

第3章

图像增强

第一讲

图像增强是数字图像处理的基本内容之一。

图像增强是指按特定的需要突出一幅图像中的某些信息，同时，削弱或去除某些不需要的信息的处理方法。其主要目的是使处理后的图像对某种特定的应用来说，比原始图像更适用。



因此，这类处理是为了某种应用目的而去改善图像质量的。处理的结果使图像更适合于人的视觉特性或机器的识别系统。



应该明确的是增强处理并不能增强原始图像的信息，其结果只能增强对某种信息的辨别能力，而这种处理有可能损失一些其他信息。



- 图像增强技术主要包括:

- 直方图修改处理

- 图像平滑化处理

- 图像尖锐化处理

- 彩色处理技术



在实用中可以采用单一方法处理，也可以采用几种方法联合处理，以便达到预期的增强效果。



图像增强技术基本上可分成两大类：

- 频域处理法

- 空域处理法



频域处理法的基础是卷积定理。它采用修改图像傅里叶变换的方法实现对图像的增强处理。

由卷积定理可知，如果原始图像是 $f(x,y)$ ，处理后的图像是 $g(x,y)$ ，而 $h(x,y)$ 是处理系统的冲激响应，那么，处理过程可由下式表示

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) \quad (3-1)$$

其中 $*$ 代表卷积。



如果 $G(u,v)$, $F(u,v)$, $H(u,v)$ 分别是 $g(x,y)$ 、 $f(x,y)$ 、 $h(x,y)$ 的傅立叶变换, 那么, 上面的卷积关系可表示为变换域的乘积关系, 即

$$G(u, v) = H(u, v) \cdot F(u, v) \quad (3-2)$$

式中, $H(u,v)$ 为传递函数。



在增强问题中， $f(x,y)$ 是给定的原始数据，经傅立叶变换可得到 $F(u,v)$ 。选择合适的 $H(u,v)$ ，使得由式

$$g(x, y) = \mathcal{F}^{-1}[H(u, v) \cdot F(u, v)]$$

得到的 $g(x,y)$ 比 $f(x,y)$ 在某些特性方面更加鲜明、突出，因而更加易于识别、解译。



例如，可以强调图像中的低频分量使图像得到平滑，也可以强调图像中的高频分量使图像的边缘得到增强等等。以上就是频域处理法的基本原理。



空域法是直接对图像中的像素进行处理，基本上是以灰度映射变换为基础的。所用的映射变换取决于增强的目的。例如增加图像的对比度，改善图像的灰度层次等处理均属空域法处理。



应该特别提及的是增强后的图像质量好坏主要靠人的视觉来评定，而视觉评定是一种高度的主观处理。因此，为了一种特定的用途而采用的一种特定的处理方法，得到一幅特定的图像，对其质量的评价方法和准则也是特定的，所以，很难对各种处理定出一个通用的标准。由此可知，图像增强没有通用理论。



