Trasformatore

Progetto di Statistica Ingegneria Fisica A.A 2019–2020

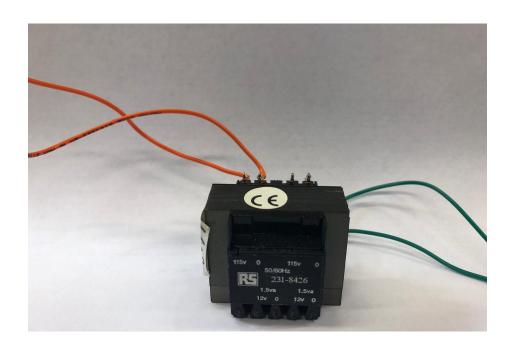
Simone Beretta Giacomo Fiorentini Daniele Signori

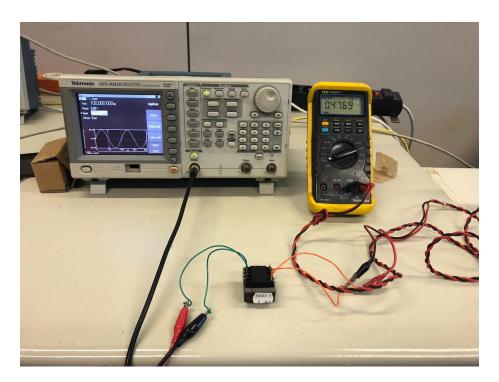


Indice

1	Inti	roduzione	2			
2	Sta	Statistica descrittiva				
	2.1	Scatterplot	3			
	2.2	Indici	4			
	2.3	Boxplot	4			
	2.4	Istogramma	5			
3	Tes	t ipotesi	6			
	3.1	Test di gaussianità	6			
	3.2	Test sulla media	6			
4	Inte	ervalli di confidenza	8			
	4.1	Media	8			
	4.2	Varianza	9			
5	Reg	gressione lineare	9			
	5.1	Presentazione dei dati	9			
	5.2	Modello semplice	9			
	5.3	Modello categorico	11			
		5.3.1 Onda sinusoidale	14			
		5.3.2 Onda quadra	17			
		5.3.3 Onda triangolare	20			
	5.4	Osservazioni sui valori stimati dei regressori	22			
	5.5	Conclusioni regressione	23			

1 Introduzione





Il progetto consiste in uno studio statistico sulle specifiche di un trasformatore. Un trasformatore è una macchina elettrica che permette di alterare i valori di tensione e intensità di una corrente alternata in ingresso sfruttando i principi dell'induzione elettromagnetica. In questo progetto si è usato il trasformatore per PCB Walsall Transformers, riportato in figura a pagina 2.

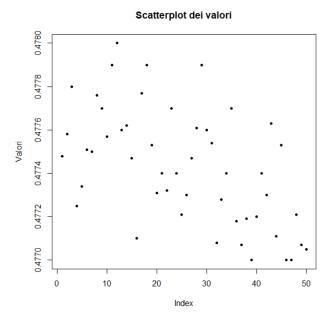
Tutti i dati sono stati reperiti dai membri del progetto e sono riportati in calce per qualsiasi ulteriore analisi. Nel dettaglio, per la raccolta dati ci si è serviti dell'oscilloscopio *Tektronix AFG 3021B* e del tester *TEK DMM870*.

Il progetto si divide in due sezioni. Nella prima vengono analizzate le specifiche degli strumenti utilizzati. Si effettua quindi uno studio sull'efficienza del trasformatore e sull'errore introdotto dagli strumenti di misura. Nella parte conclusiva si cerca invece di trarre conclusioni più generali, che possano essere estese a tutta la famiglia dei trasformatori. In particolare, ci si concentra su come e da cosa dipenda il valore di output registrato. All'inizio di ogni sezione viene riportata una presentazione dei dati raccolti. Per l'elaborazione e l'analisi dei dati si è usufruito del software statistico R.

2 Statistica descrittiva

2.1 Scatterplot

Il primo set dati, di cui riportiamo lo scatterplot, è composto da 50 misurazioni di tensione in output, associate ad un input di $100\,mV$ in corrente alternata ad una frequenza di $100\,\mathrm{Hz}$. Il valore in ingresso rappresenta il voltaggio di picco di un'onda sinusoidale. I dati sono riportati a pagina 24



2.2 Indici

Dall'analisi degli indici di posizione e dispersione osserviamo come i dati siano concentrati in una zona molto ridotta della retta reale, vediamo infatti come sia esiguo il valore dell'IQR e come la varianza campionaria sia addirittura dell'ordine di 10^{-8} . Sembra opportuno affermare che i dati siano distribuiti simmetricamente rispetto alla media campionaria.

