Analisi delle Temperature sul Lago di Windermere

Progetto III per il corso di Statistica

Daniele Giaquinta

Corso di laurea in Artificial Intelligence and Data Engineering

Indice

1 Abstract

Lo scopo di questa relazione è studiare il comportamento della temperatura ambientale nell'area del Lago di Windermere nell'Inghilterra Settentrionale. I dati riportano la temperatura media mensile nella regione dal Gennaio 1946 a Dicembre 2012, fornendo quindi un arco temporale abbastanza significativo. Trovare una stagionalità annuale in questi dati risulta ovvio; sarebbe interessante scoprire tuttavia se in tutti questi anni si nota anche un trend particolare.

2 Dati

Il dataset è reperibile al link https://catalogue.ceh.ac.uk/documents/453fdf49-7328-42ec-94b7-1cebf06c51e2 previa creazione di un account gratuito.

2.1 Osservazioni Iniziali

Dall'osservazione della serie ci si accorge subito di trovarci davanti ad una serie dominata da stagionalità ed era anche facile aspettarselo Figura 1. Le funzioni di autocorrelazioni al netto del trend e non (simili essendo la serie predominata da stagionalità) confermano la stagionalità annuale con i picchi positivi in ogni periodo Figura 2. Dal grafico di quest'ultima è interessante notare come le temperature più basse corrispondano agli anni più lontani Figura 3. Ovviamente questo non è osservabile dal grafico della stagionalità normalizzata, che per il resto è molto simile suggerendo una stagionalità uniforme e quindi è omesso.

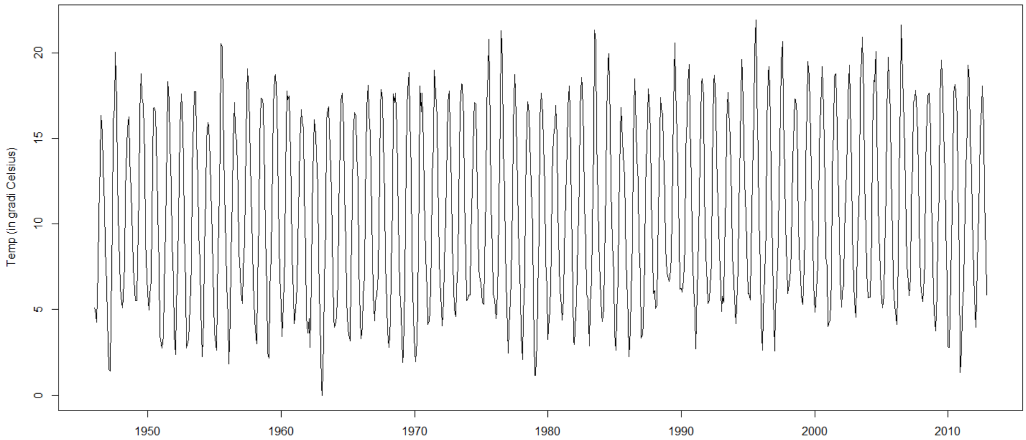

Figura 1: Visione della serie

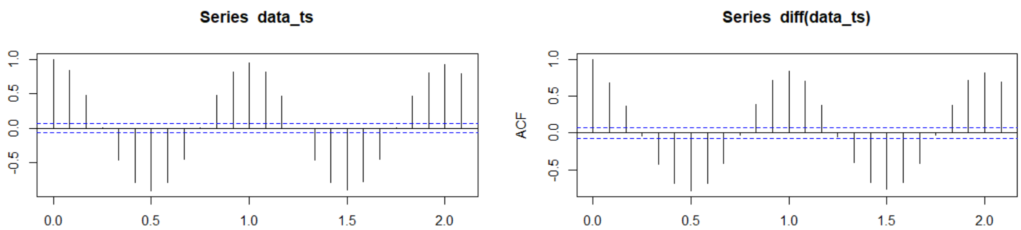

Figura 2: Funzioni di autocorrelazione con trend e al netto del trend

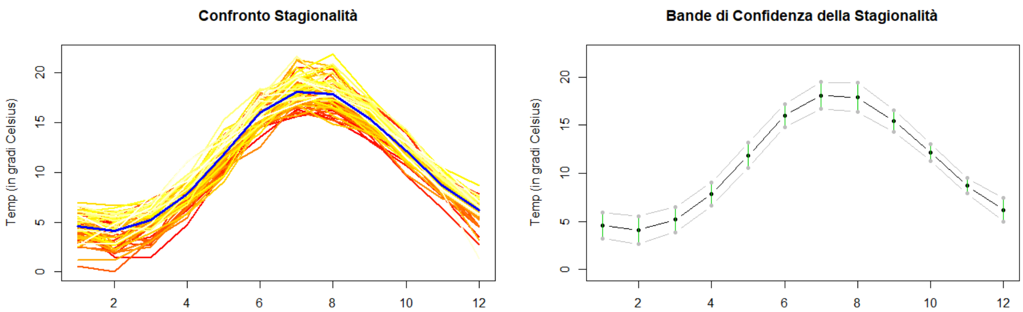

Figura 3: Stagionalità NON normalizzata e bande di confidenza

3 Decomposizione

Per quanto riguarda la decomposizione Figura 4 Figura 5, il modello scelto è quello additivo standard; tra i due modelli additivi è infatti quello che ottiene risultati migliori sia dal punto di vista della struttura conservata dai residui Figura 7 che della normalità di questi ultimi.

