

**МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра МО ЭВМ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №4**  
**по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»**  
**Тема: Кнут-Моррис-Пратт**

Студент гр. 3343

\_\_\_\_\_

Малиновский А.А.,

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Жангиров Т. Р.

Санкт-Петербург

2025

### Цель работы.

Изучить принцип работы алгоритма Кнута-Морриса\_Пратта. Написать функцию, вычисляющую для каждого элемента строки максимальное значение длины префикса и с помощью данной функции решить поставленные задачи. А именно написать программу, осуществляющую поиск вхождений подстроки в строку, а также программу, определяющую, являются ли строки циклическим сдвигом друг друга, найти индекс начала вхождения второй строки в первую.

### Задание №1.

Реализуйте алгоритм КМП и с его помощью для заданных шаблона  $P$  ( $|P| \leq 15000$ ) и текста  $T$  ( $|T| \leq 5000000$ ) найдите все вхождения  $P$  в  $T$ .

Вход:

Первая строка -  $P$

Вторая строка -  $T$

Выход:

индексы начал вхождений  $P$  в  $T$ , разделенных запятой, если  $P$  не входит в  $T$ , то вывести  $-1$

---

#### Sample Input:

ab

abab

---

#### Sample Output:

0,2

### Задание №2.

Заданы две строки  $A$  ( $|A| \leq 5000000$ ) и  $B$  ( $|B| \leq 5000000$ ).

Определить, является ли  $A$  циклическим сдвигом  $B$  (это значит, что  $A$  и  $B$  имеют одинаковую длину и  $A$  состоит из суффикса  $B$ , склеенного с

префиксом  $B$ ). Например, defabc является циклическим сдвигом abcdef.

Вход:

Первая строка -  $A$

Вторая строка -  $B$

Выход:

Если  $A$  является циклическим сдвигом  $B$ , индекс начала строки  $B$  в  $A$ , иначе вывести  $-1$ . Если возможно несколько сдвигов вывести первый индекс.

---

**Sample Input:**

defabc

abcdef

---

**Sample Output:**

3

**Описание алгоритмов.**

Описание алгоритма.

**Префикс-функция:**

Алгоритм начинается с инициализации трех переменных:

- пустой список `prefixes`, заполненный нулями длиной строки, для которой нужно найти префикс функцию.

- $i$  – индекс, для прохождения по строке

- $j$  – переменная, хранящая в себе текущую длину совпадений суффикса с префиксом.

Далее, пока не достигнут конец строки, проверяем максимальное число совпадений символов, попутно увеличивая счетчики  $i, j$ . Как только мы нашли первые неравные символы, появляется два исхода: 1) совпадений не было, т. е. Можем просто продолжить перебор, оставив текущий префикс нулевым. 2) Совпадения были и нам требуется вернуть значение  $j$  на `prefixes[j-1]`. Откат на `prefixes[j-1]` символов позволяет нам эффективно продолжать поиск с

максимально возможной позиции в подстроке, не повторяя уже выполненных проверок.

Таким образом, формируется список, состоящих из максимальных длин префиксов. Далее данный список `prefixes` возвращается.

### **Алгоритм Кнута-Морриса-Пратта:**

Принцип работы алгоритма КМП основан на использовании префикс-функции. При сравнении подстроки с символами строки алгоритм не перескакивает через уже проверенные символы, а использует префикс-функцию, чтобы сдвигаться вправо с наибольшей возможной позиции.

Алгоритм состоит из двух шагов:

Построение префикс-функции для подстроки.

Поиск всех вхождений подстроки в строку с использованием префикс-функции.

Шаг 1. Описан в разделе Префикс-функция

Шаг 2. Далее для поиска всех вхождений подстроки в строку мы идем по строке и подстроке одновременно, сравнивая символы на каждой позиции. Если символы совпадают, мы переходим к следующей позиции. Если символы не совпадают, мы используем префикс-функцию, чтобы определить, на какую позицию нужно сдвинуть подстроку вправо для продолжения сравнения с символами строки без потери информации о возможных совпадениях. Мы сдвигаем подстроку на значение `prefixes[j-1]`, где `j` - позиция, на которой произошло несовпадение.

Алгоритм продолжает сравнение символов до тех пор, пока не найдет все вхождения подстроки в строку. Если мы достигаем конца строки, но не нашли вхождений, то возвращается пустой массив, затем выводится -1.