3.1 用直方图修改技术进行图像增强

灰度级的直方图描述了一幅图像的概貌，
用修改直方图的方法增强图像是实用而
有效的处理方法之一。



3.1.1 直方图

3.1.2 直方图修改技术的基础

3.1.3 直方图均衡化处理

3.1.4 直方图规定化处理

3.1.5 图像对比度处理



什么是灰度级的直方图呢？

简单地说，灰度级的直方图就是反映一幅图像中的灰度级与出现这种灰度的概率之间的关系的关系的图形。



设变量 r 代表图像中像素灰度级。在图像中，像素的灰度级可作归一化处理，这样， r 的值将限定在下述范围之内

$$0 \leq r \leq 1$$

在灰度级中， $r = 0$ 代表黑， $r = 1$ 代表白。

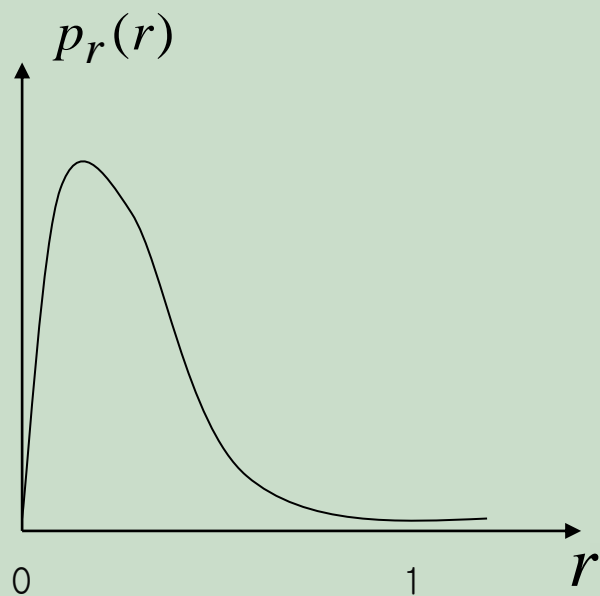


对于一幅给定的图像来说，每一个像素取得 $[0, 1]$ 区间内的灰度级是随机的，也就是说 r 是一个随机变量。假定对每一瞬间它们是连续的随机变量，那么，就可以用概率密度函数 $p_r(r)$ 来表示原始图像的灰度分布。

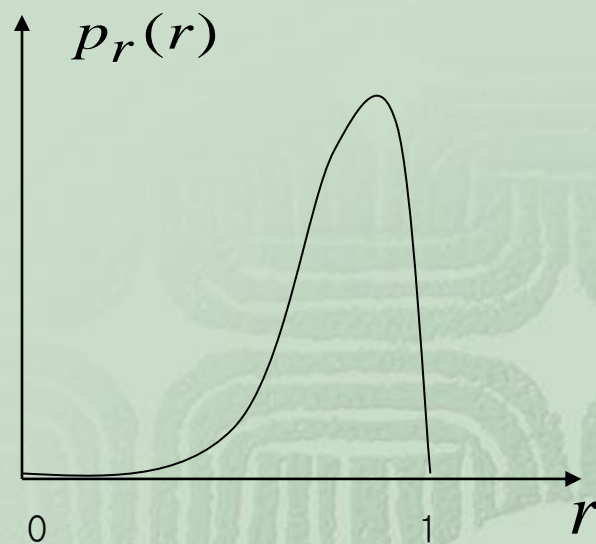


如果用直角坐标系的横轴代表灰度级 r ,
用纵轴代表灰度级的概率密度 $p_r(r)$, 这样就可以针对一幅图像在这个坐标系中作一曲线来。这条曲线在概率论中就是分布密度曲线
(见图3—1)。





(a)



(b)

图3—1 图像灰度分布概率密度曲线





从图像灰度级的分布可以看出一幅图像的灰度分布特性。例如，从图3—1中的(a)和(b)两个灰度密度分布中可以看出：(a)的大多数像素灰度值取在较暗的区域，所以这幅图像肯定较暗，一般在摄影过程中曝光过强就会造成这种结果；



而(b)图像的像素灰度值集中在亮区，因此，图像(b)的特性将偏亮，一般在摄影中曝光太弱将导致这种结果。当然，从两幅图像的灰度分布来看图像的质量均不理想。



为了有利于数字图像处理，必须引入离散形式。在离散形式下，用 r_k 离散灰度级，用 $P_r(r_k)$ 代表 $p_r(r)$ ，并且有下式成立

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \quad 0 \leq r_k \leq 1$$
$$k = 0, 1, 2, \dots, l-1 \quad (3-5)$$

式中， n_k 为图像中出现 r_k 这种灰度的像素数， n 是图像中像素总数，而 $\frac{n_k}{n}$ 就是概率论中所说的频数。在直角坐标系中作出 r_k 与 $P_r(r_k)$ 的关系图形，这个图形称为直方图。如图3—2所示。