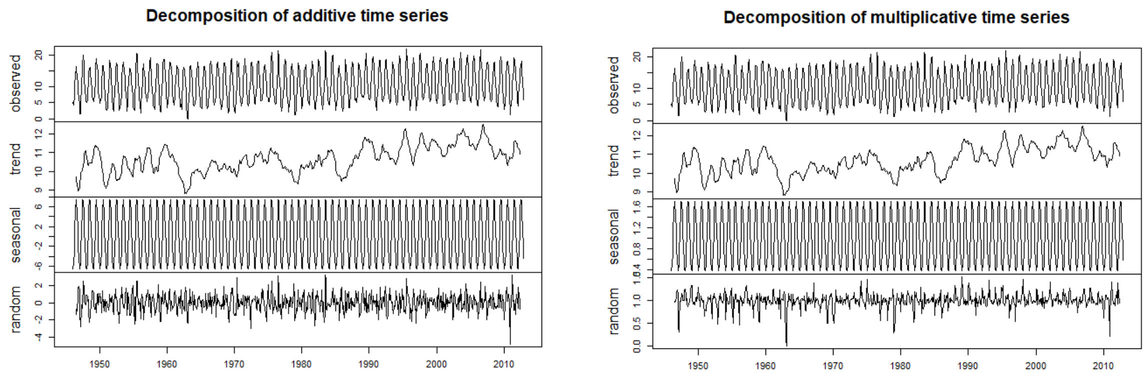

Figura 4: Decomposizione additiva (sinistra) e moltiplicativa (destra)

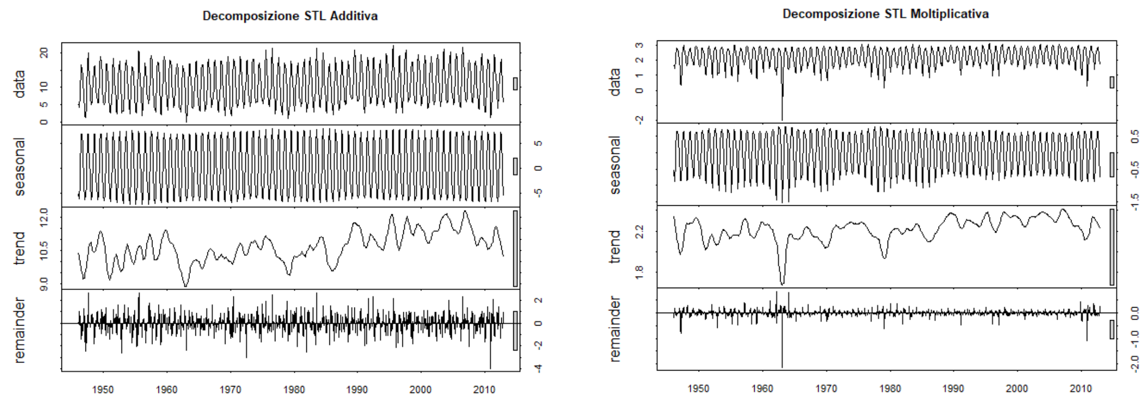

Figura 5: Decomposizione STL additiva (sinistra) e STL moltiplicativa (destra)

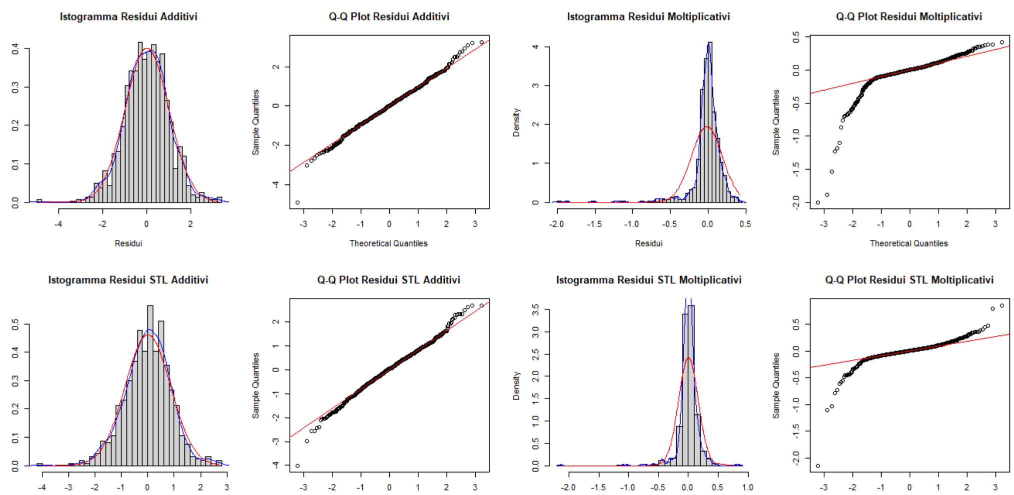

Figura 6: Analisi dei residui delle decomposizioni

I modelli moltiplicativi sebbene sembrino avere residui che conservano meno struttura nei lag più avanzati, presentano dei lag iniziali troppo anomali e i residui sono molto più lontani dalla normalità Figura 6 . In conclusione siamo quindi nell'ipotesi di una stagionalità uniforme.

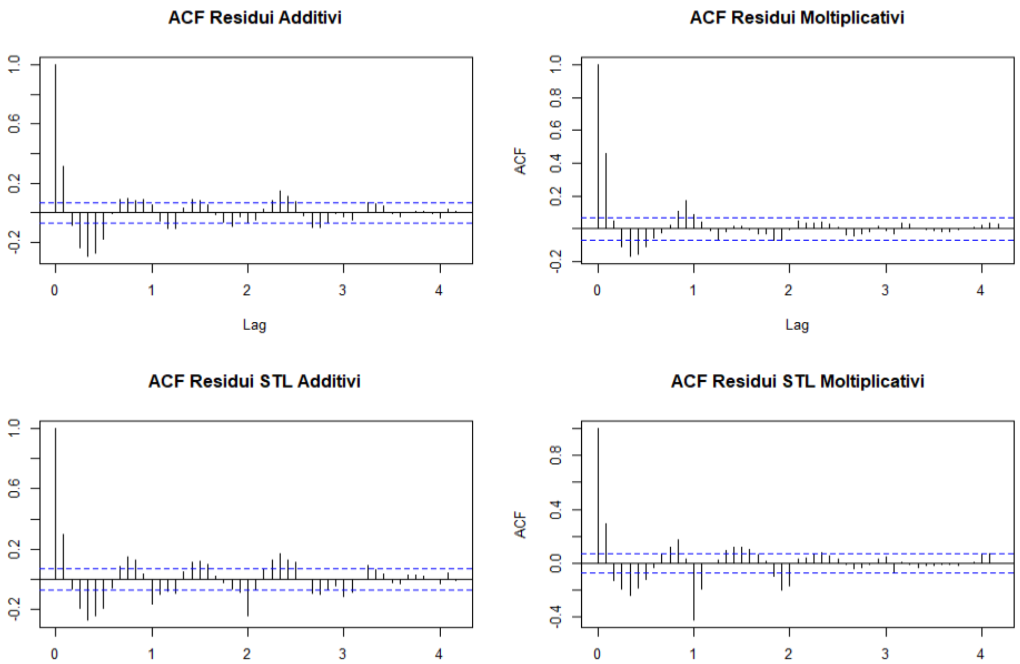

Figura 7: Funzione di autocorrelazione dei residui delle decomposizioni

Le deviazioni standard delle funzioni di autocorrelazione vedono in vantaggio il modello moltiplicativo ma questo risulta comunque poco convincente; tra i due additivi il migliore risulta ancora quello standard:

	sd
add	0.229247
mul	0.2169215
add STL	0.2319557
mul STL	0.2380088

4 Modelli

Si è tentato l'utilizzo di modelli che sfruttano il metodo di Holt-Winters con parametri automatici e manuali e due metodi autoregressivi; Yule-Walker e Minimi Quadrati.

4.1 Holt-Winters

Il modello di Holt-Winters automatico ha settato i parametri α=0.317, β=0.004, γ=0.232. Ha difficoltà a seguire il trend ma a meno di qualche imprecisione sui picchi segue molto bene la staginalità; in Figura 8 è rappresentata una finestra temporale ristretta per leggibilità.

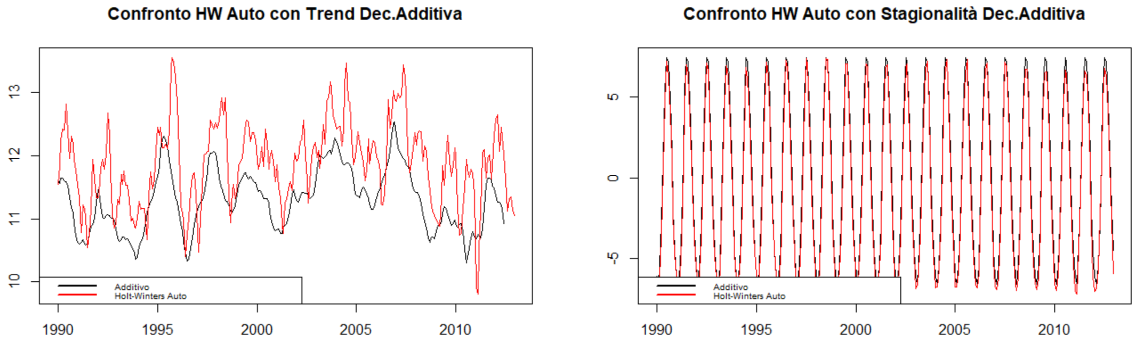

Figura 8: Confronto tra Holt-Winters automatico e modello additivo

Un modello con parametri settati manualmente è stato creato ricavando le condizioni iniziali tramite regressione lineare per tentare di inseguire meglio il trend. I parametri scelti sono α=0.3, β=0.1, γ=0.2. Il risultato Figura 9 sembra leggermente più convincente poiché il trend è più centrato e c'è meno differenza nei picchi di stagionalità.

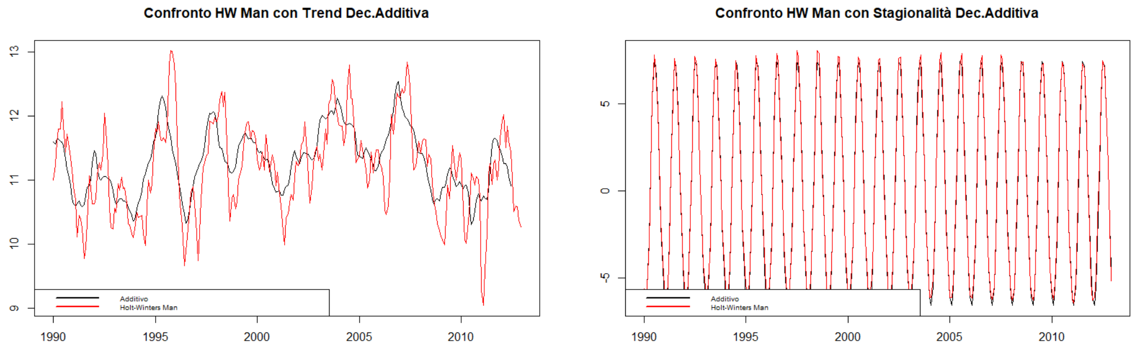

Figura 9: Confronto tra Holt-Winters manuale e modello additivo

Infine è mostrata la previsione per i due modelli e gli intervalli di confidenza non parametrici. I due risultati sono molto simili Figura 10, si nota una leggera riduzione degli intervalli nel modello con parametri manuali; i modelli saranno confrontati più a fondo in seguito tramite i residui.

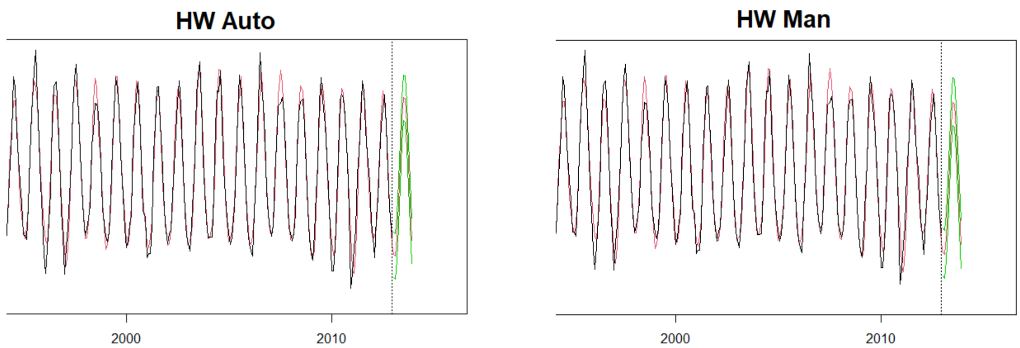

Figura 10: Confronto tra Holt-Winters automatico e manuale in previsione

4.2 Yule-Walker e Minimi Quadrati

Anche con i modelli autoregressivi le previsioni risultano indistinguibili da quelle ottenute con i modelli di Holt-Winters Figura 11, ci si servirà quindi dell'analisi dei residui e dell'autovalidazione per stabilire il modello migliore.

