姓名

学号

号

线代 A 期末练习一

一、填空题

1．已知全排列$1x47y65$为偶排列，则$x=$__________；$y=$___________.

2．设A为 3 阶方阵，且满足$|A|=2$, 则$|2A|=$___________.

3．将矩阵A添加一行得到矩阵B，记$R(A)=r_1, R(B)=r_2$，则r_1,r_2的大小关系为_____________.

4．已知$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & -2 & 2\\ -2 & 1 & 2\end{bmatrix}$，则矩阵$A$的第 3 行所有元素的余子式之和为_________.

5．若 3 阶方阵A的特征值为 1、2、−3，则A^2-A+E的特征值为______________.

6．已知$\vec{\eta}_1=(1,2,3,4)^T$，$\vec{\eta}_2=(1,1,1,1)^T$为四元方程组$Ax=0$两个解，其中A的秩$R(A)=2$，, 则方程组$Ax=0$通解为_________.

7. 三维向量空间R^3中向量$(3,2,1)^T$在基$\vec{\alpha}_1=(1,0,0)^T$，$\vec{\alpha}_2=(0,1,0)^T$，$\vec{\alpha}_3=(0,0,1)^T$下的坐标为_________.

8．设$A=\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2}\\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0\end{pmatrix}$，则二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x^TAx=$______________________.

9. 设$V=\left\{\begin{pmatrix}a & b\\ 0 & a\end{pmatrix}\middle| a,b,\in R\right\}$为实数域 R 上的线性空间,则$V$的维数等于_________.

10． 设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1{}^2+4x_2{}^2+4x_3{}^2+2\lambda x_1x_2-2x_1x_3+4x_2x_3$, 则当$\lambda$取值范围为______________时，$f(x_1,x_2,x_3)$为正定二次型

二、计算下列行列式

1、$D=\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ -1 & 3 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$　　　2、$D_n=\begin{vmatrix} -n & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & -n & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -n & & 1 & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \cdots & \ldots & \ldots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & -n & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & -n \end{vmatrix}$

三、设 $A=(1,2,3)$, $B=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$，求 $AB, BA, (BA)^5$.

四、解矩阵方程 $AX=X+B$，其中 $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

五、设线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2-x_3=4 \\ -x_1+\lambda x_2+x_3=\lambda^2 \\ x_1-x_2+x_3=4 \end{cases}$，问(1)当 λ 等于何值时，方程组无解；（2）当 λ 等于何值时，方程组有解，并求出此时方程组的通解.

六、设 $\vec{\alpha}_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{\alpha}_2=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{\alpha}_3=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{\alpha}_4=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$,求 $\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3,\vec{\alpha}_4$ 的一个最大无关组和向量组的秩，并将其余向量由此最大无关组线性表示.

七、设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，求一矩阵可逆 P，使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵

八、证明题

(1) 设 $\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\xi}_3$ 是齐次方程组 $Ax=0$ 的一个基础解系,证明：$\vec{\xi}_1+2\vec{\xi}_2$, $\vec{\xi}_1-\vec{\xi}_2$, $\vec{\xi}_3-3\vec{\xi}_1$ 也是 $Ax=0$ 的基础解系；

(2) 设 $A=E-\vec{\xi}\vec{\xi}^T$，其中 $\vec{\xi}$ 为 n 维非零列向量，证明：$A^2=A$ 的充分必要条件是 $\vec{\xi}^T\vec{\xi}=1$.