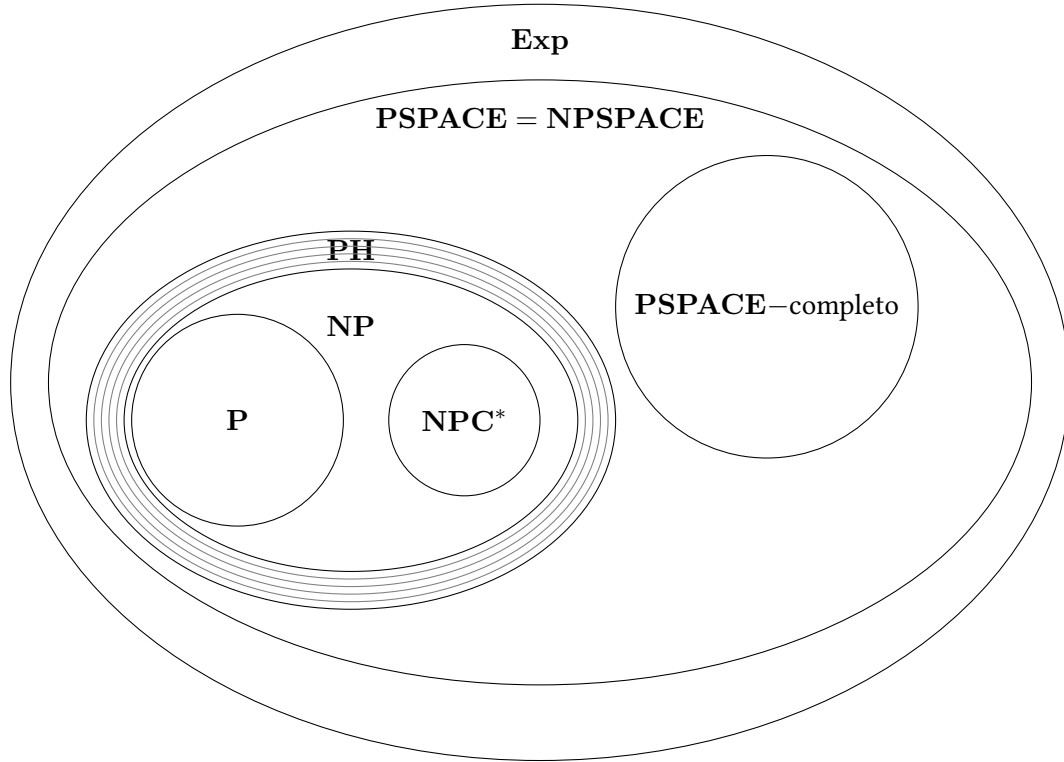


1 Riassunto delle classi di complessità



2 Classi di complessità in breve

2.1 Temporalità

$$\mathbf{P} = \{ \mathbb{A} \mid \exists B \text{ t.c. } \forall x \in J(\mathbb{A}), B(x) = \mathbb{A}(x), B \in O(|x|^c) \}$$

$$\mathbf{NP} = \{ \mathbb{A} \mid \exists \mathcal{B}(\cdot, \cdot) \text{ t.c. } T_{\mathcal{B}}(|x| + |w|) = O((|x| + |w|)^c) \\ \forall x \in \mathcal{I}(\mathbb{A}) \quad \mathbb{A}(x) = \text{yes} \Leftrightarrow \exists w \text{ t.c. } |w| = O(|x|^d) \text{ e } \mathcal{B}(x, w) = \text{yes} \}$$

$$\mathbf{Exp} = \{ \mathbb{A} \mid \exists \mathcal{A} \text{ t.c. } \forall x \in \mathcal{I}(\mathbb{A}), \mathcal{A}(x) = \mathbb{A}(x) \text{ e } T_{\mathcal{A}}(|x|) \leq 2^{|x|^c} \}$$

$$\mathbf{NP-completo} = \{ \exists p(x) = x^k, \exists V(\cdot, \cdot) \text{ t.c. } T_V(a, b) = \mathcal{O}(p(|a| + |b|)) \\ \text{e } \forall x \in \mathcal{I}(\mathbb{A}), \mathbb{A}(x) = \text{yes} \Leftrightarrow \exists w \in \{0, 1\}^{p(|x|)}, V(x, w) = \text{yes} \}$$

