姓名

班号

学号

南京林业大学试卷(B卷)

课程 概率论与数理统计B 20 14 ~20 15 学年第 2 学期

一、填空题（每题4分，共20分）

1. 设某袋中有4个白球，5个黑球，现从袋中任取两球，则至少有一个黑球的概率是____.

2. 若 A, B 是两个事件，则 $P(AB)+P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)+P(\overline{A}\overline{B})=$_____.

3. 设 X 表示10次独立重复射击命中目标的次数，每次射中目标的概率为 0.4，则 $E(X^2)=$____.

4. 设 $E(X)=\mu,\ D(X)=\sigma^2$，则由切比雪夫不等式有 $P\{|X-\mu|<3\sigma\}\geq$______.

5. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，则 $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}{\sigma^2}$ 服从______分布.

二、选择题（每题4分，共20分）

1. 若随机变量 X 服从二项分布 $B(n,p)$ 则下列式子中正确的是（　　）.

(A) $E(2X-1)=2np$；　　(B) $E(2X+1)=4np+1$；

(C) $D(2X+1)=4np(1-p)$；　　(D) $D(2X-1)=4np(1-p)-1$.

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}-cx+\dfrac{1}{2}, & -1\leq x\leq 0\\ 0, & other\end{cases}$，则常数 c 为（　　）。

(A) -3；　(B) 1；　(C) 0；　(D) -1.

3. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}2, & 0\leq x\leq 1, 0\leq y\leq 1,\\ 0, & other.\end{cases}$

则概率 $P\left\{X+Y>0.5\right\}=$（　　）.

(A) 0.125；　(B) 0.25；　(C) 0.75；　(D) 0.875.

4. 在假设检验中，记 H_0 为原假设，则（　）称为第一类错误。

(A) H_0 不真，接受 H_0；　　(B) H_0 不真，拒绝 H_0；

(C) H_0 为真，接受 H_0；　　(D) H_0 为真，拒绝 H_0.

5. 设 $\{X_n\}$ $(n\geq 1)$ 为相互独立的随机变量序列，且都服从参数为 θ 的指数分布，

$\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx$ 是标准正态分布的分布函数，则（　　）

$(A)\ \lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-\theta}{\sqrt{n}\theta}\le x\right\}=\Phi(x)$；　　$(B)\ \lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-n}{\sqrt{n}}\le x\right\}=\Phi(x)$；

$(C)\ \lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-n\theta}{\sqrt{n}\theta}\le x\right\}=\Phi(x)$；　　$(D)\ \lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-n\theta}{\sqrt{n\theta}}\le x\right\}=\Phi(x)$.

三、（10 分）据以往的资料，以为母亲患某种传染病的概率为 0.5，当母亲患病时，她的第一个、第二个孩子患病的概率均为 0.5，且两个孩子均不患病的概率为 0.25，当母亲未患病时, 每个孩子必定不患病。问：1. 第一个孩子未患病的概率？2. 当第一个孩子未患病时，第二个孩子未患病的概率？

四、（10 分）设连续型随机变量X的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -2,\\ A+B\arcsin\frac{x}{2}, & -2<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

求：1. 常数 A,B；2. 分布密度 $f(x)$；3. $P\{|X|<1\}$.

五、（12 分）已知(X,Y)的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{\pi}, & x^2+y^2\le 1\\ 0, & other\end{cases}$$

求：1. 边缘密度函数；2. X,Y 是否独立，为什么？ 3. $P\{X\ge Y\}$.

六、（12 分）设二维随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}\sin(x+y), & 0\le x,y\le\frac{\pi}{2};\\ 0, & other.\end{cases}$$

求：$E(X)$，$E(Y)$，$D(X)$，$D(Y)$和ρ_{XY}.

七、（10 分）设总体 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, 0<x<1;\\ 0, \qquad other.\end{cases}$$

其中$\theta>-1$为未知参数. $X_1, X_2, \cdots, X_n$为来自总体X的容量为n的简单随机样本，求参数θ的矩估计量和最大似然估计量.

八、（6 分）要求一种元件平均使用寿命不得低于 1000 小时，生产者从一批这种元件中随即抽取 25 件，测得其寿命的平均值为 950 小时。已知该种元件寿命服从标准差为$\sigma=100$的正态分布。问这批元件是否合格？（$\alpha=0.05$，$\mu_{0.05}=1.645$）