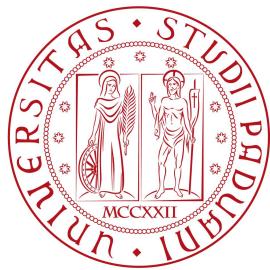


Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Scienze Statistiche
Corso di Laurea in
Statistica, Economia e Finanza



RELAZIONE FINALE

Previsione del Value at Risk per alcuni indici di borsa: un confronto tra strategie alternative

Relatore: Ch.mo Prof. Silvano Bordignon

Dipartimento di Scienze Statistiche

Laureando: Giacomo Legnaro

Matricola n. 1052299

Anno Accademico 2015/2016

alla mia famiglia

Indice

Introduzione	1
1 Letteratura	3
1.1 Storia dei rischi	3
1.2 Storia delle crisi finanziarie	4
2 Il Comitato di Basilea	9
2.1 La nascita del Comitato di Basilea	9
2.2 Gli accordi di Basilea	9
3 Il rischio e la gestione del rischio	13
3.1 Tipologie di rischio	14
3.2 Volatilità	15
3.3 Value-at-Risk (VaR)	16
4 Approcci e modelli per l'analisi della volatilità	17
4.1 Approcci Statistici al VaR	17
4.1.1 Simulazione Storica	18
4.1.2 Modello parametrico: Posizione - Scala	19
4.2 Modelli ad eteroschedasticità condizionata	20
4.2.1 Modello GARCH - <i>Generalized ARCH</i>	22
4.2.2 Modello IGARCH - <i>Integrated ARCH</i>	23
4.2.3 Modello APARCH - <i>Asymmetric Power ARCH</i>	24
4.3 Distribuzioni delle innovazioni	26
4.3.1 Normale	27

4.3.2	t di Student	27
4.3.3	skew-t	27
4.3.4	skew-GED	28
5	Confronto e verifica dell'adattamento dei modelli per la stima del VaR	29
5.1	Test di Unconditional Coverage	30
5.2	Test di Indipendenza	32
5.3	Test di Conditional Coverage	34
6	Analisi Empirica	35
6.1	NASDAQ Composite	37
6.2	FTSE 100	55
7	Conclusioni	75
	Bibliografia	78
	Appendici	83
	Appendice A Codice R	83
A.1	Script Conditionally AR(1)-IGARCH(1,1)	83
A.2	Script VaR models - ARGARCH	101
A.3	Script Test VaR	105
	Appendice B Analisi Empirica	111
B.1	Dow Jones Industrial Average	111
B.2	S&P 500	131
B.3	DAX	149
B.4	CAC 40	167
B.5	FTSE MIB	185

Introduzione

La storia è stata caratterizzata da eventi di crisi e/o insolvenze di istituzioni finanziarie, ma non si è mai stati in grado di adottare sistemi capaci di misurare e controllare i rischi assunti. I cambiamenti verificatisi nel mondo dell'economia e della finanza, hanno provocato un aumento della volatilità degli strumenti finanziari. Data pertanto la crescente necessità di gestire il rischio finanziario, la previsione del medesimo ricopre un ruolo sempre più importante nel settore bancario e finanziario. Si è pertanto reso necessario creare dei modelli per misurare l'entità dell'esposizione assunta.

In questo studio confronteremo la performance *out-of-sample* di alcuni modelli per la previsione del Valore a Rischio (VaR) in un contesto univariato. Oggetto di analisi sono i prezzi di chiusura aggiustati con frequenza giornaliera di sette indici di mercato americani ed europei, in particolare NASDAQ, Dow Jones, S&P 500, DAX, CAC 40, FTSE 100 e FTSE MIB.

Nel primo capitolo verrà introdotto cos'è il rischio, la sua origine e le principali crisi economico-finanziarie che si sono verificate sino ad oggi. Successivamente nel capitolo due si esporrà l'istituzione che ha dato origine alla regolamentazione bancaria e come essa ha avuto origine. Entreremo poi nel vivo del lavoro distinguendo le varie tipologie di rischio, definiremo il concetto di volatilità e cos'è il *Value at Risk*. Seguirà il capitolo quattro nel quale esporremo i modelli utilizzati nell'analisi, le principali caratteristiche oltre al motivo per il quale li consideriamo, e le distribuzioni considerate per le innovazioni. Seguirà il capitolo cinque nel quale verranno esposti i test ai quali sono stati sottoposti i modelli stimati per verificarne la loro bontà di previsione del VaR. L'ultimo capitolo, ma non per importanza, contiene l'analisi empirica effettuata sui sette indici di mercato, cuore del presente lavoro.

In questa relazione si troverà l'analisi di due dei sette titoli analizzati, i risultati completi anche degli altri titoli esaminati sono disponibili presso l'autore di questo lavoro.

Capitolo 1

Letteratura

1.1 Storia dei rischi

L’evoluzione dei rischi aziendali coincide con l’inizio delle negoziazioni e del commercio, in particolare con l’aumento della capacità produttiva e pertanto dello stoccaggio per un uso futuro delle merci contro i pericoli della natura e le devastazioni delle guerre.

Con l’introduzione della moneta, come supporto di memorizzazione, la ricchezza potrebbe essere considerata sia come bene materiale sia come bene che potrebbe essere scambiato per beni materiali. In questo modo è nato il credito, ovvero, chi non aveva a disposizione la moneta per comprare dei beni riceveva in prestito la stessa da chi era disposto a concedergliela. Questo ha creato il rischio per il creditore, che è stato compensato da interessi per i prestiti.

L’inizio della rivoluzione industriale è stato caratterizzato da alcuni eventi importanti: il capitalismo moderno è emerso dopo un periodo transitorio di parecchi secoli, durante i quali sono state create le condizioni necessarie per una società di mercato capitalistico. Tra queste condizioni sono state formalizzate: la proprietà privata dei mezzi di produzione, l’orientamento al profitto e i meccanismi di un’economia di mercato.

La prima forma di organizzazione societaria, la società per azioni, è apparsa alla fine del XVII secolo. Gli investitori hanno messo in comune i loro capitali, permettendo ai più di condividere sia i profitti che i rischi dell’impresa limitandone la respon-

sabilità sulla base del capitale investito. Con l’emergere dell’era della tecnologia e dell’informazione, rischi intrinseci tra cui problemi di business del sistema, frodi e problemi di privacy, possono interrompere le operazioni di business giorno per giorno.

Secoli fa, i banditi e i pirati minacciavano i commercianti. Ora gli hacker sono impegnati in atti di vandalismo e commettono furti elettronici.

I media sono pieni di notizie circa i pericoli di rischi creati dall’uomo e dalla natura stessa. Gli incidenti nucleari nella centrale elettrica presso l’impianto di Three Mile Island in Pennsylvania nel 1979 e di Chernobyl in Ucraina nel 1987 mostrano i nuovi rischi derivanti dalle attività dell’uomo e la gravità di queste minacce. Esistono anche rischi naturali distruttivi. L’uragano Andrew ha causato danni per circa \$22 miliardi, le inondazioni nel Midwest degli Stati Uniti nel 1993, il terremoto in California nel 1993 e a Kobe, in Giappone, nel 1994 hanno avuto effetti devastanti. Inoltre, le attività terroristiche sono diventate più pericolose nel corso degli anni, come dimostrano gli attentati del 1993 e del 2001 rispettivamente al World Trade Center di New York, e il bombardamento del 1995 Murrah Federal Building di Oklahoma City.

1.2 Storia delle crisi finanziarie

Crisi 1.2.1. *Bolla dei Tulipani (1637)* La prima grande crisi finanziaria, innescata dall’utilizzo di strumenti finanziari con finalità speculative, fu la bolla dei tulipani, scoppiata nel 1637 e che coinvolse tutto il sistema economico europeo.

Crisi 1.2.2. *Bolla South Sea Company (1720)* Nel 1720 ci fu la bolla della South Sea Company o South Sea Bubble. La bolla nacque in Inghilterra sulle azioni della South Sea Company, azienda fondata per rilevare il debito pubblico inglese (10 milioni di sterline). La società si accollò il debito e in cambio ricevette un interesse annuo pagato dallo stato e il monopolio dei commerci con le colonie spagnole nel Sud-America. Emise tranches di azioni, che via via aumentavano di valore, enfatizzate dal desiderio di facili guadagni e senza alcuna regolamentazione, ma, allo stesso tempo, non aveva investito in ulteriori attività commerciali, fino a quando la contrazione

della domanda causò un deprezzamento repentino delle azioni determinandone il fallimento.

Crisi 1.2.3. *Grande depressione (1929)* Un circolo virtuoso si instaurò negli Stati Uniti in seguito alla fine della Grande Guerra: si verificò un periodo di prosperità e di progresso socio-economico trainato dal settore automobilistico che stimolò settori affini e non. Gli aumenti degli investimenti e della produttività non corrisposero però ad una proporzionale crescita del potere d'acquisto. Inoltre il sistema finanziario non era regolamentato, l'obiettivo primo degli investitori era quello di detenere titoli per aumentare il loro capitale, indipendentemente dall'ottenimento dei dividendi e pertanto dei profitti, trascurando la qualità degli stessi. Quando le dichiarazioni ottimistiche vennero smentite dai dati discordanti tra aumento di valore delle azioni e il non proporzionale aumento della produzione e delle vendite di beni, cominciò una rapida e massiccia vendita di azioni che portarono al crollo della borsa. La grande crisi non si limitò agli USA, ma si propagò in tutti i paesi con cui intrattenevano rapporti finanziari. Gli effetti furono drammatici, tra i quali, diminuzione dei prezzi, crolli in borsa, fallimenti di industrie e banche, oltre all'aumento considerevole della disoccupazione. Non furono di aiuto a stabilizzare la situazione, anzi, la aggravarono, l'inserimento di misure protezionistiche come tentativo di blocco del libero scambio.

Crisi 1.2.4. *Crollo della Borsa di Wall Street (1987)* L'introduzione degli ordini automatici (i primi *trader* robotizzati) e l'*overvaluation* dei titoli, dovuta ad una crescita senza precedenti nei primi nove mesi dell'anno, furono tra le probabili cause del crollo della Borsa di Wall Street. Fu una bolla che scoppiò in un solo giorno, lunedì 19 ottobre 1987, il cosiddetto lunedì nero, e non essendoci ancora i controlli sulle vendite (sospensione per eccesso di ribasso), si perse il controllo della situazione portando ad ingenti perdite quantificate in circa 500 miliardi di dollari. Il crollo, diversamente da quello del 1929, ci mise solo pochi mesi per riassorbirsi.

Crisi 1.2.5. *Bolla Speculativa Cinese (1991)* La liberalizzazione delle norme finanziarie, oltre al rapido aumento dei prezzi dei beni immobiliari, alla considerevole capacità di produzione del Giappone di sostenere la domanda di beni e servizi,

all'aumento della liquidità delle aziende, fecero crescere dal 1986 una bolla detta "Speculativa Cinese" che scoppia nel 1991. Questo avvenimento portò ad un lungo periodo di deflazione denominato "decennio perduto" che mise fine anche al boom economico del secondo dopo guerra.

Crisi 1.2.6. *Crisi del Messico (1994)* La liberalizzazione delle transazioni finanziarie in Messico portò ad un ingresso di ingenti flussi di capitali. Per bloccare l'inflazione vincolarono il pesos (moneta locale) al valore del dollaro con un rapporto di 3:1. Nel 1994 il deficit rispetto al PIL raggiungeva quota 8%. Non potendo svalutare la moneta, in quanto vincolata al dollaro, i mercati reputarono il debito eccessivo e incoerente, causando un aumento dei rendimenti dei titoli pubblici. Non avendo disponibilità economica per coprire il debito le autorità decisero di abbandonare la parità e la moneta si svalutò di circa il 100%.

Crisi 1.2.7. *Bolla delle DOTCOM (2000)* Nel 1994 fu quotata Netscape, società che sviluppò il primo browser commerciale per internet, grazie alla quale prese il via il ciclo economico, detto *New Economy*, che si contrapponeva alla *Old Economy*, ovvero un'economia basata sul settore manifatturiero. In pochi anni nacquero sempre più aziende operanti nel settore informatico, chiamate *Dot-com companies* (dal suffisso ".com" dei siti web). L'attrazione che, concetti come sviluppo, progresso e crescita alimentavano, portarono ad acquisti massicci di titoli di aziende ".com", tralasciando ogni considerazione fornita dagli indicatori di redditività. Nel marzo del 2000, i conti economici pubblicati da diverse aziende informatiche, mostraron risultati di molto inferiori alle aspettative, rivelando come gli investimenti in aziende di questo tipo non fosse profittevole come previsto. Il prezzo delle azioni cominciò a calare a causa delle vendite di chi voleva disinvestire. Il Nasdaq, l'indice azionario di riferimento per il mercato borsistico elettronico, perse in tre giorni quasi il 9%.

Crisi 1.2.8. *Crisi dei SubPrime (2006)* Dal 2003 cominciarono ad aumentare in modo significativo i mutui ad alto rischio negli USA, ovvero a clienti la cui esigibilità dei prestiti era dubbia per la mancanza di sufficienti garanzie. Dal 2000 fino a metà del 2006, i prezzi degli immobili hanno avuto una costante crescita non giustificata, accompagnata da una politica monetaria accomodante della *Federal Reserve (FED)*,

che ha contenuto i tassi di interesse a seguito della bolla delle "dot.com" e dell'attentato dell'11 Settembre 2001, portando così ad una bolla immobiliare. A peggiorare la situazione ci fu la cartolarizzazione, ovvero la possibilità per gli istituti di credito di trasferire i mutui dopo averli mutati in titoli a soggetti terzi e di recuperarne pertanto quanto prestato immediatamente. Rientrando immediatamente dei crediti esigiti, gli istituti di credito potevano erogare altri mutui a clienti con affidabilità sempre meno controllata. Questo consentiva loro di fare enormi profitti, ma allo stesso tempo di esporsi ad alti rischi di perdite ingenti (effetto *leverage*). Lo scoppio della bolla immobiliare avvenne nel 2004, quando la FED cominciò ad innalzare i tassi di interesse grazie alla ripresa dell'economia USA. I mutui pertanto cominciarono ad essere sempre più costosi, tali da rendere incapaci le famiglie a ripagare rate più consistenti. La domanda di immobili si contrasse con la conseguente riduzione del valore delle ipoteche a garanzia dei mutui concessi. Gli istituti di credito subirono pesanti perdite, i titoli cartolarizzati furono declassati da parte delle agenzie di rating. I titoli illiquidabili costrinsero le società veicolo a chiedere immissione di liquidità alle società emettitrici. Mentre alcuni tra i maggiori istituti di credito statunitensi ricevettero aiuti da parte del Tesoro e della FED, *Lehman Brothers*, banca di investimento, avviò le procedure fallimentari il 15 Settembre 2008. La crisi dei *subprime* provocò una caduta di reddito e di occupazione sia a livello statunitense che europeo. Si ridusse il credito alle famiglie e alle aziende, i mercati azionari crollarono come anche i prezzi delle abitazioni, i consumi e gli investimenti.

Crisi 1.2.9. Crisi del Debito Sovrano (2011) In seguito alla crisi dei *subprime*, il PIL a livello globale ha visto realizzarsi una contrazione considerevole. Alcuni stati, i cosiddetti PIIGS, si caratterizzavano per dinamiche non sostenibili del debito pubblico. Nell'Ottobre del 2009 venne reso noto il dissesto dei conti pubblici della Grecia, segnando l'inizio di una nuova fase della crisi, la crisi del debito sovrano. La crisi si è poi estesa a Portogallo, Irlanda e nel 2011 a Spagna e Italia. Le tensioni per la paura di default di questi stati hanno avuto un effetto pressoché immediato nei principali mercati finanziari, con perdite di ampie consistenze. Le agenzie di rating hanno inoltre rivisto al ribasso il merito di credito dei paesi e delle banche europee creando ulteriori aumenti della volatilità dei mercati. La politica di *austerity* decisa

dai paesi dell’Unione Europea per controllare e risanare i conti economici degli stati, ha portato, al contrario, ad un rallentamento della crescita economica e addirittura ne ha causato la recessione. La fase di crisi effettiva si è realizzata nel luglio del 2011 quando il rendimento dei btp decennali italiani ha raggiunto quasi 700 punti base, e lo spread rispetto al bund tedesco è passato da 200 a 570 punti base raggiunti alla fine del mese di novembre.

Capitolo 2

Il Comitato di Basilea

2.1 La nascita del Comitato di Basilea

Il 26 Giugno 1974 venne dichiarata fallita la Bankhaus Herstatt, un istituto bancario tedesco di medie dimensioni attivo sui mercati valutari con particolari operazioni di investimenti obbligazionari negli Stati Uniti, denominate in marchi. Il fallimento innescò una reazione a catena che provocò una contrazione dei trasferimenti per i seguenti tre giorni di circa il 60% e una perdita di 200 milioni di dollari. Il collasso mise in luce come, esposizioni al rischio connesse al tradizionale metodo di regolamentazione valutaria, possano portare a considerevoli turbative. Esse sono dovute al fatto che la regolamentazione avviene nei paesi di emissione di ciascuna valuta, in tal modo le contropartite vengono regolarizzate indipendentemente le une dalle altre, e talune volte anche in momenti diversi. Si rese pertanto necessario istituire un'organizzazione internazionale per la vigilanza interbancaria; nella seconda metà del 1974 venne istituito dai governatori delle banche centrali dei dieci Paesi più industrializzati (G10), il Comitato di Basilea.

2.2 Gli accordi di Basilea

Il Comitato di Basilea ha sede nell'omonima cittadina Svizzera presso la Banca dei Regolamenti Internazionali (BRI). L'obiettivo prefissato è quello di proporre, promuovere e raccomandare interventi di controllo del sistema bancario volti a per-

seguire la stabilità monetaria e finanziaria. Non detiene né poteri normativi, né di vigilanza.

Basilea 1

Nel 1988 venne emanato il primo accordo focalizzato a definire i requisiti patrimoniali minimi che le banche dovevano possedere. Questo primo accordo nacque dalla necessità di limitare le condotte molto aggressive di alcuni istituti di credito finora liberi di agire, e pertanto di definire un sistema di misurazione dell'adeguatezza patrimoniale delle banche, in relazione al rischio insito nell'operatività (rischio di credito e rischio di mercato) e delle posizioni assunte. Requisiti patrimoniali minimi:

- » *Capitale di vigilanza*: quantità destinata a coprire la banca da eventuali perdite. Esso venne suddiviso in due parti: TIER1 patrimonio base e TIER 2 patrimonio supplementare;
- » *Rischio di credito*: in casi di inadempienza della controparte ad obblighi contrattuali;
- » *Rapporto minimo tra capitale e rischio*: le banche dovevano detenere capitale pari almeno all'8% delle attività ponderate per il rischio.

Limiti:

- » Non vi era differenziazione dei coefficienti di ponderazione all'interno della stessa tipologia in base alla misura di rischio;
- » Nessuna misura di differenziazione della rischiosità era prevista in base alla scadenza dei crediti;
- » La diversificazione del portafoglio non era prevista quale elemento di riduzione del rischio;
- » Non erano stati considerati incentivi alla prestazione di garanzie quali detentori di rischio maggiormente tollerabile;
- » Non erano stati considerati i rischi operativi e di mercato.