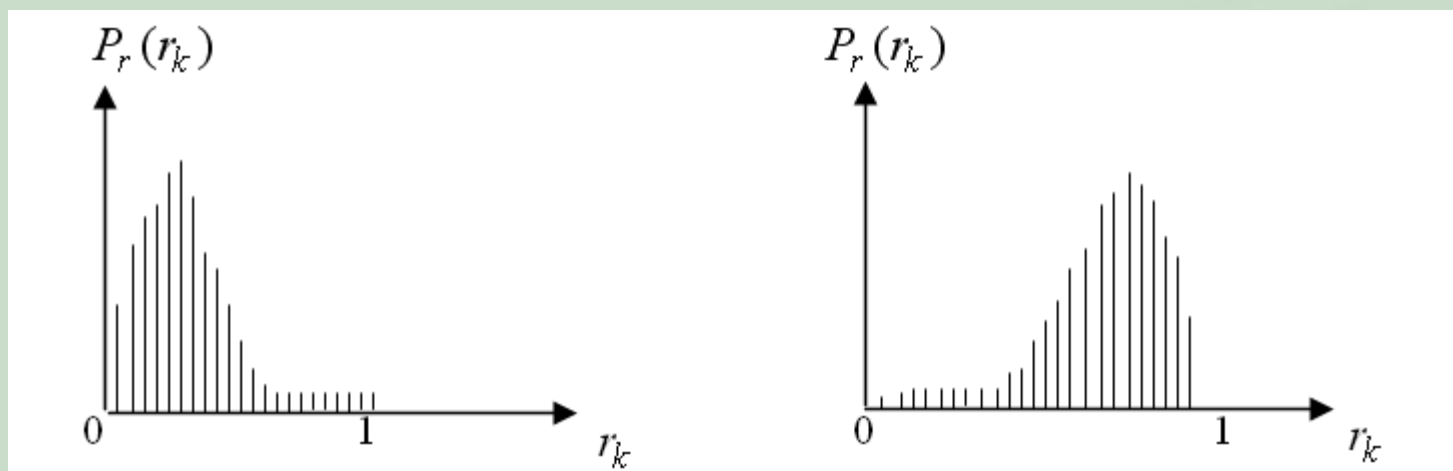


图 3—2 灰度级的直方图



3.1.1 直方图

3.1.2 直方图修改技术的基础

3.1.3 直方图均衡化处理

3.1.4 直方图规定化处理

3.1.5 图像对比度处理



如上面所述，一幅给定的图像的灰度级分布在 $0 \leq r \leq 1$ 范围内。可以对 $[0, 1]$ 区间内的任一个 r 值进行如下变换

$$s = T(r) \quad (3-6)$$

也就是说，通过上述变换，每个原始图像的像素灰度值 r 都对应产生一个 s 值。



变换函数 $T(r)$ 应满足下列条件:

(1) 在 $0 \leq r \leq 1$ 区间内, $T(r)$ 单值单调增加;