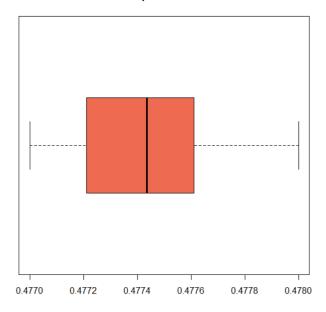
Minimo	Massimo	Media	Varianza Campionaria
0.477	0.478	0.4774308	7.171363×10^{-8}

Primo Quartile	Mediana	Terzo Quartile	IQR
0.47721	0.477435	0.4776075	3.975×10^{-4}

2.3 Boxplot

Dal boxplot dei nostri dati

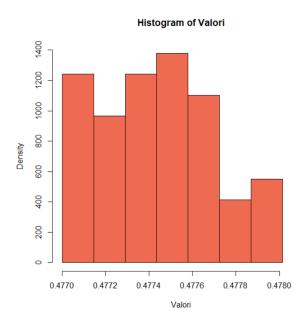




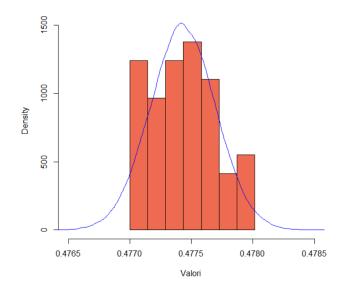
otteniamo una conferma dell'ultima affermazione sulla simmetria, vediamo infatti come non siano evidenti particolari code e notiamo che non sono presenti outlier.

2.4 Istogramma

Anche osservando l'istogramma non possiamo escludere l'ipotesi di simmetria sostenuta in precedenza. Il secondo grafico ci spinge a domandarci se i nostri dati possano essere considerati di densità normale, infatti l'istogramma (a parte qualche prevedibile imprecisione dovuta al numero non troppo elevato dei dati) sembra adattarsi piuttosto bene alla curva della densità gaussiana $N(0.4774308\,,\,7.171363\times 10^{-8}).$



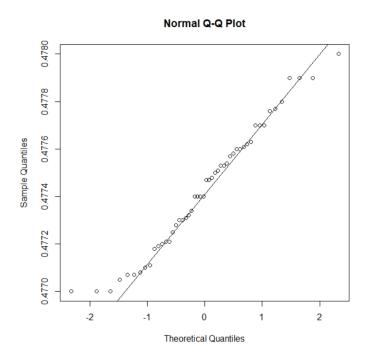
Histogram of Valori



3 Test ipotesi

3.1 Test di gaussianità

Per uno studio più approfondito dei dati ci siamo interrogati sulla loro gaussianità ed è emerso, osservando il buon allineamento del normal Q-Q plot con la relativa Q-Q line (a parte una leggera sbavatura nella coda di sinistra) e l'elevato p-value del test di Shapiro-Wilk (pari a 22.71%), che i nostri dati possono essere considerati di densità gaussiana.



```
> shapiro.test(Valori)
```

Shapiro-Wilk normality test

```
data: Valori
W = 0.9698, p-value = 0.2271
```

3.2 Test sulla media

Vogliamo testare l'esattezza del trasformatore utilizzato, in particolare vogliamo

- 1. verificare il principio di conservazione;
- 2. stabilire se il trasformatore lavora con un rendimento maggiore del 70%.

Per quanto riguarda il primo punto dobbiamo verificare che il valore medio di output da noi misurato sia minore o uguale al valore che si otterrebbe in condizioni ideali.



Leggiamo sul nostro trasformatore che ad un input efficace di $12\,V$ dovrebbe corrispondere, nominalmente, un output efficace di $115\,V$. Chiamando μ_0 il valore nominale che si dovrebbe ottenere con un input sinusoidale con un picco di $100\,mV$ deve valere la proporzione

$$12:115 = \frac{0.100}{\sqrt{2}}:\mu_0$$

dalla quale si ricava $\mu_0 = 0.6776$.

Eseguiamo ora un test sulla media da noi ricavata; siamo disposti a rifiutare il principio di conservazione solo se avremo forti evidenze per farlo, il nostro test sarà dunque

$$\begin{cases} H_0 : \bar{x} & \leq \mu_0 \\ H_1 : \bar{x} & > \mu_0 \end{cases}$$

Il nostro campione ha distribuzione normale e varianza incognita, dunque rifiuto H_0 se $T_0 > t_{1-\alpha}(49)$ con $T_0 := \frac{\bar{x} - \mu_0}{S_{x_{50}}} \sqrt{50}$.

Eseguendo questo test con R

otteniamo un p-value di 1 così alto che non possiamo in alcun modo rifiutare H_0 .

Vogliamo ora verificare che il rendimento sia maggiore del 70%, affermazione che si traduce nel seguente test d'ipotesi

$$\begin{cases} H_0 : \bar{x} & \leq \mu_1 \\ H_1 : \bar{x} & > \mu_1 \end{cases}$$

Con $\mu_1 = 70\% \, \mu_0 = 0.47432$.

