学号______________________　　　　　姓名________________________

5.4　基　础　题

一、单选择题(以下每题仅有一个答案是正确的，请选出你的答案并填在下面的答题框内)

1. 设 $\{X_n\}$ $(n\geqslant 1)$ 为相互独立的随机变量序列，且都服从参数为 $\dfrac{1}{\lambda}$ 的指数分布，则(　　).

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\dfrac{\lambda\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-n}{\sqrt{n}}\leqslant x\right\}=\varPhi(x)$　　(B) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-n}{\sqrt{n}}\leqslant x\right\}=\varPhi(x)$

(C) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-\lambda}{\sqrt{n}\lambda}\leqslant x\right\}=\varPhi(x)$　　(D) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-\lambda}{\sqrt{n\lambda}}\leqslant x\right\}=\varPhi(x)$

其中 $\varPhi(x)=\int_{-\infty}^{x}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x$ 是标准正态分布的分布函数.

2. 设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_9$ 相互独立同分布，且 $E(X_i)=1$， $D(X_i)=1$ $(i=1,2,\cdots,9)$，令 $S_9=\sum\limits_{i=1}^{9}X_i$，则对任意 $\varepsilon>0$，从切比雪夫不等式直接可得(　　).

(A) $P\{|S_9-1|<\varepsilon\}\geqslant 1-\dfrac{1}{\varepsilon^2}$　　(B) $P\{|S_9-9|<\varepsilon\}\geqslant 1-\dfrac{9}{\varepsilon^2}$

(C) $P\{|S_9-9|<\varepsilon\}\geqslant 1-\dfrac{1}{\varepsilon^2}$　　(D) $P\left\{\left|\dfrac{S_9}{9}-1\right|<\varepsilon\right\}\geqslant 1-\dfrac{1}{\varepsilon^2}$

3. 设 $E(X)=\mu,\ D(X)=\sigma^2$，则由切比雪夫不等式有 $P\{|X-\mu|\geqslant 3\sigma\}\leqslant$(　　).

(A) $\dfrac{1}{9}$　　(B) $\dfrac{1}{10}$

(C) $\dfrac{1}{11}$　　(D) $\dfrac{1}{12}$

4. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为 -2 和 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 -0.5，则根据切比雪夫不等式，$P\{|X+Y|\geqslant 6\}\leqslant$(　　).

(A) $\dfrac{1}{12}$　　(B) $\dfrac{1}{13}$

(C) $\dfrac{1}{14}$　　(D) $\dfrac{1}{18}$

题　　号	1	2	3	4
答　　案	A	B	A	A

二、计算题

1. 某保险公司多年的统计资料表明，在索赔户中被盗索赔户占 20%，以 X 表示在随意抽查的 100 个索赔户中因被盗向保险公司索赔的户数.

(1) 写出 X 的概率分布；

(2) 用德莫弗–拉普拉斯定理，求被盗索赔户不少于 14 户不多于 30 户的概率的近似值.

解：

(1) .100 个索赔户中因被盗向保险公司索赔的户数为 X，则 $X \sim B(100,0.2)$,即

$$P(X=K)=C_{100}^{K}(0.2)^{K}(0.8)^{100-K}\ ,\ K=0,1,2,\cdots,100$$

(2) $EX=100\times0.2=20$，$DX=100\times0.2\times0.8=16$

$$P\{14\leqslant X\leqslant30\}=P\left\{-\frac{6}{4}\leqslant\frac{X-20}{\sqrt{16}}\leqslant\frac{10}{4}\right\}$$
$$=\varPhi(2.5)+\varPhi(1.5)-1=0.927\ .$$

2. 据以往经验，某种电器元件的寿命服从均值为 100h 的指数分布. 现随机地取 16 只，设它们的寿命是相互独立的. 求这 16 只元件的寿命的总和大于 1 920h 的概率.

解：记 $X_i=\begin{cases}\dfrac{1}{100}e^{-\frac{1}{100}x}, & x\geq0\\ 0, & x<0\end{cases}$ $i=1,2,\cdots,100$，则 $EX_i=100$，$DX_i=100^2$，$i=1,2,\cdots,100$

令 $X=\sum_{i=1}^{16}X_i$， 则 $EX=1600$，$DX=400^2$，

$$P\{X>1920\}=P\left\{\frac{X-1600}{\sqrt{400^2}}>0.8\right\}=1-\varPhi(0.8)=0.2119\ .$$