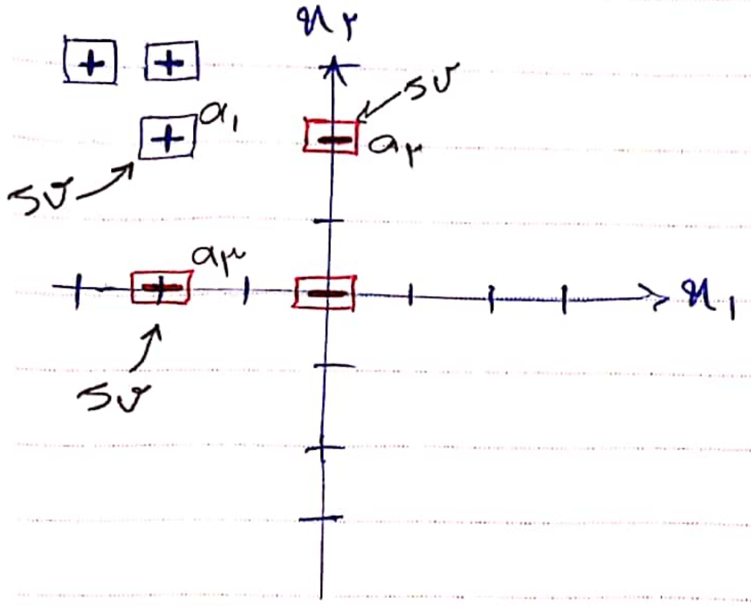
SVM Exam

$\boxed{\text{الف}}$



$$L(a) = -\frac{1}{۲}\sum_i\sum_j a_i a_j x_i \cdot x_j\, y_i y_j + \sum_i a_i$$

$$L(a) = -\frac{1}{۲}\Big(a_1 a_1 \times \overset{+}{\cancel{1}} \times 1 \times [-۲\ \ ۲]\begin{bmatrix}-۲\\ ۲\end{bmatrix}^{\cancel{+۴+۴}\ ۸} + a_1 a_2 \times \overset{-}{\cancel{1}} \times -1 \times [-۲\ \ ۲]\begin{bmatrix}۰\\ ۲\end{bmatrix}^{\cancel{۰+۴}\ ۴} +$$

$$a_1 a_3 \times \overset{-}{\cancel{1}} \times -1 \times [-۲\ \ ۲]\begin{bmatrix}-۲\\ ۰\end{bmatrix}^{\cancel{+۴+۰}\ ۴} +$$

$$a_2 a_1 \times \overset{-}{\cancel{-1}} \times 1 \times [۰\ \ ۲]\begin{bmatrix}-۲\\ ۲\end{bmatrix}^{\cancel{۰+۴}\ ۴} + a_2 a_2 \times \overset{+}{\cancel{-1}} \times -1 \times [۰\ \ ۲]\begin{bmatrix}۰\\ ۲\end{bmatrix}^{\cancel{۰+۴}\ ۴} +$$

$$a_2 a_3 \times \overset{+}{\cancel{-1}} \times -1 \times [۰\ \ ۲]\begin{bmatrix}-۲\\ ۰\end{bmatrix}^{\cancel{۰+۰}\ ۰} +$$

$$a_3 a_1 \times \overset{-}{\cancel{-1}} \times 1 \times [-۲\ \ ۰]\begin{bmatrix}-۲\\ ۲\end{bmatrix}^{\cancel{۴+۰}\ ۴} + a_3 a_2 \times \overset{+}{\cancel{-1}} \times -1 \times [-۲\ \ ۰]\begin{bmatrix}۰\\ ۲\end{bmatrix}^{\cancel{۰+۰}\ ۰} +$$

$$a_3 a_3 \times \overset{+}{\cancel{-1}} \times -1 \times [-۲\ \ ۰]\begin{bmatrix}-۲\\ ۰\end{bmatrix}^{\cancel{۴+۰}\ ۴}\Big) +$$

