南京林业大学试卷(B 卷)（答案）

课程 <u>概率统计 B</u>　　　　2022~2023 学年第 <u>2</u> 学期

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

姓名

班号

学号

一、单项选择题（每题 4 分，共 40 分）

1. 设 A,B 为互不相容的随机事件，已知 $P(A)=0.6,P(B)=0.5,$ 则 $P(A-B)=$（ D ）.

A. 0.4　　B. 0.5　　C. 0.3　　D. 0.6

2. 若事件 A 和 B 同时出现的概率 $P(AB)=0$，则（C）

A. A 和 B 不相容　B. AB 是不可能事件　C. AB 未必是不可能事件　D. $P(A)=0$ 或 $P(B)=0$

3. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} kx^2 & 0<x<1 \\ 0 & 其他 \end{cases}$，则 $k=$（ D ）.

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 3

4. 设 X 与 Y 相互独立 $D(X)=25,D(Y)=36,$，则 $Cov(X,Y)=$（ A ）.

A. 0　　B. 0.4　　C. -0.4　　D. 30

5. 设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，那么当 σ 增大时，$P\{|X-\mu|<3\sigma\}=$（ C ）.

A．增大　　B．减少　　C．不变　　D．增减不定

6. 在 $[0,1]$ 区间内任取两个数 x，y，则 $x+y\le\frac{1}{3}$ 的概率为（ D ）.

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{9}$　　D. $\frac{1}{18}$

7. 如果 X 与 Y 相互独立，则下列结论不正确的是（ B ）.

A. $Cov(X，Y)=0$　　B. $D(X-Y)=D(X)-D(Y)$

C. X，Y 不相关　　D. $E(XY)=E(X)E(Y)$

8. 设总体 X 服从区间 $(0,\theta)$ 上的均匀分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为取自 X 的一组样本，则参数 θ 的矩法估计量为（ A ）.

A. $2\overline{X}$　　B. $\frac{1}{2\overline{X}}$　　C. $\frac{2}{\overline{X}}$　　D. $\frac{\overline{X}}{2}$

9. 设 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 未知，σ^2 已知，X_1,X_2,X_3 是来自总体 X 的一个样本，则下列 μ 的无偏估计中最有效的是（ C ）.

A. $\frac{1}{4}X_1+\frac{1}{2}X_2+\frac{1}{4}X_3$　　B. X_1　　C. $\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{3}X_3$　　D. $\frac{1}{6}X_1+\frac{1}{2}X_2+\frac{1}{3}X_3$

10. 设 X_1，$X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的容量为 n 的样本，则统计量 $U=\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ 服从的分布是（ A ）

A. $N(0,1)$　　B. $\chi^2(n-1)$　　C. $\chi^2(n)$　　D. $F(n,n-1)$

二、解答题（每题 10 分，共 60 分）

1. 某厂家有三条流水线生产同一产品，各流水线生产的产品分别占总产品的 60%,30%, 10%，各条流水线生产产品的次品率依次为 1%, 5%, 4%. 从该厂家生产的产品中任取一件产品，发现是次品，问这件次品是第一条流水线生产的概率是多少？

解：设 A_i ＝“第 i 条生产线”生产，$i=1,2,3$，$B=$“任取一产品是次品”，则 $P(A_1)=0.6$，

$P(B|A_1)=0.01$，$P(A_2)=0.3$，$P(B|A_2)=0.05$，$P(A_3)=0.1$，$P(B|A_3)=0.04$，　　（3 分）

由全概率公式 $P(B)=\sum_{i=1}^{3}P(A_i)P(B|A_i)=0.025$，　　（7 分）

由贝叶斯公式 $P(A_1|B)=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{\sum_{i=1}^{2}P(A_i)P(B|A_i)}=6/25$.　　（10 分）

2. 已知随机变量 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases} a(1-x), & 0\le x\le 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

求：（1）常数 a；（2）X 的分布函数 $F(x)$；（3）$P(X>0.5)$；（4）$E(X)$.