(2) 对于 $0 \leq r \leq 1$, 有 $0 \leq T(r) \leq 1$ 。



第一个条件保证了图像的灰度级从白到黑的次序不变。

第二个条件则保证了映射变换后的像素灰度值在允许的范围内。

满足这两个条件的变换函数的一个例子如下图所示。



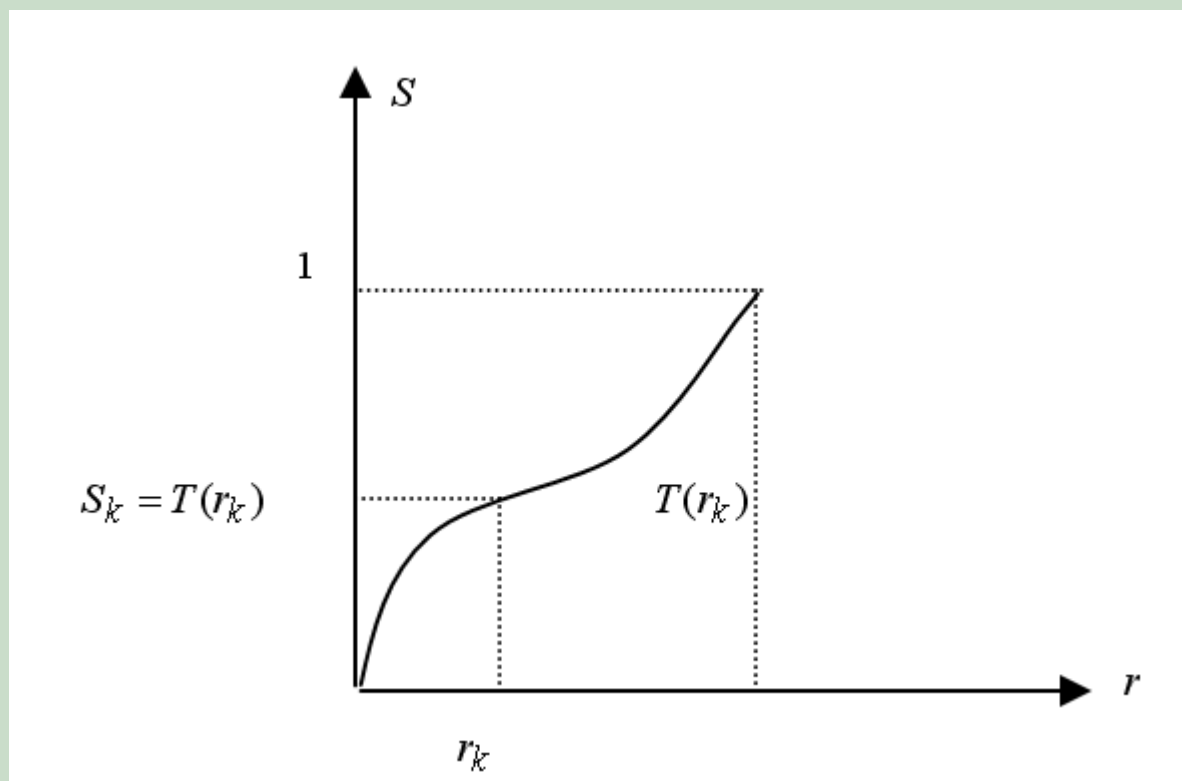


图3—3 一种灰度变换函数

从 s 到 r 的反变换可用式(3—7)表示

$$r = T^{-1}(s) \quad (3-7)$$

由概率论理论可知，如果已知随机变量 ξ 的概率密度为 $p_r(r)$ ，而随机变量 η 是 ξ 的函数，即 $\eta = T(\xi)$ ， η 的概率密度为 $p_s(s)$ ，所以可以由 $p_r(r)$ 求出 $p_s(s)$ 。



因为 $s=T(r)$ 是单调增加的，由数学分析可知，它的反函数 $r=T^{-1}(s)$ 也是单调函数。在这种情况下，如图3—4所示， $\eta < s$ 且仅当 $\xi < r$ 时发生，



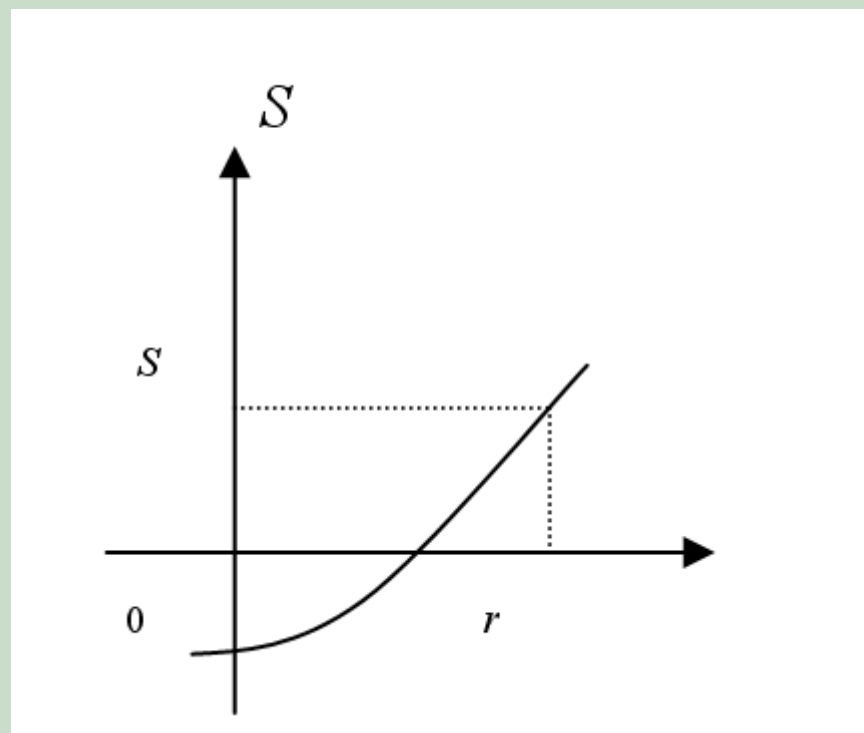


图3—4 r 和 s 的变换函数关系



所以可以求得随机变量 η 的分布函数为

$$F_{\eta}(s) = P(\eta < s) = P[\xi < r] = \int_{-\infty}^r p_r(x) dx \quad (3-8)$$

对式(3—8)两边求导，即可得到随机变量 η 的分布密度函数 $p_s(s)$ 为



$$p_s(s) = p_r(r) \cdot \frac{d}{ds}[T^{-1}(s)] = \left[p_r(r) \cdot \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} \quad (3-9)$$