### **Оценка сложности алгоритма по памяти и операциям.**

1. Сложность алгоритма поиска подстроки.

Сложность по времени линейная  $O(n+m)$ , где  $m$  – длина подстроки,  $n$  – длина строки. Так как за  $O(m)$  осуществляется построение префикс-функции, а также за  $O(n)$  осуществляется проход по строке, чтобы найти индексы вхождения.

Сложность по памяти  $O(m)$ , так как нужно хранить вектор префиксов данной длины.

2. Сложность алгоритма поиска циклического сдвига. Сложность по времени  $O(m+2n)$ , где  $n$  – длина строки. Так как за  $O(m)$  осуществится построение префикс функции, а за  $O(2n)$  дважды будет осуществлен проход строки.

Сложность по памяти  $O(m)$ .

### **Описание функций.**

В процессе выполнения работы были написаны следующие функции:

```
std::vector<int> prefixFunction(const std::string&
pattern)
```

Функция, принимающая на вход строку и вычисляющая значения максимальных длин префиксов для каждого элемента. Результат записывает в контейнер `std::vector` и возвращает его.

```
std::vector<int> kmp(const std::string& pattern, const
std::string& text)
```

Функция, принимающая на вход подстроку `pattern`, вхождение которой будем искать в строке `text`. Возвращается строка, содержащая информацию об индексах начала вхождений подстроки в строку.

```
int findCyclicShift(const string& pattern, const
string& text)
```

Функция, принимающая на вход две строки, первым аргументом принимается та строка, в которой будет осуществляться поиск сдвига, а вторым та, которую будем искать. Возвращает индекс начала вхождения второй строки в первую.

Также были созданы файлы для измерения времени выполнения КМП с различными входными данными, реализован алгоритм наивного поиска для сравнения и программа на python, создающая графики из выборки.

`void printPrefix (std::vector<int> const& prefix).` Функция, принимающая на вход вектор и выводящая элементы вектора в консоль.

## Тестирование.

Проведем тестирование.

№ п/п	Входные данные	Выходные данные	Комментарии
1.	ab avdabhjab	Результат: 3, 7	Тест к первому заданию. Верно найдены индексы вхождения подстроки в строку.
2.	abc avdabhjab	Результат: -1	Тест ко первому заданию, когда нет ни одного вхождения подстроки в строку. Результатом в данном случае будет -1.
3.	ababab bababa	Результат: 1	Тест ко второму заданию. Верно определен индекс первого вхождения циклического сдвига (тут их несколько).
4.	abcdef abcdef	Результат: -1	Тест к второму заданию. Верно определено то, что нет циклического сдвига, результат = -1.
5.	abcdefabccaab	0 0 0 0 0 1 2 3 0 1 1 2	Протестирована функция <code>prefixFunction()</code> , верно вычислен результат.

Результат работы программы с отладочным выводом для первого задания (см. рис 1, 2, 3).

```
Введите паттерн: abbab
Введите текст: abaaba
Вычисление префикс-функции для паттерна: abbab

Итерация 1:
i = 1, j = 0
Сравниваем символы: pattern[1] = b и pattern[0] = a
Устанавливаем prefixes[1] = 0
Текущий массив prefixes: 0 0

Итерация 2:
i = 2, j = 0
Сравниваем символы: pattern[2] = b и pattern[0] = a
Устанавливаем prefixes[2] = 0
Текущий массив prefixes: 0 0 0

Итерация 3:
i = 3, j = 0
Сравниваем символы: pattern[3] = a и pattern[0] = a
Символы совпали: pattern[3] = a == pattern[0] = a
Увеличиваем j до 1
Устанавливаем prefixes[3] = 1
Текущий массив prefixes: 0 0 0 1

Итерация 4:
i = 4, j = 1
Сравниваем символы: pattern[4] = b и pattern[1] = b
Символы совпали: pattern[4] = b == pattern[1] = b
Увеличиваем j до 2
Устанавливаем prefixes[4] = 2
Текущий массив prefixes: 0 0 0 1 2

Итоговый массив префикс-функции: 0 0 0 1 2
```

Рисунок 1 – вычисление префикс функции

Поиск вхождений паттерна "abbab" в тексте "abaaba":

Итерация 0:

$i = 0, j = 0$

Сравниваем символы:  $\text{text}[0] = a$  и  $\text{pattern}[0] = a$

Символы совпали:  $\text{text}[0] = a == \text{pattern}[0] = a$

Увеличиваем  $j$  до 1

Текущий массив result:

Итерация 1:

$i = 1, j = 1$

Сравниваем символы:  $\text{text}[1] = b$  и  $\text{pattern}[1] = b$

Символы совпали:  $\text{text}[1] = b == \text{pattern}[1] = b$

Увеличиваем  $j$  до 2

Текущий массив result:

Итерация 2:

$i = 2, j = 2$

Сравниваем символы:  $\text{text}[2] = a$  и  $\text{pattern}[2] = b$

Символы не совпали:  $\text{text}[2] = a \neq \text{pattern}[2] = b$

Обновляем  $j$  с 2 на 0

Новое значение  $j = 0$

Символы совпали:  $\text{text}[2] = a == \text{pattern}[0] = a$

Увеличиваем  $j$  до 1

Текущий массив result:

Итерация 3:

$i = 3, j = 1$

Сравниваем символы:  $\text{text}[3] = a$  и  $\text{pattern}[1] = b$

Символы не совпали:  $\text{text}[3] = a \neq \text{pattern}[1] = b$

Обновляем  $j$  с 1 на 0

Новое значение  $j = 0$

Символы совпали:  $\text{text}[3] = a == \text{pattern}[0] = a$

Увеличиваем  $j$  до 1

Текущий массив result:

Рисунок 2 – вывод КМР

Итерация 4:

$i = 4, j = 1$

Сравниваем символы:  $\text{text}[4] = b$  и  $\text{pattern}[1] = b$

Символы совпали:  $\text{text}[4] = b == \text{pattern}[1] = b$

Увеличиваем  $j$  до 2

Текущий массив result:

Итерация 5:

$i = 5, j = 2$

Сравниваем символы:  $\text{text}[5] = a$  и  $\text{pattern}[2] = b$

Символы не совпали:  $\text{text}[5] = a \neq \text{pattern}[2] = b$

Обновляем  $j$  с 2 на 0

Новое значение  $j = 0$

Символы совпали:  $\text{text}[5] = a == \text{pattern}[0] = a$

Увеличиваем  $j$  до 1

Текущий массив result:

Итоговый массив индексов вхождений:

Вхождений не найдено. Результат: -1

Рисунок 3 – вывод КМР



## Исследование.

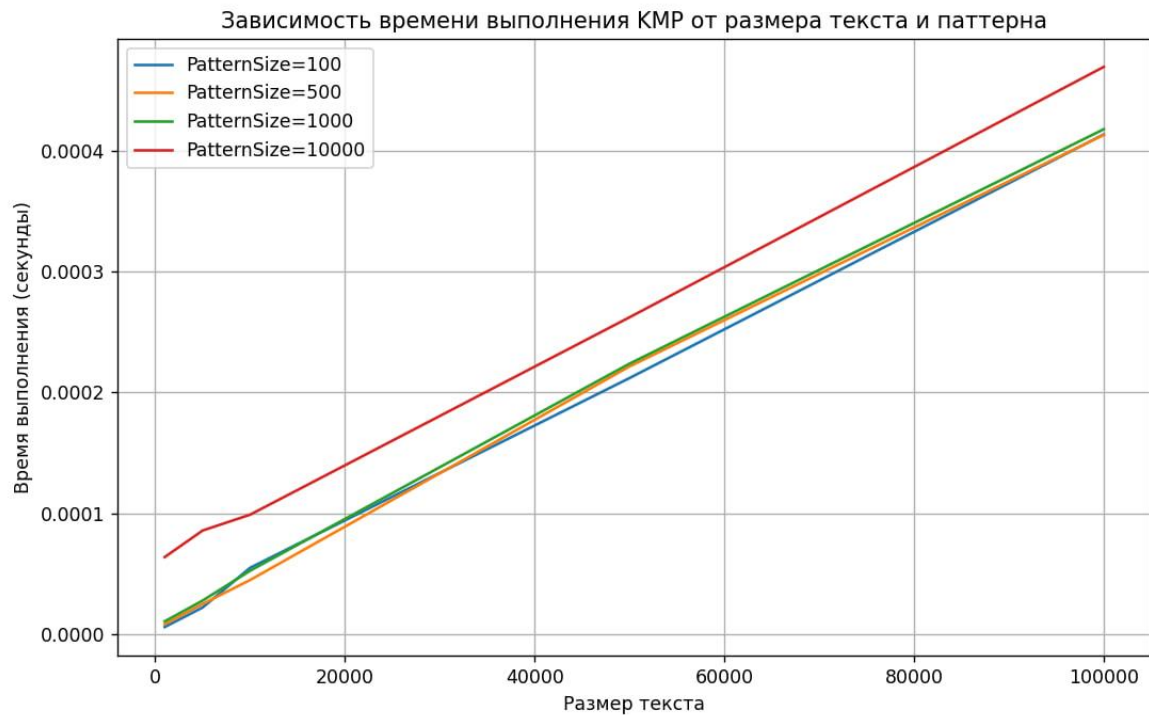


Рисунок 4 – Тестирование КМП

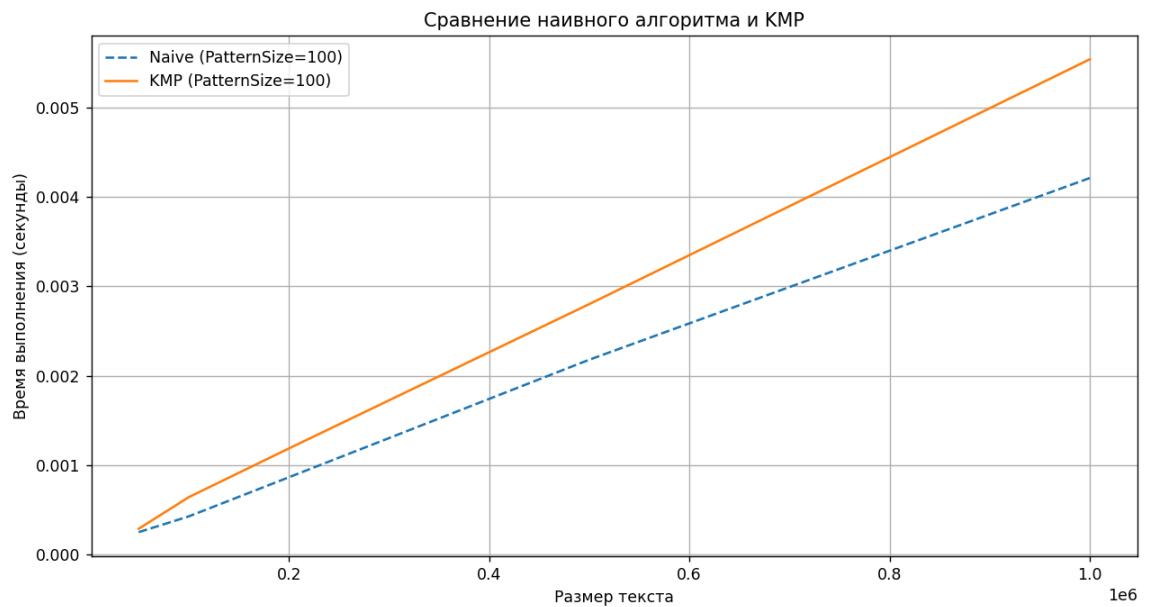


Рисунок 5 – Сравнение КМП и прямого обхода

Можно сделать вывод, что КМП выполняется быстрее, чем наивный алгоритм, показатели могут быть лучше на выборках, которые содержат много последовательностей символов входящих в подстроку.

### **Выводы.**

Изучен принцип работы алгоритма Кнута-Морриса-Пратта. Написаны программы, корректно решающие поставленные задачи с помощью функции вычисления максимальной длины префикса для каждого символа.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Название файла: kmp.cpp

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <string>
#include <windows.h>

#define RESET "\x1B[0m"
#define GREEN(text) "\x1B[32m" << text << RESET
#define RED(text) "\x1B[31m" << text << RESET
#define BLUE(text) "\x1B[34m" << text << RESET
#define YELLOW(text) "\x1B[33m" << text << RESET
#define MAGENTA(text) "\x1B[35m" << text << RESET
#define CYAN(text) "\x1B[36m" << text << RESET