Come si può leggere dalle seguenti righe il p-value di questo t-test è persino inferiore a 2.2×10^{-16} per cui rifiutiamo H_0 e abbiamo la certezza che il nostro trasformatore abbia un rendimento maggiore del 70%.

Tale rendimento, pur essendo abbastanza distante dalle condizioni di idealità, risulta comunque accettabile se si considera di aver usato un trasformatore con nucleo in aria, soggetto quindi a grosse perdite di induttanza, ad un voltaggio lontano da quello di massima efficienza che si aggira intorno ai $12\,V$.

4 Intervalli di confidenza

4.1 Media

Intervallo di confidenza per valore atteso in output

Vogliamo costruire un intervallo di confidenza per la media del valore di output del nostro campione che sappiamo essere normale per i risultati di 3.1 e di cui non ci è nota la varianza. La nostra media apparterrà al seguente intervallo con confidenza di livello γ .

$$\mu \in \left(\bar{x}_{50} - t_{\frac{1+\gamma}{2}}(49) \frac{S_{x_{50}}}{\sqrt{50}}, \, \bar{x}_{50} + t_{\frac{1+\gamma}{2}}(49) \frac{S_{x_{50}}}{\sqrt{50}}\right)$$

Sostituendo 95% a γ si ottiene

$$\mu \in (0.4773547, 0.4775069)$$

L'intervallo è stato costruito sfruttando le seguenti istruzioni sul software R:

```
> media=mean(Valori)
> deviazione=sd(Valori)
> quantile=qt(0.975,49)
> linf=(media-quantile*deviazione/sqrt(50))
> lsup=(media+quantile*deviazione/sqrt(50))
> intervallo95=c(linf,lsup)
> intervallo95
[1] 0.4773547 0.4775069
```

4.2 Varianza

Intervallo di confidenza per varianza dei valori in output dovuta agli strumenti di misurazione

Sapendo di lavorare su un campione di distribuzione gaussiana possiamo trovare un intervallo di confidenza anche per la varianza. A livello γ l'intervallo di confidenza per la varianza sarà

$$\sigma^2 \in \left(\frac{49S_{x_{50}}^2}{\chi_{\frac{1+\gamma}{2}}^2(49)}, \frac{49S_{x_{50}}^2}{\chi_{\frac{1-\gamma}{2}}^2(49)}\right)$$

sostituendo i valori trovati in precedenza e a γ 95% si ottiene

$$\sigma^2 \in (50.04 \times 10^{-9}, 111.36 \times 10^{-9})$$

ottenuto con le seguenti istruzioni in R:

```
> varCamp=var(Valori)
> quantile975=qchisq(0.975, df=49)
> quantile025=qchisq(0.025, df=49)
> linf=(49*varCamp/quantile975)
> lsup=(49*varCamp/quantile025)
> IC=c(linf,lsup)
> IC
[1] 5.004055e-08 1.113604e-07
```

5 Regressione lineare

5.1 Presentazione dei dati

In questa ultima sezione del nostro progetto ci dedichiamo ad analizzare la relazione tra i dati inseriti in input e i relativi output. In particolare, sarà di nostro interesse fare inferenza sull'effettivo ratio di trasformazione e capire da cosa, e come, dipende.

Per farlo abbiamo raccolto il set di dati leggibile in fondo a questa sezione (pagina 25). Per ogni misurazione sono presenti il voltaggio d'ingresso con la relativa forma d'onda e l'output registrato.

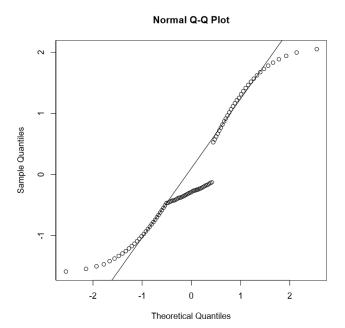
5.2 Modello semplice

Come primo modello proponiamo una dipendenza dell'output solo dal voltaggio in ingresso, senza considerare la forma d'onda associata.

