

南京林业大学试卷(B 卷)

课程 概率统计 B

2017~2018 学年第 2 学期

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

姓名
学号
班号

一、选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

1. 若 $A \subset B$ 且 $P(A) > 0$, 则以下结论正确的是 ().

(A) $P(A - B) = P(A) - P(B)$ (B) $P(\bar{A} \cup B) = 1$

(C) $P(B | A) = 0$ (D) $P(A | B) = 1$

2. 设在 3 重伯努利试验中事件 A 至少出现一次的概率为 $\frac{7}{8}$, 则 $P(A) = ()$.

(A) $1/8$ (B) $1/4$ (C) $3/8$ (D) $1/2$

3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^x, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x < 1, \text{ 分布函数为 } F(x), \text{ 则} \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$

当 $0 \leq x < 1$ 时 $F(x) = ()$.

(A) $1 + \frac{x^2}{2}$ (B) $\frac{1}{2} + \frac{x^2}{2}$ (C) $\frac{e^x}{2} + \frac{x^2}{2}$ (D) $\frac{x^2}{2}$

4. 设 $E(X) = 0, D(X) = 2$, 用切比雪夫不等式估计概率 $p = P(X^2 < 3)$, 则 ().

(A) $p \geq 1/3$ (B) $p < 1/3$ (C) $p \geq 2/3$ (D) $p < 2/3$

5. 设总体 $X \sim N(2, 1^2)$, X_1, X_2, X_3, X_4 为其样本, 若统计量 $a[(X_1 - X_2)^2 + (X_3 + X_4 - 4)]^2$ 服从 χ^2 -分布, 则 $a = ()$

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题 (每空 3 分, 共 15 分)

1. 设事件 A_1, A_2, A_3 两两互不相容且 $\sum_{i=1}^3 A_i = \Omega$, $P(A_1) = P(A_2) = 2P(A_3)$, 对于事件 B 有

$P(B|A_1) = P(B|A_2) = P(B|A_3) = \frac{1}{3}$, 则 $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$, $P(A_1|B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 $X \sim N(3, 1)$, $Y \sim N(2, 1)$ 且 X, Y 相互独立, $Z = X - 2Y + 1$, 则 $P(Z < 0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设总体 $X \sim N(\mu, 1^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本, 则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 $(\bar{X} \pm 1.96/\sqrt{n})$, 设 L 为该置信区间长度, 若要使 $L \leq 2$, 则样本容量 n 应满足 $\underline{\hspace{2cm}}$. ($u_{0.05} = 1.64, u_{0.025} = 1.96$)

4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2 为其样本, 若 $\hat{\mu} = aX_1 - \frac{1}{2018}X_2$ 是 μ 的一个无偏点估计, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、(12 分) 设袋中有五个相同的小球, 其中有三个标号为 1, 两个标号为 2, 现某人随机抽取三个, 记三个球的号码之和为 X . 试求: (1) X 的分布律; (2) $E(X)$ 和 $D(X)$; (3) $Y = \cos(\pi X)$ 的分布律.

四、(12 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 1+kx, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 试求: (1) k 的值; (2)

$P(-2 < X < 1)$; (3) $E(X^2)$.

五、(12 分) 某网店店主每周周五进货以备周六、日 2 天销售, 根据多周统计, 这 2 天销售量 X, Y

相互独立且服从以下分布: $\begin{array}{c|cc} X & 4 & 5 \\ \hline P & 0.4 & 0.6 \end{array}, \begin{array}{c|ccc} Y & 4 & 5 & 6 \\ \hline P & 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{array}$. 求: (1) (X, Y) 的分布律; (2)

2 天销售总量 $Z = X + Y$ 的分布律; (3) 如果周五进货 9 件, 不够卖的的概率多大?

六、(14 分) 设 (X, Y) 服从区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 上的均匀分布. (1) 求 (X, Y) 的概率密度函数 $f(x, y)$; (2) 求关于 X 和 Y 的边缘概率密度并判断 X 与 Y 是否独立; (3) 求

$P(0 < Y < X < \frac{1}{2})$.

七、(14 分) 设某种元件使用寿命为总体 X (单位: 年), 已知其概率密度为

$f(x, \theta) = \begin{cases} \theta x^{-(\theta+1)}, & x > 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中 $\theta > 1$ 为未知参数. 现从该种元件中随机抽取 8 个, 分别测得

其寿命如下：1.4，1.7，1.5，1.9，1.8，1.3，1.6，1.1，试求：(1) 样本均值 \bar{x} 和样本方差 s^2 ；(2) θ 的矩估计值 $\hat{\theta}$ 和最大似然估计值 $\hat{\theta}_L$ 。

八、(6 分) 某批矿砂的 9 个样品中的镍含量，经测定分别为 (%) 3.31, 3.27, 3.24, 3.28, 3.23, 3.24, 3.26, 3.26, 3.24。已知该种矿砂的镍含量服从标准差为 $\sigma = 0.2$ 的正态分布，问在 $\alpha = 0.05$ 下能否接受假设：这批矿砂的镍含量的均值为 3.45？($z_{0.05} = 1.645$, $z_{0.025} = 1.96$)