通过变换函数 $T(r)$ 可以控制图像灰度级的概率密度函数，从而改变图像的灰度层次。这就是直方图修改技术的基础。



3.1.1 直方图

3.1.2 直方图修改技术的基础

3.1.3 直方图均衡化处理

3.1.4 直方图规定化处理

3.1.5 图像对比度处理



直方图均衡化处理是以累积分布函数变换法为基础的直方图修正法。

假定变换函数为

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(\omega) d\omega \quad (3-10)$$

式中 ω 是积分变量，而 $\int_0^r p_r(\omega) d\omega$ 就是 r 的累积分布函数(CDF)。



这里，累积分布函数是 r 的函数，并且单调地从0增加到1，所以这个变换函数满足关于

在 $0 \leq T(r) \leq 1$ 内单值单调增加，

在 $0 \leq r \leq 1$ 内有 $0 \leq T(r) \leq 1$

的两个条件。



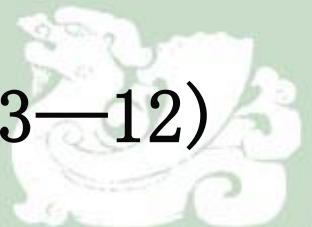
对式(3—10)中的 r 求导，则

$$\frac{ds}{dr} = p_r(r) \quad (3—11)$$

再把结果代入式(3—9)，则



$$\begin{aligned}
 p_s(s) &= \left[p_r(r) \cdot \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} \\
 &= \left[p_r(r) \cdot \frac{1}{\frac{ds}{dr}} \right]_{r=T^{-1}(s)} = \left[p_r(r) \cdot \frac{1}{p_r(r)} \right] = 1
 \end{aligned}$$