Basilea 2

A seguito dei limiti verificatisi dall'Accordo di Basilea 1, si è reso necessario elaborare un nuovo documento di consultazione reso disponibile nel giugno del 1999. A differenza di "Basilea 1" il documento aveva come obiettivo quello di stimolare la discussione dei singoli paesi, delle associazioni bancarie e degli studiosi. Il Comitato ha approvato la versione definitiva dell'accordo il 28 Giugno 2004, accordo entrato poi in vigore il 01 Gennaio 2008. I tre pilastri dell'Accordo:

- » *Requisiti patrimoniali*: miglioramento della modalità di calcolo dell'attivo a rischio considerando sia il rischio operativo che il rischio di mercato oltre al rischio di credito;
- » *Controllo prudenziale*: maggiore potere viene attribuito all'autorità di vigilanza, che, oltre a controllare l'attuazione dei requisiti patrimoniali minimi, deve controllare l'attuazione di politiche e procedure organizzative per la misura e governo dei propri rischi;
- » *Discipline di mercato*: trasparenza nel fornire informazioni al mercato e agli investitori, in merito alle condizioni di rischio e di patrimonializzazione delle singole banche.

Basilea 3

La crisi finanziaria dei sub-prime scoppiata alla fine del 2006 negli Stati Uniti e che ha caratterizzato gli anni 2007-2009 in modo particolare, ha reso evidente la necessità di una ulteriore elaborazione dei precedenti Accordi di Basilea 1 e 2. Il 16 Dicembre 2010, venne emanato l'Accordo di Basilea 3, volto ad introdurre nuove regole sui requisiti di liquidità e di leverage. Gli obiettivi perseguiti:

- » *Liquidity coverage ratio*: le banche devono detenere uno stock di risorse liquide di un ammontare tale da consentire un'accentuata fuoriuscita di fondi per una durata di 30gg, senza dover ricorrere al rifinanziamento al mercato o alla banca centrale;

- » *Net Stable Funding Ratio*: si dovranno perseguire investimenti in attività meno liquide e con orizzonti temporali a medio e lungo termine;
- » aumentare la quantità e migliorare la qualità del capitale, permettendo alle banche di poter fronteggiare le perdite;
- » il VaR e le correlazioni tra attività debbono essere calcolati considerando situazioni di stress;
- » introduzione di un nuovo strumento chiamato leva finanziaria che determina il capitale minimo richiesto in base alle attività finanziarie senza alcun parametro di ponderazione del rischio;
- » misure anticicliche: misure con le quali le banche sono invitate a detenere una quantità di capitale superiore alle soglie minime richieste.

Capitolo 3

Il rischio e la gestione del rischio

La crescente necessità di gestire il rischio e pertanto di prevederlo, ha stimolato alcuni lavori quali Christoffersen (1998), Christoffersen e Pelletier (2004) e Kuester *et al.* (2006) a focalizzarsi sulla volatilità dei rendimenti, in particolare per gli indici di mercato.

Il rischio è definito come una condizione nella quale esiste un'esposizione a delle avversità, accompagnato da un'aspettativa di risultato. Un elemento chiave della definizione di rischio è la deviazione dal risultato atteso o sperato: le aspettative solitamente sono costruite sulla base delle informazioni disponibili fino ad oggi. Molte definizioni di rischio includono il termine di deviazione avversa per esprimere la dimensione negativa dei rendimenti attesi o sperati. Non si dimentichi che i rischi non sono solo negativi, ma anche positivi e senza vincoli di dimensione. In questo lavoro verranno considerati solo i rischi dovuti da rendimenti negativi e pertanto si considera il solo caso di posizione lunga. I rischi, intrinsecamente, non hanno una dimensione della misura.

Molte definizioni esplicano i gradi di rischio con le occorrenze della funzione di verosimiglianza. Intuitivamente consideriamo eventi con un'alta verosimiglianza di occorrenze, essere maggiormente rischiosi rispetto a quelli con verosimiglianza minore. Se il rischio è definito come la possibilità di deviazione da un risultato atteso o sperato, i gradi di rischio sono espressi dalla deviazione di verosimiglianza dal risultato desiderato. Il valore atteso di perdita o guadagno in una data situazione è la funzione di verosimiglianza, moltiplicata per l'ammontare di perdite o guadagni

potenziali. La gestione del rischio è fondamentalmente un approccio scientifico al problema della gestione dei rischi puri, affrontati da individui e istituzioni. La gestione del rischio in senso lato è il processo tramite il quale si cerca di mantenere inalterata la situazione di una persona o di un'organizzazione, in termini di attività e di reddito. In senso stretto, è la funzione gestionale delle imprese, con un approccio scientifico per affrontare il rischio. Come tale, si basa su una filosofia distinta e segue una sequenza ben definita di passi.

La gestione del rischio ha le sue radici nel settore assicurativo aziendale. I primi gestori delle assicurazioni sono stati impiegati a cavallo del ventesimo secolo dalle prime grandi società, le ferrovie e le aziende produttrici di acciaio. Markowitz è stato il primo teorista finanziario ad includere esplicitamente il rischio nel portafoglio e nella discussione sulla diversificazione, unendo i rendimenti e l'utilità con il concetto di rischio. Combinando gli approcci tra operazioni matematiche e di ricerca con la sua nuova teoria di portafoglio, ha costruito le basi per il successivo sviluppo in ambito finanziario.

3.1 Tipologie di rischio

Rischio Sistematico

L'effetto che un'interruzione provoca in altre attività, in altri settori di mercato, o nel sistema finanziario nel suo complesso, è definito rischio sistematico. Il rischio sistematico si basa pertanto su uno *shock* o una perturbazione originata all'interno o all'esterno del sistema finanziario che innesca le interruzioni di altri operatori e meccanismi economici. Tale rischio compromette quindi sostanzialmente l'allocazione del credito, i pagamenti, o il prezzo delle attività finanziarie. Mentre molti potrebbero sostenere che nessuno *shock* sia sufficiente a provocare un collasso totale del sistema finanziario, risulta essere plausibile il fatto che possano verificarsi *shock* di notevole entità e che la loro rapida propagazione potrebbe causare una grave perturbazione del sistema, sufficienti a minacciare lo *status* di importanti istituzioni finanziarie, scambi, o sistemi di regolamento, o tradursi nella necessità per le agenzie

di vigilanza di intervenire rapidamente.

Secondo il BSI (*British Standards Institution*), si dovrebbero considerare non solo le misure adottate all'interno dell'istituzione per difendersi da un grave guasto interno, ma anche le caratteristiche del mercato finanziario globale.

Rischio di mercato

La *Bank for International Settlement* (BIS) definisce il rischio di mercato come il rischio di perdita, positivo e negativo, derivante dai movimenti dei prezzi nel mercato. Il prezzo di strumenti finanziari può essere influenzato dai seguenti rischi residuali:

- » *Differenza di rischio*: è la potenziale perdita dovuta al cambio in differenziale tra due strumenti, ad esempio tra *bond corporate* e governativi;
- » *Rischio base*: è la potenziale perdita dovuta alla differenza di prezzo tra strumenti equivalenti, come *future*, *bond* e *swap*;
- » *Rischio specifico*: è il rischio dell'emittente, rischio che secondo il CAPM è completamente diversificabile;
- » *Rischio di volatilità*: è definito come la potenziale perdita dovuta a fluttuazioni in implicate volatilità e si riferisce al rischio *vega*.¹

Per determinare il prezzo totale del rischio li si deve considerare in forma aggregata. Il rischio non è additivo e quello totale è inferiore alla somma delle sue parti, questo perché, tramite la diversificazione, lo si può ridurre.

3.2 Volatilità

La volatilità è un indicatore che quantifica l'incertezza o la variabilità di un'attività finanziaria. Essa non è direttamente osservabile, ma se si analizza la serie dei rendimenti, si possono osservare *cluster* di volatilità, ovvero gruppi di osservazioni nelle quali la variabilità è elevata, oppure contenuta. Questo effetto è definito persistenza

¹vega risk è uno strumento di misura della sensitività di un'opzione, ovvero l'ammontare del cambio del prezzo di un'opzione al suo variare dell'1%.

(autocorrelazione) nella volatilità. Pertanto un aumento della volatilità implica movimenti del prezzo dello strumento molto ampi, al contrario una contrazione della stessa implica lievi variazioni del prezzo. Un fenomeno che si considera e che ha portato alla scelta dei modelli di analisi che in seguito spiegheremo, riguarda la differenza di reazione dei rendimenti in seguito a *shock* (news) positivi o negativi. La curva *News Impact Curve* (NIC) ci mostra molto bene l'asimmetria che informazioni positive hanno rispetto a quelle negative, solitamente le prime caratterizzano la volatilità dei rendimenti in misura molto minore rispetto alle seconde.

3.3 Value-at-Risk (VaR)

Il Value at Risk (VaR) è diventato una delle tecniche più conosciute per la misurazione del rischio in campo finanziario. Fu ideato e creato dalla banca d'affari *J.P. Morgan*. Il VaR è definito come la misura della potenziale perdita massima di un portafoglio in condizioni normali di mercato dati un determinato orizzonte temporale e un determinato livello di confidenza λ .

Nell'Aprile del 1993, il Comitato di Basilea ha presentato una ulteriore estensione dei modelli di rischio del mercato. Per la prima volta, ha dato la possibilità alle banche di usare i loro modelli di misura del rischio per determinare la loro copertura patrimoniale. Tale decisione derivava dal fatto che molte banche avevano sviluppato sistemi sofisticati di gestione del rischio, più complessi di quanto dettato dalle regolamentazioni.

Il modello interno proposto per il calcolo del VaR è basato sul seguente approccio:

- » Base di previsione giornaliera;
- » Periodo di possesso pari a 10 giorni di *trading*, o due settimane di calendario;
- » Intervallo di confidenza unilaterale al 99 percento;
- » Periodo di osservazione basato su almeno un anno di dati storici (250 osservazioni) e aggiornato almeno una volta a trimestre;
- » Il periodo di osservazione può essere ridotto a 6 mesi nel caso in cui si presenti un aumento repentino della volatilità dei prezzi.

Capitolo 4

Approcci e modelli per l'analisi della volatilità

I modelli esistenti per il rischio di credito usano un'impostazione concettuale simile a quelle per la misura di rischio del mercato. Molti modelli di rischio del mercato si sono evoluti dall'approccio media-varianza e si sono sviluppati, come la distribuzione guadagno-perdita che non richiede assunzioni per il modello. Per i rischi del mercato, una varietà di differenti approcci sono usati per il calcolo della distribuzione di guadagno-perdita: l'approccio *RiskMetrics*, simulazione storica e simulazione di Monte Carlo. In questo lavoro considereremo solamente i primi due approcci.

4.1 Approcci Statistici al VaR

La previsione del VaR con dati empirici è condizionata dal fatto che i rendimenti finanziari presentano proprietà statistiche "non standard". In particolare, essi non sono indipendenti e identicamente distribuiti (iid) e, inoltre, non sono normalmente distribuiti. Ciò si riflette in tre caratteristiche qui di seguito riportate:

- » *Volatilità di gruppo (clustering volatility)*: indicata da elevata autocorrelazione dei rendimenti in valore assoluto e al quadrato;
- » *Presenza di curtosi*: ovvero, la densità della distribuzione dei rendimenti non condizionati ha un picco più alto al centro e possiede code molto più pesanti della densità normale;

» *Asimmetria lieve dei rendimenti*: forse di natura variabile nel tempo [vedi Harvey e Siddique (1999), Rockinger e Jondeau (2002)].

Di conseguenza, metodi "standard", basati sull'assunzione di distribuzione iid e di normalità, tendono a non essere sufficienti; è stato necessario pensare a strategie alternative per la previsione del VaR. I più importanti sono descritti nei paragrafi seguenti.

4.1.1 Simulazione Storica

Senza dubbio, il modo più semplice per stimare il VaR è quello di utilizzare la stima quantile del campione sulla base dei rendimenti storici, che si definisce simulazione storica (HS). Ci sono diverse varietà di questo metodo, con vari vantaggi e svantaggi [vedi Kevin (2002), Christoffersen (2003)]. Noi consideriamo il modo più diffuso, che chiamiamo semplicemente HS, e il modo più efficace, che è una serie storica filtrata (FHS).

Per HS, la stima del VaR al tempo $t + 1$ è data dal λ -quantile empirico, $\hat{Q}_\lambda(\cdot)$, di una finestra mobile di w osservazioni fino al tempo t , che è

$$\widehat{VaR}_{t+1} = -\hat{Q}_\lambda(r_t, r_{t-1}, \dots, r_{t-w+1}).$$

Per esempio, con una finestra mobile di lunghezza $w = 1000$ osservazioni, la stima del VaR al 5% è semplicemente il negativo del 50-esimo campione statistico ordinato. Si noti che, oltre ad ignorare la natura non-iid spesso palese dei dati, estendere le previsioni oltre i rendimenti estremi, osservati durante le w passate osservazioni, non è possibile con questo metodo. Inoltre, le risultanti stime di VaR possono presentare salti prevedibili quando grandi rendimenti negativi cadano sia dentro che fuori dalla finestra.

Per le simulazioni storiche filtrate viene utilizzato un modello di posizione e scala per pre-filtrare i dati, come riportato nelle equazioni (4.2) e (4.3). Le previsioni del VaR vengono generate calcolando il VaR da modelli simulati e utilizzando i residui che ne derivano. Barone-Adesi *et al.* (1999, 2002) e Pritsker e of Governors of the

Federal Reserve System (U.S.) dimostrano che questo metodo performa piuttosto bene, che è d'accordo con i nostri risultati, come illustrato di seguito.

4.1.2 Modello parametrico: Posizione - Scala

Modelli completamente parametrici di posizione e scala si basano sulle assunzioni che i rendimenti appartengono ad una famiglia di distribuzioni di probabilità di posizione-scala della forma

$$r_t = \mu_t + \epsilon_t = \mu_t + \sigma_t z_t, \quad (4.1)$$

con μ_t parametro di posizione e σ_t di scala sono F_{t-1} parametri misurabili e $z_t \stackrel{iid}{\sim} f_z(\cdot)$, dove f_z è di media zero, l'unità della scala di densità della probabilità può avere aggiuntivi parametri di forma (quali il parametro dei gradi di libertà della distribuzione *t di Student*). I modelli ARCH e GARCH originali assumono z_t gaussiano, anche se questa ipotesi si è subito capito essere inadeguata. La sua sostituzione con una distribuzione a code pesanti, eventualmente asimmetrica è stata un'estensione naturale e molto efficace. Molte distribuzioni candidate sono state considerate; si veda, ad esempio, l'indagine di Palm (1996).

La previsione del VaR h -periodi avanti sulla base delle informazioni disponibili fino al tempo t è

$$\widehat{VaR}_{t+h} = -(\hat{\mu}_{t+h} + \hat{\sigma}_{t+h} Q_\lambda(z))$$

dove $Q_\lambda(z)$ è il λ quantile secondo f_z . Approcci differenti rispetto alla specificazione della posizione condizionale, μ_{t+h} , alla scala condizionale, σ_{t+h} , e la densità, f_Z .

Modelli parametrici non condizionati fissano $\mu_t \equiv \mu$ e $\sigma_t \equiv \sigma$, dando per scontato che i rendimenti siano iid con densità $\sigma^{-1} f_Z(\sigma^{-1}(r_t - \mu))$. Modelli parametrici omoschedastici condizionati consentono una media condizionata variabile nel tempo, eventualmente catturata da un processo ARMA(p, q), cioè,

$$\mu_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i r_{t-i} + \sum_{j=1}^q b_j \epsilon_{t-j}, \quad (4.2)$$

con $\sigma_t \equiv \sigma$, $t = 1, \dots, T$. Alla luce della volatilità di *clustering* (gruppo) osserva-

ta, questa classe di modelli sarà utile solo per un uso marginale. Invece, modelli parametrici ad eteroschedasticità condizionata, che permettono al parametro di scala di essere una funzione delle informazioni passate, sono spesso utilizzati. La formulazione più popolare è il modello GARCH (r, s)

$$\sigma_t^2 = c_0 + \sum_{i=1}^r c_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s d_j \sigma_{t-j}^2, \quad (4.3)$$

introdotta da Bollerslev (1986).

Nell'analisi empirica che svilupperemo nel seguito, utilizziamo quattro ipotesi differenti per la distribuzione dell'innovazione, f_Z , nell'equazione (4.1) : normale, t di Student con $\nu \in \mathbb{R}_+$ gradi di libertà (*t di Student*), la t generalizzata asimmetrica (*skew-t*) e la distribuzione degli errori generalizzata asimmetrica (*sGED*).

4.2 Modelli ad eteroschedasticità condizionata

Le serie dei rendimenti di un'attività finanziaria sono solitamente caratterizzate da incorrelazione (o debole correlazione a piccoli ritardi), ma presentano un certo grado di dipendenza. Questa dipendenza, chiamata "*volatility clustering*", la si può notare se si osservano i momenti secondi dei rendimenti. La *clustering volatility* è un fenomeno di eteroschedasticità che si verifica quando, a grandi variazioni assolute dei rendimenti seguono ampie variazioni, mentre a piccole variazioni seguono piccole variazioni. Altre caratteristiche per le serie di rendimenti giornalieri è la loro stazionarietà in media, distribuzione leptocurtica e pertanto l'assenza di normalità e l'eteroschedasticità.

Fu Engle (1982) a sviluppare un metodo per analizzare cambiamenti imprevedibili dei prezzi di strumenti finanziari, grazie al quale vinse il premio Nobel per l'economia nel 2003. I modelli che riuscivano pertanto a catturare la tendenza degli strumenti finanziari presero il nome di *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, o ARCH. Un processo ARCH(m) è costituito dalle seguenti equazioni

$$r_t = u_t + a_t$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = var(a_t | I_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_m a_{t-m}^2$$

dove

ϵ_t è una v.c. $IID(0, 1)$,

$\alpha_0 > 0$ e $\alpha_i \geq 0 \forall i > 0$,

per assicurare la positività di σ_t^2 .

L'equazione per la varianza condizionata è in grado di catturare il fenomeno osservato di *volatility clustering* nei rendimenti.

Il filtro Gaussiano AR(1)-GARCH(1,1), come applicato da McNeil e Frey (2000) in questo contesto, è solo un particolare caso che, pur in grado di rimuovere la maggior parte della volatilità di *cluster* e di rendere i dati approssimativamente iid, sarà quasi sempre un modello specificato in maniera sbagliata per dati di rendimenti finanziari con frequenza giornaliera o superiore.

La maggior parte della incorretta specificazione può essere contenuta utilizzando una distribuzione a code pesanti e asimmetrica come la skew- t per f_Z . Pertanto, il suo uso ci si aspetta che porti ad una stima accurata dei parametri AR e GARCH, così come valori di σ_t filtrati (stimati), che a loro volta portano a migliori previsioni di $\hat{\sigma}_{t+h}$.

Per contro, Bollerslev e Wooldridge (1992) mostrano che se le dinamiche di media e volatilità condizionata sono propriamente specificate, allora la media e la varianza sono costantemente stimate da una pseudo massimaverosimiglianza, che è la stima di massimaverosimiglianza sotto assunzioni/ipotesi di normalità anche quando le innovazioni non sono distribuite normalmente.

Poiché la corretta specificazione delle dinamiche di volatilità è chiaramente un obiettivo irraggiungibile per le effettive serie dei rendimenti, non è affatto evidente che la specificazione sarà ottimale, e anzi, la decisione dovrebbe essere basata sulle *performance* della previsione VaR *out-of-sample*.

Il modello ARCH richiede spesso molti parametri per descrivere adeguatamente la volatilità di una serie di rendimenti. Nei prossimi paragrafi andremo ad analizzare delle estensioni di questo modello.

4.2.1 Modello GARCH - *Generalized ARCH*

Sviluppato da Bollerslev (1986) con lo scopo di contenere il numero di parametri da stimare, il modello GARCH *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, viene utilizzato in situazioni in cui la memoria non è così breve. In questo modo si riesce ad ottenere una descrizione più parsimoniosa delle dinamiche della volatilità del processo.

