学号______________________ 姓名________________________

7.4 基 础 题

7.4.1 第七章练习一

一．选择题（以下每题仅有一个答案是正确的，请选出你的答案并填在下面的答题框内）

1. 设总体 $X \sim b(1,p)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体的样本, 则 p 的最大似然估计量 $\hat{p}$ 为（B ）.

（A） $\min(X_1,\ldots,X_n)$ （B） $\bar{X}$ （C） $\ln\bar{X}$ （D） $\max(X_1,\ldots,X_n)$

2. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，$X \sim U(\theta,5)$，则参数 θ 的矩估计量为 （D）.

（A） $2\bar{X}$ （B） $\bar{X}/5$ （C） $5\bar{X}$ （D） $2\bar{X}-5$

3. 设 $X \sim P(X=k)=(1-p)^{k-1}p,\ k=1,2,\cdots,\ 0<p<1$， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是 X 的样本, 则未知参数 p 的矩估计量为 （ C ）.

（A） $\bar{X}$ （B） $1-\bar{X}$ （C） $1/\bar{X}$ （D） $1-1/\bar{X}$

4. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n\ (n\geq 2)$ 为正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，若统计量 $C\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 为 σ^2 的无偏估计，则 C 值应为 （ C ）.

（A） $\dfrac{1}{2n}$ （B） $\dfrac{1}{2n-1}$ （C） $\dfrac{1}{2n-2}$ （D） $\dfrac{1}{n-1}$

5. 若总体方差 σ^2 的最大似然估计为 $\hat{\theta}$ ，则参数 3σ 的最大似然估计为 （ D ）.

（A） $\hat{\theta}/3$ （B） $3\hat{\theta}$ （C） $3\sqrt{\hat{\theta}}$ （D） $\sqrt{3\hat{\theta}}$

6. 设总体服从 $[0,a]$ 上的均匀分布， $a>0$ 是未知参数，根据样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$， a 的最大似然估计为 （ A ）.

（A） $\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$ （B） $\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$

（C） $\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}-\min\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$ （D） $1+X$

7. 设总体分布为 $N(\mu,\sigma^2)$，μ， σ^2 为未知参数，则 σ^2 的最大似然估计量为 （ A ）.

（A） $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2/n$ （B） $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2/(n-1)$

（C） $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2/(n-1)$ （D） $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2/n$

8. 设 X_1,X_2,X_3 为来自总体 X 的样本，下列关于 $E(X)$ 的无偏估计中，最有效的为 （ B ）.

（A） $(X_1+X_2)/2$ （B） $(X_1+X_2+X_3)/3$

（C） $(2X_1+X_2+X_3)/4$ （D） $(2X_1+2X_2-X_3)/3$

二．计算题（请将每题答案填在答题框内，并在指定处列出主要步骤及推演过程）

9．设总体 X 具有分布律

X	1	2	3
p_k	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 θ $(0<\theta<1)$ 为未知参数．已知取得了样本值 $x_1=1$，$x_2=2$，$x_3=1$，试求 θ 的矩估计值和最大似然估计值.

解：(1) 求 θ 的矩估计值

$$E(X)=1\times\theta^2+2\cdot 2\theta(1-\theta)+3(1-\theta)^2$$
$$=[\theta+3(1-\theta)][\theta+(1-\theta)]=3-2\theta$$

令 $E(X)=3-2\theta=\overline{X}$

则得到 θ 的矩估计值为 $\hat{\theta}=\dfrac{3-\overline{X}}{2}=\dfrac{3-\frac{1+2+1}{3}}{2}=\dfrac{5}{6}$

(2) 求 θ 的最大似然估计值

似然函数 $L(\theta)=\prod_{i=1}^{3}P\{X_i=x_i\}=P\{X_1=1\}P\{X_2=2\}P\{X_3=1\}$

$$=\theta^2\cdot 2\theta(1-\theta)\cdot\theta^2$$
$$=2\theta^5(1-\theta)$$

$\ln L(\theta)=\ln 2+5\ln\theta+\ln(1-\theta)$，求导 $\dfrac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\dfrac{5}{6}-\dfrac{1}{1-\theta}=0$，得到唯一解为 $\hat{\theta}=\dfrac{5}{6}$

学号________________________　　　　**姓名**__________________________

7.4.2　第七章练习二

一．选择题（以下每题仅有一个答案是正确的，请选出你的答案并填在下面的答题框内）

1.　若 1, 1, 1, 0, 1, 1 是来自总体 $b(1,p)$ 的观察值，则参数 p 的矩估计值为　　　　（ D ）.

