4. $b(x;n,p)$ $\quad np=\mu \quad p=\frac{\mu}{n}$

$=\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$

$=\binom{n}{x}\left(\frac{\mu}{n}\right)^x\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{n-x} \qquad \binom{n}{x}=\frac{n!}{x!(n-x)!}$

$=\frac{n!}{x!(n-x)!}\left(\frac{\mu}{n}\right)^x\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{n-x}$

$=\frac{\mu^x}{x!}\frac{n!}{(n-x)!}\frac{1}{n^x}\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{n-x}$

$=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-x+1)(n-x)!}{(n-x)!\,n^x}$

$=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-x+1)}{n^x}$

$=\frac{n}{n}\cdot\frac{n-1}{n}\cdot\frac{n-2}{n}\cdots\frac{n-x+1}{n}$

$=1\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1-\frac{x+1}{n}\right)$

$=\frac{\mu^x}{x!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1-\frac{x+1}{n}\right)\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{n-x}$

$=\frac{\mu^x}{x!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1-\frac{x+1}{n}\right)\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{n}\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{-x}$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty}\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$

$=\frac{\mu^x}{x!}\cdot\underbrace{\lim_{n\to\infty}\overset{1}{\left(1-\frac{1}{n}\right)}\overset{1}{\left(1-\frac{2}{n}\right)}\cdots\overset{1}{\left(1-\frac{x+1}{n}\right)}}_{=1}\cdot\underbrace{\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^n}_{=e^{-\mu}}\cdot\underbrace{\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{-x}}_{=1}$

$=\frac{\mu^x}{x!}e^{-\mu}$

3. ①
$P(x>9)=1-\binom{100}{x}(0.05)^{10}(0.95)^{90}$

$=1-0.9718=0.0282$

② accept, 因為 0.0282 = 2.8% 不超过题目的 5%