线代 A 期末练习三

一、单项选择题

1、已知A,B是同阶方阵，下列等式中正确的是 （　　）

（A）$|AB|=|A||B|$ ；　　（B）$(AB)^T=A^TB^T$；

（C）$(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$ ；　　（D）$(AB)^k=A^kB^k$.

2、设A是$m\times n$矩阵，齐次线性方程组$Ax=0$有非零解的充要条件是（　　）

（A） $r(A)=n$；　（B）$r(A)<n$；　（C） $|A|=0$；　（D） $m>n$.

3、设A是5×4矩阵，则下列命题正确的是（　　）

（A）A的行向量组线性无关；　（B）A的行向量组线性相关；

（C）A的列向量组线性无关；　（D）A的列向量组线性相关.

4、设A是n阶可逆矩阵，λ是A的一个特征值，则A^*的一个特征值是（　　）

（A） $\lambda^{-1}|A|^n$；　（B） $\lambda^{-1}|A|$；　（C）$\lambda|A|$；　（D）$\lambda|A|^n$.

5、设n阶方阵A与B相似，则下列命题不正确的是 （　　）

（A）A与B有相同的特征值；　（B）$r(A)=r(B)$；

（C） $|A|=|B|$；　（D）A与B有相同的特征向量.

二、填空题

1、已知$\alpha_1=(1,2,t),\alpha_2=(1,1,-1),\alpha_3=(2,3,1)$，当 t____时，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关.

2、 $f(y)=\begin{vmatrix}2y & 1 & -1\\ -y & -2y & y\\ 1 & 2 & y\end{vmatrix}$中$y^3$的系数是_________.

3、设A为 3 阶方阵，A的特征值为-1，1，2，则$|3A^{-1}|$=_________.

4、设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是三元线性方程组$Ax=b$的三个解，且$\boldsymbol{R(A)=2}$，$\alpha_1+\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\0\\4\end{pmatrix}$，

$\alpha_2-\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$，则$Ax=b$的通解为_____

5、设二次型$f=x_1^2+4x_2^2+2x_3^2+2tx_1x_2+2x_1x_3$是正定的，则$t$的范围是_____

三、已知$A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$，矩阵$X$满足$AX=A+2X$，求矩阵$X$

四、求下列向量组的秩和一个最大无关组.

$\alpha_1=(1,1,1,1)$, $\alpha_2=(2,-3,1,-1)$, $\alpha_3=(1,-1,2,3)$, $\alpha_4=(4,-3,4,3)$.

五、已知线性方程组$\begin{cases} kx_1-x_2=k, \\ kx_2-x_3=k, \\ kx_3-x_4=k, \\ -x_1+kx_4=k. \end{cases}$

（1） k为何值时，方程组有惟一解？无解？无穷多解？

(2)在有无穷多解的情况下求出其通解.

六、已知三阶方阵A的特征值为−1，1，2. 设$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{E}-3\boldsymbol{A}^2+2\boldsymbol{A}^3$.

(1)求矩阵A的行列式及A的秩；

(2)求矩阵B的特征值及其相似对角矩阵.

七、设$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$，求正交矩阵$P$使得$P^{-1}AP=\Lambda$为对角矩阵.

八、证明题

（1）向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，试证$\alpha_1,\alpha_1+2\alpha_2,\alpha_1+2\alpha_2+3\alpha_3$ 线性无关.

（2）设A为$m\times n$矩阵, B为$n\times m$矩阵, 且$m>n$．证明：$|AB|=0$.