

南京林业大学试卷(A卷)

课程 高等数学 A(2)

2015~2016 学年第 2 学期

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、填空题（每题 4 分，共 20 分）

1. 设向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 60° ，且 $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=2$ ，则 $|\vec{a}+\vec{b}|=$ _____.

2. 设级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (3+3u_n)$ 收敛，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n =$ _____.

3. 已知曲线 $x = \frac{t}{1+t}, y = \frac{1+t}{t}, z = t^2$ ，则曲线在 $t=1$ 处的切线为 _____.

4. 设 L 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 与平面 $x + y + z = 0$ 的交线，则 $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) ds =$ _____.

5. 平面 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ($a, b, c > 0$) 被三个坐标面所截部分的面积 $S =$ _____.

二、选择题（每题 4 分，共 20 分）

1. 函数 $z = x^2 + y^2$ 在点 $(1, 2)$ 处沿从点 $(1, 2)$ 到点 $(2, 2 + \sqrt{3})$ 方向的方向导数为 () .

(A) $1 + \sqrt{3}$ (B) $1 - \sqrt{3}$ (C) $1 + 2\sqrt{3}$ (D) $1 - 2\sqrt{3}$

2. XOZ 面上的抛物线 $z^2 = 5x$ 绕 X 轴旋转所成的旋转曲面的方程是 () .

(A) $y^2 + z^2 = 5x$ (B) $x^2 + z^2 = 5y$ (C) $y^2 - z^2 = 5x$ (D) $x^2 - z^2 = 5y$

3. 函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处连续是函数 $f(x, y)$ 在该点处存在偏导数的 () 条件.

(A) 充分 (B) 必要 (C) 充要 (D) 既非充分也非必要

4. 一个形如 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ 的级数，其和函数 $S(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上的表达式为 $\frac{1}{2}(\pi - x)$ ，则 $S(x)$ 在

$x = \frac{3\pi}{2}$ 处的值 $S(\frac{3\pi}{2}) =$ ()

$$(A) \frac{\pi}{4} \quad (B) -\frac{\pi}{4} \quad (C) \frac{\pi}{2} \quad (D) -\frac{\pi}{2}$$

5. 交换积分次序 $\int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^x f(x, y) dy = (\quad)$

$$(A) \int_{\frac{1}{2}}^2 dy \int_y^2 f(x, y) dx \quad (B) \int_{\frac{1}{2}}^1 dy \int_{\frac{1}{y}}^2 f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_y^2 f(x, y) dx$$

$$(C) \int_{\frac{1}{2}}^2 dy \int_{\frac{1}{y}}^2 f(x, y) dx \quad (D) \int_{\frac{1}{2}}^1 dy \int_y^2 f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{\frac{1}{y}}^2 f(x, y) dx$$

三、计算题（每题 8 分，共 16 分）

1. 设 $f(x, y, z) = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{z}}$, 求 $df(1, 1, 1)$.

2. 设 $z = f(xy, y)$, 其中 f 具有连续二阶偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

四、（每题 6 分，共 18 分）

1. 计算 $\iint_D \frac{\sin x}{x} d\sigma$, 其中 D 是由 $y = x$, $y = \frac{x}{2}$, $x = 2$ 所围成的闭区域。

2. 计算 $\iiint_{\Omega} e^{|z|} dv$, 其中 $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.

3. 计算 $\oint_{ABOA} (e^x \sin y - y) dx + (e^x \cos y - 1) dy$, 其中 $A(0, a), B(a, 0), O(0, 0), ABOA$ 是折线, $a > 0$.

五、（每题 6 分，共 12 分）

1. 求微分方程 $(x^2 + 1)y' + 2xy = 4x^2$ 的通解。

2. 已知 $y'' + y' = e^x$ 的特解为 $y_1^* = \frac{1}{2}e^x$, $y'' + y' = \cos x$ 的特解为 $y_2^* = -\frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x$, 试求

微分方程 $y'' + y' = e^x + \cos x$ 的通解。

六、计算与证明（共 14 分）

1. (8 分) (1) 求 $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n$ 的收敛域及和函数; (2) 求级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^{n+1}}$ 的和。

2. (6 分) 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某一邻域内具有二阶连续导数, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$. 证明: 级数

$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} f\left(\frac{1}{n}\right)$ 绝对收敛。