姓名

班号

学号

南京林业大学试卷

课程 概率论与数理统计 B（A 卷） 2014~2015 学年第 二 学期

一、填空题（每题 4 分，共 20 分）

1. 小明和他的 4 位同学排成一队，求小明排在队伍一端的概率 ______.

2. 设 A 、 B 、C 是三个事件，且 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}$， $P(AB)=\frac{1}{8}$，

$P(AC)=P(BC)=0$，则 $P(A\cup B\cup C)=$______.

3. 设 X 表示“掷一枚骰子出现的点数”，则 $E(X)=$__，$D(X)=$__.

4. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的一个样本，$E(X)=\mu$，$D(X)=\sigma^2$，$\overline{X}$ 和 S^2 分别表示样本均值和样本方差，若 $\left(\overline{X}\right)^2-cS^2$ 是 μ^2 的无偏估计，则 $c=$__.

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{20}$ 是来自总体 $N(1,4)$ 的一个样本，$\overline{X}$ 表示样本均值，则 $\overline{X}\sim$_______.

二、选择题（每题 4 分，共 20 分）

1. 设 $F(x)$ 是随机变量 X 的分布函数，则 $F(x)$（　　）

（*A*）一定是非负的； （*B*）一定是严格单调递增的；

（*C*）左连续； （*D*）$F(+\infty)=0$.

2. 设 $X\sim U(0,4)$，则（　　）

（*A*）$P\{X<2\}=0.5$ （*B*）$P\{2<X<5\}=0.3$

（*C*）$P\{-1<X<3\}=0.7$ （*D*）$P\{X>3\}=0.15$

3. 设 X，Y 是任意两个随机变量，且 $E\{[X-E(X)][Y-E(Y)]\}=0$，则 X 和 Y（　　）

（*A*）独立； （*B*）不独立；

（*C*）相关； （*D*）不相关.

4. 设 $\chi^2\sim\chi^2(n)$，则 $D(\chi^2)=$（　　）。

（*A*）n （*B*）$2n$ （*C*）n^2 （*D*）$\frac{1}{n^2}$

5. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $D(X)=2$，$D(Y)=3$，则 $D(3X-2Y)=$（　　）.

（A）2；　（B）6；　（C）8；　（D）12。

三、（10 分）发报台分别以概率 0.6 和 0.4 发出信号 “●” 和“—”，由于通讯系统受到干扰，当发出信号“●”时，收报台以概率 0.8 及 0.2 收到信号“●” 和“—”，又当发出信号“—”时，收报台以概率 0.9 及 0.1 收到信号“—”和“●”，求

(1)当收报台收到信号“●”时，发报台确系发出信号“●”的概率；

(2)当收报台收到信号“—”时，发报台确系发出信号“—”的概率。

四、（10 分）设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} Ax\sin x, 0<x<\pi, \\ 0, \quad other, \end{cases}$$

求：（1）常数 A；（2） X 的概率分布函数 $F(x)$，（3） $P\{\frac{\pi}{4}<X<\frac{3\pi}{4}\}$.

五、（10 分）设随机变量 (X,Y) 具有概率密度

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{2}(x+y)e^{-(x+y)}, x>0, y>0, \\ 0, \quad \text{other}, \end{cases}$$

（1）　问 X，Y 是否独立；（2）求 $Z=X+Y$ 的概率密度。

六、（10 分）设随机变量 (X,Y) 具有概率密度

$$f(x,y)=\begin{cases} 1, \ |y|<x, 0<x<1, \\ 0, \ other, \end{cases}$$

求 $E(X), E(Y), Cov(X,Y), \rho_{XY}$.

七、（12 分）设随机变量 X 的概率密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases} \sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, 0\le x\le 1, \\ 0 \quad , \quad other, \end{cases}$，其中 $\theta>0$，θ 为未知参数。

求（1）未知参数 θ 的矩估计量，（2）未知参数 θ 的极大似然估计量。

八、（8 分）要求一种电子元件的平均使用寿命不得低于 1000 小时，生产者从一批这种元件中随机抽取 16 只，测得寿命如下：

920，969，961，914，922，958，942，968

930，980，947，965，962，975，938，949

已知该种元件的寿命（小时）服从正态分布 $N(\mu,100^2)$，（$z_{0.05}=1.645, z_{0.025}=1.96.$）

(1) 求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间；

(2) 在显著性水平 $\boldsymbol{\alpha = 0.05}$ 下，判定这批元件是否合格？