两个重要概念：

1)、直方图均衡化处理技术是用累积分布函数作变换函数的直方图修正方法；

2)、用累积分布函数作为变换函数可产生一幅灰度级分布具有均匀概率密度的图像。



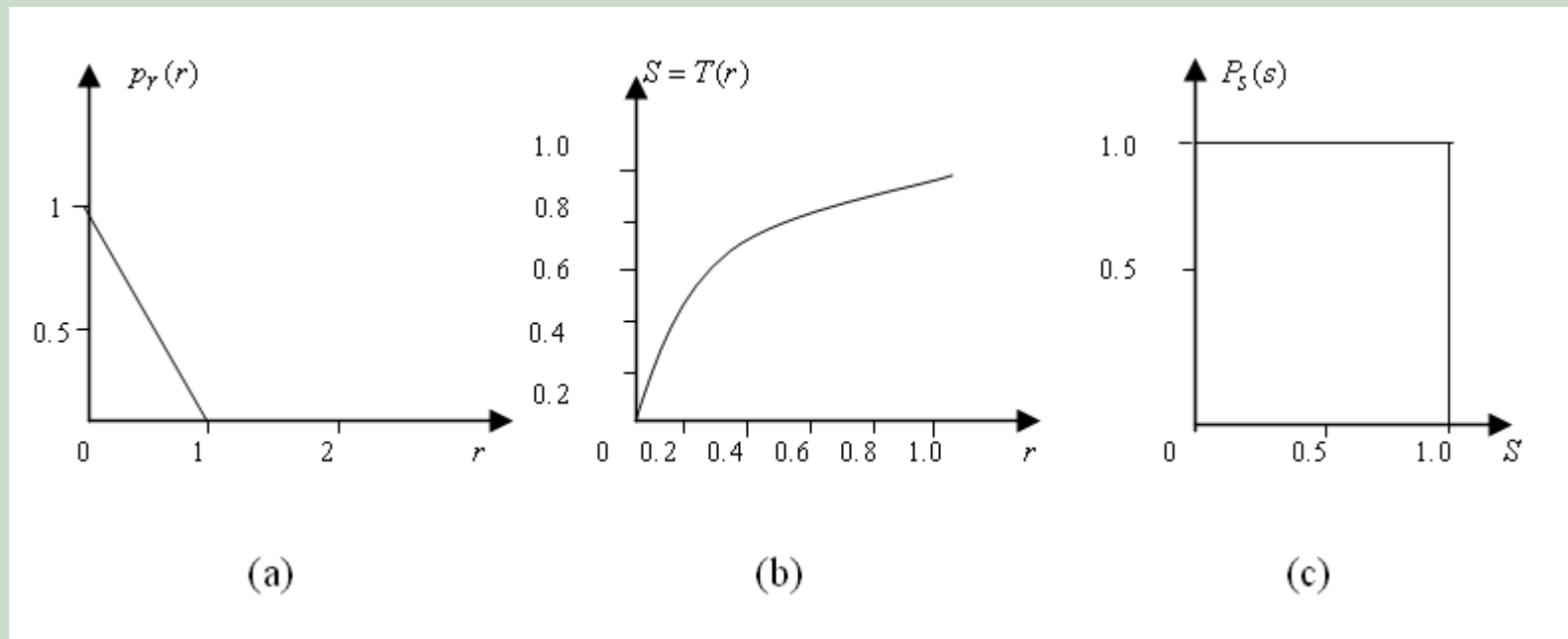


图3—5 均匀密度变换法



例如，在图3—5中，(a)是原始图像的概率密度函数。从图中可知，这幅图像的灰度集中在较暗的区域，这相当于一幅曝光过强的照片。

(b)和(c)分别为变换函数和变换后的均匀的概率密度函数。



由图(a)可知, 原始图像的概率密度函数为

$$p_r(r) = \begin{cases} -2r + 2 & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & r \text{ 为其它值} \end{cases}$$

用累积分布函数原理求变换函数

$$\begin{aligned} s = T(r) &= \int_0^r p_r(\omega) d\omega \\ &= \int_0^r (-2\omega + 2) d\omega = -r^2 + 2r \end{aligned}$$



由此可知变换后的 s 值与 r 值的关系为

$$s = -r^2 + 2r = T(r)$$



按照这样的关系变换就可以得到一幅改善了质量的新图像。这幅图像的灰度层次将不再是呈现黑暗色调的图像，而是一幅灰度层次较为适中的，比原始图像清晰，明快得多的图像。

下面还可以通过简单的推证，证明变换后的灰度级概率密度是均匀分布的。



因为 $s = T(r) = -r^2 + 2r$

所以 $r = T^{-1}(s) = 1 \pm \sqrt{1-s}$

由于 r 取值在 $[0, 1]$ 区间内, 所以

$$r = 1 - \sqrt{1-s}$$
$$\frac{dr}{ds} = \frac{d}{ds} [1 - \sqrt{1-s}] = \frac{1}{2\sqrt{1-s}}$$



而

$$p_r(r) = -2r + 2 = -2(1 - \sqrt{1-s}) + 2 = 2\sqrt{1-s}$$

因此

$$p_s(s) = \left[p_r(r) \cdot \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} = \left[2\sqrt{1-s} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-s}} \right] = 1$$

这个简单的证明说明在希望的灰度级范围内，
它是均匀密度。



上面的修正方法是以连续随机变量为基础进行讨论的。正如前面谈到的那样，为了对图像进行数字处理，必须引入离散形式的公式。当灰度级是离散值的时候，可用频数近似代替概率值，即

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \quad 0 \leq r_k \leq 1 \quad (3-13)$$
$$k = 0, 1, \dots \dots l - 1$$

式中 l 是灰度级的总数目， $P_r(r_k)$ 是取第 k 级灰度值的概率， n_k 是在图像中出现第 k 级灰度的次数， n 是图像中像素总数。

通常把为得到均匀直方图的图像增强技术叫做直方图均衡化处理或直方图线性化处理。

式(3—10)的离散形式可由式(3—14)表示

$$S_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k P_r(r_j) \quad 0 \leq r_j \leq 1 \quad (3—14)$$

$k = 0, 1, \dots, l - 1$

其反变换式为

$$r_k = T^{-1}(s_k) \quad (3—15)$$

例如假定有一幅像素数为 64×64 ，灰度级为8级的图像，其灰度级分布见表3—1，对其进行均衡化处理。其灰度级直方图如图3—6所示。



表3—1 64×64大小的图像灰度分布表

r_k	n_k	$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$
r0 =0	790	0.19
r1=1/7	1023	0.25
r2=2/7	850	0.21
r3=3/7	656	0.16
r4=4/7	329	0.08
r5=5/7	245	0.06
r6=6/7	122	0.03
r7=1	81	0.02