Con il modello GARCH, *Bollerslev* ha cercato di applicare un modello ARMA al quadrato dei rendimenti

Il modello GARCH(m,s) può essere espresso come

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (4.4)$$

dove

ϵ_t è una sequenza di v.c. $IID(0, 1)$,

$$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0,$$

e

$$\sum_{i=1}^{\max(m,s)} (\alpha_i + \beta i) < 1$$

L'ultima condizione implica la stazionarietà del processo, ovvero che la varianza non condizionata sia finita.

Consideriamo il caso più semplice GARCH(1,1), nonché lo strumento utilizzato per l'analisi di cui parleremo nel prossimo capitolo.

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (4.5)$$

$$\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0, \alpha_1 + \beta_1 < 1$$

L'imposizione della non negatività dei parametri è dovuta al fatto di dover mantenere

la positività della varianza non condizionata. Dall'equazione (4.5) si può notare come il precedente valore stimato della varianza condizionata, si trasferisca alla stima attuale in rapporto β_j , e inoltre che la varianza condizionata reagisce al quadrato del valore di disturbo con incidenza pari al parametro α_1 .

La quantità $\alpha_1 + \beta_1$ è anche chiamata persistenza di σ_t^2 .

Nel modello GARCH le innovazioni osservate sono sintetizzate nel termine ϵ_t^2 che ha la funzione di alterare la previsione attesa, mentre le innovazioni passate sono catturate nella varianza ritardata.

Uno dei limiti dei modelli GARCH è che sono simmetrici, e pertanto consideriamo che il segno dell'innovazione passata ϵ_{t-1} non alteri in modo differente la serie dei rendimenti. Applicando il modello a serie di rendimenti giornalieri, questa assunzione risulta essere troppo restrittiva.

4.2.2 Modello IGARCH - *Integrated ARCH*

Il modello GARCH impone la stazionarietà del processo tramite la condizione $\alpha(B) + \beta(B) < 1$, con B operatore ritardo.

Nel caso in cui $\alpha(B) + \beta(B) = 1$ si è in presenza di radice unitaria e di non-stazionarietà. Pertanto il modello più adatto per l'analisi è il modello *Integrated-GARCH*.

Limitandoci al modello IGARCH(1,1) che verrà in seguito applicato, la sua caratteristica principale risulta essere:

$$\alpha_1 + \beta_1 = 1$$

Pertanto l'equazione della volatilità si riduce a

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + (1 - \alpha_1) \sigma_{t-1}^2 \\ &= \alpha_0 + \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 (a_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2) \\ &= \alpha_0 + \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 \eta_{t-1} \end{aligned} \tag{4.6}$$

Dall'equazione (4.6) è evidente che il processo è analogo ad un *random walk* con *drift*.

Un modello semplificato dell'IGARCH(1,1) è il modello *RiskMetrics* proposto da Morgan (1992). Nel modello *RiskMetrics*, in presenza di rendimenti giornalieri, vengono fissati i parametri del modello pari a $\alpha_0 = 0$, $\alpha_1 = 0.06$ e $\beta_1 = 0.94$.

4.2.3 Modello APARCH - *Asymmetric Power ARCH*

Una caratteristica comune che si osserva nei mercati azionari, è che rendimenti negativi tendono ad essere seguiti da un aumento della volatilità maggiore rispetto a quella osservata per rendimenti positivi della stessa entità. Questo fenomeno, chiamato *effetto leverage*, implica un impatto asimmetrico delle innovazioni positive e negative sulla volatilità (varianza condizionata). Come discusso precedentemente, il modello GARCH non è capace di catturare questo effetto, in quanto tratta in maniera simmetrica sia gli shock positivi che quelli negativi.

Engle e Ng (1993) hanno introdotto il Test chiamato *Sign Bias Test*.

Si consideri il modello di regressione

$$\frac{a_t^2}{\sigma_t^2} = b_0 + b_1 D_{t-1}^- + u_t \quad (4.7)$$

dove in un modello GARCH $\{ a_t^2 / \sigma_t^2 \}$ è la serie dei residui standardizzati al quadrato,

e

$$D_{t-1}^- = \begin{cases} 1 & \text{se } a_{t-1} < 0 \\ 0 & \text{se } a_{t-1} \geq 0 \end{cases}$$

Se $b_1 \neq 0$, l'effetto del rendimento al tempo $t-1$ influenza, in media, il rendimento al tempo t di una quantità pari a $(b_0 + b_1)$ se negativo, mentre (b_0) se positivo. L'effetto *leverage* si verifica qualora sia $b_1 > 0$.

Un secondo test chiamato *Negative Size Bias Test* verifica se la volatilità è influenzata sia dal segno che dalla dimensione. L'equazione che descrive il modello di regressione oggetto di analisi è:

$$\frac{a_t^2}{\sigma_t^2} = b_0 + c_1 D_{t-1}^- a_{t-1} + u_t \quad (4.8)$$

In questo caso si è in presenza di effetto *leverage* se c_1 assume valori negativi.

Il test congiunto che verifica le due ipotesi presentate nelle equazioni (4.7) e (4.8) si riassume nella seguente equazione:

$$\frac{a_t^2}{\sigma_t^2} = b_0 + b_1 D_{t-1}^- + c_1 D_{t-1}^- a_{t-1} + u_t \quad (4.9)$$

L'ipotesi H_0 di verifica della presenza di effetto *leverage* che si andrà a verificare sarà pertanto:

$$H_0 : b_1 = c_1 = 0$$

I modelli asimmetrici che seguiranno saranno caratterizzati dalla considerazione di quanto appena descritto.

Una caratteristica nota per serie di rendimenti, in particolare con frequenza giornaliera o *intra-day*, è che le autocorrelazioni dei rendimenti in valore assoluto sono più forti di quelle dei rendimenti al quadrato. Questo effetto denominato *effetto leva* è oggetto di analisi nel modello APARCH. Il modello AP(G)ARCH (*Asymmetric Power (G)ARCH*) introdotto da Ding *et al.* (1993) è definito da:

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim \text{IID } (0,1)$$

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i (|a_{t-i}| - \gamma_i a_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^\delta \quad (4.10)$$

dove

$$\alpha_0 > 0, \delta \geq 0, -1 < \gamma_i < 1,$$

$$\alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0,$$

δ parametro di potenza,

γ_i parametro di asimmetria.

Limitando l'analisi al modello APARCH(1,1), strumento di analisi che useremo in seguito, il modello si riduce a:

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim \text{IID } (0,1)$$

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \alpha_1 (|a_{t-1}| - \gamma_1 a_{t-1})^\delta + \beta_1 \sigma_{t-1}^\delta \quad (4.11)$$

dove

$\alpha_0 > 0, \delta \geq 0, -1 < \gamma_1 < 1,$

$\alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0,$

δ parametro di potenza,

γ_1 parametro di asimmetria.

Si ha un effetto leva quando $\gamma_1 > 0$.

4.3 Distribuzioni delle innovazioni

Le serie dei rendimenti con frequenza giornaliera sono solitamente caratterizzate da una distribuzione empirica con presenza di pesantezza nelle code, ovvero presentano una probabilità più alta nelle code rispetto ad una distribuzione normale con stessa media e varianza.

L'indice di *simmetria* è definito come il momento terzo calcolato secondo la seguente equazione:

$$S = E \left[\frac{(R - \mu)^3}{\sigma^3} \right]$$

La quantità $S = 0$ è indice di assenza di simmetria, valore che assume una distribuzione normale standard. La simmetria ha rilevanza nell'assumere posizioni lunghe o corte e per la gestione del rischio finanziario.

L'indice di *Curtosi* è definito, invece, come il momento quarto così calcolato:

$$K = E \left[\frac{(R - \mu)^4}{\sigma^4} \right]$$

La quantità $K - 3$ è definita *eccesso di curtosi* in quanto $K = 3$ è la curtosi per una distribuzione normale. Un'eccesso di curtosi positivo implica la presenza di un numero più elevato di valori estremi, ed è pertanto un fattore da considerare nella gestione del rischio.

Secondo questi assunti, si seguirà un percorso che porterà ad utilizzare modelli che sempre più si adatteranno ai nostri dati da analizzare. Un maggior numero di parametri ed una migliore modellazione però non sono sempre sinonimi di un buon modello, pertanto si valuterà se i giovanimenti saranno considerevoli.

4.3.1 Normale

La distribuzione di probabilità Normale, o Gaussiana, è caratterizzata dall'essere una distribuzione continua, simmetrica e con una forma a campana. La distribuzione normale è la più utilizzata come approssimazione per descrivere variabili casuali reali ed è caratterizzata da due soli parametri: la media μ e la varianza σ^2 . Viene indicata brevemente con:

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

4.3.2 t di Student

La distribuzione t di *Student* è stata descritta da William Sealy Gosset (Student (1908)). Dovette usare lo pseudonimo *Student* in quanto l'azienda presso la quale lavorava (Guinness) vietava ai propri dipendenti di pubblicare articoli per non divulgare segreti di produzione. La distribuzione è caratterizzata dall'avere code più pesanti rispetto ad una normale e pertanto risulta essere maggiormente adatta nel catturare l'andamento dei rendimenti di mercato. Ha funzione di densità

$$f(x; v) = \frac{\Gamma((v+1)/2)}{\Gamma(v/2)\sqrt{\pi v}} \left(1 + \frac{x^2}{v}\right)^{-(v+1)/2}$$

e viene indicata brevemente con:

$$X \sim t_v$$

con v numero dei gradi di libertà

4.3.3 skew-t

Considerando $f(\cdot)$ una distribuzione simmetrica e ξ parametro di asimmetria definito per $(0, +\infty)$, la funzione di densità che rappresenta una generica distribuzione asimmetrica è così rappresentata:

$$p(x, \xi) = \frac{2}{\xi + \frac{1}{\xi}} \left\{ f\left(\frac{x}{\xi}\right) I_{[0, \infty)}(x) + f(\xi x) I_{(-\infty, 0)}(x) \right\} \quad (4.12)$$

L'asimmetria risulta essere nulla se ξ assume valore pari a 1.

Una variante della distribuzione t di *Student* è la *skew-t*, distribuzione che si ottiene mediante un cambiamento di scala sui due lati della moda. In particolare un valore di asimmetria positiva indica un'inclinazione verso valori positivi, mentre un valore negativo indica un'inclinazione verso valori negativi, e riconducendoci all'equazione (4.12) $f(\cdot)$ è la distribuzione della t di *student*.

4.3.4 skew-GED

Ultima distribuzione strumento per le nostre analisi, è la *skew-ged* ovvero l'asimmetrica distribuzione degli errori generalizzata appartenente alla famiglia esponenziale. La funzione di densità della *GED*, pertanto in assenza di asimmetria, è così definita:

$$f(x; \mu, \sigma^2, \alpha) = \frac{\alpha}{\sigma 2^{1+1/\alpha} \Gamma(1/\alpha)} \exp\left(-\frac{1}{2} \left|\frac{x-\mu}{\sigma}\right|^\alpha\right) \quad (4.13)$$

con

$$-\infty < x < +\infty,$$

$\mu \in (-\infty, +\infty)$ parametro di posizione,

$\sigma \in (0, +\infty)$ parametro di scala.

Ci si riconduce all'equazione (4.12) per l'interpretazione asimmetrica (*skew-ged*) considerando come $f(\cdot)$ l'equazione (4.13).

Capitolo 5

Confronto e verifica dell’adattamento dei modelli per la stima del VaR

Per valutare le performance predittive dei modelli presi in considerazione ed esplicitati al capitolo 4, seguiamo la procedura di Christoffersen (1998), che è stata progettata per la valutazione dell’accuratezza dell’intervallo di previsione *out-of-sample*. Definito $H_t = \mathcal{I}(r_t < -VaR_t)$ e \mathcal{F}_t filtrazione naturale del processo, Christoffersen (1998) definisce efficiente la sequenza di previsioni del VaR rispetto a \mathcal{F}_{t-1} se

$$\mathbb{E}[H_t | \mathcal{F}_{t-1}] = \lambda \quad (5.1)$$

ovvero, se l’applicazione dei valori attesi iterati, implicano che H_t sia incorrelato con ogni altra funzione di variabile nel set di informazioni disponibili al tempo $t - 1$. Se l’equazione (5.1) è verificata, allora le violazioni del VaR si verificheranno con la corretta probabilità condizionata e non condizionata e, né la previsione per il VaR_t , né per H_t potrebbe essere migliorata.

Anche se un generico test per l’equazione (5.1) sarebbe auspicabile, seguiamo la procedura di Christoffersen (1998) nell’uso di statistiche intermedie per testare specifiche implicazioni delle ipotesi generali, così come particolari carenze del modello. Specificando \mathcal{F}_{t-1} per considerare almeno $\{H_1, H_2, \dots, H_{t-1}\}$, è immediato mostrare

Christoffersen (1998):[Lemma 1] che l'efficienza implica

$$H_t | \mathcal{F}_{t-1} \stackrel{iid}{\sim} Ber(\lambda), \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (5.2)$$

dove $Ber(\cdot)$ identifica la distribuzione di Bernoulli. Di seguito, l'equazione (5.2) si riferisce alla corretta *conditional coverage*.

5.1 Test di Unconditional Coverage

Il più comune test per valutare la bontà di un modello VaR è il conteggio del numero delle eccezioni del VaR, ovvero quando la perdita (p.e. giornaliera) eccede quanto stimato dal VaR. Se il numero delle eccezioni è minore rispetto al livello di confidenza selezionato, questo indica che il modello sovrastima il rischio. Al contrario, troppe eccezioni sono un segnale di sottostima del rischio. Naturalmente, è raro il caso in cui si osservino il numero esatto di eccezioni secondo il livello di confidenza assunto. Pertanto l'approccio che si assume è quello di valutare se il numero delle eccedenze è ragionevole o no.

Denotando il numero di eccedenze con n_1 e il numero totale delle osservazioni con N , possiamo definire il tasso di fallimento come n_1/N . In una situazione ideale, il tasso di fallimento rifletterebbe il livello di confidenza selezionato. Per esempio, se consideriamo un livello di confidenza al 99%, sotto ipotesi nulla la frequenza di perdita di coda che si ha è pari a $\lambda = (1 - c) = (1 - 0.99) = 1\%$, con c livello di confidenza. Ogni risultato di attività di trading può produrre o no delle eccezioni del VaR. Questa sequenza di *successi e fallimenti* è conosciuta come processo Bernoulliano. Il numero delle eccezioni n_1 segue una distribuzione di probabilità binomiale:

$$f(n_1) = \binom{N}{n_1} \lambda^{n_1} (1 - \lambda)^{N-n_1}$$

Come il numero delle osservazioni aumenta, la distribuzione binomiale può essere approssimata con una distribuzione normale:

$$z = \frac{n_1 - \lambda N}{\sqrt{\lambda(1 - \lambda)N}} \approx N(0, 1)$$

dove λN è il numero atteso di eccedenze e $\lambda(1 - \lambda)N$ la varianza delle eccezioni. (Jorion, 2001)

Il test più conosciuto basato sul rapporto dei fallimenti è stato proposto da Kupiec (1995). Il test di Kupiec è anche conosciuto come *POF test (Proportion Of Failures)* e misura se il numero delle eccezioni è consistente al livello di confidenza considerato. Sotto ipotesi nulla di modello corretto, il numero delle eccezioni segue una distribuzione binomiale. Pertanto le sole informazioni necessarie per eseguire il test sono il numero delle osservazioni (N), il numero delle eccezioni (n_1) e il livello di confidenza (c). (Dowd, 2006)

Considerando le aspettative iterate, l'equazione (5.1) implica la corretta *unconditional coverage* dell'intervallo di previsione. L'idea è di capire se il tasso di fallimenti osservati $\hat{\lambda}$ è significativamente diverso da λ , il tasso di fallimenti suggeriti dal livello di confidenza. Pertanto il sistema di ipotesi oggetto di analisi si sintetizza in:

$$H_0 : E[H_t] = \lambda \quad \text{contro} \quad H_1 : E[H_t] \neq \lambda$$

Sotto ipotesi nulla, l'equazione (5.2) implica che la statistica test del rapporto di massima verosimiglianza sia

$$LR_{uc} = 2 \left[\mathcal{L}(\hat{\lambda}; H_1, H_2, \dots, H_T) - \mathcal{L}(\lambda; H_1, H_2, \dots, H_T) \right] \stackrel{asy}{\sim} \chi_1^2 \quad (5.3)$$

dove $\mathcal{L}(\cdot) = \log L$ denota la log verosimiglianza binomiale. La stima di massima verosimiglianza $\hat{\lambda}$, è il rapporto del numero di violazioni, n_1 , rispetto al numero totale di osservazioni, $n_0 + n_1 = N$, che è, $\lambda = n_1/(n_0 + n_1)$. Se il valore della statistica test LR_{uc} eccede il valore critico della distribuzione χ_1^2 , l'ipotesi nulla viene rifiutata e il modello ritenuto errato.

Il test di Kupiec è affetto da due mancanze. In primo luogo, il test è statisticamente debole con campioni di dimensioni compatibili con il quadro normativo attuale (un anno). Questa mancanza di potenza era già stata riconosciuta da Kupiec stesso. In secondo luogo, il test considera solo la frequenza delle perdite e non il momento in cui si verificano. Di conseguenza, potrebbe non riuscire a respingere un modello che produce gruppi di eccezioni. Risulta essere pertanto riduttivo considerare il modello

di *backtesting* basato unicamente sul test di copertura incondizionata.

5.2 Test di Indipendenza

La procedura descritta dal Comitato di Basilea e il test di copertura non condizionata, si focalizzano solamente sul numero di eccezioni. Nella teoria, comunque ci aspettiamo che queste eccezioni siano equamente distribuite nel tempo. Un buon modello deve essere capace di reagire ai cambiamenti di volatilità e alle correlazioni in modo tale che le eccezioni accadono indipendentemente le une dalle altre, considerando che un cattivo modello tende a produrre una sequenza di eccezioni consecutive. Diversi test di indipendenza sono stati proposti in letteratura, compresi i test dei *run*¹ e il test di Ljung e Box (1978). Più recentemente, è stato proposto un test da Danielsson e Morimoto (2000), basato sul tempo che intercorre tra le eccedenze. Sotto ipotesi nulla, una violazione oggi non ha alcuna influenza sulla probabilità di una violazione domani. Christoffersen (1998) modella H_t come un processo Markoviano.² La realizzazione di gruppi di eccezioni è qualcosa che gli utilizzatori dei modelli di previsione del VaR vogliono essere in grado di individuare, in quanto, quando grandi perdite cominciano a verificarsi in rapida sequenza, hanno maggiore probabilità di portare ad eventi disastrosi, rispetto ad eccezioni che si verificano di tanto in tanto. (Christoffersen e Pelletier, 2004)

Probabilmente il test maggiormente conosciuto per la verifica della corretta copertura è quello proposto da Christoffersen (1998). Nel test viene utilizzata la stessa log-verosimiglianza della procedura di Kupiec, ma estende il test includendo anche una separata statistica per l'indipendenza delle eccezioni. In aggiunta per il corretto tasso di copertura, il test esamina se la probabilità di una eccezione un giorno dipende dal risultato del giorno precedente. Il test viene effettuato prima definendo una variabile indicatrice che ottiene il valore 1 se il VaR viene superato e valore 0

¹test delle sequenze / test di Wald-Wolfowitz ovvero test di verifica d'ipotesi, non parametrico, condotto sull'indipendenza dei dati in una sequenza binaria.

