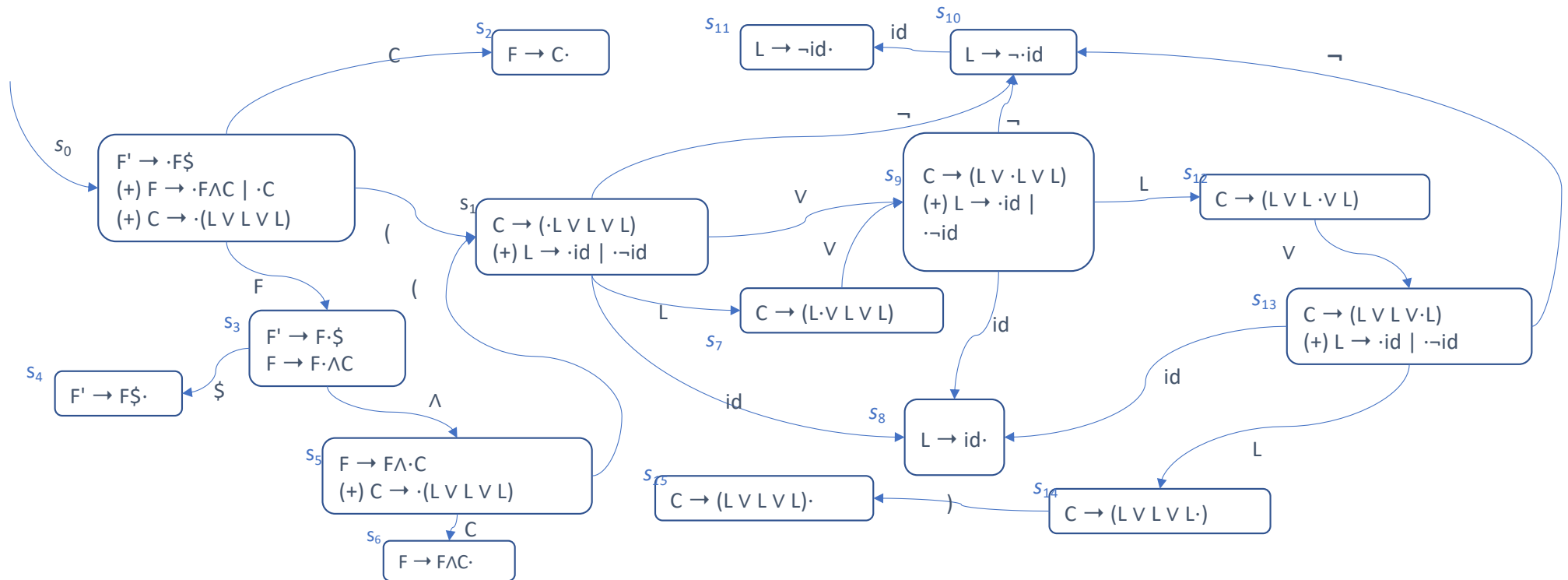
$F' \rightarrow \cdot F\$$   
 $F \rightarrow \cdot F \wedge C \mid \cdot C$   
 $C \rightarrow \cdot (L \vee L \vee L)$   
 $L \rightarrow \cdot id \mid \cdot \neg id$





# Formule booleane CNF

$F' \rightarrow \cdot F\$$   
 $F \rightarrow \cdot F \wedge C \mid \cdot C$   
 $C \rightarrow \cdot (L \vee L \vee L)$   
 $L \rightarrow \cdot id \mid \cdot \neg id$



# Grammatiche ambigue generano conflitti

## Esempio

Considera la nostra grammatica ambigua preferita

$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \text{int}$

Analisi di :  $\text{int} * \text{int} + \text{int}$

Derivazio e 1:

|  $\text{int} * \text{int} + \text{int} \dots$  **shift**

....

$E * E \mid + \text{int}$

$E \mid + \text{int}$

$E + \mid \text{int}$

$E + \text{int} \mid$

$E + E \mid$

$E \mid$

....

**reduce**  $E \rightarrow E * E$

**shift**

**shift**

**reduce**  $E \rightarrow E$

**reduce**  $E \rightarrow E + E$

**FINE**

# Grammatiche ambigue generano conflitti

## Esempio

Considera la nostra grammatica ambigua preferita

$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \text{int}$

Analisi di :  $\text{int} * \text{int} + \text{int}$

Derivazione 2:

|  $\text{int} * \text{int} + \text{int} \dots$  **shift**

....

$E * E \mid + \text{int}$  **shift**

$E * E + \mid \text{int}$

....  
**shift**

$E * E + \text{int} \mid$

**reduce  $E \rightarrow \text{int}$**

$E * E + E \mid$

**reduce  $E \rightarrow E + E$**

$E * E \mid$

**reduce  $E \rightarrow E * E$**

$E \mid$

**FINE**