2.2 Spaziali

$\mathbf{SPACE}(f(n)) = \{ \mathbb{A} \mid \text{esiste un programma/algoritmo che risolve istanze di } \mathbb{A} \text{ usando al più } O(f(n)) \text{ bit di memoria di lavoro e accede all'istanza in sola lettura. } n \text{ è la taglia dell'istanza.} \}$

$$\mathbf{PSPACE} = \bigcup_{k \geq 0} \mathbf{SPACE}(n^k)$$

$\mathbf{NTIME} = \{ \mathbb{A} \mid \text{esiste un verificatore } V_{\mathbb{A}}(\cdot, \cdot) \mathbb{A} = \text{yes} \Leftrightarrow V_{\mathbb{A}}(x, w) = \text{yes} \text{ } V_{\mathbb{A}} \text{ impiega tempo } O(f(|x|)) \text{ e } |w| = O(f(|x|)) \}$

$\mathbf{NSPACE} = \{ \mathbb{A} \mid \text{esiste un algoritmo/programma } \Pi \text{ non deterministico che risolve } x \in \mathcal{I}(\mathbb{A}) \text{ usando memoria di lavoro } O(f(|x|)) \text{ } \Pi(x) = \mathbb{A}(x) \}$

$$\mathbf{NPSPACE} = \bigcup_{k \geq 0} \mathbf{NSPACE}(n^k)$$

$$\mathbf{PSPACE-completo} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{A} \in \mathbf{PSPACE} \\ \forall \mathbb{B} \in \mathbf{PSPACE} \quad \mathbb{B} \leq_K \mathbb{A} \text{ (hardness)} \end{array} \right.$$

3 Teoremi vari

Teorema 3.0.1 (Teorema di Savitch) Per ogni funzione $f(n) \geq \log(n)$ vale $\mathbf{NSPACE}(f(n)) \leq \mathbf{SPACE}(f(n)^2)$

Teorema 3.0.2 (Teorema di Ladner) Se $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$ allora esiste un problema \mathbb{A} tale che $\mathbb{A} \in \mathbf{NP} \setminus (\mathbf{P} \cup \mathbf{NPC})$

Teorema 3.0.3 (Self-reducibility) $\mathbb{A} \in \mathbf{NP}$ (rispetto a $V_{\mathbb{A}}$) è *self reducible* se, dato un *oracolo* per il problema di decisione- \mathbb{A} , esiste un algoritmo polinomiale per il problema di ricerca- \mathbb{A} . Ogni problema \mathbf{NPC} è *self-reducible*.

4 Lista dei problemi visti e complessità

Problema	P	NP	NPC	CO-NPC	PSPACE	PSPACE-compl	Riduzione da
Eulerian Cycle	✓				✓		
K-Colouring (K=2)	✓				✓		
K-Colouring (K > 2)		✓	✓		✓		(\leq_K) (K+1)-Col
K-SAT (K=2)	✓				✓		
K-SAT (K > 2)		✓	✓		✓		K-Colouring
Circuit-SAT		✓	✓		✓		(\leq_K) SAT
Tautology				✓	✓		
Min-Circuit Bool ¹					✓		
Graph Isomorphism		✓			✓		
Clique		✓	✓		✓		3-SAT
Clique-no-Clique		✓	✓		✓		$\mathbb{A} \in \mathbf{DP}$
Independent Set		✓	✓		✓		Clique
Only Small IndSet				✓	✓		
Vertex Cover		✓	✓		✓		Independent Set
Hitting Set		✓	✓		✓		Vertex Cover
Max Cut		✓	✓		✓		NAE-3-SAT
Set Splitting		✓	✓		✓		NAE-3-SAT
Set Cover		✓	✓		✓		Vertex Cover
Hamiltonian Path		✓	✓		✓		
Q-SAT (= 2p-SAT)						✓	
Geography						✓	Q-SAT
Alternating Hampath						✓	Q-SAT
Reachability ²	✓				✓		
Makespan-m		✓	✓		✓		Partition
SubsetSum		✓	✓		✓		
Partition		✓	✓		✓		
Traveling Salesman		✓	✓		✓		HamCycle
Knapsack		✓	✓		✓		Partition
Max-k-xor-SAT		✓	✓		✓		
Max-k-SAT		✓	✓		✓		Max Cut
Set Cover		✓	✓		✓		Vertex Cover