姓名

班号

学号

南京林业大学试卷(B 卷)

课程 线性代数 A　　　　2018~2019 学年第 1 学期

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、单项选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 排列 $13\cdots(2n-1)2n(2n-2\cdots)2$ 的逆序数是（　　）.

$(A)\ n^2$　　$(B)\ n(n-1)$　　$(C)\ n(n+1)$　　$(D)\ n!$

2. 五阶行列式 $D=\det(a_{ij})$ 中应有一项为（　　）.

$(A)\ a_{11}a_{23}a_{45}a_{53}a_{44}$　　$(B)\ a_{11}a_{23}a_{34}a_{45}a_{54}$

$(C)\ a_{11}a_{23}a_{35}a_{52}a_{44}$　　$(D)\ a_{12}a_{23}a_{35}a_{52}a_{44}$

3. 设 A 是任一 $n(n\geq 3)$ 阶方阵, A^* 是其伴随矩阵，又常数 $k\neq 0,\pm 1$，则必有 $(kA)^*=$（　）.

$(A)\ kA^*$　　$(B)\ k^{n-1}A^*$　　$(C)\ k^nA^*$　　$(D)\ k^{-1}A^*$

4. 设 A 为 3 阶方阵，$R(A)=1$，则（　　）.

$(A)\ R(A^*)=3$　　$(B)\ R(A^*)=2$

$(C)\ R(A^*)=1$　　$(D)\ R(A^*)=0$

5. 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，则下列向量组线性无关的是（　　）.

$(A)\ \alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3-\alpha_1$　　$(B)\ \alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+2\alpha_2+\alpha_3$

$(C)\ \alpha_1+2\alpha_2,2\alpha_2+3\alpha_3,3\alpha_3+\alpha_1$

$(D)\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3,2\alpha_1-3\alpha_2+22\alpha_3,3\alpha_1+5\alpha_2-5\alpha_3$

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设 $A=(1,2,3)$，$B=(-1,1,0)$，则 $(A^TB)^2=$

2．若三阶方阵 A 有特征值 $1, 2, -1$，则行列式 $\left|A^{*}+3A+2E\right|=$ __.

3. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 4 & t & 3\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix}$，$B$ 为 3 阶非零矩阵，且 $AB=O$，则 $t=$______

4. 设 $D=\begin{vmatrix}3 & -5 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 0 & -5\\ -1 & 3 & 1 & 3\\ 2 & -4 & -1 & -3\end{vmatrix}$，$A_{ij}$ 为元素 a_{ij} 的代数余子式，则 $-A_{11}+3A_{12}+A_{13}+3A_{14}=$ ____.

5. 若实二次型 $f=x^2+4xy+ky^2+z^2$ 为正定的，则 k 应满足的条件是　　　.

三、计算下列行列式（每题 8 分，共 16 分）

1. $\begin{vmatrix}3 & 2 & 5 & 1\\ 2 & 0 & 6 & 2\\ -1 & -1 & -2 & 0\\ 3 & 2 & 0 & 4\end{vmatrix}$；　　2. $D_n=\begin{vmatrix}b & a & \cdots & a\\ a & b & \cdots & a\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ a & a & \cdots & b\end{vmatrix}$.

四、（10 分）已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$，矩阵 X 满足 $A^{*}XA=2XA-8E$，其中 A^{*} 是 A 的伴随矩阵，求矩阵 X.

五、（12 分）设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 2\\ 1 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ 2 & -1 & 3 & 2\end{pmatrix}$.

（1）求行最简形矩阵 B 及可逆矩阵 P 使得 $PA=B$；

（2）求 A 的列向量组的一个最大无关组，并用此最大无关组线性表示其余向量.

六、（12 分）当 λ 取何值时，非齐次方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+(2-\lambda)x_3=1 \\ (2-\lambda)x_1+(2-\lambda)x_2+x_3=1, \\ (3-2\lambda)x_1+(2-\lambda)x_2+x_3=\lambda, \end{cases}$ 有无穷多解，并求其通解.

七、（15 分）已知二次型

$$f=2x_1^2+x_2^2-4x_1x_2+2ax_2x_3,\ (a<0)$$

通过正交变换 $x=Py$ 化成标准形 $f=-2y_1^2+y_2^2+4y_3^2$，求

（1）常数 a；

（2）正交变换矩阵 P.

八、（5 分）设方阵 A 满足方程 $A^2+A-6E=O$，证明 $A+4E$ 可逆，并求其逆矩阵.