南 京 林 业 大 学 试 卷(B 卷)

课程 线性代数 A　　　　2016~2017 学年第 1 学期

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

姓名　　　　班号　　　　学号

一、单项选择题（每题 3 分，共 15 分）

1．排列 $13\cdots(2n-1)24\cdots(2n)$ 的逆序数是（　　　）.

$(A)\ n^2$　　$(B)\ \dfrac{n(n-1)}{2}$　　$(C)\ \dfrac{n(n+1)}{2}$　　$(D)\ n!$

2．一个 n 阶行列式是（　　　）项的代数和.

$(A)\ n$　　$(B)\ n^2$　　$(C)\ n!$　　$(D)\ n^3$

3．设 A, B 均为 n 阶方阵，则下列运算正确的是（　　　）.

$(A)\ (AB)^k = A^k B^k$　　$(B)\ AB = BA$

$(C)\ B^2 - A^2 = (B-A)(B+A)$

(D) 若 $AB = BA$，则 $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

4．下述命题不正确的是（　　　）.

$(A)\ R(A_{m\times n}) \le \min\{m,n\}$；　　(B) 若 $A \sim B$，则 $R(A) = R(B)$；

(C) 若 P,Q 可逆，则 $R(PAQ) = R(A)$；　$(D)\ R(A+B) \ge R(A) + R(B)$.

5．设 A 为 n 阶可逆方阵，λ 为 A 的一个特征值，则 A^* 的一个特征值为（　　　）.

$(A)\ \lambda^{-1}|A|^n$　　$(B)\ \lambda^{-1}|A|$　　$(C)\ \lambda|A|$　　$(D)\ \lambda^{-1}|A|^{n-1}$

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1．设 $D = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 3$，则 $D_1 = \begin{vmatrix} 3a_1 & 3a_2 & 3a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} =$ ________.

2．设$A=\begin{pmatrix}3&0&0\\1&4&0\\0&0&3\end{pmatrix}$，则$A$的逆矩阵$A^{-1}=$__________.

3．设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性相关，$\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性无关，则$R(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=$_________.

4．设矩阵$A=\begin{pmatrix}1&2&-2\\4&t&3\\3&-1&1\end{pmatrix}$，$B$为3阶非零矩阵，且$AB=O$，则$t=$__________.

5．已知实二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+2x_3^2+2ax_1x_2+2x_2x_3$正定，则常数$a$的取值范围为________________.

三、计算下列行列式（每题8分，共16分）

1. $\begin{vmatrix}1&2&0&5\\3&5&6&2\\4&2&8&3\\2&1&2&9\end{vmatrix}$；

2. $D_n=\begin{vmatrix}a&b&b&\cdots&b\\b&a&b&\cdots&b\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\b&b&b&\cdots&b\\b&b&b&\cdots&a\end{vmatrix}$.

四、（10 分）已知矩阵A、B和X满足关系式：$AX=B+X$，其中$A=\begin{pmatrix}2&0&1\\1&2&1\\0&1&3\end{pmatrix}$，

$B=\begin{pmatrix}3&2&1\\2&4&-1\\7&-2&4\end{pmatrix}$，求矩阵$X$.

五、（12分）求向量组

$\vec{\alpha}_1=(1,0,1,1)^T$, $\vec{\alpha}_2=(1,1,2,1)^T$, $\vec{\alpha}_3=(2,1,3,3)^T$, $\vec{\alpha}_4=(3,2,5,3)^T$, $\vec{\alpha}_5=(1,-1,0,2)^T$的秩和一个最大无关组，并将其余向量用该最大无关组线性表示。

六、（12分）当λ取何值时，方程组$\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=\lambda-3\\x_1+\lambda x_2+x_3=-2\\x_1+x_2+\lambda x_3=-2\end{cases}$无解？有唯一解？有无穷多解，并在有无穷多解时求其通解。

七、（15 分）已知二次型: $f=5x_1{}^2+5x_2{}^2+3x_3{}^2-2x_1x_2+6x_1x_3-6x_2x_3$，请用正交变换化此二次型为标准形，并写出相应的正交矩阵。

八、（5分）设方阵A满足方程$A^2-4A+3E=0$，证明：$A+3E$可逆，并求它的逆矩阵。