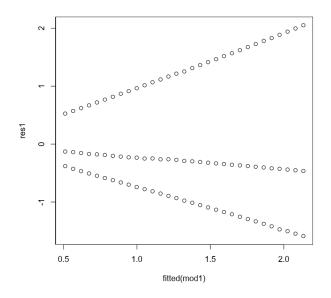
```
> record<-read.table('Valori.txt',header=T)
> attach(record)
> modl<-lm(output~picco)
> summary(mod1)
Call:
lm(formula = output ~ picco)
Residuals:
    Min
              1Q Median
                                3Q
                                        Max
-0.53147 -0.22384 -0.09854 0.29426 0.68663
Coefficients:
           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.02924 0.10522 -0.278
                                       0.782
            5.40752
                       0.39628 13.646
                                         <2e-16 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.3418 on 91 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.6717, Adjusted R-squared: 0.6681
F-statistic: 186.2 on 1 and 91 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Analisi dei residui

Prima di trarre qualsiasi conclusione analizziamo i residui. Seguono il normal Q-Q plot, lo scatterplot e il test di Shapiro-Wilk.



Scatterplot residui

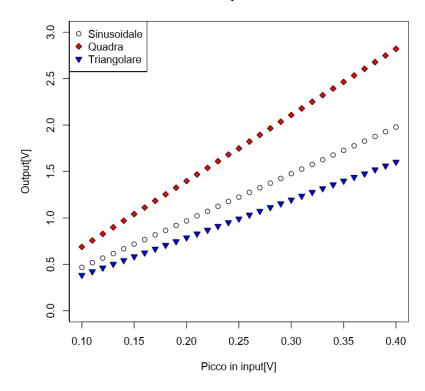


Come possiamo osservare dallo scatterplot i residui mostrano una marcatissima eteroschedasticità. Anche il normal Q-Q plot mostra che i residui non possono essere considerati gaussiani, come confermato dal bassissimo valore del p-value del test di Shapiro-Wilk. In entrambi i grafici notiamo una marcata presenza di tre andamenti separati, con ogni probabilità dovuti alle tre diverse forme d'onda. Scartiamo il modello semplice.

5.3 Modello categorico

Dal seguente grafico appare estremamente evidente che ci sia una dipendenza non solo dal voltaggio di input, ma anche dalla forma d'onda della tensione.

Scatterplot dati



Proponiamo dunque un modello che tenga conto anche della forma d'onda, rappresentata da una variabile categorica.

```
> sinusoidale<-subset(record,onda=="Sinusoidale", select=c("picco","output"))
> quadra<-subset(record,onda=="Quadra", select=c("picco","output"))
> triangolare<-subset(record,onda=="Triangolare", select=c("picco","output"))
> regr<-lm(output~picco+onda+onda:picco)
> summary(regr)
Call:
lm(formula = output ~ picco + onda + onda:picco)
Residuals:
      Min
                  1Q
                         Median
                                        3Q
                                                  Max
-0.0040484 -0.0005411 0.0000896 0.0006332 0.0034848
Coefficients:
                       Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                      -0.0253312 0.0006855 -36.954
                                                     <2e-16 ***
                      7.1123185 0.0025816 2754.967
                                                      <2e-16 ***
picco
ondaSinusoidale
                     -0.0123911 0.0009694 -12.782
                                                      <2e-16 ***
                      0.0006770 0.0009694
ondaTriangolare
                                              0.698
                                                       0.487
                                                      <2e-16 ***
picco:ondaSinusoidale -2.0682419 0.0036510 -566.489
                                                      <2e-16 ***
picco:ondaTriangolare -3.0461532 0.0036510 -834.338
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.001286 on 87 degrees of freedom
Multiple R-squared:

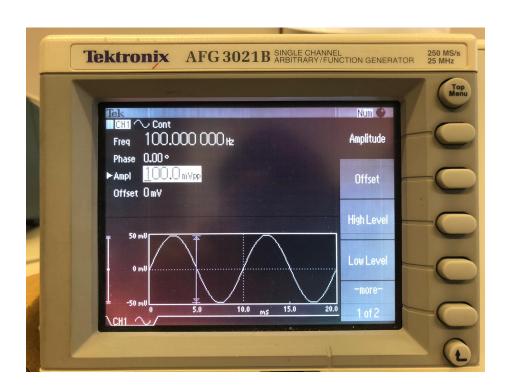
    Adjusted R-squared:

F-statistic: 3.919e+06 on 5 and 87 DF, p-value: < 2.2e-16
```

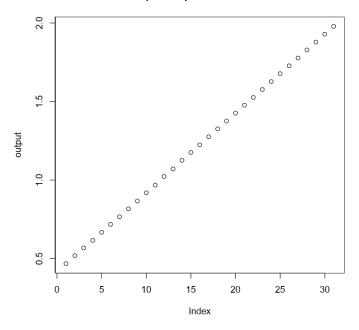
Da questa schermata riassuntiva possiamo trarre le prime considerazioni. Il modello è globalmente significativo come possiamo notare dal p-value del F test, inoltre la totalità della variabilità è spiegata dal modello lineare (R-squared = 1). Analizzando i valori stimati delle intercette troviamo che si apprestano tutte vicino allo zero, come potevamo aspettarci per considerazioni fisiche. I relativi test di significatività ci porterebbero, in due casi su tre, a rifiutare l'ipotesi che siano nulle, ma questo è dovuto al bassissimo errore standard. Abbiamo inoltre forte evidenza del fatto che i coefficienti delle rette dei minimi quadrati rispettivi ad ogni forma d'onda siano diversi tra di loro, come possiamo osservare dai valori stimati e dai p-value dei relativi test di significatività.

Non accontentandoci di questi risultati, passiamo all'analisi di ogni forma d'onda singolarmente.

5.3.1 Onda sinusoidale



Scatterplot output onda sinusoidale



Analizzando la subset relativa agli input con forma d'onda sinusoidale, costruiamo un modello lineare del tipo $Y = \beta_0 + \beta_1 picco + \epsilon$ con $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$

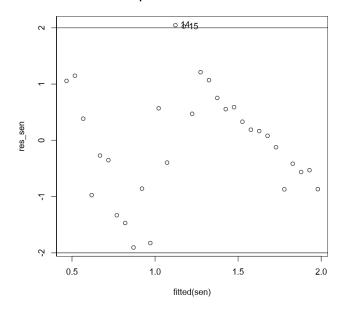
```
> sen<-lm(sinusoidale$output~sinusoidale$picco)
> summary(sen)
Call:
lm(formula = sinusoidale$output ~ sinusoidale$picco)
       Min
                   10
                          Median
                                         30
                                                   Max
-0.0032114 -0.0011675
                       0.0001363
                                  0.0009828
                                             0.0034848
Coefficients:
                    Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                  -0.0377224 0.0009229
                                        -40.87
                                                  <2e-16 ***
sinusoidale$picco 5.0440766 0.0034758 1451.20
                0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.001731 on 29 degrees of freedom
Multiple R-squared:
                         1,
                                Adjusted R-squared:
F-statistic: 2.106e+06 on 1 and 29 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Notiamo che anche in questo caso il modello è globalmente significativo e la variabilità è totalmente spiegata dal modello lineare. Le nostre considerazioni precedenti sull'intercetta rimangono valide, nonostante il basso p-value dovuto al minimo errore standard. Abbiamo inoltre forte evidenza per $\beta_1 \neq 0$, aspettiamo però l'analisi delle altre due forme d'onda prima di trarre conclusioni sul significato del relativo valore stimato.

Analisi dei residui

Dall'analisi dei residui

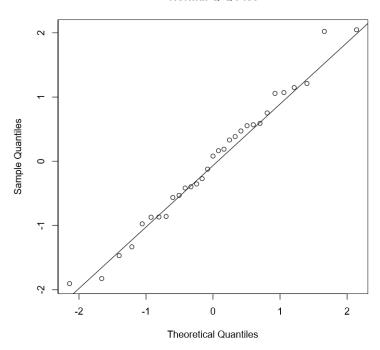
Scatterplot residui Onda Sinusoidale



Notiamo una disposizione "a nuvola" e la presenza di solo due punti di poco al di sopra del valore 2. Concludiamo che i residui sono indipendenti e identicamente distribuiti.

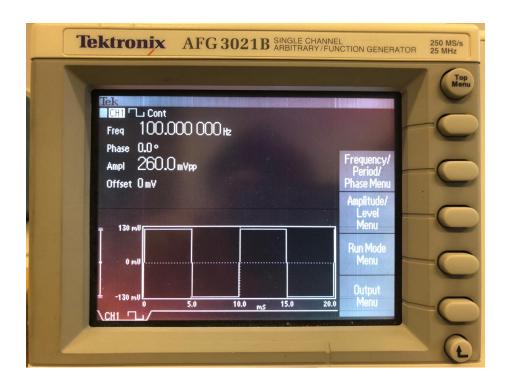
Seguono il test di Shapiro-Wilk e il normal Q-Q Plot

Normal Q-Q Plot

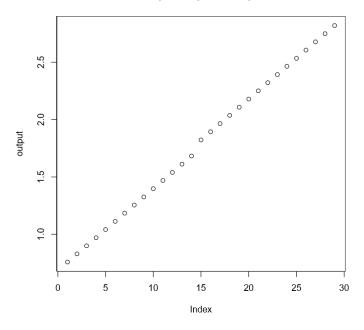


che ci portano ad accettare l'ipotesi di gaussianità.

${\bf 5.3.2}\quad {\bf Onda~quadra}$



Scatterplot output onda quadra



Lavorando con la subset relativa ai dati con forma d'onda quadra otteniamo, allo stesso modo, i seguenti risultati.

