第一类斯特林数

定义：

 Sn,k的一个的组合学解释是：将p个物体排成k个非空循环排列的方法数。

公式：

S(p, k)的递推公式：S(p, k)= (p - 1) \* S(p - 1, k) + S(p - 1, k - 1).

              边界条件：S(p, 0) = 0, p >= 1. S(p, p) = 1, p >= 0.

递推关系的说明：

我们考虑第p个物品。

1.该物品自己可以成一个非空循环排列，也就是S(p - 1, k - 1)种。

2.该物品也可以加到已经形成的k个非空循环排列中，共可以放在其他p - 1个物品的任意一个的一个位置。也就是( p - 1) \* S(p - 1, k)种。。

//递推求解第一类斯特林数

1. **void** Stirling(**int** n, **int** mod)
2. {
3. s[1][0] = 0; s[1][1] = 1;
4. **for**(**INT** i = 2; i <= n; i ++){
5. s[i][0] = 0;
6. **for**(**INT** j = 1; j < i; j ++)
7. s[i][j] = ((i - 1) \* s[i - 1][j] + s[i - 1][j - 1]) % mod;
8. s[i][i] = 1;
9. }
10. }

第二类斯特林数

定义：

Sn,k是基数为n的集合的划分为k个集合方法的数目。例如S3,2 = 3因为3个元素的集合{a, b, c}有3种不同的划分方法：

{{a}, {b, c}}, {{b}, {a, c}}, {{c}, {a, b}}。可以知道Bell(n) = Sn,ki，( 1 <= ki <= n)。

公式：

递推式：S(n, k) = k \* S(n - 1, k) + S(n - 1, k - 1)

              S(n, n) = 1, n >= 0..  S(n, 0) = 0, n >= 1..

解释：第n个物品来单独考虑。。我们要分为k个集合。。

1.可以把当前第n个物品作为一个集合，也就是S(n - 1, k - 1)中方法。

2.也可以把当前第n个物品放在其他的集合中来构成k个集合。也就是S(n - 1, k)中方法。。

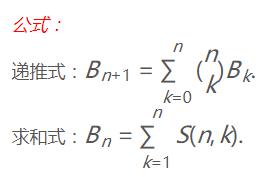
贝尔数

定义：

Bn是基数为n的集合的划分方法的数目。集合S的一个划分是定义为S的两两不相交的非空子集的族，它们的并是S。例如B3 = 5因为3个元素的集合{a, b, c}有5种不同的划分方法：

{{a}, {b}, {c}}, {{a}, {b, c}}, {{b}, {a, c}}, {{c}, {a, b}}, {{a, b, c}}。

B0是1，因为空集正好有1种划分方法。空集的每个成员都是非空集合，而它们的并是空集本身。所以空集是它的唯一划分。

  
上式S(n, k)为第二类斯特林数。也就是说，Bn为第二类斯特林数的和。