处理过程如下：

由式(3—14)可得到变换函数

$$\begin{aligned} s_0 &= T(r_0) = \sum_{j=0}^0 P_r(r_j) \\ &= P_r(r_0) = 0.19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_1 &= T(r_1) = \sum_{j=0}^1 P_r(r_j) \\ &= P_r(r_0) + P_r(r_1) = 0.44 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}s_2 &= T(r_2) = \sum_{j=0}^2 P_r(r_j) \\&= P_r(r_0) + P_r(r_1) + P_r(r_2) \\&= 0.19 + 0.25 + 0.21 = 0.65\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s_3 &= T(r_3) = \sum_{j=0}^3 P_r(r_j) \\&= P_r(r_0) + P_r(r_1) + P_r(r_2) + P_r(r_3) = 0.81\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 s_4 &= T(r_4) = \sum_{j=0}^4 P_r(r_j) \\
 &= P_r(r_0) + P_r(r_1) + P_r(r_2) + P_r(r_3) \\
 &+ P_r(r_4) = 0.89
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_5 &= T(r_5) = \sum_{j=0}^5 P_r(r_j) \\
 &= P_r(r_0) + P_r(r_1) + P_r(r_2) + P_r(r_3) \\
 &+ P_r(r_4) + p_r(r_5) = 0.95
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}s_6 &= T(r_6) = \sum_{j=0}^6 P_r(r_j) \\&= P_r(r_0) + P_r(r_1) + P_r(r_2) + P_r(r_3) \\&\quad + P_r(r_4) + p_r(r_5) + p_r(r_6) = 0.98\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s_7 &= T(r_7) = \sum_{j=0}^7 P_r(r_j) \\&= P_r(r_0) + P_r(r_1) + P_r(r_2) + P_r(r_3) \\&\quad + P_r(r_4) + p_r(r_5) + p_r(r_6) + p_r(r_7) \\&= 1\end{aligned}$$



这里对图像只取8个等间隔的灰度级，变换后的值也只能选择最靠近的一个灰度级的值。因此，对上述之计算值加以修正。



$$s_0 = 0.19 \approx \frac{1}{7}$$

$$s_1 = 0.44 \approx \frac{3}{7}$$

$$s_2 = 0.65 \approx \frac{5}{7}$$

$$s_3 = 0.81 \approx \frac{6}{7}$$

$$s_4 = 0.89 \approx \frac{6}{7}$$

$$s_5 = 0.95 \approx 1$$

$$s_6 = 0.98 \approx 1$$

$$s_7 = 1.00$$



由上述数值可见，新图像将只有 5 个不同的灰度级别，可以重新定义一个符号。

$$s'_0 = \frac{1}{7}$$

$$s'_3 = \frac{6}{7}$$

$$s'_1 = \frac{3}{7}$$

$$s'_4 = 1$$

$$s'_2 = \frac{5}{7}$$



$$r_0 = 0$$

→

$$s_0 = \frac{1}{7}$$

$$r_1 = \frac{1}{7}$$

→

$$s_1 = \frac{3}{7}$$

$$r_2 = \frac{2}{7}$$

→

$$s_2 = \frac{5}{7}$$

$$r_3 = \frac{3}{7}$$

→

$$s_3 = \frac{6}{7}$$



$$r_4 = \frac{4}{7} \quad \rightarrow \quad s_4 = \frac{6}{7}$$

$$r_5 = \frac{5}{7} \quad \rightarrow \quad s_5 = 1$$

$$r_6 = \frac{6}{7} \quad \rightarrow \quad s_6 = 1$$

$$r_7 = 1 \quad \rightarrow \quad s_7 = 1$$



因为 $r_0=0$ 经变换得 $s'_0=1/7$, 所以有790个像素取 s'_0 这个灰度值, r_1 映到 s'_1 , 所以有1023个像素取 $s'_1=3/7$ 这一灰度值, 以此类推, 有850个像素取 $s'_2=5/7$ 这一灰度值。



但是，因为 r_3 和 r_4 均映射到 $s'_3 = 6/7$ 这一灰度级，所以有 $656+329=985$ 个像素取这个值。同样，有 $245+122+81=448$ 个像素取 $s'_4 = 1$ 这个新灰度值。用 $n=4096$ 来除上述这些 n_k 值便可得到新的直方图。新直方图如图3—6 (c)所示。



