

Continuidad Puntual

martes, 20 de abril de 2021 00:46

Una función $f(x)$ es continua en el punto x_0 perteneciente a los números reales si cumple con las siguientes condiciones

- $f(x_0)$ está definida ✓
- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ existe ✓
- $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ ✓

$$f(x) = x^2 - 1 \quad x_0 = 2$$

Si es continua en el punto $x_0 = 2$

$$① f(x_0) = (2)^2 - 1 = 3 \quad \checkmark$$

$$② \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 1 = (2)^2 - 1 = 3 \quad \checkmark$$

$$③ 3 = 3 \quad \checkmark$$

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x < 1 \\ 2x - 3 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ 3 & \text{si } 3 < x \end{cases} \quad \text{es continua en } x=1 \text{ y } x=3$$

Se verifican las condiciones para los puntos $x=1$ y $x=3$

$$① f(x) = (1)^2 = 1 \quad \text{La función está definida en } x=1$$

$$② \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x - 3) = 2(1) - 3 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3) = (1)^3 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$$

Por lo tanto $f(x)$ no es continua en $x=1$

Verificamos la continuidad $x=3$

$$① f(x) = (3)^2 = (3^2) = 9$$

La función está definida en $x=3$

$$② \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} 3 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2x - 3 = 2(3) - 3 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

Por lo tanto el límite es 3

$$③ \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3 \quad \text{y } f(x) = 3$$

Es continua en $x=3$

