南 京 林 业 大 学 试 卷(A 卷)

课程 线性代数 A　　2016~2017 学年第 1 学期

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、单项选择题（每题 3 分，共 15 分）

1．下列是奇排列的是（　　）.

(A) 12345　　(B) 14325　　(C) 1432576　　(D) 18432576

2．五阶行列式 $D=\det(a_{ij})$ 中应有一项为（　　）.

(A) $a_{11}a_{23}a_{45}a_{53}a_{44}$　　(B) $a_{11}a_{23}a_{34}a_{45}a_{54}$

(C) $a_{11}a_{23}a_{35}a_{52}a_{44}$　　(D) $a_{12}a_{23}a_{35}a_{52}a_{44}$

分析：由行列式定义知行列式的每一项必需来自来于不同行与不同列的元素相乘，每一行每一列只能取一个元素，不能多也不能少。

3．设三阶行列式 $D=\det(a_{ij})=2$，则 $\det(-3a_{ij})=$（　　）.

(A) -6　　(B) 18　　(C) -54　　(D) 9

分析：$\det(-3a_{ij})=\left(-3\right)^3\det(a_{ij})=-27\times2=-54$

4. 设 A 是任一 $n(n\geq3)$ 阶方阵, A^* 是其伴随矩阵，又常数 $k\neq0,\pm1$，则必有 $(kA)^*=$（　　）.

(A) kA^*　　(B) $k^{n-1}A^*$　　(C) k^nA^*　　(D) $k^{-1}A^*$

分析：因为 kA 中的每一个元素的代数余子式为 $k^{n-1}A_{ij}$，所以 $(kA)^*=k^{n-1}A^*$，故选 B

5．设 $A:\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 是一组 n 维向量，且 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关，则（　　）.

(A) $R(A)=4$　　(B) $R(A)=n$　　(C) $R(A)=1$　　(D) $R(A)\leq3$

分析：因为 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关，则 $R(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)\leq2$，从而知 $R\left(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\right)\leq3$

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1．若 n 阶实矩阵 A 满足 $AA^T=E$，则称 A 为正交矩阵.设 A,B 都是 n 阶正交矩阵，若 $|A|+|B|=0$，则 $|A+B|=$____________

2．设 $A=\begin{pmatrix}5&0&0\\0&3&1\\0&2&1\end{pmatrix}$，则 A 的逆矩阵 $A^{-1}=$____________.

3．设3阶矩阵 A 的特征值为 $1,-1,2$，则行列式 $\left|A^2+3A-E\right|=$________.

4．设 $\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_s$ 及 $\lambda_1\eta_1+\lambda_2\eta_2+\cdots+\lambda_s\eta_s$ 都是非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的解向量，则 $\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_s=$ __1__.

5．若实二次型 $f=x^2+4xy+ky^2+z^2$ 为正定的，则 k 应满足的条件是______

三、计算下列行列式（每题 8 分，共 16 分）

1. $\begin{vmatrix}2&-1&3&2\\1&0&-2&1\\3&-4&5&2\\2&0&-3&4\end{vmatrix}$；　　2. $D_n=\begin{vmatrix}x&y&y&\cdots&y\\y&x&y&\cdots&y\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\y&y&y&\cdots&y\\y&y&y&\cdots&x\end{vmatrix}$.

四、（10 分）已知矩阵 A、B 和 X 满足关系式：$AX=B+2X$，其中 $A=\begin{pmatrix}3&0&1\\1&1&0\\0&1&4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2&-3&0\\2&5&-1\\3&-1&2\end{pmatrix}$，求矩阵 X.

五、（12 分）求向量组

$$\vec{\alpha}_1=(1,0,2,1)^T,\ \vec{\alpha}_2=(1,2,0,1)^T,\ \vec{\alpha}_3=(2,1,3,0)^T,\ \vec{\alpha}_4=(2,5,-1,4)^T,\ \vec{\alpha}_5=(1,-1,3,-1)^T$$

的秩和一个最大无关组，并将其余向量用该最大无关组线性表示。

六、（12 分）当 a,b 取何值时，方程组 $\begin{cases}x_1+ax_2+x_3=3\\x_1+2ax_2+x_3=4\\x_1+x_2+bx_3=4\end{cases}$ 无解？有唯一解？有无穷多解，并在有无穷多解时求其通解。

七、（15 分）已知二次型：$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-x_2^2+4x_1x_3-4x_2x_3$，请用正交变换化此二次型为标准形，并写出相应的正交矩阵。

八、（5 分）设方阵 A 满足方程 $A^2-3A+5E=0$，证明：$A+2E$ 可逆，并求它的逆矩阵