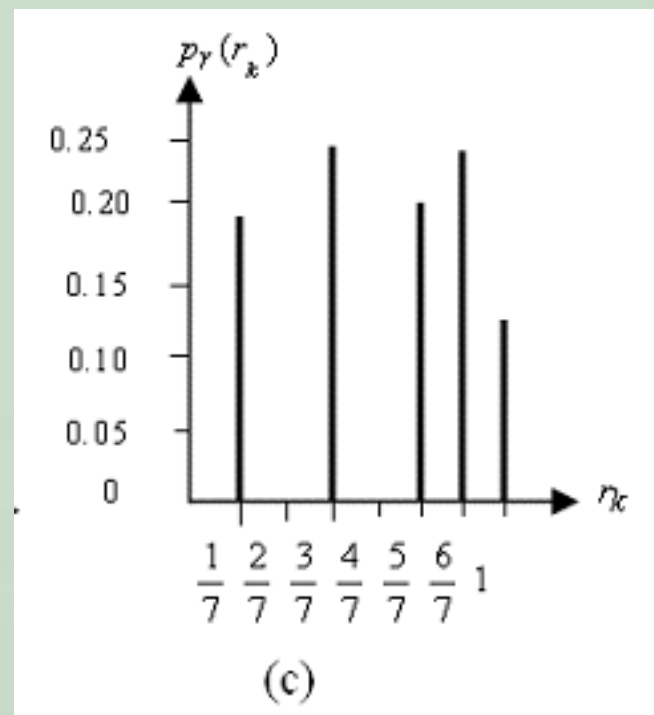
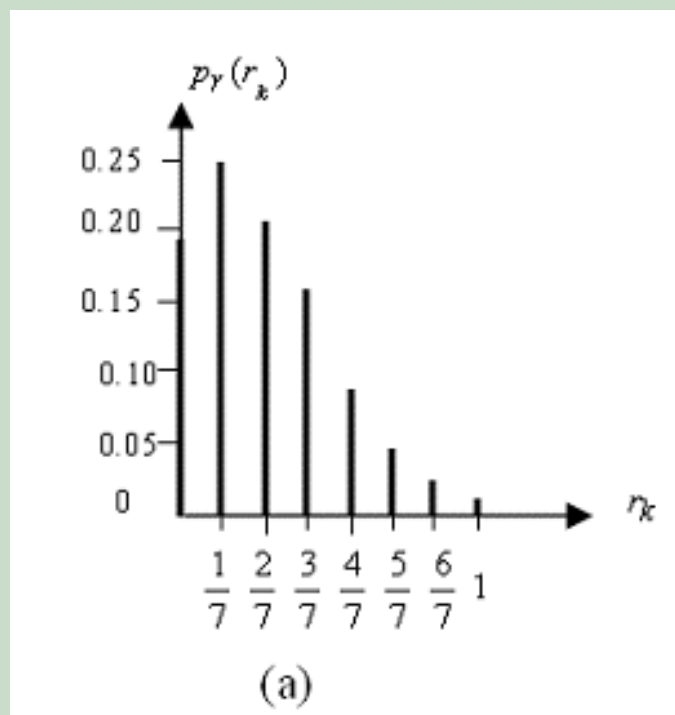


图3—6 直方图均衡化处理



由上面的例子可见，利用累积分布函数作为灰度变换函数，经变换后得到的新灰度的直方图虽然不很平坦，但毕竟比原始图像的直方图平坦得多，而且其动态范围也大大地扩展了。因此这种方法对于对比度较弱的图像进行处理是很有效的。



因为直方图是近似的概率密度函数，所以用离散灰度级作变换时很少能得到完全平坦的结果。另外，从上例中可以看出变换后的灰度级减少了，这种现象叫做“简并”现象。



由于简并现象的存在，处理后的灰度级总是要减少的。这是像素灰度有限的必然结果。

由于上述原因，数字图像的直方图均衡只是近似的。



那么如何减少简并现象呢？

产生简并现象的根源是利用变换公式 $s_k = \sum_{j=0}^k P_r(r_j)$

求新灰度时，所得到的 s_k 往往不是允许的灰度值，这时就要采用舍入的方法求近似值，以便使用与它最接近的允许灰度来代替它。



在舍入的过程中，一些相邻的 S_k 值变成了相同的 S'_k 值，这就发生了简并现象，于是也就造成了一些灰度层次的损失。



减少简并现象的简单方法是增加像素的比特数。
比如，通常用8bit来代表一个像素，而现在用12bit来表示一个像素，这样就可减少简并现象发生的机会，从而减少灰度层次的损失。



一般实现方法采用如下几步：

1、统计原始图像的直方图，求出 $P_r(r_k)$ ；

2、用累积分布函数作变换 $s_k = \sum_{j=0}^k P_r(r_j)$ ，
求变换后的新灰度；

3、用新灰度代替旧灰度，求出 $P_s(s_k)$ ，这一步是近似的，力求合理，同时把灰度相等的或相近的合在一起。

