

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра МО ЭВМ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №3**  
**по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»**  
**Тема: Расстояние Левенштейна**

Студент гр. 3343	_____	Малиновский А.А.,
Преподаватель	_____	Жангиров Т. Р.

Санкт-Петербург  
2025

**Цель работы.**

Нахождения редакционного предписания алгоритмом Вагнера-Фишера.

**Задание.**

Расстоянием Левенштейна назовём минимальное количество операций вставки одного символа, удаления одного символа и замены одного символа на другой, необходимых для превращения одной строки в другую. Разработайте программу, осуществляющую поиск расстояния Левенштейна между двумя строками.

**Пример:**

Для строк `pedestal` и `stien` расстояние Левенштейна равно 7:

- Сначала нужно совершить четыре операции удаления символа: `pedestal` -> `stal`.
- Затем необходимо заменить два последних символа: `stal` -> `stie`.
- Потом нужно добавить символ в конец строки: `stie` -> `stien`.

**Параметры входных данных:**

Первая строка входных данных содержит строку из строчных латинских букв. ( $SS, 1 \leq |S| \leq 2550, 1 \leq |S| \leq 2550$ ).

Вторая строка входных данных содержит строку из строчных латинских букв. ( $TT, 1 \leq |T| \leq 2550, 1 \leq |T| \leq 2550$ ).

**Параметры выходных данных:**

Одно число  $LL$ , равное расстоянию Левенштейна между строками  $SS$  и  $TT$ .

**Sample Input:**

`pedestal`

`stien`

**Sample Output:**

7

## **Индивидуализация**

### **Вариант 2**

"Особый заменитель и особо удаляемый символ": цена замены на определённый символ отличается от обычной цены замены; цена удаления другого (или того же) определённого символа отличается от обычной цены удаления. Особый заменитель и цена замены на него, особо удаляемый символ и цена его удаления — дополнительные входные данные.

### **Описание алгоритма.**

Алгоритм Вагнера-Фишера — это метод динамического программирования для вычисления расстояния Левенштейна между двумя строками, то есть минимального числа операций вставки, удаления или замены символов, нужных для превращения одной строки в другую. Сначала создаётся матрица размером  $(n+1) \times (m+1)$ , где  $n$  и  $m$  — длины строк. Первая строка заполняется числами от 0 до  $n$  (стоимость удаления символов первой строки), а первый столбец — от 0 до  $m$  (стоимость вставки символов второй строки). Затем для каждой ячейки матрицы вычисляется минимальная стоимость операций: удаление (берётся значение сверху и прибавляется 1), вставка (значение слева плюс 1) или замена (значение по диагонали плюс 1, если символы разные, или без изменений, если они совпадают). Результат — число в правом нижнем углу матрицы, которое и есть расстояние Левенштейна.

Чтобы восстановить последовательность операций, нужно пройти от конца матрицы к началу, выбирая путь с наименьшей стоимостью. Движение вверх означает удаление символа первой строки, влево — вставку символа второй строки, а по диагонали — либо совпадение символов (если они равны), либо замену (если разные).

### **Сложность по времени:**

Требуется заполнить матрицу размером  $n*m$ , где  $n$ -длина первой,  $m$  – длина второй строки. Итого  $O(n*m)$ .

### **Сложность по памяти:**

Если полностью хранить матрицу, то требуется  $O(n*m)$  памяти. Можно улучшить храня только одну строки матрицы, так как нам чтобы заполнить ячейку матрицы требуется смотреть на 3 значения: слева, сверху и по диагонали. Таким образом получаем  $O(m)$ .

### **Описание функций.**

#### **1. print\_dp\_matrix(s1, s2, dp, current\_i, current\_j, cells)**

Выводит матрицу динамического программирования (DP) с подсветкой текущей ячейки или указанных ячеек. Поддерживает цветное выделение для наглядности.

#### **2. visualize\_levenshtein(s1, s2, costs)**

Визуализирует алгоритм Левенштейна, заполняя DP-матрицу с учетом стоимости операций. Пошагово выводит изменения матрицы и логику выбора минимальной стоимости.

#### **3. get\_edit\_sequence(s1, s2, costs, dp)**

Восстанавливает последовательность операций редактирования (вставка, удаление, замена, совпадение) из заполненной DP-матрицы. Возвращает список операций и ячеек пути.

#### **4. print\_operations(operations)**

Выводит последовательность операций редактирования с цветовой подсветкой для разных типов операций (совпадение, замена, вставка, удаление).

#### **5. display\_operation\_steps(s1, s2, operations)**

Отображает последовательность операций в виде таблицы с цветовой разметкой, показывая соответствие символов исходной и целевой строк.