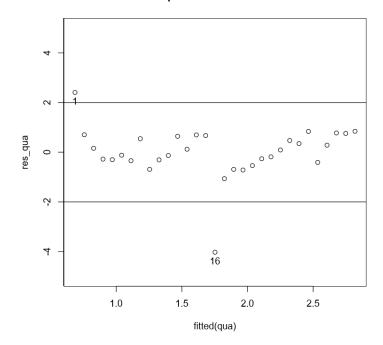
```
> qua<-lm(quadra$output~quadra$picco)
> summary(qua)
Call:
lm(formula = quadra$output ~ quadra$picco)
Residuals:
      Min
                 10
                         Median
                                        30
                                                  Max
-0.0040484 -0.0003245 0.0000893 0.0006596
Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                                           <2e-16 ***
(Intercept) -0.0253313 0.0005443 -46.54
                                            <2e-16 ***
quadra$picco 7.1123185 0.0020500 3469.43
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.001021 on 29 degrees of freedom
Multiple R-squared:
                      1,
                              Adjusted R-squared:
F-statistic: 1.204e+07 on 1 and 29 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Il modello è globalmente significativo e con varianza residua praticamente nulla. Per gli stessi argomenti riportati nel caso di onda sinusoidale, l'intercetta è considerabile nulla.

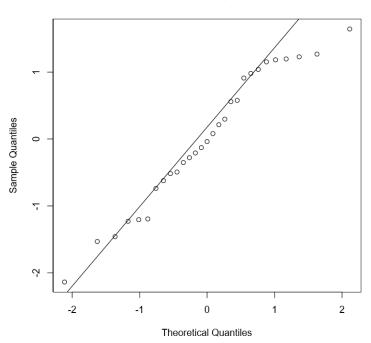
Analisi dei residui

I residui sono omoschedastici e sono presenti solo due outlier che non creano problemi al modello. L'ipotesi di gaussianità dei residui è confermata.

Scatterplot residui Onda Quadra



Normal Q-Q Plot



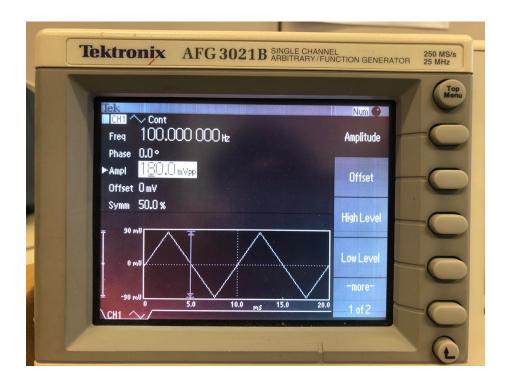
> shapiro.test(res_qua)

Shapiro-Wilk normality test

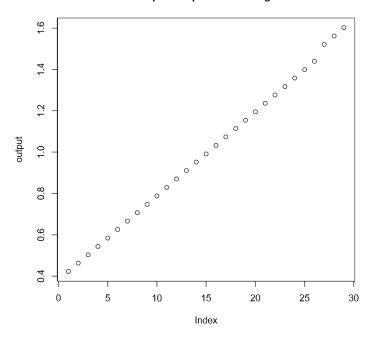
data: res_qua W = 0.95829, p-value = 0.2982

${\bf 5.3.3}\quad {\bf Onda\ triangolare}$

Procediamo con l'ultimo subset di dati relativo alla forma d'onda triangolare.



Scatterplot output onda triangolare



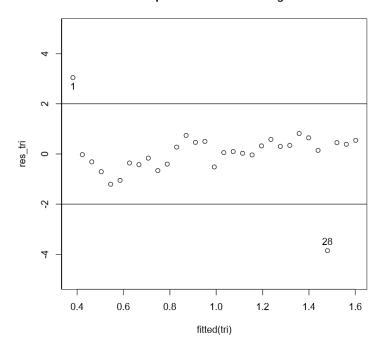
```
> tri<-lm(triangolare$output~triangolare$picco)
> summary(tri)
Call:
lm(formula = triangolare$output ~ triangolare$picco)
Residuals:
                  10
                         Median
                                        30
                                                  Max
      Min
-0.0035269 -0.0003555 0.0000896 0.0004238
                                           0.0027377
Coefficients:
                   Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                 -0.0246542 0.0005115
                                        -48.2
triangolare$picco 4.0661653 0.0019263 2110.8
                                                 <2e-16 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.0009593 on 29 degrees of freedom
Multiple R-squared:
                               Adjusted R-squared:
                     1,
F-statistic: 4.456e+06 on 1 and 29 DF, p-value: < 2.2e-16
```

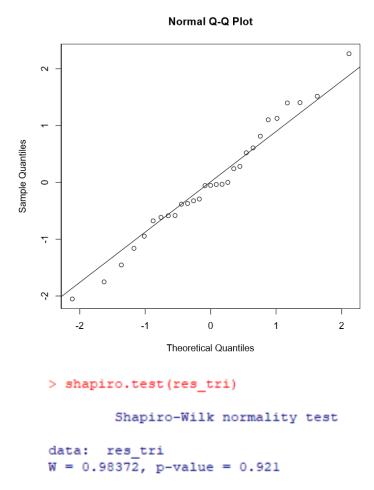
Sempre procedendo con lo stesso modello otteniamo conclusioni simili. Significatività e bontà del modello sono confermate, inoltre l'intercetta è assumibile pari a 0.

Analisi dei residui

I residui possono essere considerati indipendenti, identicamente distribuiti e gaussiani. Anche in questo caso troviamo due outlier che diventano innocui sulla totalità dei dati.

Scatterplot residui Onda Triangolare





5.4 Osservazioni sui valori stimati dei regressori