$$a_1 + a_2 + a_3$$

$$-\frac{1}{2}\left(+\cancel{8a_1^2}-4\cancel{a_1}a_2-4\cancel{a_1}a_3-4\cancel{a_1}a_2+\cancel{4a_2^2}+0-4\cancel{a_1}a_3+0+\right.$$

$$\left.\cancel{4a_3^2}-2a_1-2a_2-2a_3\right)\Rightarrow$$

$\boxed{\mathrm{I}}$

$$-\frac{1}{2}\left(8a_1^2+4a_2^2+4a_3^2-8a_1a_2-8a_1a_3-2a_1-2a_2-2a_3\right)$$

$\boxed{\mathrm{II}}$

Constraint: $\sum_i a_i y_i = 0 \Rightarrow a_1 - a_2 - a_3 = 0 \Rightarrow a_1 = a_2 + a_3$

put II in I :

$$-\frac{1}{2}\left(\cancel{8a_2^2}+\cancel{8a_3^2}+16\cancel{a_2}a_3+\cancel{4a_2^2}+\cancel{4a_3^2}-\cancel{8a_2^2}-8\cancel{a_2}a_3-\cancel{8a_3^2}\right.$$

$$\left.-8\cancel{a_2}a_3-\cancel{2a_2}-\cancel{2a_3}-\cancel{2a_2}-\cancel{2a_3}\right)=4a_2^2+4a_3^2-4a_2-4a_3$$

$\boxed{\mathrm{III}}$

$$\frac{d\,\mathrm{III}}{da_2}=8a_2-4=0\Rightarrow a_2=\boxed{1/2}$$

$$\frac{d\,\mathrm{III}}{da_3}=8a_3-4=0\Rightarrow a_3=\boxed{\frac{1}{2}}$$

$$\xRightarrow{\mathrm{II}} a_1=1/2+1/2=\boxed{1}$$

$$\begin{bmatrix}-2\\2\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}0\\-1\end{bmatrix}$$

$$w=\sum_i a_i x_i y_i \Rightarrow \left(1\times\begin{bmatrix}-2\\2\end{bmatrix}\times+1\right)+\left(1/2\times\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix}\times-1\right)+$$

$$\left(1/2\times\begin{bmatrix}-2\\0\end{bmatrix}\times-1\right)=\boxed{\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}}\Leftarrow w$$