// Функция для вычисления префикс-функции
std::vector<int> prefixFunction(const std::string& pattern) {
    int n = pattern.length();
    std::vector<int> prefixes(n, 0);
    int j = 0;

    std::cout << MAGENTA("Вычисление префикс-функции для паттерна: ")
    << pattern << std::endl;

    for (int i = 1; i < n; ++i) {
        std::cout << GREEN("\nИтерация ") << i << ":" << std::endl;
        std::cout << "    i = " << i << ", j = " << j << std::endl;
        std::cout << "    Сравниваем символы: pattern[" << i << "] = "
    << pattern[i]
        << " и pattern[" << j << "] = " << pattern[j] <<
    std::endl;

        while (j > 0 && pattern[i] != pattern[j]) {
            std::cout << "        Символы не совпали: pattern[" << i <<
    "]" << pattern[i]
            << " != pattern[" << j << "] = " << pattern[j]
    << std::endl;
            std::cout << "        Обновляем j с " << j << " на " <<
    prefixes[j - 1] << std::endl;
            j = prefixes[j - 1];
            std::cout << "        Новое значение j = " << j << std::endl;
        }

        if (pattern[i] == pattern[j]) {
            std::cout << "        Символы совпали: pattern[" << i << "]
    = " << pattern[i]
            << " == pattern[" << j << "] = " << pattern[j]
    << std::endl;
            j++;
            std::cout << "        Увеличиваем j до " << j << std::endl;
        }
    }
}
```

```

        prefixes[i] = j;
        std::cout << "    Устанавливаем prefixes[" << i << "] = " <<
prefixes[i] << std::endl;

        // Выводим текущее состояние массива prefixes
        std::cout << "    Текущий массив prefixes: ";
        for (int k = 0; k <= i; ++k) {
            std::cout << prefixes[k] << " ";
        }
        std::cout << std::endl;
    }

    std::cout << "\nИтоговый массив префикс-функции: ";
    for (int val : prefixes) {
        std::cout << val << " ";
    }
    std::cout << std::endl;

    return prefixes;
}

// Функция для поиска всех вхождений pattern в text
std::vector<int> kmp(const std::string& pattern, const std::string&
text) {
    int patternLen = pattern.length();
    int textLen = text.length();
    std::vector<int> prefixes = prefixFunction(pattern);
    std::vector<int> result;
    int j = 0;

    std::cout << MAGENTA("\nПоиск вхождений паттерна \"" << pattern
<< "\" в тексте \"" << text << "\"") << std::endl;

    for (int i = 0; i < textLen; ++i) {
        std::cout << GREEN("\nИтерация " << i << ":") << std::endl;
        std::cout << "    i = " << i << ", j = " << j << std::endl;
        std::cout << "    Сравниваем символы: text[" << i << "] = " <<
text[i]
            << " и pattern[" << j << "] = " << pattern[j] <<
std::endl;

        while (j > 0 && text[i] != pattern[j]) {
            std::cout << "        Символы не совпали: text[" << i << "]
= " << text[i]
            << " != pattern[" << j << "] = " << pattern[j]
<< std::endl;
            std::cout << "        Обновляем j с " << j << " на " <<
prefixes[j - 1] << std::endl;
            j = prefixes[j - 1];
            std::cout << "        Новое значение j = " << j << std::endl;
        }

        if (text[i] == pattern[j]) {
            std::cout << "        Символы совпали: text[" << i << "] = "
<< text[i]
            << " == pattern[" << j << "] = " << pattern[j]
<< std::endl;

```

```

        j++;
        std::cout << "    Увеличиваем j до " << j << std::endl;
    }

    if (j == patternLen) {
        std::cout << "    Найдено вхождение паттерна на позиции
" << (i - j + 1) << std::endl;
        result.push_back(i - j + 1); // Сохраняем индекс начала
вхождения
        std::cout << "    Обновляем j с " << j << " на " <<
prefixes[j - 1] << std::endl;
        j = prefixes[j - 1]; // Восстанавливаем индекс паттерна
        std::cout << "    Новое значение j = " << j << std::endl;
    }

    // Выводим текущее состояние массива result
    std::cout << " Текущий массив result: ";
    for (int val : result) {
        std::cout << val << " ";
    }
    std::cout << std::endl;
}

std::cout << "\nИТОГОВЫЙ массив индексов вхождений: ";
for (int val : result) {
    std::cout << val << " ";
}
std::cout << std::endl;

return result;
}

int main() {
    SetConsoleOutputCP(CP_UTF8);
    SetConsoleCP(CP_UTF8);

    std::string pattern, text;
    std::cout << "Введите паттерн: ";
    std::cin >> pattern;
    std::cout << "Введите текст: ";
    std::cin >> text;

    std::vector<int> answer = kmp(pattern, text);

    if (answer.empty()) {
        std::cout << "Вхождений не найдено. Результат: -1" <<
std::endl;
    } else {
        std::cout << "Результат: ";
        for (size_t i = 0; i < answer.size(); ++i) {
            if (i > 0) {
                std::cout << ",";
            }
            std::cout << answer[i];
        }
        std::cout << std::endl;
    }
}

```