²Un processo stocastico markoviano o processo di Markov è un processo stocastico nel quale la probabilità di transizione, che determina il passaggio ad uno stato, dipende unicamente dallo stato immediatamente precedente (proprietà di Markov) e non dal come si è giunti a tale stato (in quest'ultima ipotesi si parla di processo non markoviano).

se il VaR non viene superato:

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{se si verifica l'eccezione} \\ 0 & \text{se non si verifica l'eccezione} \end{cases}$$

Definendo in secondo luogo con n_{ij} il numero di giorni nei quali si verifica la condizione j quando il giorno precedente si è verificata la condizione i . Illustriamo i risultato in una tabella di contingenza 2x2: In aggiunta, definendo π_i la probabilità

	$I_{t-1} = 0$	$I_{t-1} = 1$	
$I_t = 0$	n_{00}	n_{10}	$n_{00} + n_{10}$
$I_t = 1$	n_{01}	n_{11}	$n_{01} + n_{11}$
	$n_{00} + n_{01}$	$n_{10} + n_{11}$	N

di osservare una eccezione condizionata allo stato i il giorno precedente:

$$\hat{\pi}_0 = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}, \quad \hat{\pi}_1 = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}} \quad e \quad \hat{\pi} = \frac{n_{01}n_{11}}{n_{00}n_{01}n_{10} + n_{11}}$$

Se il modello è accurato, allora un'eccezione oggi non dovrebbe dipendere dalla presenza o meno di un'eccezione ieri. In altre parole, sotto ipotesi nulla le probabilità rispettano la condizione $\pi_0 = \pi_1 \equiv \pi$ e la funzione di verosimiglianza è

$$L(\pi_0; H_2, H_3, \dots, H_T | H_1) = (1 - \pi)^{n_{00} + n_{10}} \pi^{n_{01} + n_{11}} \quad (5.4)$$

Sotto ipotesi alternativa di dipendenza la verosimiglianza approssimata condizionata alla prima osservazione, è

$$L(\Pi; H_2, H_3, \dots, H_T | H_1) = (1 - \pi_0)^{n_{00}} \pi_0^{n_{01}} (1 - \pi_1)^{n_{10}} \pi_1^{n_{11}} \quad (5.5)$$

dove

$$\Pi = \begin{bmatrix} 1 - \pi_0 \pi_0 \\ 1 - \pi_1 \pi_1 \end{bmatrix}, \quad \pi_i = P(H_t = 1 | H_{t-1} = i),$$

e n_{ij} rappresenta il numero delle transizioni dallo stato i allo stato j , che è,

$$n_{ij} = \sum_{t=2}^T \mathcal{I}(H_t = i | H_{t-1} = j),$$

La statistica che verifica l'indipendenza delle eccezioni è un rapporto di verosimiglianza (LR) dato da:

$$LR_{ind} = 2 \left[\mathcal{L}(\hat{\Pi}; H_2, \dots, H_T | H_1) - \mathcal{L}(\hat{\pi}_0; H_2, \dots, H_T | H_1) \right] \stackrel{asy}{\sim} \chi_1^2 \quad (5.6)$$

5.3 Test di Conditional Coverage

Poiché $\hat{\pi}_0$ è senza vincoli, il test di Equazione (5.6) non prende in considerazione la corretta copertura. Combinando la statistica di indipendenza di Equazione (5.6) con il test POF di Kupiec di Equazione (5.3) otteniamo un test congiunto che verifica entrambe le proprietà per assumere buono un modello per la previsione del VaR: corretto tasso di fallimenti e indipendenza delle eccezioni. Christoffersen (1998) propone di combinare le equazioni (5.3) e (5.6) in

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}$$

la cui statistica test esplicitata, condizionando alla prima osservazione l'Equazione (5.3), abbiamo

$$LR_{cc} = 2 \left[\mathcal{L}(\hat{\Pi}; H_2, \dots, H_T | H_1) - \mathcal{L}(\lambda; H_2, \dots, H_T | H_1) \right] \stackrel{asy}{\sim} \chi_2^2 \quad (5.7)$$

che fornisce uno strumento per controllare in quale stima la serie di violazioni H_t fallisce la proprietà di corretta copertura condizionata dell'Equazione (5.2).

Capitolo 6

Analisi Empirica

Oggetto dell’analisi di questo lavoro, sono sette tra i principali indici dei mercati azionari americani ed europei. Per ogni indice azionario una prima parte sarà dedicata alla descrizione della storia dell’indice, la data di inizio della serie storica, il motivo della sua creazione e i titoli azionari in esso contenuti; seguirà un’analisi descrittiva dei prezzi e dei rendimenti dei singoli indici in riferimento al periodo temporale considerato. Successivamente verranno proposti tutti i modelli stimati, corredati di grafici e tabelle esplicative oltre alle statistiche relative ai tre test esplicitati al capitolo 5 per esaminare le performance di previsione del VaR a livello di significatività dell’1 – 2.5 – 5%. Seguirà un breve commento ove necessario o qualora si rilevi qualche particolarità degna di nota.

Tutte le analisi sono state fatte in ambiente R delle quali si riporta il codice del modello IGARCH, a fini esemplificativi, in Appendice A.1. Le librerie utilizzate per lo script sono: *"PerformanceAnalytics"*, *"quantmod"*, *"rugarch"*, *"FinTS"* e *"fGarch"*. La funzione *VarTest* congiuntamente a funzioni a lei dipendenti, contenute nella libreria *"rugarch"*, sono state stata modificate per adattarle alle richieste del presente lavoro.

Gli indici di mercato considerati per l’analisi empirica sono:

- » NASDAQ Composite
- » Dow Jones Industrial Average
- » S&P 500

- » DAX
- » CAC 40
- » FTSE 100
- » FTSE MIB

I prezzi di chiusura aggiustati con frequenza giornaliera p_t sono stati scaricati da "Yahoo Finance". I rendimenti sono stati calcolati come differenza prima del logaritmo della serie dei prezzi così calcolati:

$$r_t = \log(p_t) - \log(p_{t-1})$$

Per ogni modello considerato, i parametri non sono stati vincolati e verranno pertanto stimati ad ogni shift: si considera una finestra mobile di dimensione $w = 1000$ (corrispondente a circa quattro anni di dati di trading), i parametri dei modelli vengono stimati per ogni finestra mobile con lo shift di un giorno di trading. Le prime 1000 osservazioni di ogni titolo sono state utilizzate per inizializzare la stima.

Nelle tabelle riassuntive delle statistiche test, in alcuni casi particolari, viene riportato il valore **NA** nelle colonne *LR.ind* e *LR.cc*. Si incorre in tale scrittura quando si verifica un'assenza di due eccezioni consecutive e per il test 5.2 la funzione di verosimiglianza non è calcolabile. La positività della presente scrittura porta a dover considerare separatamente la statistica test di Unconditional Coverage in quanto la statistica test di Conditional Coverage non è calcolabile.

Le *decisioni* riportate in tabella possono assumere due valori: 0 e 1, rispettivamente "*Non rifiuto* H_0 " e "*Rifiuto* H_0 ". Per facilitarne la lettura, sono stati evidenziati in grassetto i *non rifiuto* H_0 .

Nelle prossime sezioni verrà redatta un'analisi completa e dettagliata degli indici NASDAQ e FTSE 100 a titolo esemplificativo. Per gli altri cinque indici si è svolto il medesimo lavoro e i risultati completi ottenuti sono disponibili presso l'autore.

6.1 NASDAQ Composite

Il primo indice che consideriamo è il NASDAQ, principale indice del mercato azionario tecnologico americano. NASDAQ è l'acronimo di *National Association of Securities Dealers Automated Quotation*. Fu istituito il 5 febbraio 1971 a Wall Street, divenendo il più importante indice per la rilevazione dell'andamento dei titoli tecnologici quotati nella borsa americana. È un indice di mercato a capitalizzazione pesata composto da oltre 5000 titoli quotati nel *Nasdaq Stock Exchange*. Gli strumenti finanziari presenti nell'indice sono *American Depository Exchange*¹, azioni ordinarie, *Real Estate Investment Trust*² e tracking stocks³. Non sono invece presenti al suo interno derivati, obbligazioni, azioni privilegiate, fondi e ETF.

Il periodo considerato per l'analisi si estende dall'8 Febbraio 1971 al 22 Giugno 2001 e, riprendendo quanto espresso alla sezione 1.2, è stato caratterizzato dalle crisi 1.2.4, 1.2.5, 1.2.6, e nell'ultimo periodo dalla crisi 1.2.7. Risulta di particolare interesse porre un'occhio di riguardo alla capacità di prevedere il VaR tra il 1994 e il 2001 ovvero tra la quotazione di Netscape e la crisi finanziaria 1.2.7 scoppiata nel 2000, crisi del settore di riferimento dell'indice NASDAQ.

Riportiamo qui di seguito in figura 6.1 due grafici rappresentanti la serie dei prezzi di chiusura del titolo e i rendimenti logaritmici calcolati, inoltre nella tabella 6.1 sono state riassunte le principali statistiche descrittive e di analisi della serie dei rendimenti.

	nobs	Start	End	Mean	Stdev
	7671	09/02/1971	22/06/2001	0.000392	0.011345
	Skewness	Kurtosis	Minimum	Maximum	JB.test
	-0.464861	14.207417	-0.120432	0.132546	64833.680
				JB.pvalue	0.000

Tabella 6.1: Statistiche descrittive del titolo IXIC

¹Un ADR è un certificato negoziabile sul mercato statunitense che rappresenta titoli emessi da una società non statunitense (in genere titoli azionari). Gli ADR sono stati appositamente studiati per agevolare l'acquisto, il possesso e la vendita di titoli stranieri da parte di investitori statunitensi. Gli ADR sono emessi da una banca depositaria statunitense, in seguito al deposito dei titoli sottostanti presso una banca depositaria locale

²Fondi immobiliari quotati in Borsa

³Categoria di azioni caratterizzata dal fatto di seguire da un punto di vista patrimoniale i risultati dell'attività di uno specifico "business group", che può consistere in una divisione interna all'emittente o in una società da questa controllata

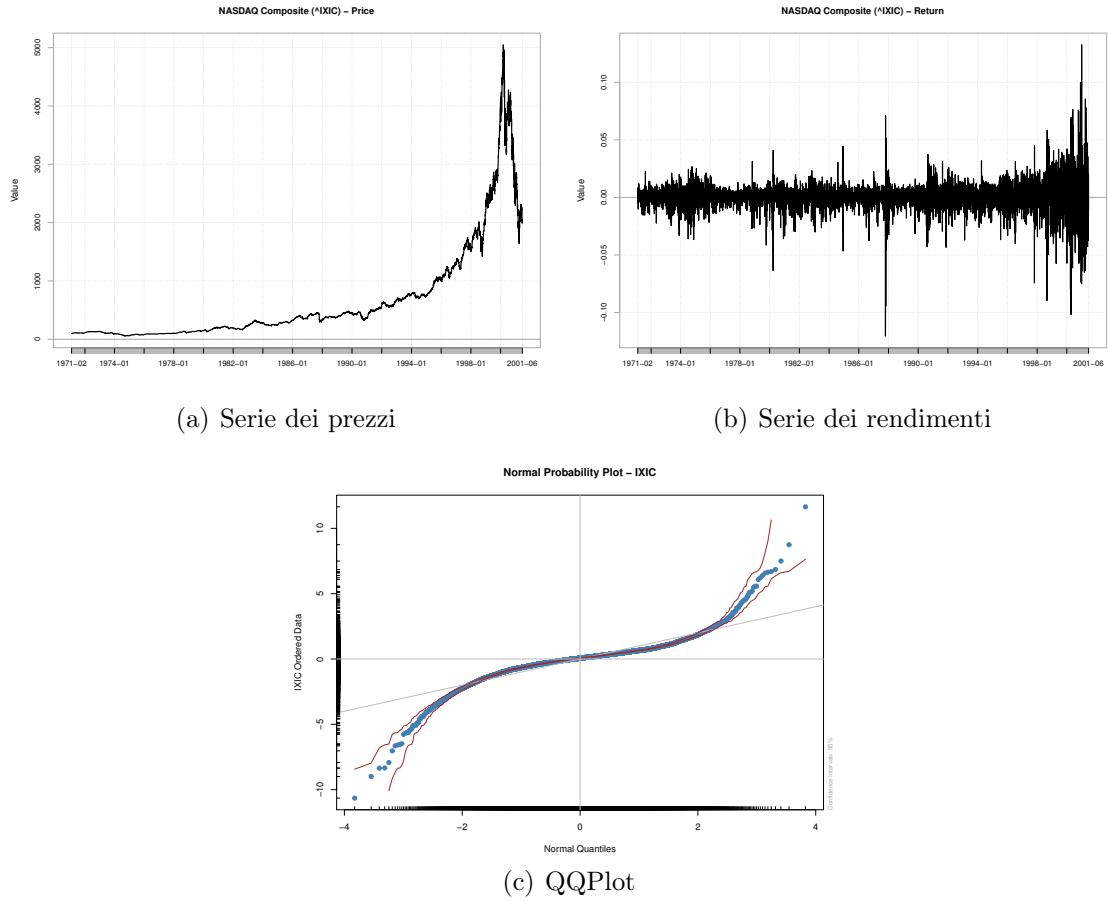


Figura 6.1: NASDAQ Composite (IXIC)

Dalle statistiche descrittive di tabella 6.1, coerentemente con il QQPlot di figura 6.1(c), risulta immediato verificare l'assenza di normalità dei rendimenti. In particolare si nota un eccesso di Curtosi elevato e una leggera asimmetria negativa. Il test di Jarque-Bera, che verifica congiuntamente l'assenza di asimmetria e di eccesso di Curtosi, rifiuta a qualsiasi livello di significatività l'ipotesi nulla di normalità.

Si sono stimati i modelli presentati al punto 4 di cui si riportano delle tabelle riassuntive delle analisi fatte:

Unconditional models

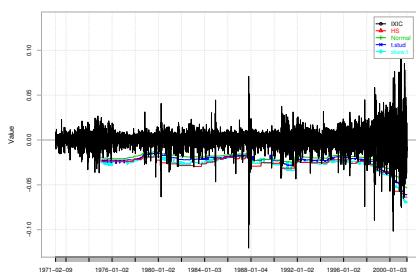
Risulta evidente dai grafici di figura 6.2(f), 6.2(g), 6.2(h) e 6.2(i) come il modello non condizionato non riesca a prevedere in modo adeguato cambiamenti consistenti della volatilità come nel caso della crisi 1.2.7 durante la quale si concentrano molte violazioni delle previsioni del VaR, tesi che trova pieno riscontro nelle statistiche

	100λ	Expected Exceed	Actual Exceed	viol	LR.uc stat	LR.uc pvalue	LR.uc decision	LR.ind stat	LR.ind pvalue	LR.ind decision	LR.cc stat	LR.cc pvalue	LR.cc decision	avg VaR
HS	1.0	66	88	1.32	6.24	0.013	0	22.65	0.000	1	28.89	0.000	1	0.0268
	2.5	166	220	3.30	15.86	0.000	1	66.11	0.000	1	81.96	0.000	1	0.0195
	5.0	333	402	6.03	13.92	0.000	1	88.48	0.000	1	102.39	0.000	1	0.0144
Normal	1.0	66	187	2.80	147.13	0.000	1	54.34	0.000	1	201.47	0.000	1	0.0207
	2.5	166	280	4.20	65.69	0.000	1	73.06	0.000	1	138.76	0.000	1	0.0174
	5.0	333	409	6.13	16.81	0.000	1	101.82	0.000	1	118.63	0.000	1	0.0145
t-stud	1.0	66	143	2.14	66.38	0.000	1	41.26	0.000	1	107.64	0.000	1	0.0231
	2.5	166	297	4.45	84.96	0.000	1	76.20	0.000	1	161.17	0.000	1	0.0167
	5.0	333	519	7.78	93.49	0.000	1	98.12	0.000	1	191.62	0.000	1	0.0125
skew-t	1.0	66	85	1.27	4.66	0.031	0	23.83	0.000	1	28.49	0.000	1	0.0267
	2.5	166	227	3.40	20.08	0.000	1	65.69	0.000	1	85.77	0.000	1	0.0190
	5.0	333	417	6.25	20.43	0.000	1	79.25	0.000	1	99.68	0.000	1	0.0141

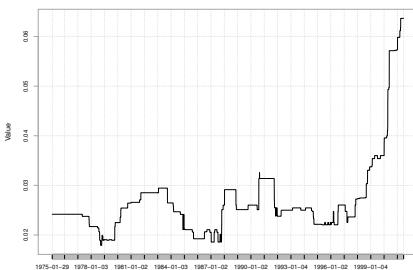
Tabella 6.2: Unconditional Model - IXIC

test riportate in tabella 6.2. La problematica risulta più evidente se si considera un livello di confidenza $2.5 - 5\%$ e quindi i grafici di figura 6.3(f), 6.3(g), 6.3(h), 6.3(i) e 6.4(f), 6.4(g), 6.4(h), 6.4(i) rispettivamente. Le statistiche test di corretta copertura condizionata e indipendenza delle violazioni vengono rifiutate ad ogni livello di confidenza, mentre non si rifiuta l'ipotesi di corretta specificazione del modello per *HS* e *skew-t* con $\lambda = 0.01$ per il solo test di copertura non condizionata. Questo a comprova del fatto che nonostante si riesca a prevedere il numero corretto di eccezioni, la loro realizzazione non è casuale ma è presente un certo grado di dipendenza.

