

Kapitel 1

Hilfsrechnungen

Betrachte

$$f : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x, y) = \frac{x^a y^b}{(xy + x + y)^2}.$$

Es gilt:

$a + b$	≥ 2	1	0
$f \in$	L^∞	$L^{2-\epsilon}$	$L^{1-\epsilon}$

Entsprechend ist für die Funktion

$$f : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x, y) = \frac{x^a y^b}{(xy + x + y)^3}$$

die Zuordnung

$a + b$	≥ 3	2	1
$f \in$	L^∞	$L^{2-\epsilon}$	$L^{1-\epsilon}$

zu finden.

Analog gilt für

$$f : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x, y) = \frac{x^a y^b}{(x^2 y^2 + x^2 + y^2)^2}$$

die Einteilung:

$a + b$	≥ 4	3	2
$f \in$	L^∞	$L^{2-\epsilon}$	$L^{1-\epsilon}$

Analog gilt für

$$f : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x, y) = \frac{x^a y^b}{(x^2 y^2 + x^2 + y^2)^3}$$

die Einteilung:

$a + b$	≥ 6	5	4
$f \in$	L^∞	$L^{2-\epsilon}$	$L^{1-\epsilon}$

Kapitel 2

Minimalbeispiele

Hier Minimalbeispiel beschreiben mit Γ_1 auf x-Achse und Γ_2 auf y-Achse

2.1 Kontaktordnung 0

Wir wählen

$$\begin{aligned}w &= xy \\ w_1 &= x \\ w_2 &= y.\end{aligned}$$

2.1.1 Ribbons und Normale konsistent

Einfachste Annahme ist, dass b und $r_1 = r_2 = r$ konstant sind. Damit folgt für die ABC-Fläche

$$f(x, y) = \frac{bxy + rx + ry}{xy + x + y}.$$

Diese Funktion ist offensichtlich beschränkt.

Betrachte nun die partiellen Ableitungen.

$$\partial_x f(x, y) = \frac{(b-r)y^2}{(xy + x + y)^2} \in L^\infty$$

Zweite Ableitungen

$$\begin{aligned}\partial_x \partial_x f(x, y) &= \frac{-2(b-r)y^2(y+1)}{(xy + x + y)^3} \in L^{2-\epsilon} \\ \partial_y \partial_x f(x, y) &= \frac{2(b-r)xy}{(xy + x + y)^3} \in L^{2-\epsilon}\end{aligned}$$

2.1.2 Ribbons konsistent aber Normale nicht

Nehme an, b ist konstant und $r_1 \circ \kappa_1 = y + c$ und $r_2 \circ \kappa_2 = x + c$. Für die ABC-Fläche gilt dann

$$\begin{aligned}f(x, y) &= \frac{bxy + (y+c)x + (x+c)y}{xy + x + y} \\ &= \frac{(b+2)xy + cx + cy}{xy + x + y}.\end{aligned}$$

Die Betrachtung ist also analog zu vorigem Fall.

2.2 Kontaktordnung 1

Wir wählen

$$\begin{aligned}w &= x^2 y^2 \\ w_1 &= x^2 \\ w_2 &= y^2.\end{aligned}$$

2.2.1 Ribbons und Normale konsistent

Einfachste Annahme ist, dass b und $r_1 = r_2 = r$ konstant sind. Damit folgt für die ABC-Fläche

$$f(x, y) = \frac{bx^2y^2 + rx^2 + ry^2}{x^2y^2 + x^2 + y^2}.$$

Diese Funktion ist offensichtlich beschränkt.

Betrachte nun die partiellen Ableitungen.

$$\partial_x f(x, y) = \frac{(2b - 2r)xy^4}{(x^2y^2 + x^2 + y^2)^2} \in L^\infty$$

Zweite Ableitungen

$$\partial_x \partial_x f(x, y) = \frac{(2b - 2r)y^4(y^2 - 3x^2y^2 - 3x^2)}{(x^2y^2 + x^2 + y^2)^3} \in L^\infty$$

$$\partial_y \partial_x f(x, y) = \frac{(8b - 8r)x^3y^3}{(x^2y^2 + x^2 + y^2)^3} \in L^\infty$$