（A）$\frac{3}{5}$　　（B）$\frac{2}{5}$　　（C）$\frac{1}{2}$　　（D）$\frac{5}{6}$

2.　$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的一个样本，且 $D(X)=\sigma^2$，$\bar{X}$，S^2 分别是样本均值和样本方差，则必有　　　　（D ）.

（A）S 是 σ 的无偏估计量　　（B）S 是 σ 的最大似然估计量

（C）$\bar{X}$ 与S^2 相互独立　　（D）$E(S^2)=\sigma^2$

3.　总体 X 服从 $(0,\theta)$ 上的均匀分布，$\theta>0$ 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体的一个样本，则 θ 的矩估计量为　　　　（B ）.

（A）$\bar{X}$　　（B）$2\bar{X}$　　（C）$\min\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$　　（D）$\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$

4.　设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体的一个样本，则 λ 的矩估计量除了样本均值 $\bar{X}$ 以外，还有一个矩估计量为　　　　（B ）.

（A）$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2/n$　　（B）S^2　　（C）$\bar{X}^2$　　（D）$\sum_{i=1}^{n}X_i^2/n$

5.　设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ 和 σ^2 均未知，样本均值和样本方差分别为 $\bar{X}$ 和 S^2，则 σ 的最大似然估计量为　　　　（D ）.

（A）$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2/n$　　（B）S^2　　（C）S　　（D）$\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2/n}$

6.　设总体 X 的期望 $E(X)=\theta$，$\theta\neq 0$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体的一个样本，则下面哪个不是参数 θ 的无偏估计　　　　（D ）.

（A）$\bar{X}$　　（B）X_1　　（C）X_n　　（D）X_1+X_n

7. 设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 且 σ^2 未知,若样本容量为 n，则 μ 的 95%的置信区间为　　（ D ）.

（A）　$(\overline{X}\pm\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{0.025})$　　（B）$(\overline{X}\pm\frac{S}{\sqrt{n}}t_{0.05}(n-1))$

（C）　$(\overline{X}\pm\frac{S}{\sqrt{n}}t_{0.025}(n))$　　（D）　$(\overline{X}\pm\frac{S}{\sqrt{n}}t_{0.025}(n-1))$

8. 设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ，σ^2 均未知，　若样本容量为 n，σ^2 的 95%的置信区间为　　（B）.

（A）$(\frac{(n-1)S^2}{x_{0.975}^2(n-1)},\frac{(n-1)S^2}{x_{0.025}^2(n-1)})$　　（B）$(\frac{(n-1)S^2}{x_{0.025}^2(n-1)},\frac{(n-1)S^2}{x_{0.975}^2(n-1)})$

（C）　$(\frac{(n-1)S^2}{t_{0.025}^2(n-1)},\frac{(n-1)S^2}{t_{0.975}^2(n-1)})$　　（D）　$(\overline{X}\pm\frac{S}{\sqrt{n}}t_{0.025}(n-1)$

二．计算题

9. 假设生产一个零件所需时间(单位：秒) $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，观察 25 个零件的生产时间得样本均值 $\overline{x}=5.5$,样本标准差 $s=1.73$．试求 μ 和 σ^2 的置信水平为 95%置信区间.

解：μ 的置信度为 95%的置信区间为 $(\overline{x}\pm t_{\alpha/2}(n-1)\times\frac{s}{\sqrt{n}})=(5.5\pm t_{0.025}(24)\times\frac{1.73}{\sqrt{25}})$

$$=(5.5\pm 2.0639\times\frac{1.73}{5})=(4.79,6.21).$$

σ^2 的置信度为 95%的置信区间为

$$(\frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)},\frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)})=(\frac{24S^2}{\chi_{0.025}^2(24)},\frac{24S^2}{\chi_{0.975}^2(24)})$$

$$=(\frac{24\times 1.73^2}{39.645},\frac{24\times 1.73^2}{12.401})=(1.812,7.792)$$