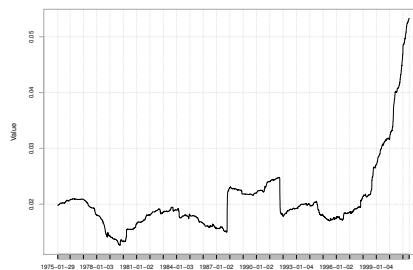
IXIC



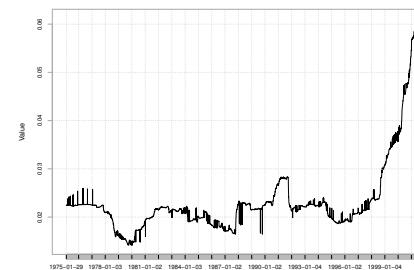
(a) Confronto tra ipotesi distributive



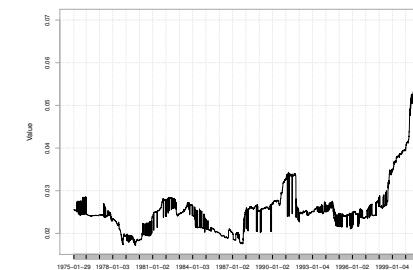
(b) VaR HS



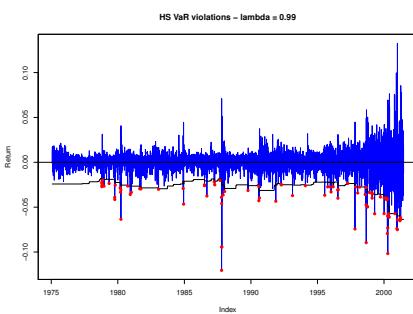
(c) VaR Normal



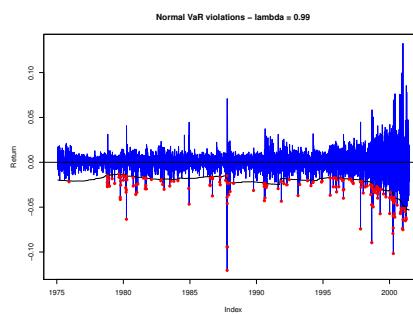
(d) VaR t di Student



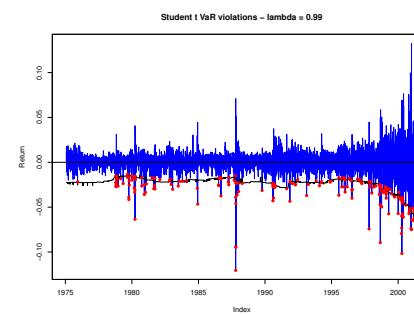
(e) VaR skew-t



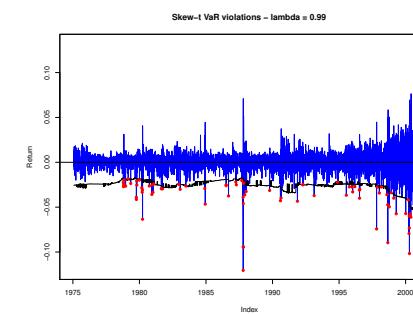
(f) Violazioni del VaR HS



(g) Violazioni del VaR Normal



(h) Violazioni del VaR t di Student



(i) Violazioni del VaR skew-t

Figura 6.2: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.01$ - Unconditional Model - IXIC

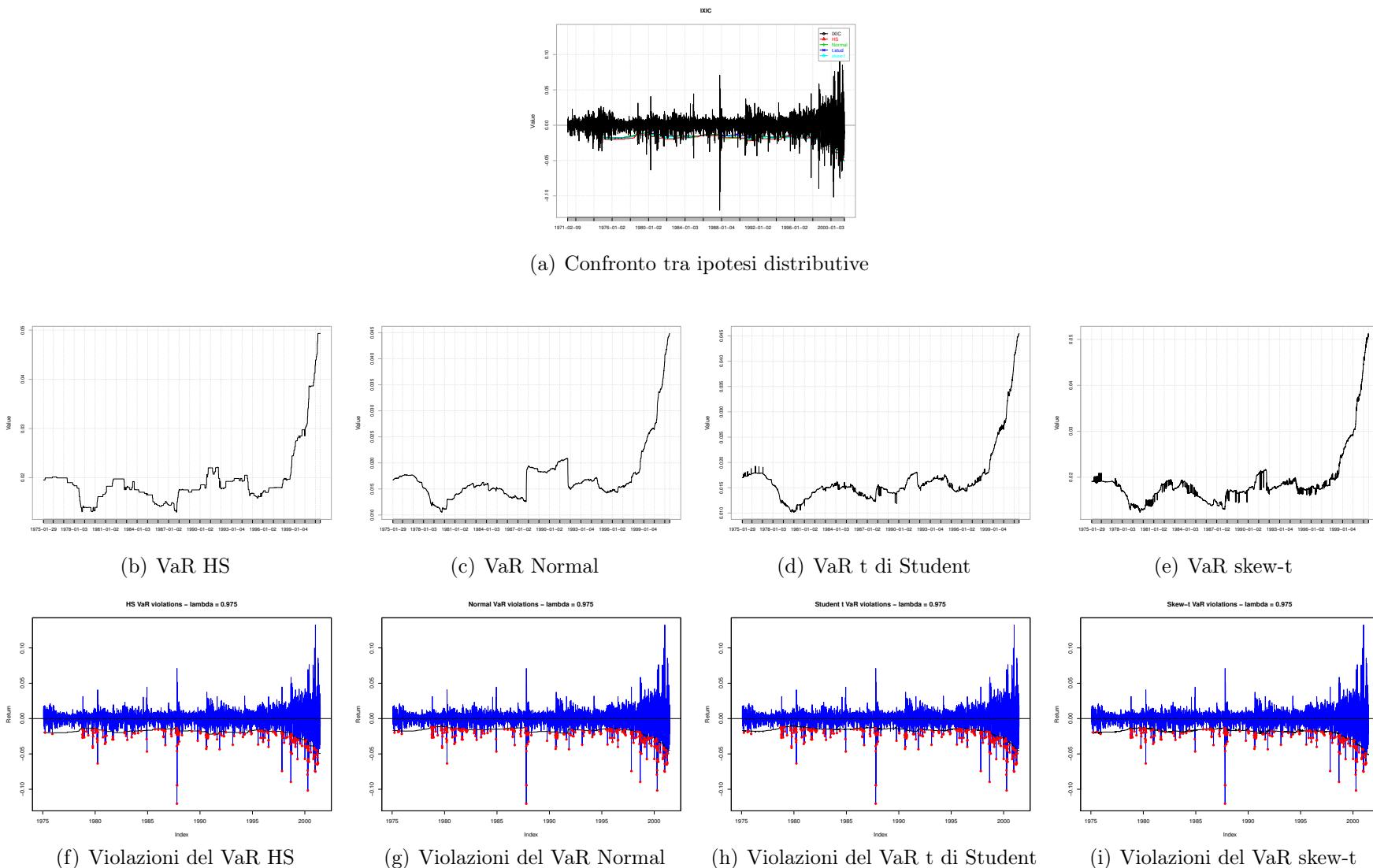


Figura 6.3: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.025$ - Unconditional Model - IXIC

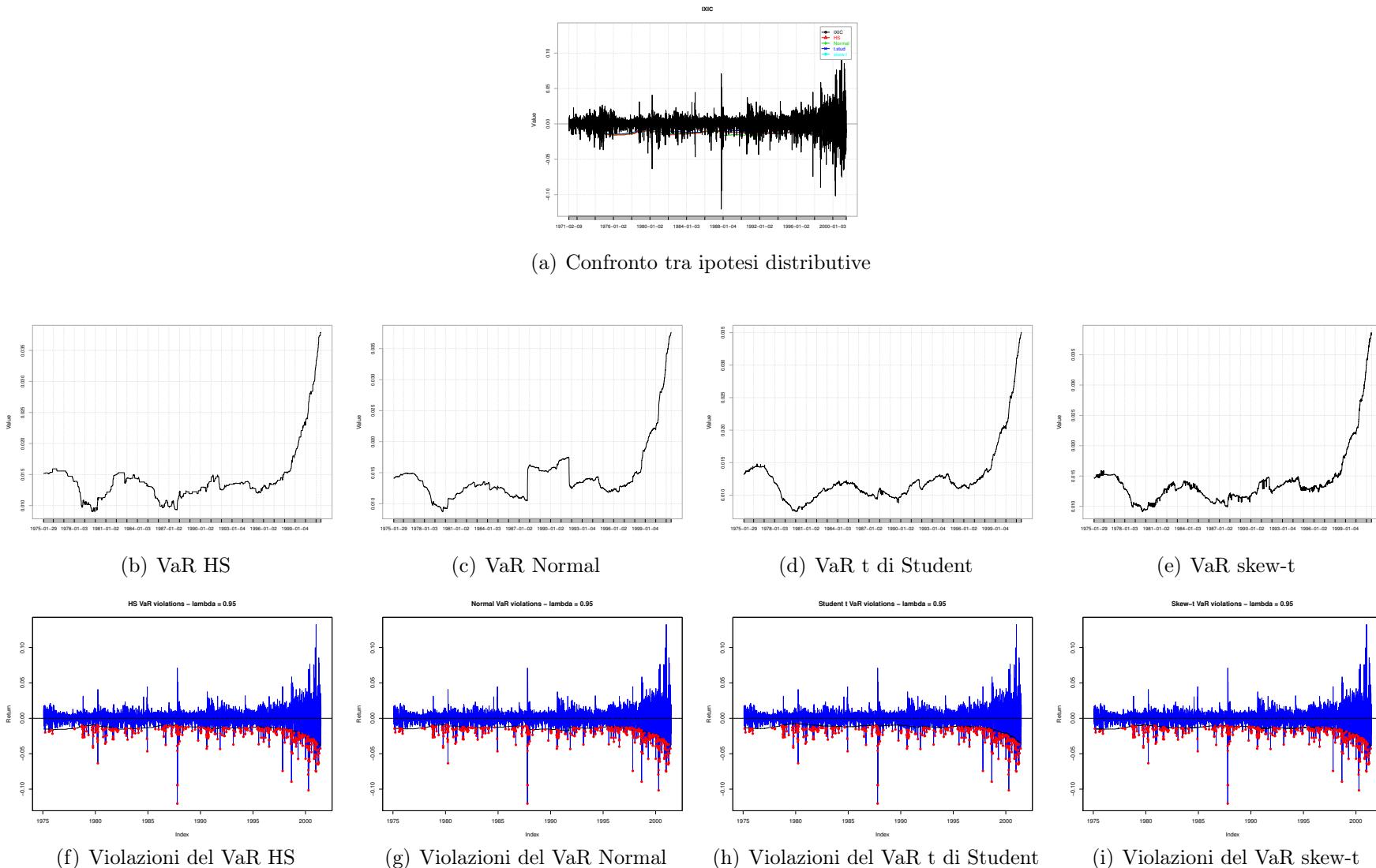


Figura 6.4: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.05$ - Unconditional Model - IXIC

Conditionally AR(1)-GARCH(1,1)

Nel passo successivo si è provato a specificare un primo modello con parametri di posizione e scala caratterizzato, per le innovazioni, dalle quattro distribuzioni descritte al capitolo 4.3 al fine di verificare se si ottiene un miglior adeguamento del modello ai dati e dunque una migliore previsione del VaR. Da un’analisi grafica delle eccezioni riportate in figura 6.5(f), 6.5(g), 6.5(h) e 6.5(i) e rispettivi grafici a livello di confidenza 2.5 – 5%, il modello sembra adattarsi bene ai dati e prevedere adeguatamente i cambiamenti della serie dei rendimenti per aumenti della volatilità come nel caso della crisi 1.2.7, mentre risulta avere qualche problema nella previsione corretta del VaR per volatilità contenute, ad esempio durante i primi anni della serie.

	100λ	Expected Exceed	Actual Exceed	viol	LR.uc stat	LR.uc pvalue	LR.uc decision	LR.ind stat	LR.ind pvalue	LR.ind decision	LR.cc stat	LR.cc pvalue	LR.cc decision	avg VaR
Normal	1.0	66	152	2.28	80.88	0.000	1	8.72	0.003	1	89.60	0.000	1	0.0206
	2.5	166	271	4.06	56.36	0.000	1	2.18	0.140	0	58.53	0.000	1	0.0172
	5.0	333	425	6.37	24.38	0.000	1	1.88	0.170	0	26.26	0.000	1	0.0143
t-stud	1.0	66	120	1.80	34.76	0.000	1	7.19	0.007	1	41.96	0.000	1	0.0222
	2.5	166	273	4.09	58.38	0.000	1	6.25	0.012	1	64.63	0.000	1	0.0172
	5.0	333	475	7.12	56.13	0.000	1	3.93	0.047	1	60.06	0.000	1	0.0136
skew-t	1.0	66	81	1.21	2.89	0.089	0	8.64	0.003	1	11.53	0.003	1	0.0248
	2.5	166	204	3.06	7.97	0.005	1	9.59	0.002	1	17.56	0.000	1	0.0192
	5.0	333	391	5.86	9.89	0.002	1	5.35	0.021	1	15.24	0.000	1	0.0150
sged	1.0	66	87	1.30	5.69	0.017	0	7.46	0.006	1	13.14	0.001	1	0.0246
	2.5	166	192	2.88	3.73	0.053	0	7.91	0.005	1	11.64	0.003	1	0.0196
	5.0	333	357	5.35	1.70	0.193	0	2.52	0.112	0	4.22	0.121	0	0.0155

Tabella 6.3: AR(1)-GARCH(1,1) - IXIC

Osservando il grafico di figura 6.5(a) appare abbastanza chiaro come la volatilità presenti un andamento non simmetrico e probabilmente la presenza di un effetto leverage. Focalizzando l’attenzione a cluster di rendimenti negativi appare chiaro il maggior aumento della volatilità che essi provocano rispetto a cluster di rendimenti della stessa entità ma con segno positivo. La tabella 6.3 dimostra quanto appena affermato, limitatamente al fatto che il modello selezionato non è un buon modello per la serie storica analizzata, anche se sono evidenziabili note significative di preferenza rispetto al modello precedente.

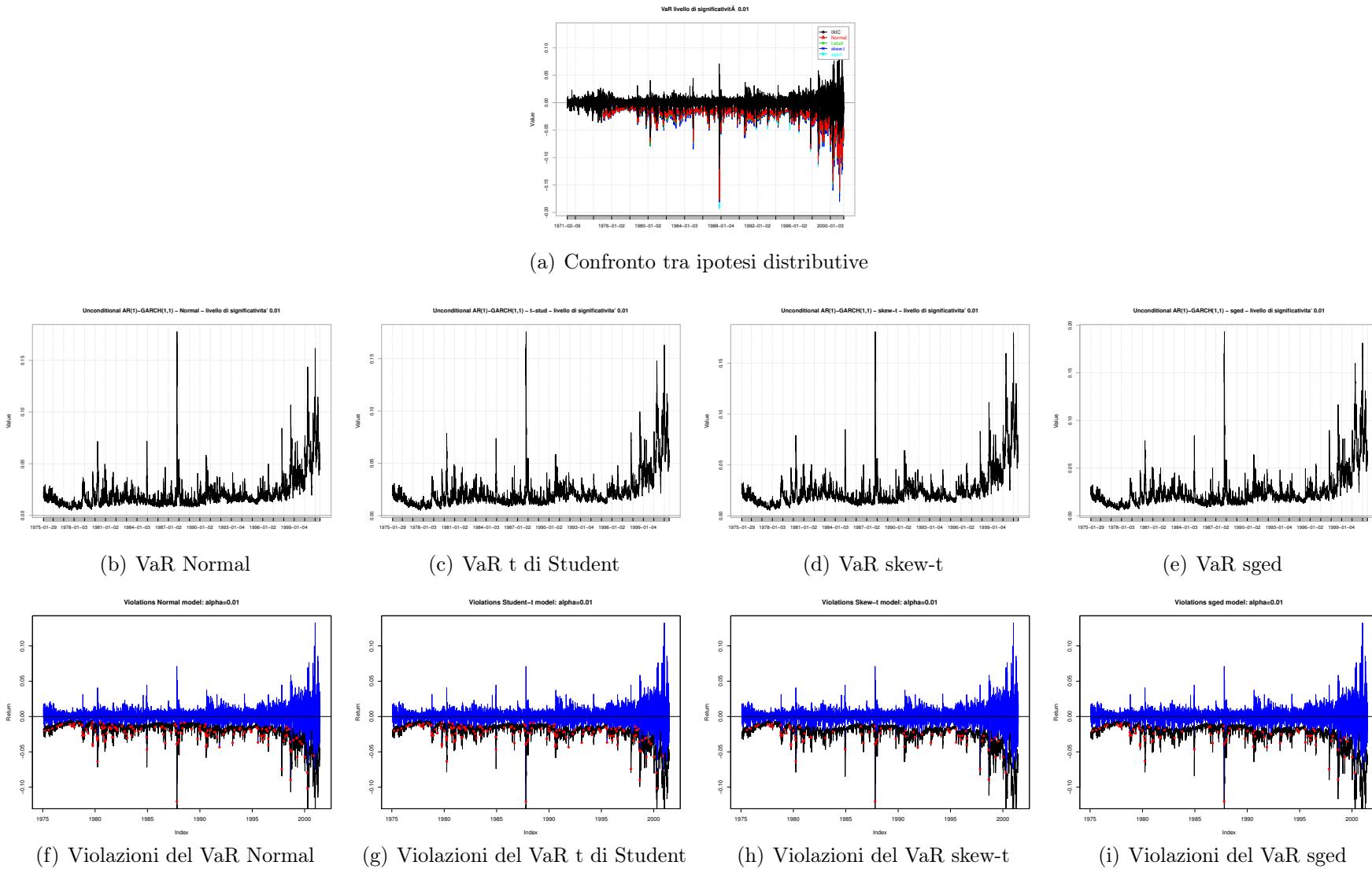


Figura 6.5: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.01$ - AR(1)-GARCH(1,1) - IXIC

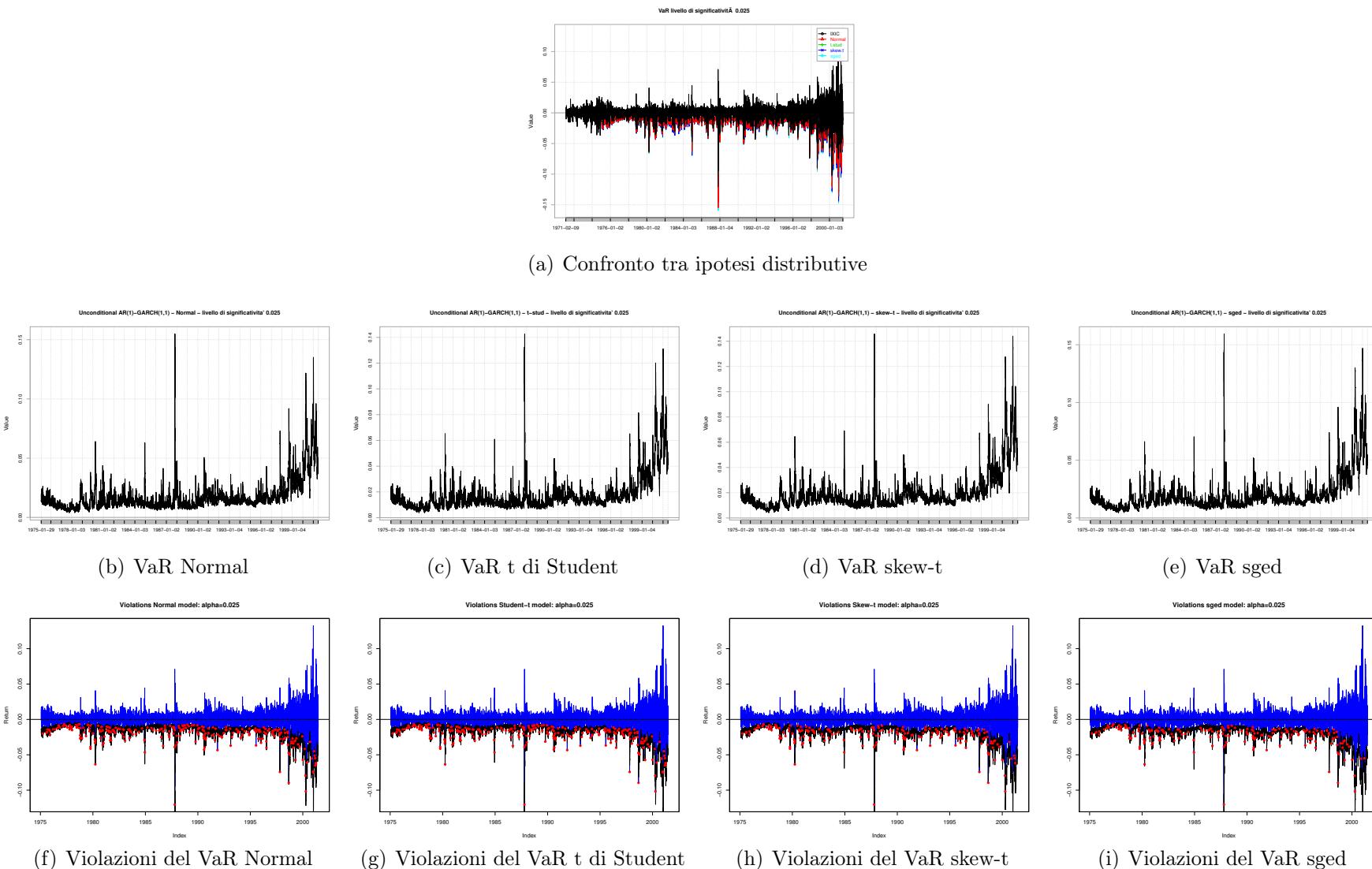


Figura 6.6: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.025$ - AR(1)-GARCH(1,1) - IXIC