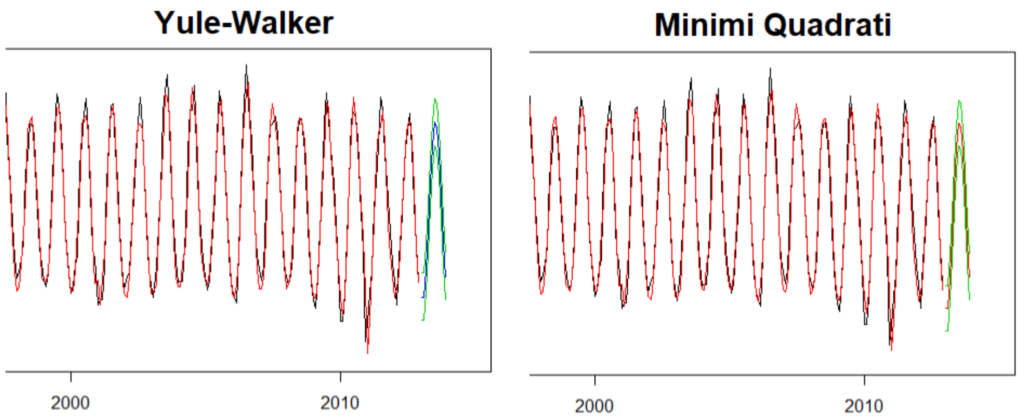

Figura 11: Confronto tra Yule-Walker e Minimi Quadrati in previsione

5 Analisi dei Residui dei Modelli

Le analisi dei residui non restituiscono risultati proprio uguali per tutti i modelli Figura 12, infatti il modello di Holt-Winter con parametri automatici produce i residui peggiori, dove con peggiore si intende meno Gaussiani. Il modello di Holt-Winter con parametri manuali migliora leggermente, ottenendo 0.015 allo Shapiro-Wilk test segnando quasi un superamento della soglia. I modelli autoregressivi invece superano entrambi ampiamente lo Shapiro test.

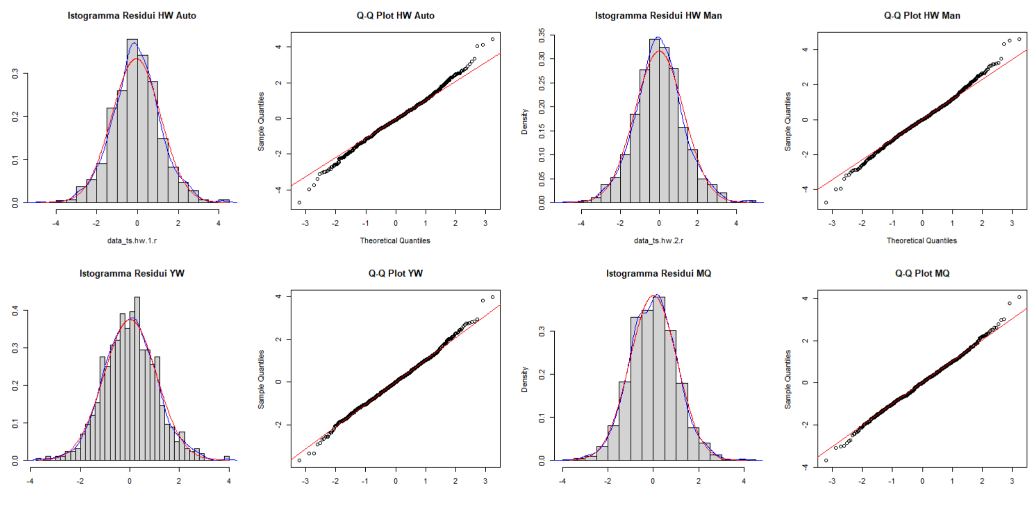

Figura 12: Analisi dei residui dei modelli

Dalle funzioni di autocorrelazione dei residui Figura 13 si nota ancora una volta che i modelli autoregressivi sono migliori, conservando meno struttura nei residui. Tra questi due il modello migliore sembra essere quello dei Minimi Quadrati

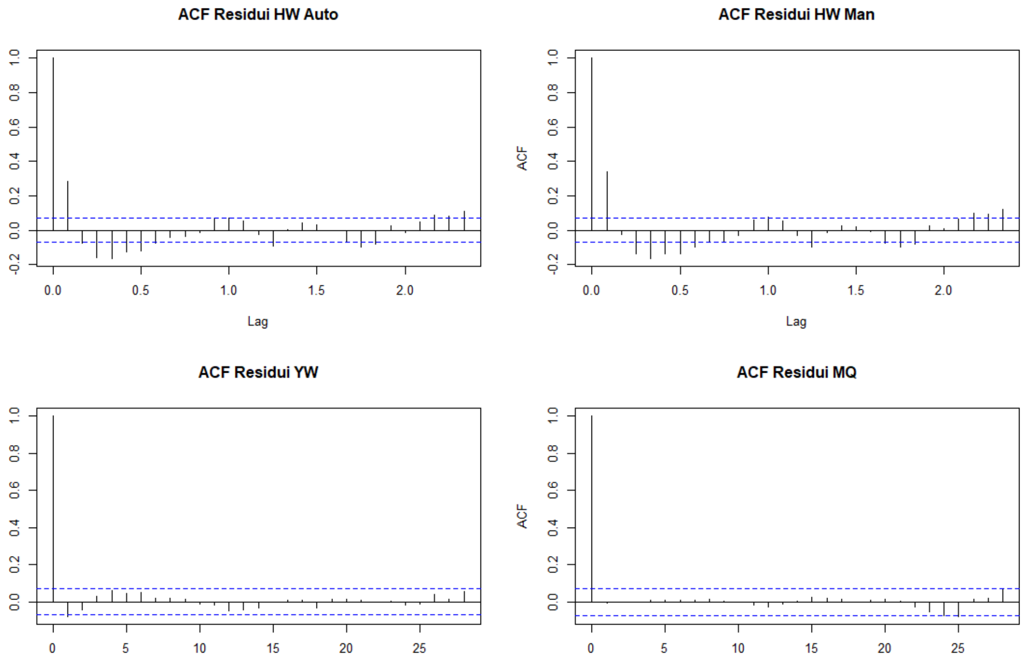

Figura 13: Funzioni di autocorrelazione dei residui dei modelli

6 Autovalidazione

L'ultimo parametro di giudizio per la scelta del modello è l'autovalidazione sull'ultimo anno della serie Figura 14, ovvero il 2012, con cui si sono ottenuti gli errori medi nella tabella sottostante; il modello migliore si conferma quello dei minimi quadrati.

