南京林业大学试卷(B卷)

课程 高等数学A(2)　　2015~2016 学年第 2 学期

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

姓名

班号

学号

一、填空题（每题 4 分，共 20 分）

1. 已知 $|\vec{a}|=3,|\vec{b}|=4,\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\dfrac{2}{3}\pi$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$________.

2. 设级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(2+u_n)$ 收敛，则 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=$_______.

3. 曲面 $e^z-z+xy=3$ 在点 $(2,1,0)$ 处的切平面方程为_______.

4. 设 L 为椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，其周长为 a，则 $\oint_L(3x^2+4y^2)ds=$_______.

5. 设 $f(x,y,z)=x^2+2y^2+3z^2+xy+3x-2y-6z$，则 $gradf(1,1,1)=$_________.

二、选择题（每题 4 分，共 20 分）

1. 通解为 $y=C_1+C_2e^{-x}$ 的微分方程是（　　　）.

(A) $y''+y'=0$　(B) $y''-y'=0$　(C) $y''-y'+2y=0$　(D) $y''+y'+2y=0$

2. 过 Z 轴和点 $(-3,1,-2)$ 的平面方程是（　　　）.

(A) $3x+y=0$　(B) $x+3y=0$　(C) $x-8y=0$　(D) $8y+x=2$

3. 设 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le R^2\}$，则 $\iint\limits_D\sqrt{R^2-x^2-y^2}\,dxdy=$（　　　）.

(A) πR^3　(B) $\dfrac{4\pi R^3}{3}$　(C) $\dfrac{2\pi R^3}{3}$　(D) $\dfrac{\pi R^3}{3}$

4. 以 2π 为周期的函数 $f(x)=\begin{cases}0 & -\pi\le x<0\\ 1 & 0\le x<\pi\end{cases}$ 的傅里叶级数在 $x=0$ 处收敛于（　　　）

(A) 0　(B) 1　(C) $\dfrac{1}{2}$　(D) $-\dfrac{1}{2}$

5. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{3^n+5^n}{n}x^n$ 的收敛域为（　　　）

(A) $[-\frac{1}{5},\frac{1}{5})$　(B) $[-\frac{1}{3},\frac{1}{3})$　(C) $[-1,1)$　(D) $[-2,2)$

三、计算题（每题 8 分，共 16 分）

1. 设 $f(x,y)=(1+xy)^{y}$，求 $df(1,1)$.

2. 设 $z=\dfrac{y^2}{3x}+\varphi(xy)$，其中 $\varphi(u)$ 可导，证明 $x^2\dfrac{\partial z}{\partial x}+y^2=xy\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

四、（每题 6 分，共 18 分）

1. $\iint\limits_{D} x^2e^{-y^2}d\sigma$，其中 D 是以 $(0,0)$，$(1,1)$，$(0,1)$ 为顶点的三角形闭区域。

2. 计算 $\iiint\limits_{\Omega} xy^2z^3dv$，其中 Ω 是由曲面 $z=xy$，$y=x$，$x=1$，$z=0$ 所围成的闭区域。

3. 计算 $\iint\limits_{\Sigma} zxdydz$，其中 Σ 是柱面 $x^2+y^2=R^2(x\geq 0,y\geq 0)$，平面 $z=H$ 及坐标平面所构成的闭曲面的外侧表面.

五、（每题 6 分，共 12 分）

1. 求微分方程 $(x-2)\dfrac{dy}{dx}=y+2(x-2)^3$ 的通解。

2. 已知 $y''+y'+2y=x^2-3$ 的一个特解为 $y^*=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{7}{4}$，试求该微分方程的通解。

六、计算与证明（共 14 分）

1. （8 分）将函数 $f(x)=\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{e^x-1}{x}\right)$ 展开为 x 的幂级数，并求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{(n+1)!}$ 的和。

2. （6 分）如果级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 与级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 都收敛，且 $a_n\leq c_n\leq b_n$. 证明：级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\mathrm{c}_n$ 也收敛。