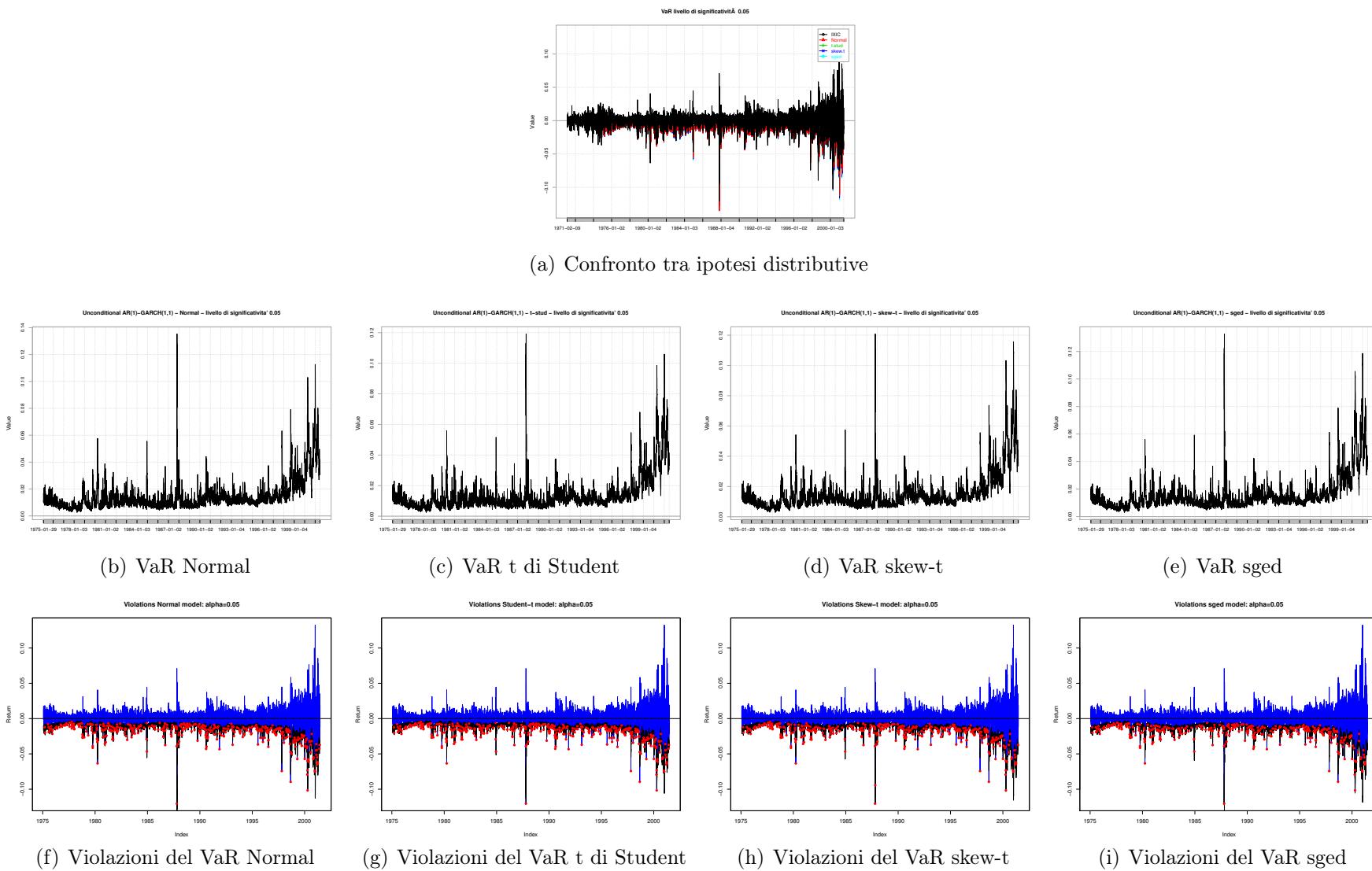


Figura 6.7: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.05$ - AR(1)-GARCH(1,1) - IXIC

Conditionally AR(1)-IGARCH(1,1)

Una versione ridotta del modello precedente è il modello IGARCH, caratterizzato dalla somma a 1 dei parametri di persistenza e pertanto verifica la presenza di una radice unitaria nella volatilità. Nonostante la restrizione, si preferisce il modello IGARCH al modello GARCH più generale, dal momento che presenta un miglior adattamento alla serie storica dei prezzi. In particolare risulta essere un discreto modello assumendo la distribuzione delle innovazioni *skew-t* e $\lambda = 0.01$, mentre ai livelli $\lambda = 0.025$ e $\lambda = 0.05$ si rifiuta l'ipotesi nulla di corretta specificazione per tutte le distribuzioni delle innovazioni.

	100λ	Expected Exceed	Actual Exceed	viol	LR.uc stat	LR.uc pvalue	LR.uc decision	LR.ind stat	LR.ind pvalue	LR.ind decision	LR.cc stat	LR.cc pvalue	LR.cc decision	avg VaR
Normal	1.0	66	136	2.04	55.90	0.000	1	4.78	0.029	0	60.68	0.000	1	0.0216
	2.5	166	249	3.73	36.20	0.000	1	7.03	0.008	1	43.23	0.000	1	0.0181
	5.0	333	391	5.86	9.89	0.002	1	1.20	0.274	0	11.09	0.004	1	0.0151
t-stud	1.0	66	101	1.51	15.38	0.000	1	5.15	0.023	0	20.53	0.000	1	0.0237
	2.5	166	242	3.63	30.61	0.000	1	8.16	0.004	1	38.77	0.000	1	0.0182
	5.0	333	437	6.55	30.90	0.000	1	4.67	0.031	1	35.57	0.000	1	0.0142
skew-t	1.0	66	71	1.06	0.27	0.601	0	3.93	0.047	0	4.20	0.122	0	0.0268
	2.5	166	162	2.43	0.14	0.707	0	5.09	0.024	1	5.24	0.073	0	0.0204
	5.0	333	343	5.14	0.28	0.597	0	5.84	0.016	1	6.12	0.047	1	0.0158
sged	1.0	66	75	1.12	1.00	0.317	0	3.43	0.064	0	4.43	0.109	0	0.0263
	2.5	166	160	2.40	0.29	0.593	0	5.37	0.021	1	5.65	0.059	0	0.0208
	5.0	333	314	4.71	1.23	0.268	0	5.41	0.020	1	6.64	0.036	1	0.0164

Tabella 6.4: AR(1)-IGARCH(1,1) - IXIC

Forzando i parametri di persistenza, la volatilità ha un comportamento analogo ad un random walk con drift. Analisi successiva interessante sarebbe stata la verifica del valore che α_0 assume nel processo di stima rolling e la significatività rispetto allo zero ⁴.

Analizzando i grafici dell'ultima riga delle figure , e si nota che per tutti e 3 i livelli di confidenza c'è una maggiore difficoltà di stima di un adeguato VaR per volatilità contenuta. Questo potrebbe indicare la necessità di introdurre una componente *leverage* nella stima del modello.

⁴Per $\alpha_0 = 0$ il processo è analogo ad un random walk senza drift

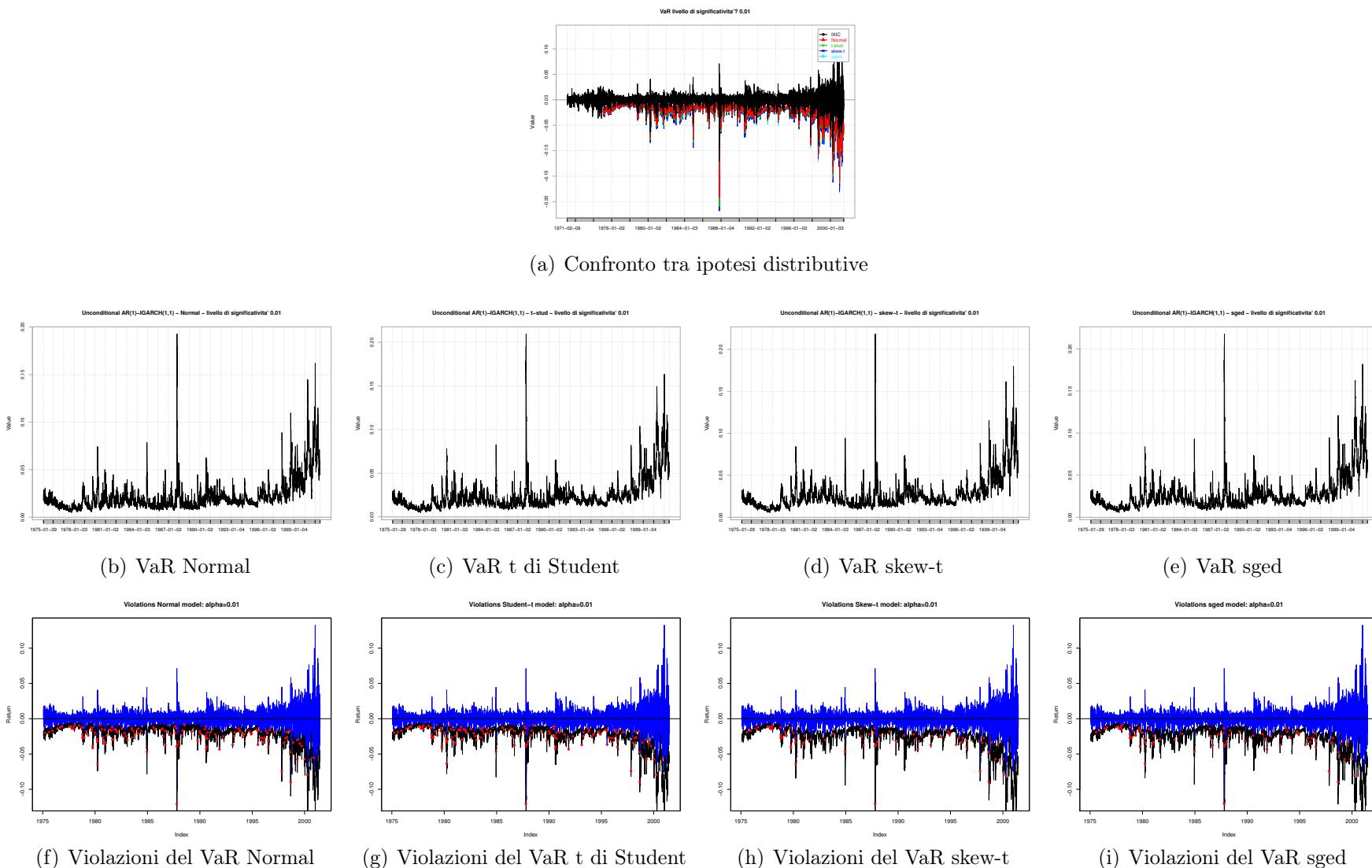


Figura 6.8: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.01$ - AR(1)-IGARCH(1,1) - IXIC

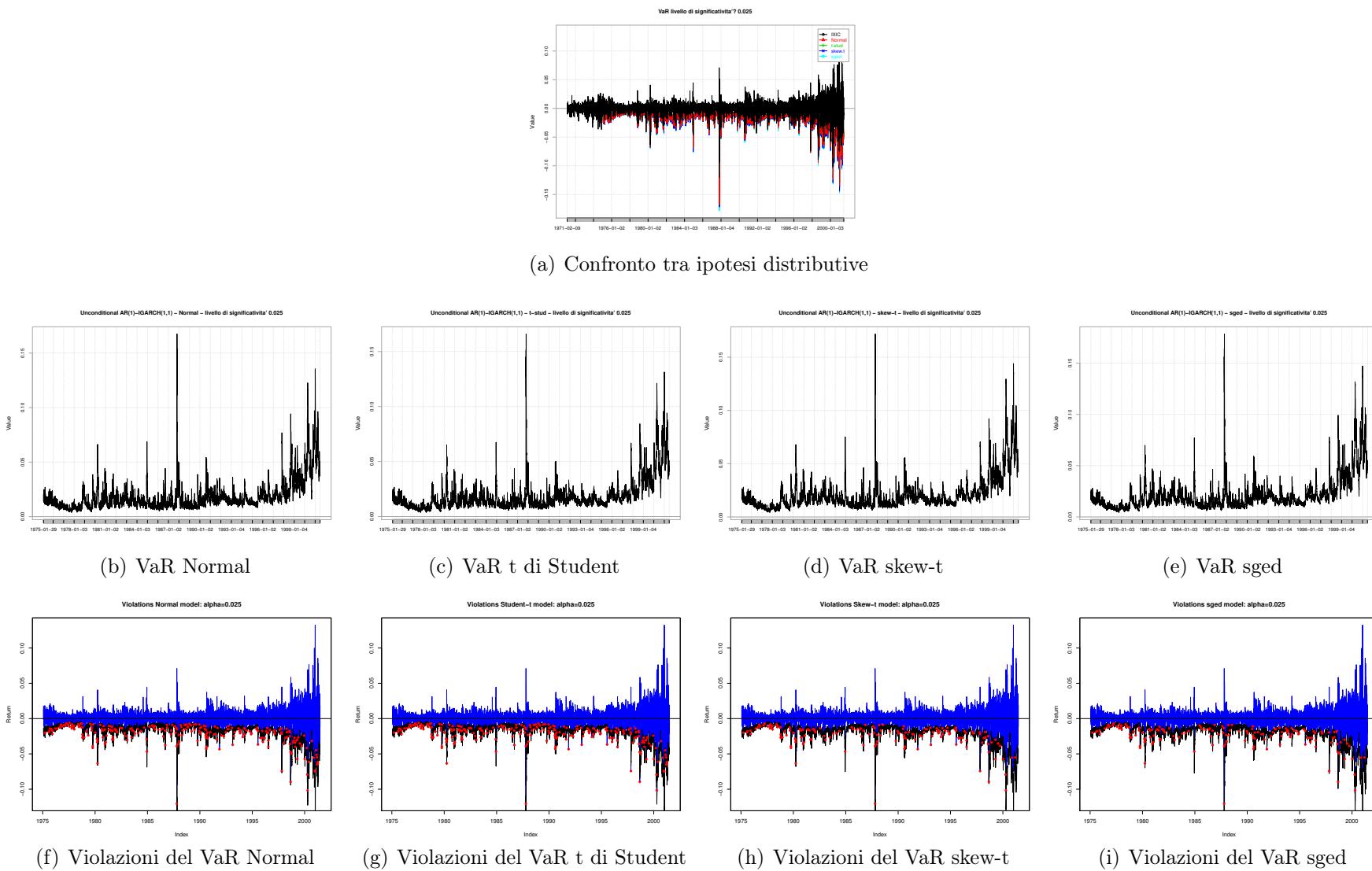


Figura 6.9: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.025$ - AR(1)-IGARCH(1,1) - IXIC

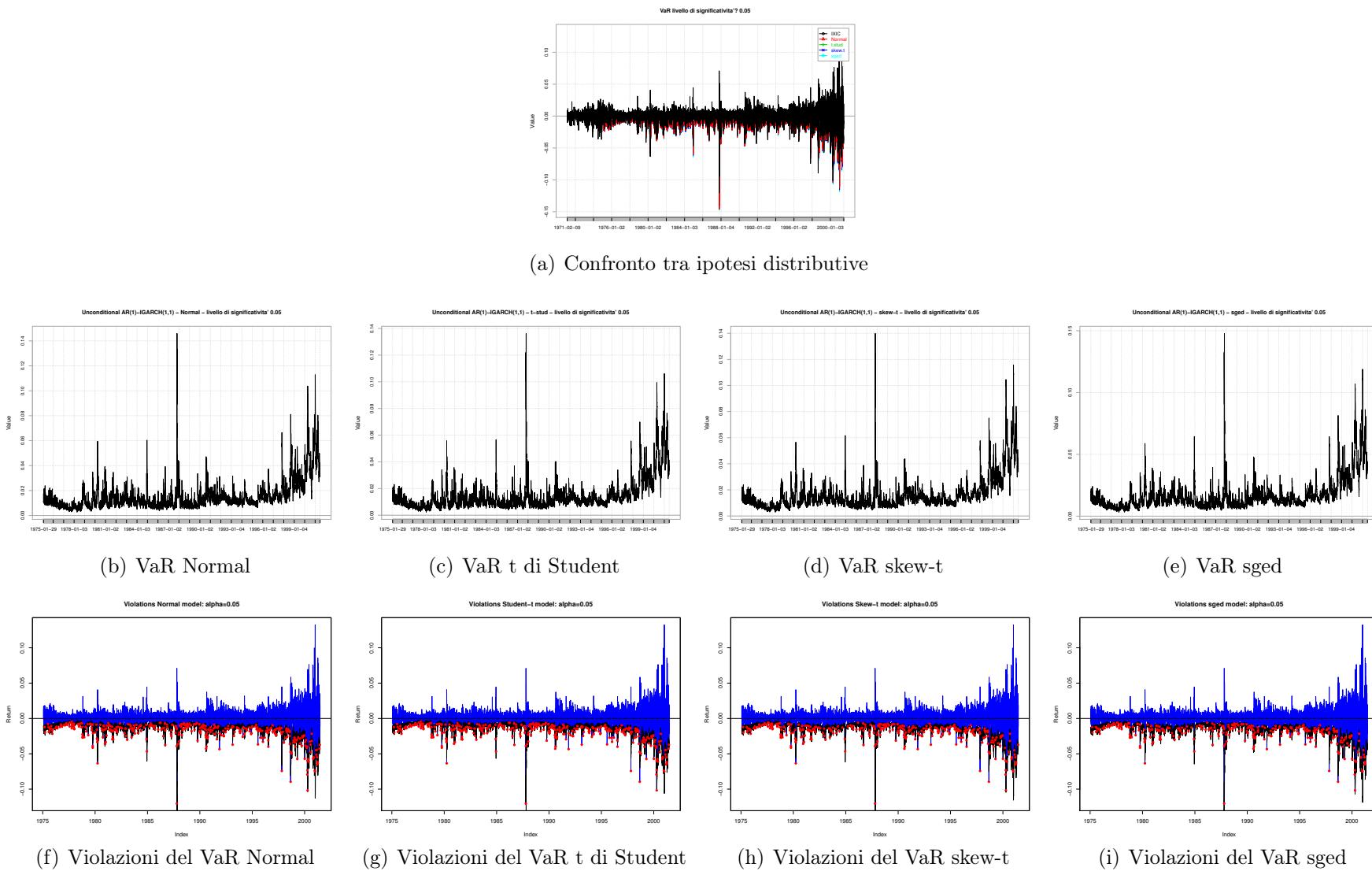


Figura 6.10: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.05$ - AR(1)-IGARCH(1,1) - IXIC

Conditionally AR(1)-APARCH(1,1)

Il modello APARCH è il primo modello caratterizzato dalla presenza dei parametri per catturare l'*effetto leverage* delle innovazioni sulla volatilità. Il modello riesce a spiegare bene, ad ogni livello di confidenza l'indipendenza delle violazioni del VaR, ma sottostima la frequenza di rendimenti estremi. Pertanto nemmeno il presente modello risulta essere un buon modello per la serie storica analizzata.