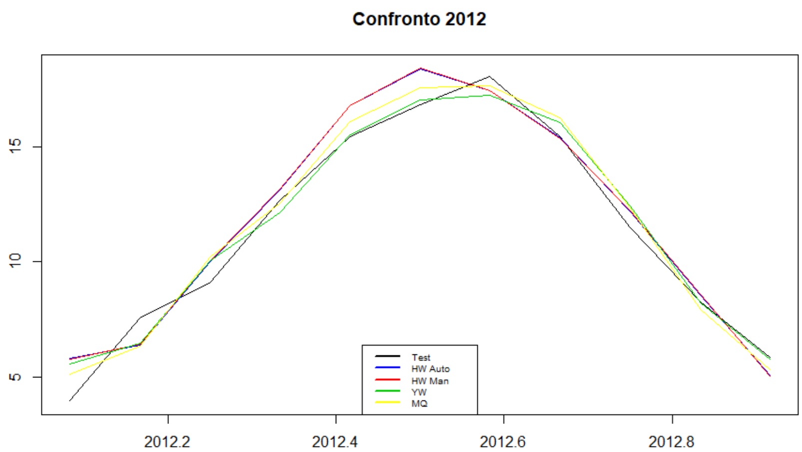

Figura 14: Autovalidazione sull'ultimo anno della serie

	Errore Medio
HW Auto	1.022341
HW Man	1.030423
YW	0.7983478
LS	0.7924036

7 Conclusioni

In epilogo il metodo dei Minimi Quadrati risulta avere residui più Gaussiani e ha un errore medio inferiore a quello degli altri modelli, pertanto non c'è dubbio sulla sua scelta. Viene dunque utilizzato per effettuare la previsione del primo anno fuori range, il 2013 Figura 15. Si mostrano minime previste di circa 3 gradi e massime di circa 17, con bande di confidenza di 1 grado ad aumentare o diminuire.