### Тестирование.

№	ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ	ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ	КОММЕНТАРИЙ
1	ab abfagfab	6	Верно
2	hello world	4	Верно
4	pedestal stien	7	Верно
5	connect conehead	4	Верно

Результат работы программы с отладочным выводом (см. рис 1, 2, 3).

```

Enter replace, insert, delete costs with space
1 2 3
Enter special substitute character and its cost (or '-' for none)
a 10
Enter special removable character and its cost (or '-' for none)
b 20
Enter first string bbbeerbbb
Enter second string relax
Initial DP matrix:
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
|   | ε | r | e | l | a | x |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| ε | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| b | 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| b | 40 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| b | 60 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| e | 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| e | 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| r | 18 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| b | 38 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| b | 58 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| b | 78 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
=====

```

Рисунок 1 – Начало вывода, далее каждое изменение ячейки выводится на экран

```
Final DP matrix:
```

		ε	r	e	l	a	x
ε	0	2	4	6	8	10	
b	20	1	3	5	7	9	
b	40	21	2	4	6	8	
b	60	41	22	3	5	7	
e	12	14	41	6	8	6	
e	15	13	14	9	11	9	
r	18	15	14	12	14	12	
b	38	19	16	15	17	15	
b	58	39	20	17	19	18	
b	78	59	40	21	23	20	

Рисунок 3 – Шаги по которым составляется РП

Edit Sequence:

D: Delete b  
D: Delete b  
D: Delete b  
D: Delete e  
D: Delete e  
M: r → r (Match)  
R: b → e (Replace)  
R: b → l (Replace)  
I: Insert a  
R: b → x (Replace)

Operation sequence:

D	D	D	D	D	M	R	R	I	R
b	b	b	e	e	r	b	b		b
					r	e	l	a	x

Рисунок 4 – Итоговое редакционное предписание

## Исследование.

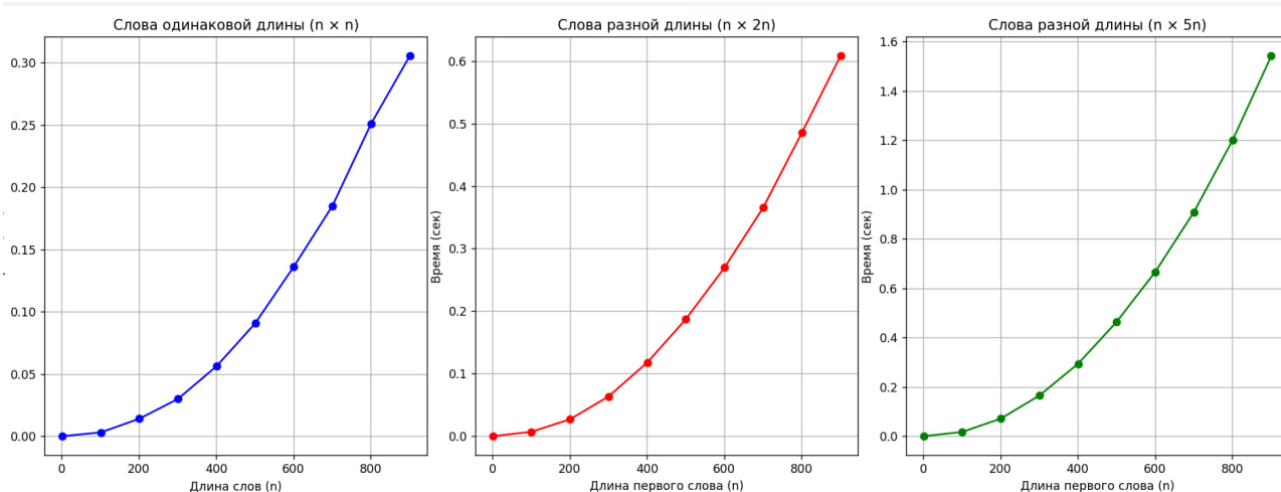


Рисунок 8 – Тестирование алгоритма на разных данных

Как видно практическое время выполнения совпадает с теоретическим.

## Выводы.

Был реализован алгоритм Вагнера-Фишера для вычисления редакционного предписания, определяя минимальное количество операций (вставки, удаления, замены) для преобразования одной строки в другую. Алгоритм эффективно решает задачи сравнения строк, исправления опечаток и других приложений, связанных с обработкой текста.



## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Название файла: visualization.py

```
def print_dp_matrix(s1, s2, dp, current_i=None, current_j=None,
cells=None):
    n = len(s1)
    m = len(s2)

    # Determine the maximum width needed for any cell
    max_val = max(max(row) for row in dp)
    cell_width = max(3, len(str(max_val)) + 2) # At least 3 for
single digits + padding

    # Column headers (s2 characters)
    header = [" "] + ["ε"] + list(s2)

    # Print top border
    print("+" + ("-" * (cell_width + 2) + "+") * (m + 2))

    # Print header row
    header_row = "|"
    for h in header:
        header_row += f" {h:^{cell_width}} |"
    print(header_row)

    # Print separator after header
    print("+" + ("-" * (cell_width + 2) + "+") * (m + 2))

    for i in range(n + 1):
        # Row header (s1 characters)
        row_header = "ε" if i == 0 else s1[i - 1]
        row = [f" {row_header:^{cell_width}} |"]

        for j in range(m + 1):
            cell = dp[i][j]
            # Highlight current cell if specified
            if cells and (i, j) in cells:
```

```

        cell_str = f"\033[91m{cell:^{cell_width}}\033[0m" #
Red highlight
        elif current_i == i and current_j == j:
            cell_str = f"\033[91m{cell:^{cell_width}}\033[0m" #
Red highlight
        else:
            cell_str = f"{cell:^{cell_width}}"
            row.append(f" {cell_str} |")

    # Print row with borders
    print("|" + "".join(row))
    # Print separator after each row
    print("+" + ("-" * (cell_width + 2) + "+") * (m + 2))

def visualize_levenshtein(s1, s2, costs):
    n = len(s1)
    m = len(s2)
    dp = [[0 for _ in range(m + 1)] for _ in range(n + 1)]

    # Initialize first row and column
    for i in range(n + 1):
        if (costs["special_delete"]["char"] is not None and
            i > 0 and s1[i - 1] ==
costs["special_delete"]["char"]):
            dp[i][0] = dp[i - 1][0] + costs["special_delete"]["cost"]
        else:
            dp[i][0] = i * costs["delete"]

    for j in range(m + 1):
        dp[0][j] = j * costs["insert"]

    print("Initial DP matrix:")
    print_dp_matrix(s1, s2, dp)
    print("\n" + "=" * 50 + "\n")

    for i in range(1, n + 1):
        for j in range(1, m + 1):

```

```

        print(f"Processing cell ({i}, {j}):")
        if s1[i - 1] == s2[j - 1]:
            dp[i][j] = dp[i - 1][j - 1]
            print(f"    Characters match: '{s1[i - 1]}' == '{s2[j - 1]}'")

            print(f"    dp[{i}][{j}] = dp[{i - 1}][{j - 1}] = {dp[i][j]}")
        else:
            # Check for special substitution
            if (costs["special_replace"]["char"] is not None and
                s2[j - 1] ==
costs["special_replace"]["char"]):
                replace_cost = dp[i - 1][j - 1] +
costs["special_replace"]["cost"]
                print(f"    Special replace with
'{costs['special_replace']['char']}' cost: {replace_cost}")
            else:
                replace_cost = dp[i - 1][j - 1] +
costs["replace"]

                print(f"    Normal replace cost: {replace_cost}")

            insert_cost = dp[i][j - 1] + costs["insert"]
            print(f"    Insert cost: {insert_cost}")

            # Check for special deletion
            if (costs["special_delete"]["char"] is not None and
                s1[i - 1] ==
costs["special_delete"]["char"]):
                delete_cost = dp[i - 1][j] +
costs["special_delete"]["cost"]
                print(f"    Special delete of
'{costs['special_delete']['char']}' cost: {delete_cost}")
            else:
                delete_cost = dp[i - 1][j] + costs["delete"]
                print(f"    Normal delete cost: {delete_cost}")

            dp[i][j] = min(replace_cost, insert_cost,
delete_cost)

```

```

        print(f"    Selected min cost: {dp[i][j]}")

    print("\nCurrent DP matrix:")
    print_dp_matrix(s1, s2, dp, i, j)
    print("\n" + "-" * 50 + "\n")

    return dp

def get_edit_sequence(s1, s2, costs, dp):
    i = len(s1)
    j = len(s2)
    operations = []
    path_cells = [(i, j)]
    while i > 0 or j > 0:
        if i > 0 and j > 0 and s1[i - 1] == s2[j - 1]:
            operations.append(('M', s1[i - 1], s2[j - 1]))
            i -= 1
            j -= 1
        else:
            if j > 0 and (i == 0 or dp[i][j] == dp[i][j - 1] +
costs["insert"]):
                operations.append(('I', '', s2[j - 1]))
                j -= 1
            elif i > 0 and (j == 0 or dp[i][j] == dp[i - 1][j] + (
                costs["special_delete"]["cost"] if (
                    costs["special_delete"]["char"] is not
None and
                    s1[i - 1] ==
costs["special_delete"]["char"]
                ) else costs["delete"]
            )):
                operations.append(('D', s1[i - 1], ''))
                i -= 1
            elif i > 0 and j > 0 and dp[i][j] == dp[i - 1][j - 1] +
(
                costs["special_replace"]["cost"] if (