	100λ	Expected Exceed	Actual Exceed	viol	LR.uc stat	LR.uc pvalue	LR.uc decision	LR.ind stat	LR.ind pvalue	LR.ind decision	LR.cc stat	LR.cc pvalue	LR.cc decision	avg VaR
Normal	1.0	66	151	2.26	79.21	0.000	1	1.68	0.195	0	80.89	0.000	1	0.0206
	2.5	166	269	4.03	54.36	0.000	1	0.92	0.338	0	55.28	0.000	1	0.0172
	5.0	333	422	6.33	22.86	0.000	1	0.45	0.503	0	23.31	0.000	1	0.0144
t-stud	1.0	66	134	2.01	53.03	0.000	1	1.66	0.198	0	54.69	0.000	1	0.0217
	2.5	166	289	4.33	75.63	0.000	1	3.20	0.074	0	78.84	0.000	1	0.0166
	5.0	333	511	7.66	86.08	0.000	1	0.24	0.625	0	86.32	0.000	1	0.0130
skew-t	1.0	66	103	1.54	17.10	0.000	1	0.10	0.751	0	17.20	0.000	1	0.0239
	2.5	166	246	3.69	33.75	0.000	1	1.63	0.202	0	35.38	0.000	1	0.0183
	5.0	333	432	6.48	28.10	0.000	1	0.63	0.426	0	28.73	0.000	1	0.0142
sged	1.0	66	93	1.39	9.32	0.002	1	0.34	0.561	0	9.66	0.008	1	0.0239
	2.5	166	227	3.40	20.08	0.000	1	2.19	0.139	0	22.27	0.000	1	0.0188
	5.0	333	415	6.22	19.49	0.000	1	1.12	0.290	0	20.61	0.000	1	0.0148

Tabella 6.5: AR(1)-APARCH(1,1) - IXIC

Confrontando le stime del VaR con le stime dei modelli precedenti è evidente il miglior adattamento alla serie dei rendimenti in media e ne è la prova il non rifiuto ad ogni livello di confidenza del test di indipendenza; questo maggior adattamento non riesce a prevedere in modo adeguato le eccezioni portando a rifiutare ad ogni livello di confidenza il test di copertura non condizionata.

Oggetti di maggiore analisi sarebbero i parametri di potenza e di asimmetria, per verificare se una riduzione del modello non ne compromette le stime.

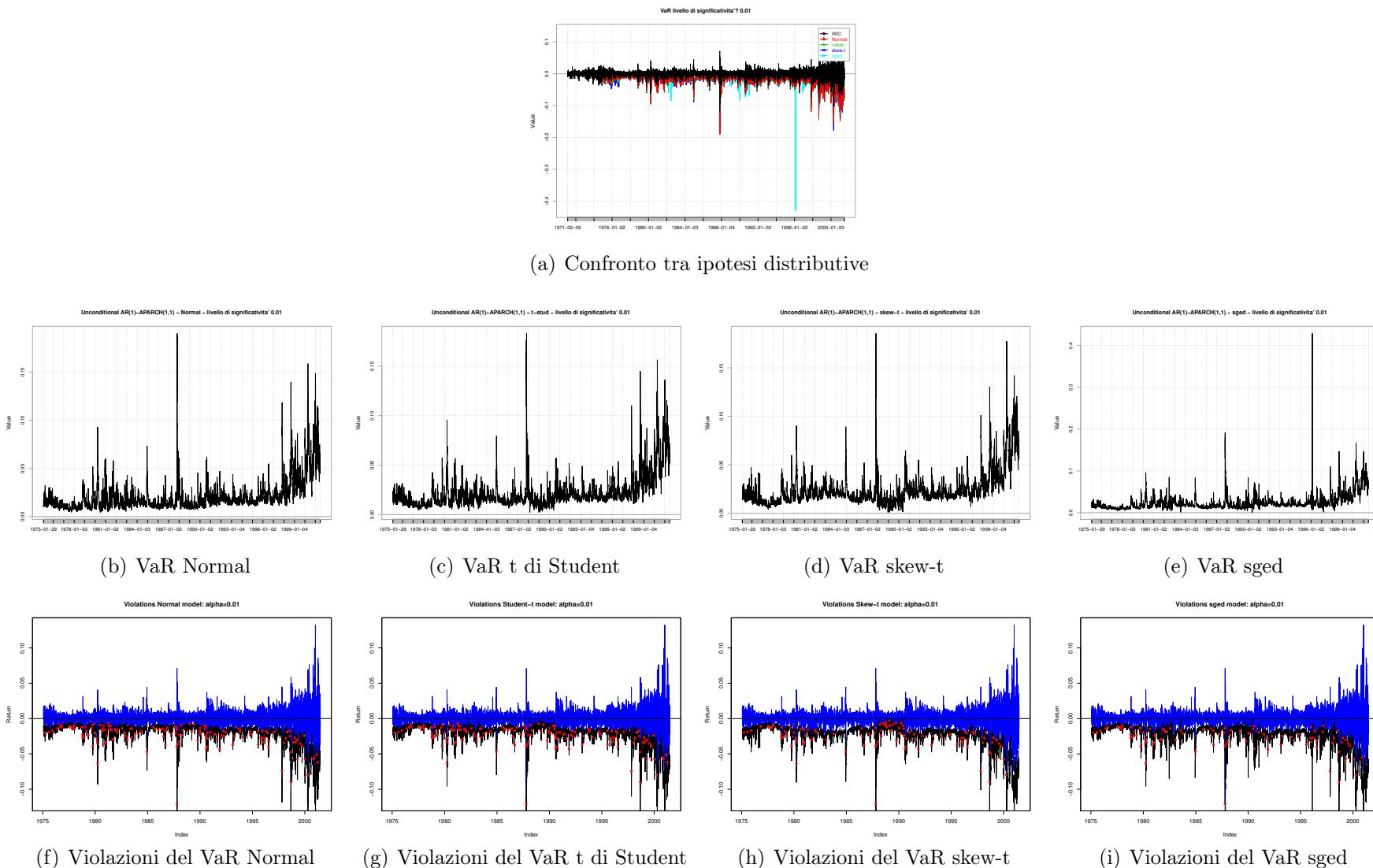


Figura 6.11: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.01$ - AR(1)-APARCH(1,1) - IXIC

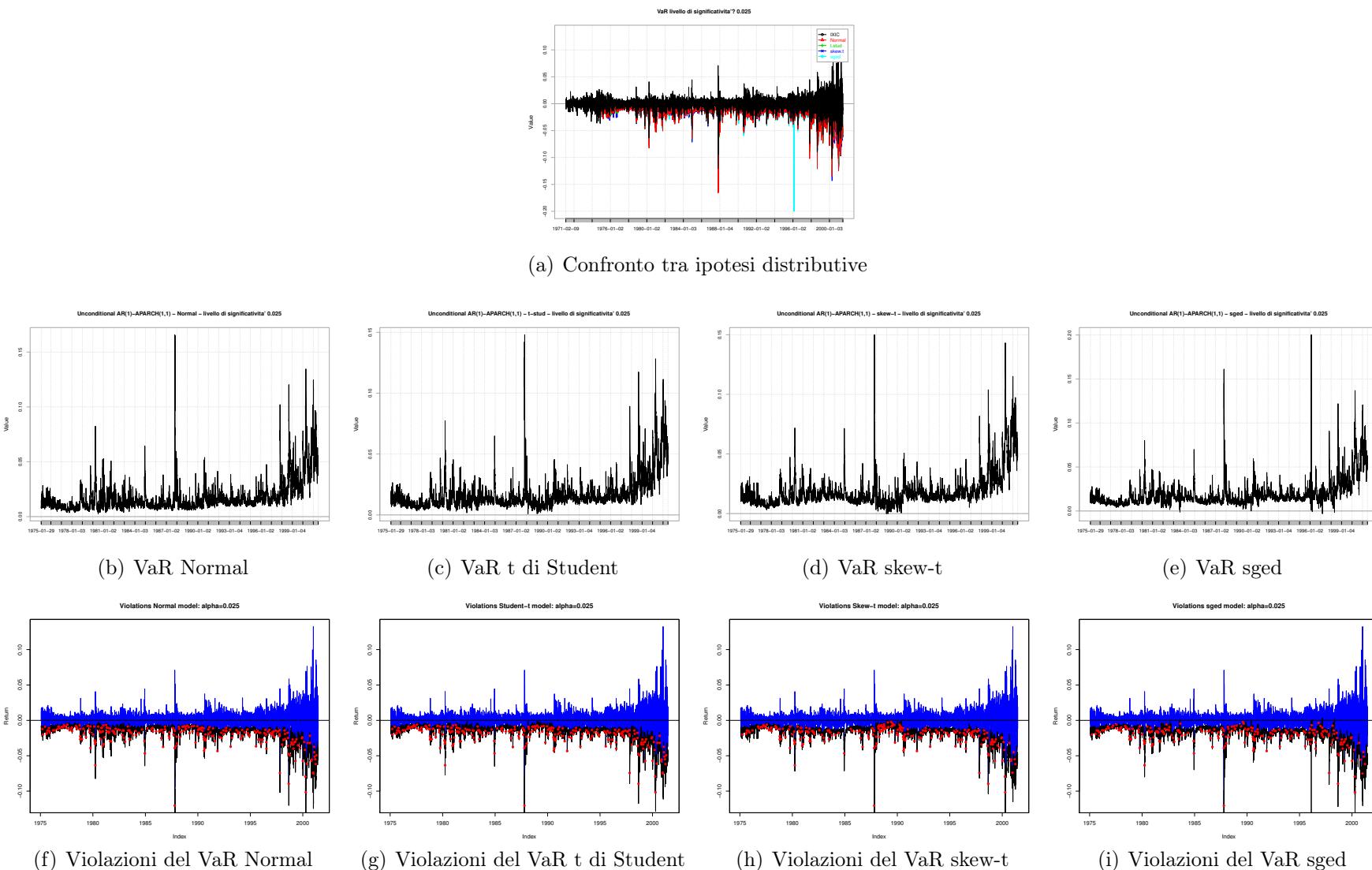
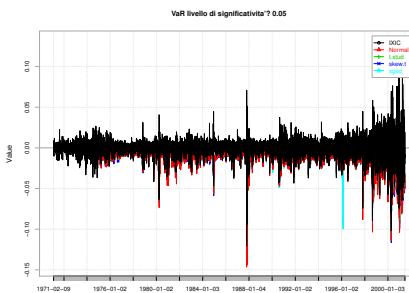
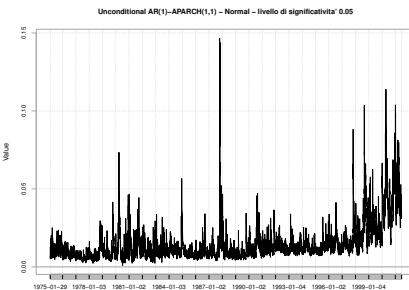


Figura 6.12: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.025$ - AR(1)-APARCH(1,1) - IXIC

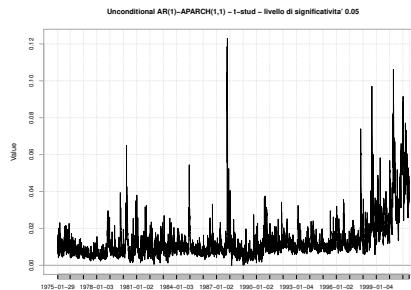
VG



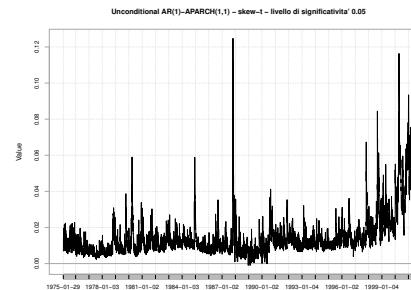
(a) Confronto tra ipotesi distributive



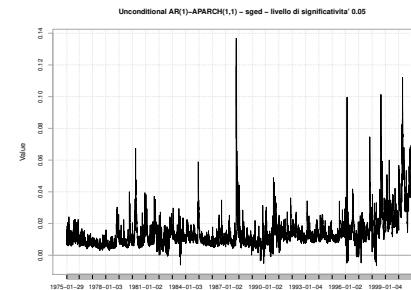
(b) VaR Normal



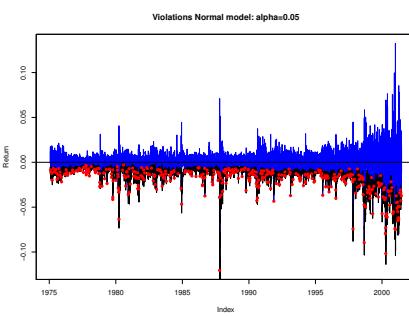
(c) VaR t di Student



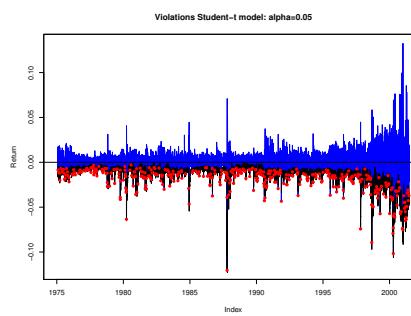
(d) VaR skew-t



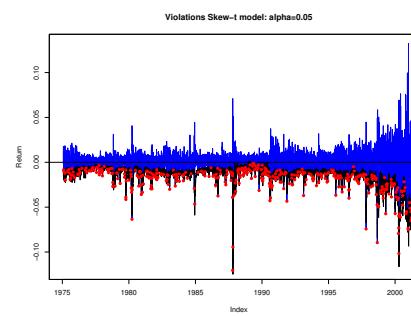
(e) VaR sged



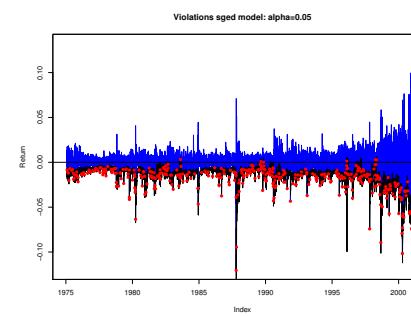
(f) Violazioni del VaR Normal



(g) Violazioni del VaR t di Student



(h) Violazioni del VaR skew-t



(i) Violazioni del VaR sged

Figura 6.13: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.05$ - AR(1)-APARCH(1,1) - IXIC

6.2 FTSE 100

Il secondo indice di mercato scelto per questo lavoro e con lo scopo di voler differenziare la piazza affari è un indice europeo: il FTSE 100. FTSE è l'acronimo di *Financial Times Stock Exchange* e viene alle volte pronunciato o scritto "*footsie*". Il FTSE 100 è un indice azionario composto dalle 100 società più grandi e attive, quotate al *London Stock Exchange (LSE)*, ovvero la Borsa valori con sede a Londra, e viene gestito dalla FTSE Group nata da una joint venture tra London Stock Exchange e Financial Times. La prima quotazione dell'indice risale al 3 gennaio 1984 con valore pari a 1000 e ha raggiunto il suo massimo valore il 30 dicembre 1999 raggiungendo quota 6950. Le 100 società costituenti l'indice azionario vengono scelte trimestralmente secondo una graduatoria redatta considerando i seguenti fattori:

- » *capitalizzazione di mercato*;
- » *flottante*: vengono escluse le partecipazioni incrociate con altre società, partecipazioni di lungo termine detenute dai soci fondatori, loro familiari o manager, partecipazioni statali, partecipazioni detenute a titolo di gestione di portafoglio ma soggette a clausole di lock-in e azioni destinate a piani di stock option, o comunque riservate ai dipendenti;
- » *liquidità*: è necessario che i titoli siano caratterizzati, da almeno 10 dei 12 mesi antecedenti, di un volume di scambi in percentuale pari o superiore allo 0.05% del flottante.

Il FTSE 100, secondo i fattori appena esposti, risulta essere un indice costituito sulla base della liquidità e della capitalizzazione ponderate per il flottante; un fattore degno di nota è che le 100 società componenti l'indice, rappresentano circa l'80% della capitalizzazione di mercato dell'intero LSE.

Il periodo considerato per l'analisi si estende dal 4 gennaio 1984 al 22 giugno 2001, contando 4558 osservazioni. Contestualizzando storicamente, l'intervallo temporale è stato caratterizzato dalle crisi 1.2.4, 1.2.5, 1.2.6 e 1.2.7 al pari dell'indice NASDAQ. Risulta di particolare interesse confrontare i rendimenti tra l'indice di mercato NASDAQ, analizzato nella sezione 6.1, con i rendimenti del titolo FTSE,

che analizzeremo in questa sezione, ponendo un focus agli anni delle crisi summenzionate.

Riportiamo qui di seguito in figura 6.14 due grafici rappresentanti la serie dei prezzi di chiusura del titolo e i rendimenti logaritmici calcolati, inoltre nella tabella 6.6 sono state riassunte le principali statistiche descrittive e di analisi della serie dei rendimenti.

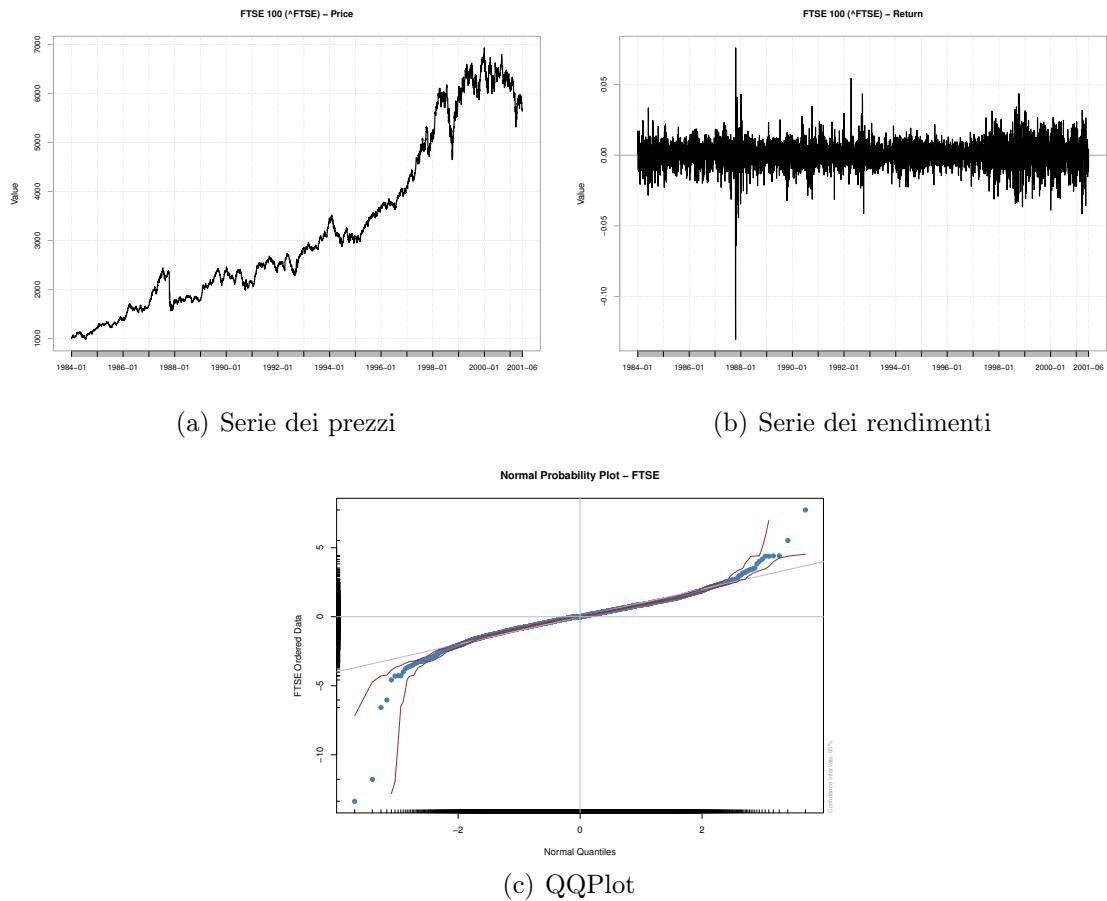


Figura 6.14: FTSE 100 (FTSE)

	nobs	Start	End	Mean	Stdev
	4558	04/01/1984	22/06/2001	0.000381	0.009774
Skewness	Kurtosis	Minimum	Maximum	JB.test	JB.pvalue
-0.965114	13.707727	-0.130286	0.075970	36431.927	0.000

Tabella 6.6: Statistiche descrittive del titolo FTSE

Dai grafici dei rendimenti di figura 6.14(b), si nota come la crisi 1.2.3 abbia influenzato in modo significativo la serie per un periodo limitato, mentre la crisi 1.2.7

abbia portato ad un aumento della volatilità senza particolari rendimenti estremi degni di nota. Il QQPlot di figura 6.14(c) risulta essere un primo indicatore di assenza di normalità dei rendimenti per una consistente pesantezza nelle code. Dalle statistiche descrittive di tabella 6.6, coerentemente con il QQPlot di figura 6.14(c), risulta immediato verificare un'elevata Curtosi e una considerevole asimmetria negativa, pertanto l'assenza di normalità dei rendimenti. La verifica di quanto esposto, viene confermata dal test di Jarque-Bera, che rifiuta a qualsiasi livello di significatività l'ipotesi nulla di normalità.

