姓 名

班 号

学 号

南 京 林 业 大 学 试 卷(B 卷)

课程 概率统计 B　　　　2021~2022 学年第 2 学期

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1． B　2．D　3. C　4．D　5．C　6．B　7．D　8．B　9. B　10．A

二、（8 分）

解：（1）A_1 表示容易出事故的人，A_2 表示比较谨慎的人，B 表示新保险客户在购买保险单后一年内出现一次事故。

$$P(A_1)=0.3,P(A_2)=0.7,P(B|A_1)=0.05,P(B|A_2)=0.01$$

(1)由全概率公式：$P(B)=\sum_{i=1}^{2}P(A_i)P(B|A_i)$

$$=0.3\times0.05+0.7\times0.01=0.022$$ ---------4 分

(2)由贝叶斯公式：

$$\text{P}(A_1|B)=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}=\frac{0.3\times0.05}{0.022}=\frac{15}{22}$$ --------------------4 分

三、（12 分）解：1）由 $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_{300}^{+\infty}\frac{k}{x^2}dx=\frac{k}{300}=1$

所以　$k=300$ ------------------------4 分

（2）$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt$

当 $x<300$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_{-\infty}^{x}0dt=0$

当 $x\geq300$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_{-\infty}^{300}0dt+\int_{300}^{x}\frac{300}{t^2}dt=1-\frac{300}{x}$

故　$F(x)=\begin{cases}1-\dfrac{300}{x}, & x\geq300\\ 0\ , & x<300\end{cases}$ --------------------4 分

（3） $P(X \le 500) = F(500) = \dfrac{2}{5}$

或 $P(X \le 500) = \int_{-\infty}^{500} f(x)dx = \int_{300}^{500} \dfrac{300}{x^2}dx = \dfrac{2}{5}$ ------------------------4 分

四、（12 分）

解：（1）X 分布函数为：$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ 0.25, & -2 \le x < 0 \\ 0.75, & 0 \le x < 2 \\ 1, & x \ge 2 \end{cases}$ ---------------3 分

（2）Y 的概率分布为：

Y	0	4
P	1/2	1/2

---------------3 分

（3）（X , Y）的联合概率分布为：

Y \ X	-2	0	2
0	0	1/2	0
4	1/4	0	1/4

---------------3 分

（4） $\because P(X = -2, Y = 0) \ne P(X = -2) \cdot P(Y = 0)$

$\therefore X$ 与 Y 不相互独立 --------------3 分

五、（12 分）

解：（1）法一：由规范性

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy = \int_0^1 dx\int_0^x k\, dy = \int_0^1 kx\, dx = \frac{k}{2},$$

$\therefore \quad k = 2$ --------------------3 分

（法二：利用均匀分布，$k = \dfrac{1}{S} = 2$）

（2） $f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy = \begin{cases} \int_0^x 2dy = 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & else \end{cases}$ ----------------2 分

$$f_Y\left(y\right)=\int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x,y\right)dx=\begin{cases}\int_y^1 2dx=2(1-y),\ 0<y<1\\ 0, \qquad\qquad\qquad else\end{cases}$$ ---------------2 分

（3）Q $f_X(x)f_Y(y)\neq f(x,y)$，$\therefore X$ 与 Y 不相互独立 ---------------------2 分

（4）$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x,y)dxdy=\int_0^1 dx\int_0^x 2x\,dy=\int_0^1 2x^2\ dx=\dfrac{2}{3}$ ---------3 分

六、（8 分）

解：极大似然函数为

$$L(\lambda)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i)=\prod_{i=1}^{n}(\lambda+1)x_i^{\lambda}=(\lambda+1)^n(x_1\Lambda\ \ x_n)^{\lambda}，\ 0<x_1,\Lambda\ \ ,x_n<1$$

则 $\ln L(\lambda)=n\ln(\lambda+1)+\lambda\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$ --------------------4 分

令 $\dfrac{d\ln L(\lambda)}{d\lambda}=\dfrac{n}{\lambda+1}+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0$

故 θ 的极大似然估计值为：$\hat{\lambda}=\dfrac{-n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}-1$

故 θ 的极大似然估计量为：$\hat{\lambda}=\dfrac{-n}{\sum_{i=1}^{n}\ln X_i}-1$ ------------------4 分

七、（8 分）解：假设：$H_0:\mu=220,H_1:\mu\neq 220$ --------------------2 分

当 H_0 成立时，构造检验统计量 $T=\dfrac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(9)$ --------------------2 分

$\alpha=0.05$，$t_{0.025}(9)=2.2622$，拒绝域为：$W=\{T\,\big|\,|T|>2.2622\}$

因为 $\overline{x}=227.2$，$s=9.48$

所以$\left|T_0\right| = \left|\dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\right| = \left|\dfrac{227.2-220}{9.48/3.16}\right| = 2.4 > 2.2622$ --------------------2 分

故拒绝H_0，即不能认为苹果重量为$220g$。 --------------------2 分