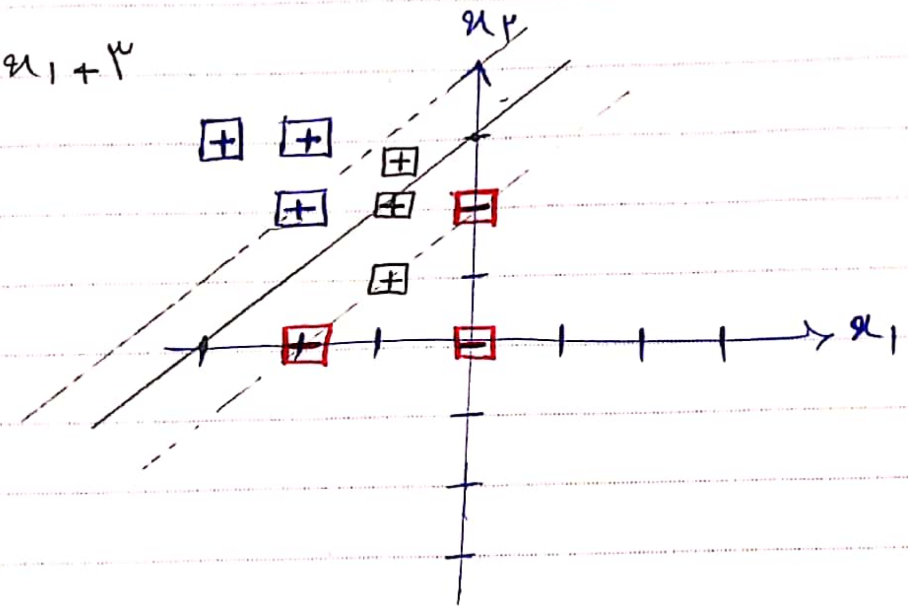
$$\begin{bmatrix}+1\\0\end{bmatrix}$$

$$y_i(w\cdot x_i+b)-1=0 \Rightarrow y_1([-1\ \ 1]\times x_1+b)-1=0 \Rightarrow$$

$$+1\times(\underbrace{[-1\ \ 1]\begin{bmatrix}-۲\\ ۲\end{bmatrix}}_{\cancel{۲+۲}=۴}+b)-1=0 \Rightarrow ۴+b-1=0 \Rightarrow b=\boxed{-۳}$$

$$w_2x_2+w_1x_1+b=0 \Rightarrow x_2=-\frac{w_1}{w_2}x_1-\frac{b}{w_2} \Rightarrow$$

$$x_2=x_1+۳$$



$\boxed{ب}$

$$y_i(w\cdot x_i+b)\geq 1-\varepsilon_i \quad (\varepsilon_i\geq 0) \Rightarrow$$

$$(-1,1):\ +1\times(\underbrace{\overset{w}{[-1\ \ 1]}\overset{x_i}{\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}}}_{\cancel{1+1}\ ۲}+\overset{b}{(-۳)})\geq 1-\varepsilon_i \Rightarrow ۲\leq\varepsilon_i$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{-1}$$

$$(-1,۲):\ +1\times(\underbrace{\overset{w}{[-1\ \ 1]}\overset{x_i}{\begin{bmatrix}-1\\ ۲\end{bmatrix}}}_{\cancel{1+۲}\ ۳}+(-۳))\geq 1-\varepsilon_i \Rightarrow 1\leq\varepsilon_i$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{0}$$

$$(-1, 2.5): \; +1 \times \big(\underbrace{\overset{w}{[-1 \;\; 1]} \begin{bmatrix} -1 \\ 2.5 \end{bmatrix}}_{\cancel{1+2.5}\;\; 3.5} + (-3) \big) \geq 1 - \xi_i \Rightarrow 0.5 \leq \xi_i$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{0.5}$$

با توجه به مقادیر ξ و شرط، خط رسم شده موقعیت نقطه های اضافه شده ببینیم:

از آن جایی که نقطه (۱ و ۱-) به اشتباه دسته بندی شده است مقدار ξ آن باید بزرگتر از یک باشد که در محاسبات همین نتیجه حاصل شده است. ↑

همچنین برای نقطه های (۲ و ۱-) و (۲,۵ و ۱-) مقادیر ξ باید بین صفر و یک باشند، چرا که اولی روی خط جداکننده و دومی بین خط جداکننده و حاشیه خیابان در طرف درست قرار گرفته اند، محاسبات همین نتیجه را نشان می دهد. ↑

$$y_i(w \cdot x_i + b) \overset{?}{\geq} 1$$

$$+1 \times \big(\underbrace{\overset{w}{[-1 \;\; 1]} \overset{x_i}{\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}}}_{\cancel{1+1}\;\; 2 \;\to\; -1} + \overset{b}{(-3)} \big) = -1 < 1 \Rightarrow \alpha_i = C \quad \text{non-margin SV}$$

$$+1 \times \big(\underbrace{[-1 \;\; 1] \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}}_{\cancel{1+2}\;\; 3 \;\to\; 0} + (-3) \big) = 0 < 1 \Rightarrow \alpha_i = C \quad \text{non-margin SV}$$

subject :

Year : Month : Date :

$$+1 \times \left(\underbrace{[-1 \quad 1]\begin{bmatrix}-1 \\ ۲٫۵\end{bmatrix}}_{۰٫۵} + (-۳) \right) = ۰٫۵ < 1 \Rightarrow a_i = C \text{ non-margin SV}$$