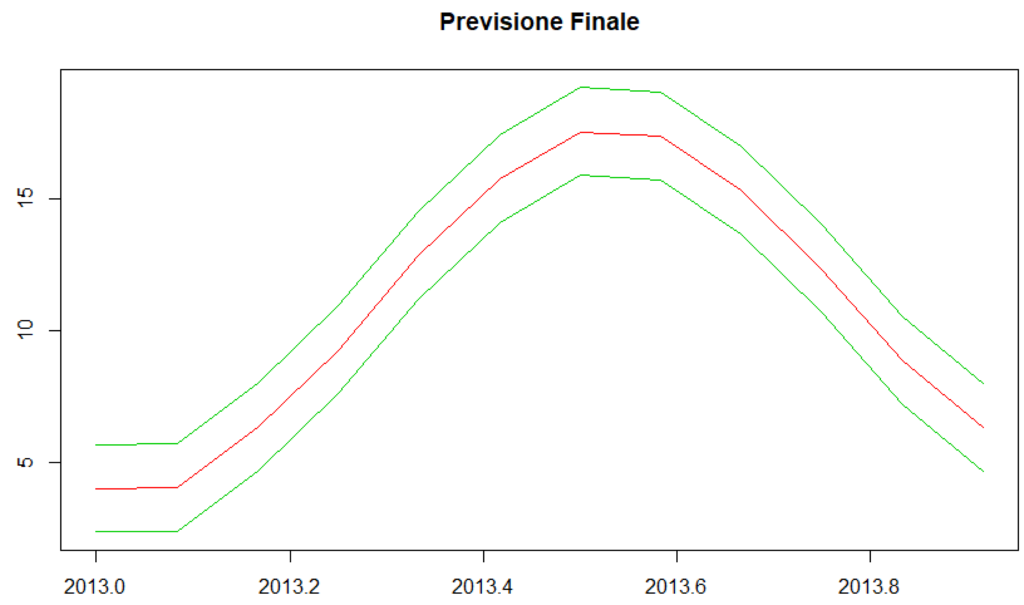

Figura 15: Previsione del 2013 col modello dei Minimi Quadrati

Appendice

Codice R

```
library(readr)
data <- read_csv("tabella.csv")

# Conversione dei due attributi anno e mese in un unico
   attributo di tipo date
month.names <- c("Jan", "Feb", "Mar", "Apr", "May", "Jun", "
   Jul", "Aug", "Sep", "Oct", "Nov", "Dec")
data$Month <- match(data$Month, month.names)
data$date <- as.Date(paste(data$Year, data$Month, 1), format =
    "%Y %m %d")
data <- data[, -c(1, 2)]
data <- data[, c("date", "Temp")]

View(data)
head(data)
summary(data)

# Costruzione Time Series
data_ts <- ts(data$Temp, frequency = 12, start = 1946, end = c
   (2012, 12))
head(data_ts)
ts.plot(data_ts, xlab="Anni", ylab="Temp (in gradi Celsius)")

# Parametri Time Series
start(data_ts)
end(data_ts)
frequency(data_ts)


# ACF
layout(matrix(1:2,1,2))
acf(data_ts, 25)
acf(diff(data_ts), 25)
layout(1)


layout(matrix(1:2,1,2))
# Confronto Stagionalit
m_data = matrix(data_ts, 12, 67)
ts.plot(m_data, col = heat.colors(67), main = "Confronto
   Stagionalit ", ylab = "Temp (in gradi Celsius)", lwd=2)
lines(rowMeans(m_data),lwd=3,col="blue")

# Rimuoviamo il trend normalizzando
```

```r
ts.plot(scale(m_data, scale=F), col = heat.colors(67), main =
   "Confronto Stagionalit ", ylab = "Temp Normalizzate", xlab
   ="Mese", lwd=1.5)
par(bg = "white")

# Bande di confidenza Stagionalit
data_ts.sd=vector("numeric",12)
for(i in 1:12){
  data_ts.sd[i]=sd(m_data[i,])
}

layout(1)
data_ts.m=rowMeans(m_data)
plot(data_ts.m,pch=20,type="b", ylim=range(c(data_ts.m-3*data_
   ts.sd, data_ts.m+3*data_ts.sd)),
     main = "Bande di Confidenza della Stagionalit ", ylab="
   Temp (in gradi Celsius)", xlab="Mese")
arrows(1:12,data_ts.m-data_ts.sd,1:12,data_ts.m+data_ts.sd,
   length=0.02,angle=90,
       code=3,col="green3")
points(data_ts.m+data_ts.sd,type="b",pch=20,col="gray")
points(data_ts.m-data_ts.sd,type="b",pch=20,col="gray")

# Boxplot Stagionalit
boxplot(t(m_data), pch=19)
boxplot(t(scale(m_data, scale=F)), pch=19)




# DECOMPOSIZIONE

# Decomposizione Additiva
data_ts.da=decompose(data_ts)
plot(data_ts.da)
# Decomposizione Moltiplicativa
data_ts.dm=decompose(data_ts, type="multiplicative")
plot(data_ts.dm)
# Stl Additivo
data_ts.stla = stl(data_ts,s.window=11)
plot(data_ts.stla, main="Decomposizione STL Additiva")
# per l'Stl Moltiplicativo va rimosso un -inf che compare per
   una temperatura media di 0 gradi dopo il logaritmo
logdata=log(data_ts)
logdata[206]=-2
# Stl Moltiplicativo
data_ts.stlm = stl(logdata,s.window=7)
plot(data_ts.stlm, main="Decomposizione STL Moltiplicativa")

# Confronto Stagionalit
```

```
plot(data_ts.da$seasonal,main = "Confronto Stagionalit ",
   ylab = "Stagionalit ")
lines(mean(data_ts.dm$trend, na.rm=T)*(data_ts.dm$seasonal-1),
   col="red")
lines(data_ts.stla$time.series[,1],col="green")
lines(data_ts.stlm$time.series[,1]*mean(data_ts.stla$time.
   series[,2],na.rm=T),col="blue")
# Confronto rumore
plot(data_ts.da$random, ylab="Rumore")
lines(mean(data_ts.dm$trend, na.rm=TRUE)*(data_ts.dm$random-1)
   , col="red")
lines(data_ts.stla$time.series[,3],col="green")
lines(data_ts.stlm$time.series[,3]*mean(data_ts.stla$time.
   series[,2],na.rm=T),col="blue")


# ANALISI DEI RESIDUI

# DECOMPOSIZIONE ADDITIVA
data_ts.dar <- na.omit(data_ts.da$random)
layout(matrix(1:8, 2, 4, byrow = TRUE))
# Istogramma
hist(data_ts.dar, 35, freq=F, main="Istogramma Residui
   Additivi", xlab="Residui")
lines(density(data_ts.dar), col="blue")
lines(sort(data_ts.dar), dnorm(sort(data_ts.dar), mean(data_ts
   .dar), sd(data_ts.dar)), col="red")
# Q-Q Plot
qqnorm(data_ts.dar, main="Q-Q Plot Residui Additivi")
qqline(data_ts.dar, col="red")
# Shapito Wilk
shapiro.test(data_ts.dar)
# DECOMPOSIZIONE MOLTIPLICATIVA
data_ts.dmr <- na.omit(log(data_ts.dm$random))
data_ts.dmr[200]=-2
# Istogramma
hist(data_ts.dmr, 35, freq=F, main="Istogramma Residui
   Moltiplicativi", xlab="Residui")
lines(density(data_ts.dmr), col="blue")
lines(sort(data_ts.dmr), dnorm(sort(data_ts.dmr), mean(data_ts
   .dmr), sd(data_ts.dmr)), col="red")
# Q-Q Plot
qqnorm(data_ts.dmr, main="Q-Q Plot Residui Moltiplicativi")
qqline(data_ts.dmr, col="red")
# Shapiro Wilk
shapiro.test(data_ts.dmr)
# DECOMPOSIZIONE STL ADDITIVA
data_ts.stlar <- data_ts.stla$time.series[,3]
# Istogramma
hist(data_ts.stlar, 30, freq=F, main="Istogramma Residui STL
   Additivi", xlab="Residui")
lines(density(data_ts.stlar), col="blue")
```

```
lines(sort(data_ts.stlar), dnorm(sort(data_ts.stlar), mean(
   data_ts.stlar), sd(data_ts.stlar)), col="red")
# Q-Q Plot
qqnorm(data_ts.stlar, main="Q-Q Plot Residui STL Additivi")