Dallo studio dei tre modelli è possibile osservare la presenza di tre diversi valori stimati per i parametri associati al voltaggio in ingresso. Ci chiediamo quindi se sia presente qualche relazione che li leghi. Ricordando che i valori di tensione in input sono espressi come voltaggi di picco proviamo a moltiplicare i parametri ottenuti per ciascuna onda con il relativo valore di passaggio a volt efficaci.

Forma	$\hat{eta_1}$	Fattore di conversione	Parametro finale
Sinusoidale Quadra	5.0440766 7.11123185	$\sqrt{2}$	7.1334015 7.11123185
Ū	4.0661653	$\sqrt{3}$	7.0428048

Notiamo quindi che il rapporto di trasformazione dipende solo dal valore efficace di tensione in input. Prendendo per esempio i dati con forma d'onda

quadra in ingresso calcoliamo un intervallo di confidenza sull'effettivo rapporto di trasformazione.

$$\beta_1 \in \left(\hat{\beta}_1 - t_{\frac{1+\gamma}{2}}(n-k-1)se(\hat{\beta}_1), \, \hat{\beta}_1 + t_{\frac{1+\gamma}{2}}(n-k-1)se(\hat{\beta}_1)\right)$$

da cui si ricava, a livello $\gamma=95\%,\,\beta_1\in(7.10812584\,,\,7.11651116)$

5.5 Conclusioni regressione

Dall'analisi effettuata abbiamo ricavato due possibili applicazioni di questo studio empirico.

Inferenza sulla forma d'onda

Noto il ratio effettivo del trasformatore, pari al rapporto delle spire nel caso di condizioni ideali, tramite un set di misurazioni di voltaggi in ingresso e uscita è possibile ricavare il coefficiente della retta input-output. Il rapporto tra il ratio di trasformazione noto e la pendenza della retta ricavata restituisce il fattore di passaggio tra voltaggio di picco e voltaggio efficace dell'onda utilizzata. Confrontando questo valore con quelli tabulati avremo presto ottenuta la relativa forma. Chiaramente, maggiore è il numero di misurazioni più sicurezza e precisione avremo sul fattore di passaggio.

ATTENZIONE: è fondamentale conoscere se i valori in input sono di picco o picco-picco. Nel caso di input già trasformati in valori efficaci non ci sarà possibile stabilire alcunché sulla forma d'onda.

$Inferenza\ sull'effettivo\ rapporto\ di\ trasformazione$

Ragioniamo con ipotesi inverse rispetto al caso precedente. Supponiamo noti forma d'onda e un set di misurazioni di voltaggio in entrata e uscita dal trasformatore. Calcoliamo i valori di input in valori efficaci e svolgiamo l'analisi regressiva vista in precedenza. Il coefficiente ricavato corrisponde all'effettivo rapporto di trasformazione. Nel caso fosse noto il rapporto delle spire sarebbe possibile calcolare anche l'efficienza del trasformatore utilizzato.

$Primo\ set\ dati$

		
Num	Input picco $[mV]$	Output efficace $[mV]$
1	100	477.48
2	100	477.58
3	100	477.8
4	100	477.25
5	100	477.34
6	100	477.51
7	100	477.5
8	100	477.76
9	100	477.7
10	100	477.57
11	100	477.9
12	100	478
13	100	477.6
14	100	477.62
15	100	477.47
16	100	477.1
17	100	477.77
18	100	477.9
19	100	477.53
20	100	477.31
21	100	477.4
22	100	477.32
23	100	477.7
24	100	477.4
25	100	477.21
26	100	477.3
27	100	477.47
28	100	477.61
29	100	477.9
30	100	477.6
31	100	477.54
32	100	477.08
33	100	477.28
34	100	477.4
35	100	477.7
36	100	477.18
37	100	477.07
38	100	477.19
39	100	477
40	100	477.2
41	100	477.4
42	100	477.3
43	100	477.63
44	100	477.11
45	100	477.53
46	100	477
47	100	477
48	100	477.21
49	100	477.07
50	100	477.05

$Secondo\ set\ dati$