```

```

costs["special_replace"]["char"] is not
None and

s2[j - 1] ==
costs["special_replace"]["char"]
) else costs["replace"]
):
    operations.append(('R', s1[i - 1], s2[j - 1]))
    i -= 1
    j -= 1
    path_cells.append((i, j))

operations.reverse()
return operations, path_cells

def print_operations(operations):
    print("\nEdit Sequence:")
    color_codes = {
        'M': '\033[92m', # Green
        'R': '\033[91m', # Red
        'I': '\033[94m', # Blue
        'D': '\033[93m', # Yellow
    }
    reset_color = '\033[0m'

    for op in operations:
        color = color_codes[op[0]]
        if op[0] == 'M':
            print(f"{color}{op[0]}:      {op[1]}      →      {op[2]}")
(Match){reset_color}")
        elif op[0] == 'R':
            print(f"{color}{op[0]}:      {op[1]}      →      {op[2]}")
(Replace){reset_color}")
        elif op[0] == 'I':
            print(f"{color}{op[0]}: Insert {op[2]}{reset_color}")
        elif op[0] == 'D':
            print(f"{color}{op[0]}: Delete {op[1]}{reset_color}")

```

```

def display_operation_steps(s1, s2, operations):
    # Color codes
    colors = {
        'M': '\033[92m', # Green
        'R': '\033[91m', # Red
        'I': '\033[94m', # Blue
        'D': '\033[93m', # Yellow
    }
    reset = '\033[0m'

    # Prepare rows with colors
    op_row = "|" + "|".join(f" {colors[op[0]]}{op[0]}{reset} " for
op in operations) + "|"
    s1_row = "|" + "|".join(f" {op[1] if op[1] else ' '} " for op in
operations) + "|"
    s2_row = "|" + "|".join(f" {op[2] if op[2] else ' '} " for op in
operations) + "|"

    # Print the table
    print("\nOperation sequence:")
    separator = "-" * len(op_row)
    print(separator)
    print(op_row)
    print(separator)
    print(s1_row)
    print(separator)
    print(s2_row)
    print(separator)

```

**Название файла: levenstein.py**

```

def lev_distance(i, j, s1, s2, matrix):
    if i == 0 and j == 0:
        return 0
    elif j == 0 and i > 0:
        return i
    elif i == 0 and j > 0:
        return j

```

```

        else:
            m = 0 if s1[i - 1] == s2[j - 1] else 1
            return min(matrix[i][j - 1] + 1, matrix[i - 1][j] + 1,
matrix[i - 1][j - 1] + m)

```

```

def calculate_levenshtein_distance(s1, s2):
    n = len(s1)
    m = len(s2)
    matrix = [[0 for i in range(m + 1)] for j in range(n + 1)]
    for i in range(n + 1):
        for j in range(m + 1):
            matrix[i][j] = lev_distance(i, j, s1, s2, matrix)
    return matrix[n][m]

```

```

if __name__ == "__main__":
    s1 = input()
    s2 = input()
    print(calculate_levenshtein_distance(s1, s2))

```

**Название файла:** optimized\_levenstein.py

```

def calculate_levenshtein_distance_optimized(s1, s2):
    n = len(s1)
    m = len(s2)

    if n == 0:
        return m
    if m == 0:
        return n

    prev_row = [0] * (m + 1)
    curr_row = [0] * (m + 1)

    for j in range(m + 1):
        prev_row[j] = j

    for i in range(1, n + 1):
        curr_row[0] = i

```

```

    for j in range(1, m + 1):
        cost = 0 if s1[i - 1] == s2[j - 1] else 1
        curr_row[j] = min(
            curr_row[j - 1] + 1,  # Вставка
            prev_row[j] + 1,      # Удаление
            prev_row[j - 1] + cost # Замена
        )

    # Обмениваем строки для следующей итерации
    prev_row, curr_row = curr_row, prev_row
    return prev_row[m]

if __name__ == "__main__":
    s1 = input()
    s2 = input()
    print(calculate_levenshtein_distance_optimized(s1, s2))

```