qqline(data_ts.stlar, col="red")
# Shapiro Wilk
shapiro.test(data_ts.stlar)
# DECOMPOSIZIONE STL MOLTIPLICATIVA
data_ts.stlmr <- data_ts.stlm$time.series[,3]
# Istogramma
hist(data_ts.stlmr, 40, freq=F, main="Istogramma Residui STL
   Moltiplicativi", xlab="Residui")
lines(density(data_ts.stlmr), col="blue")
lines(sort(data_ts.stlmr), dnorm(sort(data_ts.stlmr), mean(
   data_ts.stlmr), sd(data_ts.stlmr)), col="red")
# Q-Q Plot
qqnorm(data_ts.stlmr, main="Q-Q Plot Residui STL
   Moltiplicativi")
qqline(data_ts.stlmr, col="red")
# Shapiro Wilk
shapiro.test(data_ts.stlmr)


layout(matrix(c(1,2,3,4), 2, 2, byrow = TRUE))
# ACF Residui
acf(data_ts.dar, 50, main = "ACF Residui Additivi")
# ACF Residui
acf(data_ts.dmr, 50, main = "ACF Residui Moltiplicativi")
# ACF Residui
acf(data_ts.stlar, 50, main = "ACF Residui STL Additivi")
# ACF Residui
acf(data_ts.stlmr, 50, main = "ACF Residui STL Moltiplicativi"
   )


# Confronto Deviazione Standard modelli di Decomposizione
sd(acf(data_ts.dar, plot=F)$acf)
sd(acf(data_ts.dmr, plot=F)$acf)
sd(acf(data_ts.stlar, plot = F)$acf)
sd(acf(data_ts.stlmr, plot = F)$acf)




# Holt Winters
layout(1)
data_ts.hw.1 = HoltWinters(data_ts)
plot(data_ts.hw.1)

data_ts.hw.1$alpha
data_ts.hw.1$beta
data_ts.hw.1$gamma
```

```r
# Confronto con additivo
layout(matrix(1:2,1,2))
# Trend
ts.plot(window(data_ts.da$trend, c(1990, 1)),window(data_ts.hw
   .1$fitted[,2], c(1990, 1)),col=c("black","red"), main = "
   Confronto HW Auto con Trend Dec.Additiva")
legend(
  "bottomleft",
  legend = c( "Additivo", "Holt-Winters Auto"),
  col = c("black", "red"),
  lwd = 2,
  cex = 0.6
)
# Stagionalit
ts.plot(window(data_ts.da$seasonal, c(1990, 1)),window(data_ts
   .hw.1$fitted[,4], c(1990, 1)),col=c("black","red"), main =
   "Confronto HW Auto con Stagionalit  Dec.Additiva")
legend(
  "bottomleft",
  legend = c( "Additivo", "Holt-Winters Auto"),
  col = c("black", "red"),
  lwd = 2,
  cex = 0.6
)


# Holt Winters Manuale
x=1:20
# intercept al posto di l.start e x al posto di b.start
coefficients(lm(data_ts[1:20]~x))
data_ts.hw.2 = HoltWinters(data_ts, alpha=0.3, beta=0.1, gamma
   =0.2, l.start=6.8927895, b.start=-0.2570677)
layout(1)
plot(data_ts.hw.2)
plot(data_ts.hw.2$fitted)
# Confronto con  decomposizione additiva
layout(matrix(1:2,1,2))
# Trend
ts.plot(window(data_ts.da$trend, c(1990, 1)),window(data_ts.hw
   .2$fitted[,2], c(1990, 1)),col=c("black","red"), main = "
   Confronto HW Man con Trend Dec.Additiva")
legend(
  "bottomleft",
  legend = c( "Additivo", "Holt-Winters Man"),
  col = c("black", "red"),
  lwd = 2,
  cex = 0.6
)
# Stagionalit
ts.plot(window(data_ts.da$seasonal, c(1990, 1)),window(data_ts
   .hw.2$fitted[,4], c(1990, 1)),col=c("black","red"), main =
```

```
    "Confronto HW Man con Stagionalit  Dec.Additiva")
legend(
  "bottomleft",
  legend = c( "Additivo", "Holt-Winters Man"),
  col = c("black", "red"),
  lwd = 2,
  cex = 0.6
)
layout(1)



# Autoregressione con Yule-Walker
data_ts.ar = ar(data_ts)
data_ts.ar
data_ts.ar$var/var(data_ts[15:length(data_ts)])

data_ts.ar.an = data_ts - data_ts.ar$resid


# Autoregressione con Minimi Quadrati
data_ts.ls = ar(data_ts, method="ols")
data_ts.ls
data_ts.ar$var/var(data_ts[23:length(data_ts)])

data_ts.ls.an = data_ts - data_ts.ls$resid



# ANALISI DEI RESIDUI
# Holt Winters con parametri automatici
data_ts.hw.1.r = residuals(data_ts.hw.1)
plot(data_ts.hw.1.r, type="p", pch=20)
# Varianza (non) Spiegata
var(data_ts.hw.1.r)/var(window(data_ts, c(2001, 1)))

# Incertezza
plot(data_ts.hw.1, predict(data_ts.hw.1, 12), main="Holt-
    Winters Auto")
lines(predict(data_ts.hw.1, 12) + quantile(data_ts.hw.1.r,
    0.05), col="green3")
lines(predict(data_ts.hw.1, 12) + quantile(data_ts.hw.1.r,
    0.95), col="green3")
legend(
  "bottomleft",
  legend = c( "Osservazioni", "Holt-Winters Auto"),
  col = c("black", "red"),
  lwd = 2,
  cex = 0.6
)

# Holt Winters con parametri manuali
```

```r
data_ts.hw.2.r = residuals(data_ts.hw.2)
plot(data_ts.hw.2.r, type="p", pch=20)
plot(data_ts.hw.2$fitted[,1], data_ts.hw.2.r, pch=20)
# Varianza Spiegata
var(data_ts.hw.2.r)/var(window(data_ts, c(2001, 1)))

# Incertezza
plot(data_ts.hw.2, predict(data_ts.hw.2, 12), main="Holt-
   Winters Manuale")
lines(predict(data_ts.hw.2, 12) + quantile(data_ts.hw.2.r,
   0.05), col="green3")
lines(predict(data_ts.hw.2, 12) + quantile(data_ts.hw.2.r,
   0.95), col="green3")
legend(
  "bottomleft",
  legend = c( "Osservazioni", "Holt-Winters Manuale"),
  col = c("black", "red"),
  lwd = 2,
  cex = 0.6
)

# Yule Walker
data_ts.ar.r = data_ts.ar$resid[24:804]
plot(data_ts.ar.r, type="p", pch=20)

