

# 南京林业大学试卷 B(B 卷)

课程 概率统计 B

2015~2016 学年第 2 学期

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

名  
姓  
号  
班  
号  
学

## 一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 若  $A, B$  是随机事件，则以下结论正确的是（ ）.

- (A)  $P(B \cup A) = P(A)$                       (B)  $P(BA) = P(A)$   
(C)  $P(AB) = P(B)$                       (D)  $P(A - B) = P(A) - P(B)$

2. 设随机变量  $X$  的分布律为  $P(X = k) = a \left(\frac{1}{2}\right)^k, (k = 1, 2, \dots)$ , 则  $a =$  ( ).

- (A) 0.5                      (B) 1                      (C) 2                      (D) -1

3. 设随机变量  $(X, Y)$ , 且方差  $D(X) = 25, D(Y) = 36$ , 相关系数  $\rho_{XY} = 0.4$ ,

则  $D(3X - 2Y) =$  ( ).

- (A) 40                      (B) 85                      (C) 37                      (D) 61

4. 设  $X_1, \dots, X_n$  是来自正态总体  $X \sim N(0, 1)$ ,  $\bar{X}, S^2$  分别是样本的均值和样本方差, 则下列不正确的是 ( ).

- (A)  $\bar{X} \sim N(0, 1)$                       (B)  $n\bar{X} \sim N(0, 1)$   
(C)  $\frac{\bar{X}}{S} \sim t(n-1)$                       (D)  $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n)$

5. 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 且  $\mu$  和  $\sigma^2$  未知, 若样本容量为  $n$ , 且分位点均指定为“上侧分位点”时, 则  $\sigma^2$  的置信水平为 0.95 的置信区间为 ( ).

- (A)  $\left( \frac{(n-1)S^2}{\chi_{0.975}^2(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{0.025}^2(n-1)} \right)$                       (B)  $\left( \frac{(n-1)S^2}{\chi_{0.025}^2(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{0.975}^2(n-1)} \right)$   
(C)  $\left( \frac{(n-1)S^2}{t_{0.025}^2(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{t_{0.975}^2(n-1)} \right)$                       (D)  $\left( \bar{X} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} t_{0.025}(n-1) \right)$

## 二、填空题（每空 3 分，共 15 分）

1. 设 A, B 为随机事件且互不相容, 且  $P(A \cup B) = 0.8, P(A) = 0.2$ , 是  $P(B) =$  \_\_\_\_\_

2. 已知 5 只黄色小鸡和 4 只黑色小鸡, 随机地从中取出 2 只, 则取出的小鸡颜色相同的概率为 \_\_\_\_\_ (用数字作答)。

3. 设  $E(X) = \mu, D(X) = \sigma^2$ , 则应用切比雪夫不等式得  $P(|X - \mu| \geq 3\sigma) \leq$  \_\_\_\_\_

4. 设  $X_1, X_2, X_3$  是来自正态总体  $X \sim N(\mu, 1)$  的样本, 则当  $a =$  \_\_\_\_\_ 时,  $\hat{\mu} = X_1 - aX_2 + 2X_3$  是总体均值  $\mu$  的无偏估计。

5. 设  $X \sim N(2, \sigma^2)$ , 且  $P(2 < X < 4) = 0.3$ , 则  $P(X < 0) =$  \_\_\_\_\_

三、(12 分) 在秋菜运输中, 某汽车可能到甲、乙、丙三地去拉菜, 设到此三处拉菜的概率分别为 0.2, 0.5, 0.3 而在各处拉到一级菜的概率分别为 0.1, 0.3, 0.7

(1) 求汽车拉到一级菜的概率;

(2) 已知汽车拉到一级菜, 求该车菜是乙地拉来的概率。

四、(12 分) 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 试求: (1)

$P\left(-\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{4}\right)$ ; (2)  $X$  的分布函数; (3)  $Y = 2X + \pi$  的概率密度函数。

五、(12 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 < |x| < 1, |y| < x \\ 0, & \text{other} \end{cases}$$

(1) 求随机变量  $X$  和  $Y$  的边缘概率密度; (2) 求  $P\left(X < \frac{1}{2}, Y > 0\right)$ ;

(3) 问  $X$  和  $Y$  是否相互独立?

六、(12 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度函数为  $f(x, y) = \begin{cases} 6x, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{other} \end{cases}$

求 (1)  $E(X), E(Y)$ ; (2)  $Cov(X, Y)$ ; (3)  $\rho_{XY}$ 。

七、(12 分) 设某总体  $X$  的概率密度为  $f(x, \theta) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ,  $\theta > -1$  为未知参数。且

$X_1, \dots, X_n$  是来自总体的一个样本, 试求  $\theta$  的矩估计量和最大似然估计量。

八、(10 分) 电工器材厂生产一种云母带, 其厚度服从正态分布, 且平均厚度经常保持为 0.13mm, 某日开工后检验 10 处的厚度, 算出平均值为 0.146mm, 样本标准差为 0.015mm, 问该日云母带的

厚度的均值与 0.13mm 有无显著差异？显著性水平  $\alpha = 0.02$  （  $z_{0.01} = 2.33$  ，

$$t_{0.01}(9) = 2.82, t_{0.01}(10) = 2.76$$

所以拒绝原假设  $H_0$ ，即认为该日云母带的厚度的均值与 0.13mm 有显著差异。