解：

（1）$\because \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$，$\therefore \int_0^1 a(1-x)dx=\frac{a}{2}=1$，$a=2$；　　（2 分）

（2）$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\begin{cases} 0 & x<0 \\ 2x-x^2 & 0\le x<1 \\ 1 & x\ge 1 \end{cases}$　　（5 分）

（3）$P(X>0.5)=0.25$；　　（7 分）

（4）$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\int_0^1 x2(1-x)dx=\frac{1}{3}$.　　（10 分）

3．设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0\ , & x<0\\ 0.1, & 0\le x<1\\ 0.9, & 1\le x<2\\ 1\ , & x\ge 2\end{cases}$,

求：（1） X 分布律；（2） $Y=X^2$ 的分布律；（3） (X,Y) 的联合分布律；（4） $Cov(X,Y)$.

解：

X	0	1	2
P	0.1	0.8	0.1

（2 分）

Y	0	1	4
P	0.1	0.8	0.1

（5 分）

Y \ X	0	1	2
0	0.1	0	0
1	0	0.8	0
4	0	0	0.1

（7 分）

$E(X)=0.8\times1+0.1\times2=1$， $E(Y)=0.8\times1+0.1\times4=1.2$，

$E(XY)=0.8\times1\times1+0.1\times4\times2=1.6$，

$Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=1.6-1.2\times1=0.4$. （10 分）

4．设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases}A(x+y)\ , & 0<x<1, 0<y<1\\ 0\ , & \text{其他}\end{cases},$$

（1）求 A；（2）求 X , Y 的边缘密度函数 $f_X(x),\quad f_Y(y)$；（3）判断 X 和 Y 是否相互独立.

解：

（1）

$\because \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy=1, \therefore \int_0^1\int_0^1 A(x+y)dxdy=1\quad , \ A=1$. （3 分）

（2）

$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\ dy=\begin{cases}x+\frac{1}{2} & 0<x<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$, $f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\ dx=\begin{cases}y+\frac{1}{2} & 0<y<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$ （8 分）

（3）$\because f_X(x)f_Y(y)\neq f(x,y)$，故 X 与 Y 不相互独立.（10 分）

5. 已知总体 X 的概率密度函数为 $f(x,\theta)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & x>0\\ 0, & 其他\end{cases}$ θ未知，试求θ的极大似然估计量。

解：

$$样本似然函数为:\mathrm{L}=\prod_{i=1}^{n}(\theta+1)x_i^{\theta}=(\theta+1)^n\prod_{i=1}^{n}x_i^{\theta}$$（5 分）

$$\ln L=n\ln(\theta+1)+\theta\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$$

$$\frac{d\ln L}{d\theta}=\frac{n}{\theta+1}+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0$$

$$\hat{\theta}=\frac{n}{-\sum_{i=1}^{n}\ln X_i}-1\ .$$（10 分）

6. 某糖厂用自动打包机装糖，已知每袋的重量（单位：kg）服从正态分布 $N(50,\sigma^2)$，某日开工后随机检查了 9 袋，测得重量 $x_1,x_2,\cdots x_9$，由此算得 $\overline{x}=48.5, s=2.5$，判断打包机工作是否正常？（$t_{0.025}(8)=0.7064$，$u_{0.025}=1.96$ ）

解：假设机器工作正常

$$H_0:\mu=50, H_1:\mu\neq 50$$（2 分）

$$构造统计量T=\frac{\overline{X}-\mu}{s/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$$（4 分）

$$t_{0.025}(8)=0.7064$$

拒绝域为：$W=\{T\,\big|\,|T|>0.7064\}$（6 分）

观测值带入统计量得：

$$|T|=\left|\frac{48.5-50}{2.5/3}\right|=1.245>0.7064$$（8 分）

落在拒绝域内，原假设不成立，机器工作不正常。（10 分）