Num	Input picco [V]	Forma	Output [V]
1	0.1	Sinusoidale	0.4684
2	0.11	Sinusoidale	0.519
3	0.12	Sinusoidale	0.5682
4	0.13	Sinusoidale	0.6164
5	0.14	Sinusoidale	0.668
6	0.15	Sinusoidale	0.7183
7	0.16	Sinusoidale	0.7671
8	0.17	Sinusoidale	0.8173
9	0.18	Sinusoidale	0.867
10	0.19	Sinusoidale	0.9192
11	0.2	Sinusoidale	0.968
12	0.21	Sinusoidale	1.0225
13	0.22	Sinusoidale	1.0713
14	0.23	Sinusoidale	1.1259
15	0.24	Sinusoidale	1.1763
16	0.25	Sinusoidale	1.2241
17	0.26	Sinusoidale	1.2758
18	0.27	Sinusoidale	1.326
19	0.28	Sinusoidale	1.3759
20	0.29	Sinusoidale	1.426
21	0.3	Sinusoidale	1.4765
22	0.31	Sinusoidale	1.5265
23	0.32	Sinusoidale	1.5767
24	0.33	Sinusoidale	1.6271
25	0.34	Sinusoidale	1.6774
26	0.35	Sinusoidale	1.7275
27	0.36	Sinusoidale	1.7767
28	0.37	Sinusoidale	1.8279
29	0.38	Sinusoidale	1.8781
30	0.39	Sinusoidale	1.9286
31	0.4	Sinusoidale	1.9785
32	0.1	Quadra	0.6882
33	0.11	Quadra	0.7577
34	0.12	Quadra	0.8283
35	0.13	Quadra	0.899
36	0.14	Quadra	0.9701
37	0.15	Quadra	1.0414
38	0.16	Quadra	1.1123
39	0.17	Quadra	1.1843
40	0.18	Quadra	1.2542
41	0.19	Quadra	1.3257
42	0.2	Quadra	1.397
43	0.21	Quadra	1.4689
44	0.22	Quadra	1.5395
45	0.23	Quadra	1.6112

Num	Input picco [V]	Forma	Output [V]
46	0.24	Quadra	1.6823
47	0.25	Quadra	1.7487
48	0.26	Quadra	1.8228
49	0.27	Quadra	1.8943
50	0.28	Quadra	1.9654
51	0.29	Quadra	2.0367
52	0.3	Quadra	2.1081
53	0.31	Quadra	2.1793
54	0.32	Quadra	2.2507
55	0.33	Quadra	2.3222
56	0.34	Quadra	2.3932
57	0.35	Quadra	2.4648
58	0.36	Quadra	2.5347
59	0.37	Quadra	2.6065
60	0.38	Quadra	2.6781
61	0.39	Quadra	2.7492
62	0.4	Quadra	2.8204
63	0.1	Triangolare	0.3847
64	0.11	Triangolare	0.4226
65	0.12	Triangolare	0.463
66	0.13	Triangolare	0.5033
67	0.14	Triangolare	0.5435
68	0.15	Triangolare	0.5843
69	0.16	Triangolare	0.6256
70	0.17	Triangolare	0.6662
71	0.18	Triangolare	0.7071
72	0.19	Triangolare	0.7473
73	0.2	Triangolare	0.7882
74	0.21	Triangolare	0.8295
75	0.22	Triangolare	0.8706
76	0.23	Triangolare	0.911
77	0.24	Triangolare	0.9517
78	0.25	Triangolare	0.9914
79	0.26	Triangolare	1.0326
80	0.27	Triangolare	1.0733
81	0.28	Triangolare	1.1139
82	0.29	Triangolare	1.1545
83	0.3	Triangolare	1.1955
84	0.31	Triangolare	1.2364
85	0.32	Triangolare	1.2768
86	0.33	Triangolare	1.3175
87	0.34	Triangolare	1.3586
88	0.35	Triangolare	1.3991
89	0.36	Triangolare	1.4393
90	0.37	Triangolare	1.4763
91	0.38	Triangolare	1.5209
92	0.39	Triangolare	1.5615
93	0.4	Triangolare	1.6023
	1		

Riferimenti bibliografici

Siti Web consultati

- [1] Marrazzo Antonio, Volt Efficaci, Volt Picco-Picco, Volt di Picco http://www.marrazzoantonio.altervista.org/alterpages/files/volteffpicppicovoltpico.pdf.
- [2] Multimetri a vero valore efficace
 https://www.strumentazioneelettronica.it/tecnologie/
 analog-test/multimetri-a-vero-valore-efficace-20081231162/
- [3] Nucleo in aria https://it.wikipedia.org/wiki/Trasformatore#Nucleo_in_aria
- [4] Oscilloscopio Tektronix AFG 3021B https://uk.tek.com/signal-generator/afg3000-function-generator
- [5] Tester TEK DMM870 https://www.manualslib.com/products/Tektronix-Dmm870-8936646. html
- [6] Walsall Transformers
 https://www.wic-ltd.com/images/pdf/PCB_Transformer-Open_UK.
 pdf

$Testi\ consultati$

[7] James S. Walker (2016), FISICA 3. Modelli teorici e problem solving