# Incertezza
data_ts.ar.pt = predict(data_ts.ar, n.ahead = 12, se.fit =
   FALSE)
plot(data_ts, main = "Yule-Walker", col="black")
lines(data_ts.ar.pt, col = "blue")
lines(data_ts -data_ts.ar$resid, col = "red")
lines(data_ts.ar.pt + quantile(data_ts.ar.r, 0.05), col="
   green3")
lines(data_ts.ar.pt + quantile(data_ts.ar.r, 0.95), col="
   green3")
legend(
  "bottomleft",
  legend = c( "Osservazioni", "Yule-Walker"),
  col = c("black", "red"),
  lwd = 2,
  cex = 0.6
)

# Minimi Quadrati
data_ts.ls.r = data_ts.ls$resid[26:804]
plot(data_ts.ls.r, type="p", pch=20)

# Incertezza
data_ts.ls.pt = predict(data_ts.ls, n.ahead = 12, se.fit =
   FALSE)
plot(data_ts, main = "Minimi Quadrati", col="black")
lines(data_ts.ls.pt, col = "red")
```

```
lines(data_ts -data_ts.ls$resid, col = "red")
lines(data_ts.ls.pt + quantile(data_ts.ls.r, 0.05), col="
   green3")
lines(data_ts.ls.pt + quantile(data_ts.ls.r, 0.95), col="
   green3")
legend(
  "bottomleft",
  legend = c( "Osservazioni", "Minimi Quadrati"),
  col = c("black", "red"),
  lwd = 2,
  cex = 0.6
)


layout(matrix(1:8, 2, 4, byrow = TRUE))
# Istogramma
hist(data_ts.hw.1.r, 30, freq=F, main="Istogramma Residui HW
   Auto")
lines(density(data_ts.hw.1.r),col="blue")
lines(sort(na.omit(data_ts.hw.1.r)),dnorm(sort(na.omit(data_ts
   .hw.1.r)),mean(na.omit(data_ts.hw.1.r)),sd(na.omit(data_ts.
   hw.1.r))),col="red")
# Q-Q Plot
qqnorm(data_ts.hw.1.r,main = "Q-Q Plot HW Auto")
qqline(data_ts.hw.1.r, col="red")
# Shapiro Test
shapiro.test(data_ts.hw.1.r)

# Istogramma
hist(data_ts.hw.2.r, 30, freq=F, main="Istogramma Residui HW
   Man")
lines(density(data_ts.hw.2.r),col="blue")
lines(sort(na.omit(data_ts.hw.2.r)),dnorm(sort(na.omit(data_ts
   .hw.2.r)),mean(na.omit(data_ts.hw.2.r)),sd(na.omit(data_ts.
   hw.2.r))),col="red")
# Q-Q Plot
qqnorm(data_ts.hw.2.r,main = "Q-Q Plot HW Man")
qqline(data_ts.hw.2.r, col="red")
# Shapiro Test
shapiro.test(data_ts.hw.2.r)

# Istogramma
hist(data_ts.ar.r, 30, freq=F, main="Istogramma Residui YW")
lines(density(data_ts.ar.r),col="blue")
lines(sort(na.omit(data_ts.ar.r)),dnorm(sort(na.omit(data_ts.
   ar.r)),mean(na.omit(data_ts.ar.r)),sd(na.omit(data_ts.ar.r)
   )),col="red")
# Q-Q Plot
qqnorm(data_ts.ar.r,main = "Q-Q Plot YW")
qqline(data_ts.ar.r, col="red")
# Shapiro Test
shapiro.test(data_ts.ar.r)
```

```
# Istogramma
hist(data_ts.ls.r, 20, freq=F, main="Istogramma Residui MQ")
lines(density(data_ts.ls.r),col="blue")
lines(sort(na.omit(data_ts.ls.r)),dnorm(sort(na.omit(data_ts.
   ls.r)),mean(na.omit(data_ts.ls.r)),sd(na.omit(data_ts.ls.r)
   )),col="red")
# Q-Q Plot
qqnorm(data_ts.ls.r,main = "Q-Q Plot MQ")
qqline(data_ts.ls.r, col="red")
# Shapiro Test
shapiro.test(data_ts.ls.r)

layout(matrix(c(1,2,3,4), 2, 2, byrow = TRUE))
# Autocorrelazione
acf(data_ts.hw.1.r, main="ACF Residui HW Auto")
# Autocorrelazione
acf(data_ts.hw.2.r, main="ACF Residui HW Man")
# Autocorrelazione
acf(data_ts.ar.r, main="ACF Residui YW")
# Autocorrelazione
acf(data_ts.ls.r, main="ACF Residui MQ")



# AUTOVALIDAZIONE
layout(1)
# Previsione 2012
res.hw.1 = rep(0,11)
res.hw.2 = rep(0,11)
res.ar = rep(0,11)
res.ls = rep(0,11)

for (i in 1:11) {
  train = window(data_ts, end = c(2012, i))
  test = window(data_ts, start = c(2012, i+1))
  res.hw.1[i] = predict(HoltWinters(train, alpha = 0.3167558 ,
    beta = 0.003596265, gamma = 0.2323031), 1) #automatico
  res.hw.2[i] = predict(HoltWinters(train, alpha=0.30, beta=
   FALSE, gamma=0.25, l.start=6.8927895, b.start=-0.2570677),
   1) #manuale
  res.ar[i] = predict(ar(train), n.ahead = 1, se.fit = F) #yw
  res.ls[i] = predict(ar(train, method="ols"), n.ahead = 1, se
   .fit = F) #minquad
}

test = window(data_ts, start=c(2012, 2))
sqrt(mean((test-res.hw.1)^2))
sqrt(mean((test-res.hw.2)^2))
sqrt(mean((test-res.ar)^2))
sqrt(mean((test-res.ls)^2))
```

```
ts.plot(test, res.hw.1, res.hw.2, res.ar, res.ls, main="
   Confronto 2012", col=c("black", "blue", "red", "green3", "
   yellow"))
legend(
  "bottom",
  legend = c( "Test", "HW Auto", "HW Man", "YW", "MQ"),
  col = c("black", "blue", "red", "green3", "yellow"),
  lwd = 2,
  cex = 0.6
)



# Previsione Minimi Quadrati, modello scelto
data_ts.ls.pt = predict(data_ts.ls, n.ahead=12, se.fit=FALSE)
data_ts.ls.r = data_ts.ls$resid[26:804]

y.max = max(data_ts.ls.pt + quantile(data_ts.ls.r, 0.95))
y.min = min(data_ts.ls.pt + quantile(data_ts.ls.r, 0.05))
ts.plot(data_ts.ls.pt, ylim=c(y.min, y.max), col="red", main="
   Previsione Finale")
lines(data_ts.ls.pt + quantile(data_ts.ls.r, 0.95), col = "
   green3")
lines(data_ts.ls.pt + quantile(data_ts.ls.r, 0.05), col = "
   green3")
```