姓名

班号

学号

南京林业大学试卷(B 卷)

课程 线性代数 A　2021~2022 学年第 1 学期

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、填空题：（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. 设 A,B 为同阶方阵，则 $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$ 的充要条件是____________.

2. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶方阵，$|\boldsymbol{A}|=1$，则 $|-2\boldsymbol{A}|=$____________.

3. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1 & & \\ & -1 & \\ & & 2\end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{A}^{-1}=$____________.

4. 若 $\alpha_1=$（1，2），$\alpha_2=$(3，4)，$\alpha_3=$（5，6），则 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性________关.

5. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{A}^{2013}\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 4\\ 3 & 4 & 5\end{pmatrix}\boldsymbol{B}^{2012}=$____________.

6. $D=\begin{vmatrix}6 & 7 & 8 & 9\\ 1 & 1 & 1 & 1\\ 17 & 41 & 38 & -3\\ 29 & 5 & -1 & 13\end{vmatrix}$,则 $A_{11}+A_{12}+A_{13}+A_{14}=$_____________ .

7. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 2 & 0\\ 3 & 3 & 1/2\end{pmatrix}$ 的伴随矩阵为 $\boldsymbol{A}^*$,则 $(\boldsymbol{A}^*)^{-1}=$____________.

8. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶方阵且秩为 2，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 3 & 4 & 0\\ 5 & 8 & 7\end{pmatrix}$，则 $R(\boldsymbol{BA})=$____________.

9. $\lambda=$____________时齐次线性方程组 $\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=0\\ x_1+\lambda x_2+x_3=0\\ x_1+x_2+\lambda x_3=0\end{cases}$ 有非零解.

10. 当 $\boldsymbol{A}$ 为 5 阶方阵，$\boldsymbol{R}$（$\boldsymbol{A}$）=2 时，则齐次线性方程组 $\boldsymbol{A}x=0$ 的基础解系中含有_____个解向量.

二、计算题：（共 4 小题，每小题 9 分，共 36 分）

1．已知 5 阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 27$，求 $A_{41}+A_{42}+A_{43}$ 和 $A_{44}+A_{45}$，其中 A_{ij} 是元素 a_{ij} 的代数余子式。

2. 已知矩阵 $\boldsymbol{X}$ 满足 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$，求矩阵 $\boldsymbol{X}$.

3. 非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = -1 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$ 是否有解？若有解，求其通解。

4. 求向量组：$\boldsymbol{\alpha}_1 = (1,3,6,2)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_2 = (2,1,2,-1)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_3 = (3,5,10,2)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_4 = (-2,1,2,3)^T$ 的秩和一个极大线性无关组.

三、证明题（本题 10 分）

已知向量组 $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ 线性无关，证明：向量组 $\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\beta}$ 线性无关.

四、（本题 14 分）

已知二次型 $f = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 2ax_2x_3\ (a>0)$ 通过正交变换 $x = Py$ 化成标准形 $f = y_1^2 + 2y_2^2 + 5y_3^2$，求（1）常数 a；（2）正交变换矩阵 P .