姓名

班号

学号

南京林业大学试卷(A卷)

课程 线性代数A　　　　2022~2023学年第1学期

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、选择题（共10题，每题4分，共40分）

1. 若 $A=\begin{pmatrix}1&3&3\\4&5&6\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}1&2\\4&3\\5&6\end{pmatrix},C=\begin{pmatrix}1&2&1\\2&0&2\end{pmatrix}$,则下列运算结果为3行2列的矩阵的是（ ）.

A. ABC　　B. AC^TB^T　　C. CBA　　D. $C^TB^TA^T$

2．设 A,B 为同阶可逆方阵，则下列式子成立的是（　　）.

A. $(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$　　B. $AB=BA$

C. $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$　　D. $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

3．设A是 n 阶可逆矩阵 $(n\geq 2)$，A^* 是A的伴随矩阵,则（　　）.

A. $(A^*)^*=|A|^{n-1}A$　　B. $(A^*)^*=|A|^{n+1}A$

C. $(A^*)^*=|A|^{n-2}A$　　D. $(A^*)^*=|A|^{n+2}A$

4．非齐次线性方程组 $A_{6\times5}X=\beta$ 在（　　）时有无穷多个解.

A. $R(A)=5,R(A,\beta)=6$　　B. $R(A)=4,R(A,\beta)=5$

C. $R(A)=5,R(A,\beta)=5$　　D. $R(A)=4,R(A,\beta)=4$

5．设 A 是 $m\times n$ 矩阵，$AX=0$ 是非齐次线性方程组 $AX=b$ 所对应的齐次线性方程组，则下列结论正确的是（　　）

A. 若 $AX=0$ 仅有零解，则 $AX=b$ 有唯一解

B. 若 $AX=0$ 有非零解，则 $AX=b$ 有无穷多个解

C. 若 $AX=b$ 有无穷多个解，则 $AX=0$ 仅有零解

D. 若 $AX=b$ 有无穷多个解，则 $AX=0$ 有非零解

6．设向量 β 可由向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性表示，但不能由向量组(I)：$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{m-1}$ 线性表示，记向量组(II)：$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{m-1},\beta$，则（　　）

A. α_m 不能由(I)线性表示，也不能由(Ⅱ)线性表示

B. α_m 不能由(I)线性表示，但可由(Ⅱ)线性表示

C. α_m 可由(I)线性表示，也可由(Ⅱ)线性表示

D. α_m 可由(I)线性表示，但不能由(Ⅱ)线性表示

7．设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$是四维向量组，则（　　）.

A. $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$一定线性无关　　B. $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$一定线性相关

C. α_5一定可以由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性表示　　D. α_1一定可以由$\alpha_5,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性表示

8．已知$\lambda=2$为矩阵A的一个特征值，则$\left(\frac{3}{2}A^2\right)^{-1}$的一个特征值为（　　）.

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{8}$　　D. $\frac{1}{4}$

9．已知A与$B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$相似，则$|A|=$（　　）.

A. -3　　B. 3　　C. -6　　D. 6

10．三元二次型f经过可逆线性变换化为二次型$y_2^2-2y_3^2$，则f的秩等于（　　）.

A. 2　　B. 1　　C. 3　　D. 4

二、计算题（共 2 题，每题 10 分，共 20 分）

1．求$D_4=\begin{vmatrix}2&-5&1&1\\0&1&-1&-5\\1&3&1&3\\-1&-4&-1&-3\end{vmatrix}$.

2．设$A=\begin{pmatrix}2&2&-1\\0&2&3\\0&0&-2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2&6&-1\\8&18&-1\end{pmatrix}$，（1）求$A$的逆矩阵$A^{-1}$；（2）已知$XA=B$，求$X$.

三、应用题 （共 2 题，每题 12 分，共 24 分）

1. a ,b 为何值时，线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=1 \\ x_2-x_3+2x_4=1 \\ 2x_1+3x_2+(a+2)x_3+4x_4=b+3 \\ 3x_1+5x_2+x_3+(a+8)x_4=5 \end{cases}$ 有解或无解，并在有解时求出其解.

2. 已知向量组 $\alpha_1=(1,2,3)^T$，$\alpha_2=(-1,-1,-2)^T$，$\alpha_3=(2,1,3)^T$，$\alpha_4=(2,6,8)^T$，$\alpha_5=(4,2,6)^T$，求该向量组的一个最大线性无关组, 并用此最大线性无关组表示其余向量.

四、综合题 （16 分）

已知三元二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2+3x_2^2+3x_3^2-4x_2x_3$，用正交变换法化此二次型为标准形，并求所经过的正交变换 $X=PY$.