```

        return 0;
    }
}

```

### Название файла: cycle.cpp

```

#include <iostream>
#include <vector>
#include <string>
#include <windows.h>

using namespace std;

// Функция для вычисления префикс-функции
vector<int> prefixFunction(const string& pattern) {
    int n = pattern.length();
    vector<int> prefixes(n, 0);
    int j = 0;

    cout << "Вычисление префикс-функции для паттерна: " << pattern
    << endl;

    for (int i = 1; i < n; ++i) {
        cout << "\nИтерация " << i << ":" << endl;
        cout << "    Сравниваем символы: pattern[" << i << "] = " <<
pattern[i]
        << " и pattern[" << j << "] = " << pattern[j] << endl;

        while (j > 0 && pattern[i] != pattern[j]) {
            cout << "        Символы не совпали. Обновляем j с " << j <<
" на " << prefixes[j - 1] << endl;
            j = prefixes[j - 1];
        }

        if (pattern[i] == pattern[j]) {
            cout << "        Символы совпали. Увеличиваем j с " << j <<
" на " << j + 1 << endl;
            ++j;
        }

        prefixes[i] = j;
        cout << "    Устанавливаем prefixes[" << i << "] = " <<
prefixes[i] << endl;

        // Выводим текущее состояние массива prefixes
        cout << "    Текущий массив prefixes: ";
        for (int k = 0; k <= i; ++k) {
            cout << prefixes[k] << " ";
        }
        cout << endl;
    }

    cout << "\nИтоговый массив префикс-функции: ";
    for (int val : prefixes) {
        cout << val << " ";
    }
    cout << endl;
}

```

```

        return prefixes;
    }

    // Функция для поиска циклического сдвига
    int findCyclicShift(const string& pattern, const string& text) {
        int patternLen = pattern.length();
        int textLen = text.length();
        vector<int> prefixes = prefixFunction(pattern);
        int j = 0;

        cout << "\nПоиск циклического сдвига для паттерна: " << pattern
        << " в тексте: " << text << endl;

        for (int i = 0; i < 2 * textLen; ++i) {
            int idx = i % textLen; // Используем индекс по модулю длины
строки
            cout << "\nИтерация " << i << ":" << endl;
            cout << "    Индекс в тексте: " << idx << ", символ: " <<
text[idx] << endl;
            cout << "    Текущее значение j: " << j << endl;

            while (j > 0 && text[idx] != pattern[j]) {
                cout << "        Символы не совпали: text[" << idx << "] = "
        << text[idx]
                << " != pattern[" << j << "] = " << pattern[j] <<
endl;
                cout << "        Обновляем j с " << j << " на " << prefixes[j
- 1] << endl;
                j = prefixes[j - 1];
                cout << "        Новое значение j: " << j << endl;
            }

            if (text[idx] == pattern[j]) {
                cout << "        Символы совпали: text[" << idx << "] = " <<
text[idx]
                << " == pattern[" << j << "] = " << pattern[j] <<
endl;
                ++j;
                cout << "        Увеличиваем j до " << j << endl;
            }

            if (j == patternLen) {
                cout << "        Найдено полное совпадение! Индекс начала
сдвига: " << (i - j + 1) << endl;
                return i - j + 1;
            }
        }

        cout << "        Совпадение не найдено." << endl;
        return -1;
    }

    int main() {
        SetConsoleOutputCP(CP_UTF8);
        SetConsoleCP(CP_UTF8);

        string text, pattern;
    
```

```

        cout << "Введите текст: ";
        cin >> text;
        cout << "Введите паттерн: ";
        cin >> pattern;

        if (text.length() != pattern.length()) {
            cout << "Длины текста и паттерна не совпадают. Результат: -
1" << endl;
        } else {
            int result = findCyclicShift(pattern, text);
            cout << "Результат: " << result << endl;
        }

        return 0;
    }

```