Кривые второго порядка

Эллипс – множество точек, сумма расстояний которых до 2-х данных точек F_1 и F_2 (фокусов) есть величина постоянная, равная 2a>0

Расстояние между фокусами: $|F_1F_2| = 2c > 0$

$|F_1M| + |F_2M| = 2a$ - эллипс

Каноническое уравнение эллипса с центром O(0;0)

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ или $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$

Характеристики эллипса:

- a – большая полуось $a > b$ Всегда!
- b – малая полуось $b^2 = a^2 - c^2$
- c – половина расстояния между фокусами $c^2 = a^2 - b^2$
- Ɛ - эксцентриситет (степень вытянутости эллипса) Ɛ=c/a
- $A_{1,2}$ $B_{1,2}$ - вершины эллипса
- Основной прямоугольник

Горизонтальное расположение: фокусы на OX

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (большая полуось под x)

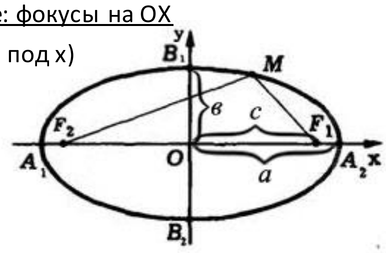
Фокусы на OX: $F_1(c;0)$ $F_2(-c;0)$

Полуоси: a=OA_2 – большая

b = OB_1 – малая

Вершины: $A_{1,2}(\pm a;0)$

$B_{1,2}(0;\pm b)$



Вертикальное расположение: фокусы на OY

$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ (большая полуось под y)

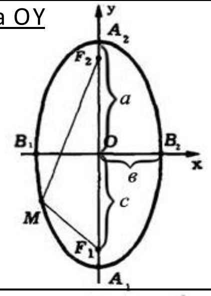
Фокусы на OX: $F_1(0;-c)$ $F_2(0;c)$

Полуоси: a=OA_2 – большая

b = OB_1 – малая

Вершины: $A_{1,2}(0;\pm a)$

$B_{1,2}(\pm b;0)$



Гипербола – множество точек, модуль разности расстояния которых до 2-х данных точек F_1 и F_2 (фокусов) есть величина постоянная, обозначаемая 2a.

Расстояние между фокусами: $|F_1F_2| = 2c$

$\big||F_1M| - |F_2M|\big| = 2a$ - гипербола

Каноническое уравнение гиперболы с центром O (0;0)

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ или $\frac{x^2}{b^2}-\frac{y^2}{a^2}=-1$

Характеристики эллипса:

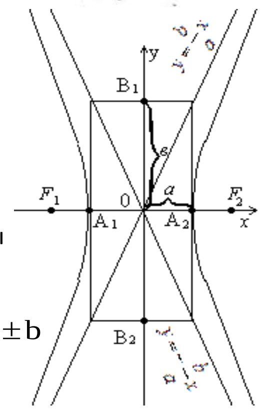
- a – действительная полуось, $a < c$ всегда!
- b – мнимая полуось $b^2 = c^2 - a^2$
- c – расстояние от центра гиперболы до фокуса $c^2 = a^2 + b^2$
- Ɛ - эксцентриситет (степень вытянутости эллипса) Ɛ=c/a
- $A_{1,2}$ - действительные вершины $B_{1,2}$ - мнимые вершины
- Основной прямоугольник
- Асимптоты гиперболы

Фокусы на OX

$F_1(-c;0)$; $F_2(c;0)$ $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

Характеристики гиперболы:

- a – действительная полуось $a = OA_2$
- b – мнимая полуось $b = OB_2$
- $A_{1,2}(\pm a;0)$ - действительные вершины
- $B_{1,2}(0;\pm b)$ - мнимые вершины
- Основной прямоугольник $x = \pm a; y = \pm b$
- Асимптоты $y = \pm\frac{b}{a}x$



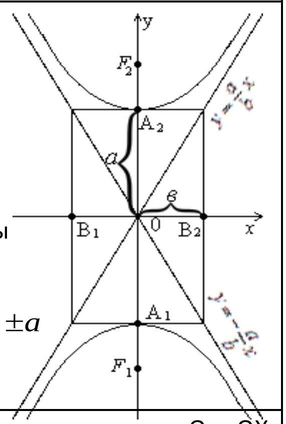
Фокусы на OY

$F_1(0;-c)$; $F_2(0;c)$ $\frac{x^2}{b^2}-\frac{y^2}{a^2}=-1$

Характеристики гиперболы:

- a – действительная полуось $a = OA_2$
- b – мнимая полуось $b = OB_2$
- $A_{1,2}(0;\pm a)$ - действительные вершины
- $B_{1,2}(\pm b;0)$ - мнимые вершины
- Основной прямоугольник $x = \pm b; y = \pm a$

Асимптоты $y = \pm\frac{a}{b}x$



Парабола – множество точек, равноудаленных от данной точки (фокуса) и от данной прямой, не проходящей через эту точку (директриса) $|FM| = \rho(M,d)$

Каноническое уравнение параболы с центром O(0;0)

$y^2 = 2px$ $p > 0$

Характеристики параболы:

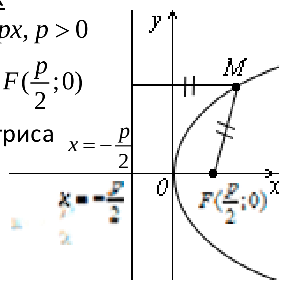
- *p* – параметр параболы, расстояние от фокуса до директрисы
- Фокус параболы
- Директриса
- Вершина – равноудалена от фокуса и директрисы
- Ось симметрии параболы (перпендикулярна директрисе)
- Эксцентриситет параболы Ɛ=1

Ось OX

$y^2 = 2px, p > 0$

Фокус $F(\frac{p}{2};0)$

Директриса $x = -\frac{p}{2}$

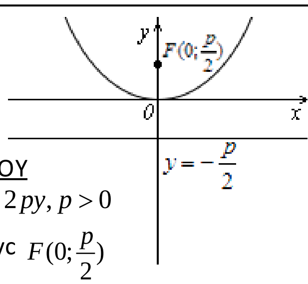


Ось OX

$y^2 = -2px, p > 0$

Фокус $F(-\frac{p}{2};0)$

Директриса $x = \frac{p}{2}$



Ось OY

$x^2 = 2py, p > 0$

Фокус $F(0;\frac{p}{2})$

Директриса $y = -\frac{p}{2}$

Ось OY

$x^2 = -2py, p > 0$

Фокус $F(0;-\frac{p}{2})$

Директриса $y = \frac{p}{2}$