

Kapitel 1

Beispiel

Gewichte

$$\begin{aligned}w_0 &= y^2 \\w_1 &= x^n \\w &= x^n y^2\end{aligned}$$

Bases und Ribbons. Jewils nur z-Komponente (Höhenfunktion)

$$\begin{aligned}b &= 0 \\r_0 &= 0 \\r_1 &= x^k\end{aligned}$$

Damit folgt für die ABC-Fläche

$$a = \frac{x^k x^n}{x^n y^2 + x^n + y^2}$$

Betrachte partielle Ableitungen

$$a_x = \frac{(k+n)x^{n+k-1}(x^n y^2 + x^n + y^2) - x^{n+k} n x^{n-1}(y^2 + 1)}{(x^n y^2 + x^n + y^2)^2}$$

Für $k \geq 1$ ist $a_x \in L^\infty$ klar. Dagegen liegt

$$\begin{aligned}a_y &= \frac{-x^{n+k} 2y(x^n + 1)}{(x^n y^2 + x^n + y^2)^2} \\&= \frac{-2yx^{2n+k}}{(x^n y^2 + x^n + y^2)^2} - \frac{2yx^{n+k}}{(x^n y^2 + x^n + y^2)^2}\end{aligned}$$

für beliebiges p nicht in L^p , wenn n groß genug gewählt wird. Dies lässt sich wie folgt zeigen:

$$\begin{aligned}& \int_{x=0}^1 \int_{y=0}^1 \left(\frac{yx^{n+k}}{(x^n y^2 + x^n + y^2)^2} \right)^p dx dy \\& \geq C \int_{x=0}^1 \int_{y=0}^1 \frac{y^p x^{p(n+k)}}{(x^{2n} + y^4)^p} dx dy \\& \geq C \int_{x=0}^1 \int_{y=0}^{x^{\frac{n}{2}}} \frac{y^p x^{p(n+k)}}{(x^{2n} + y^4)^p} dx dy \\& \geq C' \int_{x=0}^1 \int_{y=0}^{x^{\frac{n}{2}}} \frac{y^p x^{p(n+k)}}{x^{2np}} dx dy \\& = C' \int_{x=0}^1 \frac{x^{kp}}{x^{np}} \int_{y=0}^{x^{\frac{n}{2}}} y^p dx dy \\& = C'' \int_{x=0}^1 \frac{x^{kp}}{x^{np}} [y^{p+1}]_0^{x^{\frac{n}{2}}} dx \\& = C''' \int_{x=0}^1 \frac{1}{x^{(n-k)p}} x^{\frac{n}{2}(p+1)} dx\end{aligned}$$

Das Integral divergiert für den Fall

$$p(n-k) \geq \frac{n}{2}(p+1) + 1$$
$$n \geq \frac{2(1+pk)}{p-1}$$

Bei der Untersuchung auf Quadratintegrabilität ($p = 2$) können die Ribbons bis zu beliebiger Ordnung k übereinstimmen und dennoch liegt a_y für hinreichend großes $n \geq 4k + 2$ nicht in L^2 .