Confrontando la serie dei rendimenti del NASDAQ con quella del FTSE 100, si nota subito come i rendimenti dell'indice NASDAQ fossero maggiormente concentrati attorno lo zero e con lo scoppio della crisi 1.2.7 sia più che raddoppiata la volatilità, al contrario del FTSE 100 che possedeva una volatilità maggiore e non ha risentito in modo particolare della crisi 1.2.7. Entrambi gli indici hanno risentito significativamente della crisi 1.2.4 registrando un picco negativo di rendimento in tale data; il prezzo è tornato ai livelli pre-crisi in breve periodo.

Si sono stimati i modelli presentati al capitolo 4, dei quali si riportano le tabelle riassuntive delle analisi fatte, i grafici delle stime del VaR effettuate ad ogni livello di confidenza e le violazioni verificatesi.

Unconditional models

Il primo modello di stima del VaR sui rendimenti, è un modello non condizionato, che si basa su un approccio in simulazione storica, un'approssimazione a variabile distributiva Normale, t di Student e skew-t. Il modello skew-t è stato considerato proprio per catturare la presenza di asimmetria discussa precedentemente. Analizziamo i risultati derivanti dal modello:

Osservando le statistiche test, oltre al numero delle violazioni e al VaR medio riportate in tabella 6.7 si nota come, per un livello di confidenza all'1% la simulazione storica, al pari della skew-t sembrano non rifiutare l'ipotesi nulla di un buon modello per la stima del VaR; mentre i rimanenti due sembrano sottostimare la frequenza di rendimenti estremi. Si noti, allo stesso modo, come i grafici di figura 6.15 invece ci forniscono altre informazioni utili circa la bontà del modello utilizzato per la stima:

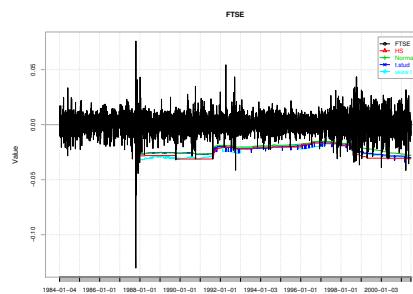
	100λ	Expected Exceed	Actual Exceed	viol	LR.uc stat	LR.uc pvalue	LR.uc decision	LR.ind stat	LR.ind pvalue	LR.ind decision	LR.cc stat	LR.cc pvalue	LR.cc decision	avg VaR
HS	1.0	35	42	1.18	1.11	0.293	0	0.43	0.511	0	1.54	0.463	0	0.0246
	2.5	88	105	2.95	2.81	0.094	0	8.22	0.004	1	11.03	0.004	1	0.0177
	5.0	177	197	5.54	2.09	0.148	0	8.59	0.003	1	10.68	0.005	1	0.0140
Normal	1.0	35	69	1.94	24.88	0.000	1	9.49	0.002	1	34.37	0.000	1	0.0215
	2.5	88	110	3.09	4.76	0.029	0	14.68	0.000	1	19.44	0.000	1	0.0181
	5.0	177	173	4.86	0.14	0.705	0	13.33	0.000	1	13.47	0.001	1	0.0151
t-stud	1.0	35	57	1.60	11.02	0.001	1	6.11	0.013	0	17.12	0.000	1	0.0229
	2.5	88	110	3.09	4.76	0.029	0	9.35	0.002	1	14.11	0.001	1	0.0175
	5.0	177	207	5.82	4.77	0.029	1	12.56	0.000	1	17.33	0.000	1	0.0137
skew-t	1.0	35	47	1.32	3.36	0.067	0	4.94	0.026	0	8.31	0.016	0	0.0246
	2.5	88	101	2.84	1.61	0.205	0	11.95	0.001	1	13.56	0.001	1	0.0185
	5.0	177	190	5.34	0.85	0.357	0	10.34	0.001	1	11.19	0.004	1	0.0143

Tabella 6.7: Unconditional Model - FTSE

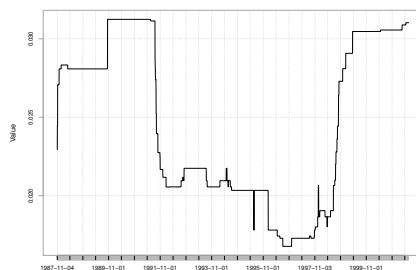
per quanto riguarda la serie storica è evidente, nel primo periodo, come la presenza di rendimenti estremi singoli nella *window* di 1000 osservazioni porti la stima del VaR ad assumere per lungo periodo lo stesso valore. È ben chiaro questo fenomeno se si considera il periodo tra la fine del 1987 e la fine del 1991 - 4 anni circa 1000 osservazioni - per poi ridursi in modo sostanziale negli anni successivi.

Focalizzando invece l'analisi al periodo tra il 1997 e il 2001, anni segnati nel 2000 dalla crisi 1.2.7, si può notare come nessuno dei modelli stimati si adatti bene alla serie dei rendimenti e riesca a fornire delle previsioni del VaR sufficientemente valide. In particolare tutti i modelli non condizionati hanno una tendenza molto lenta ad adattarsi e prevedere cambiamenti di volatilità consistenti quali sono stati nel 2000. Se considerassimo solo *HS* e *skew-t* di tabella 6.7, tutti e tre i test non rifiutano l'ipotesi nulla, e questo ci porterebbe a sostenere che per $\lambda = 0.01$ il modello stimato è un buon modello, ma questa assunzione è affetta da distorsione interpretativa, o meglio informazione non completa sia per quanto esposto qui sopra, sia per una stima del VaR molto stazionaria e con poca variabilità.

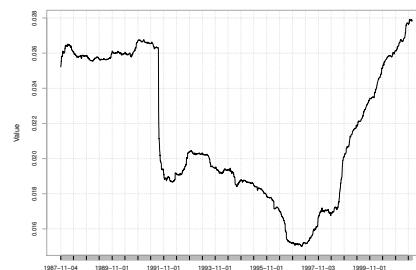
Per $\lambda = 0.025$ e $\lambda = 0.05$ viene rifiutata l'ipotesi di indipendenza, ma non la corretta copertura.



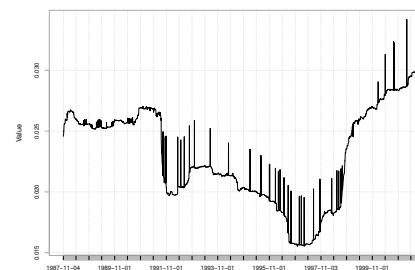
(a) Confronto tra ipotesi distributive



(b) VaR HS



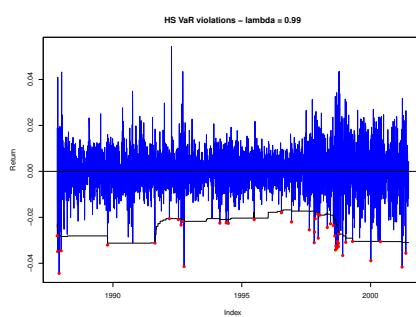
(c) VaR Normal



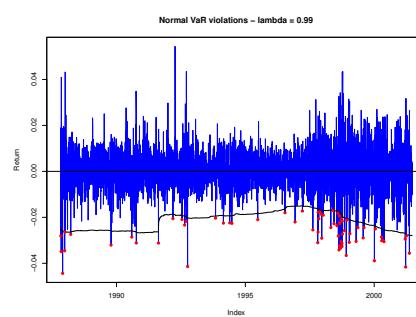
(d) VaR t di Student



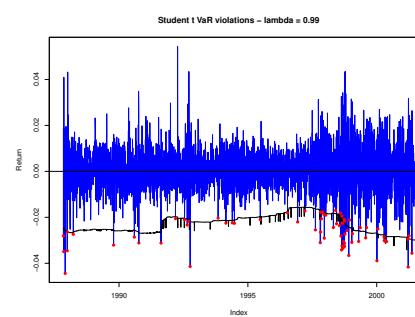
(e) VaR skew-t



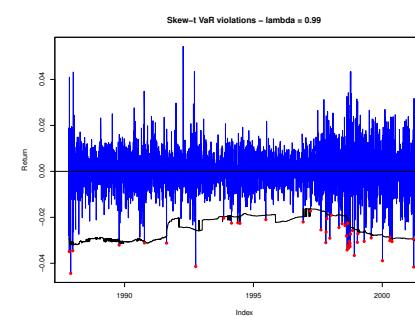
(f) Violazioni del VaR HS



(g) Violazioni del VaR Normal

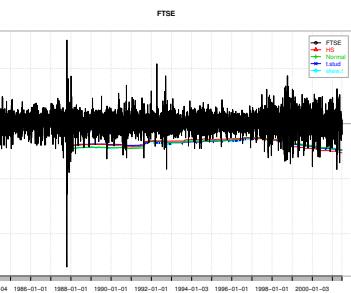


(h) Violazioni del VaR t di Student

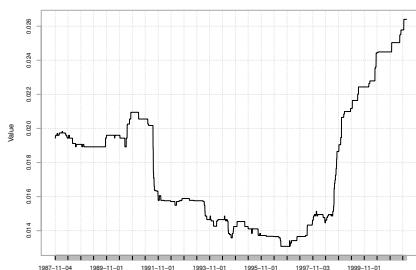


(i) Violazioni del VaR skew-t

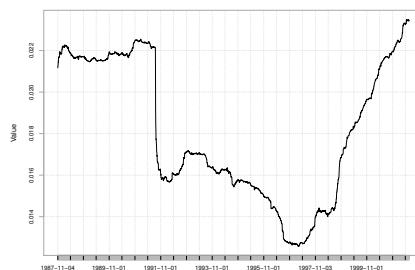
Figura 6.15: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.01$ - Unconditional Model - FTSE



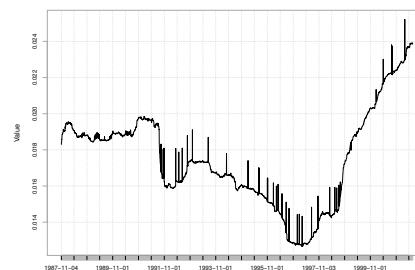
(a) Confronto tra ipotesi distributive



(b) VaR HS



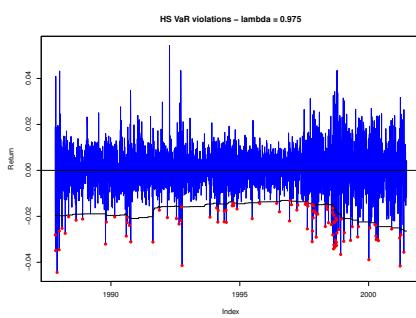
(c) VaR Normal



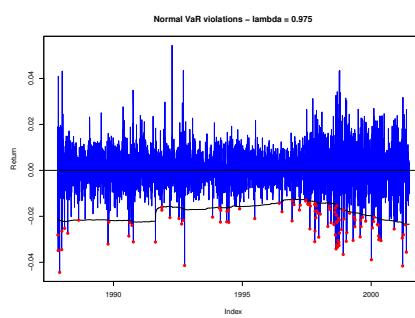
(d) VaR t di Student



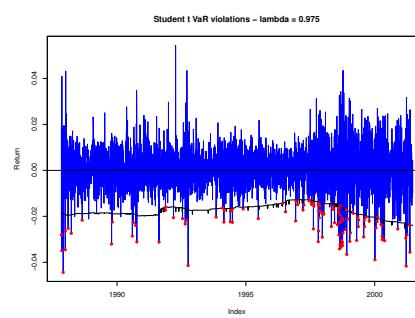
(e) VaR skew-t



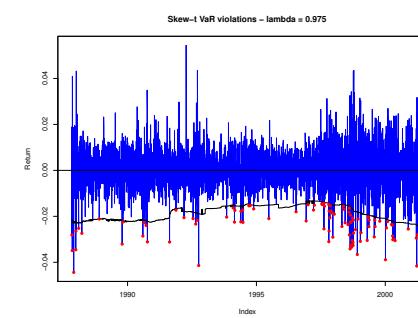
(f) Violazioni del VaR HS



(g) Violazioni del VaR Normal



(h) Violazioni del VaR t di Student



(i) Violazioni del VaR skew-t

Figura 6.16: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.025$ - Unconditional Model - FTSE

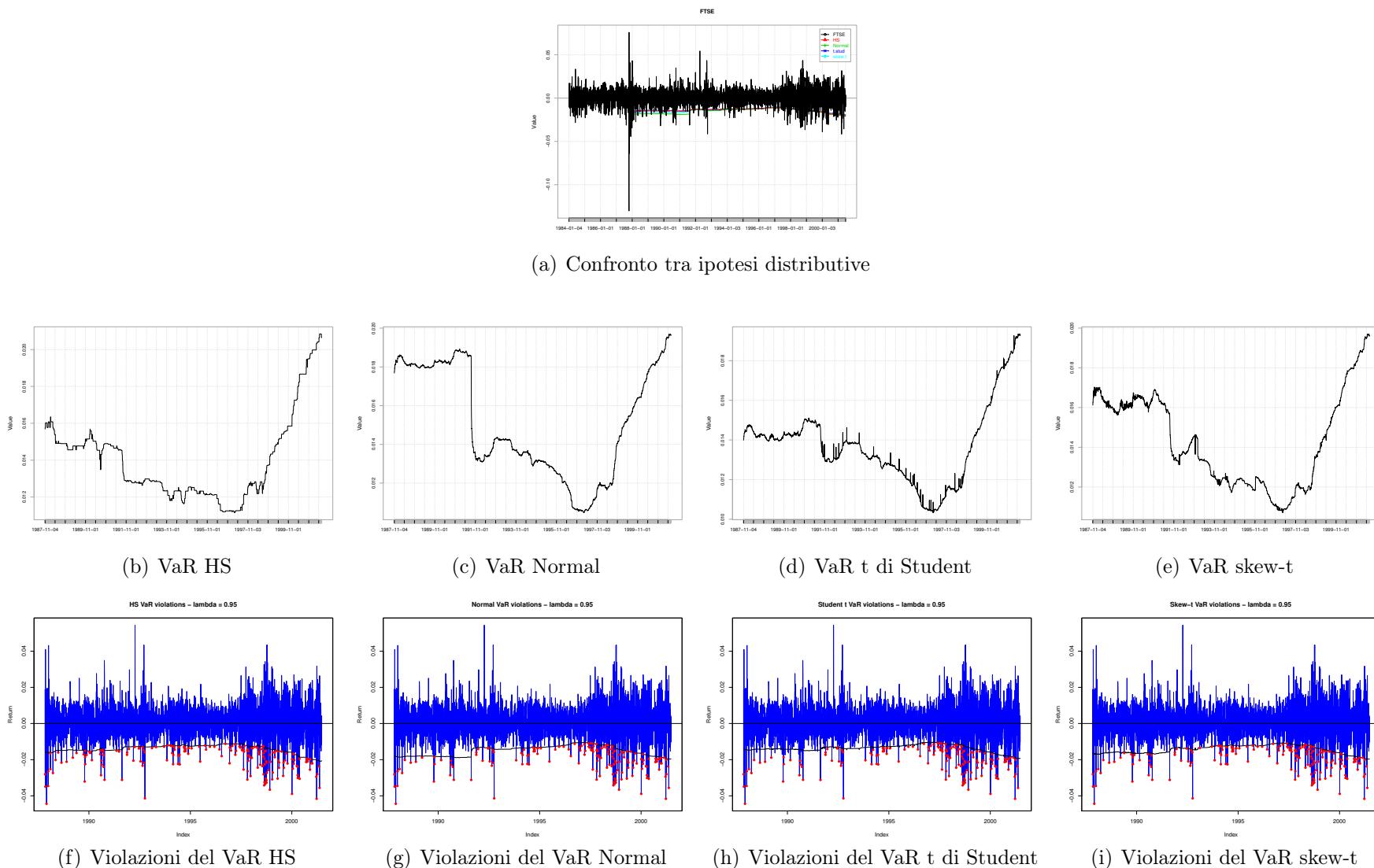


Figura 6.17: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.05$ - Unconditional Model - FTSE

Conditionally AR(1)-GARCH(1,1)

Il secondo modello stimato è il primo dei modelli parametrici di posizione e scala ad eteroschedasticità condizionata. È stato stimato un modello AR(1)-GARCH(1,1), ovvero una componente autoregressiva per la media e una componente GARCH per la volatilità. Le varianti considerate nel modello per la distribuzione di ϵ_t sono Normale, t di *Student*, *skew-t* e *sged* dei quali si è discusso alla sezione 4.3.

Osservando i grafici di figura 6.18(a), 6.19(a) e 6.20(a) si nota come le stime del modello sembrano seguire molto meglio, rispetto al modello non condizionato, l'andamento della serie dei rendimenti del titolo FTSE. Oggetto della nostra analisi era verificare quanto bene il modello si adatta alla nostra serie 6.18 e pertanto prima di andare ad analizzare quanto esplicato in tabella, possiamo osservare dai grafici 6.18(f), 6.18(g), 6.18(h) e 6.18(i) come per $\lambda = 0.01$ le violazioni del VaR siano equamente distribuite e indipendenti le une dalle altre.

	100λ	Expected Exceed	Actual Exceed	viol	LR.uc stat	LR.uc pvalue	LR.uc decision	LR.ind stat	LR.ind pvalue	LR.ind decision	LR.cc stat	LR.cc pvalue	LR.cc decision	avg VaR
Normal	1.0	35	51	1.43	5.95	0.015	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0209
	2.5	88	99	2.78	1.12	0.289	0	0.02	0.881	0	1.15	0.564	0	0.0175
	5.0	177	176	4.95	0.02	0.884	0	0.20	0.652	0	0.22	0.894	0	0.0146
t-stud	1.0	35	44	1.24	1.87	0.171	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0219
	2.5	88	99	2.78	1.12	0.289	0	0.24	0.623	0	1.37	0.505	0	0.0175
	5.0	177	192	5.40	1.15	0.284	0	0.04	0.836	0	1.19	0.551	0	0.0141
skew-t	1.0	35	40	1.12	0.53	0.465	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0228
	2.5	88	90	2.53	0.01	0.910	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0182
	5.0	177	181	5.09	0.06	0.812	0	0.01	0.942	0	0.06	0.970	0	0.0146
sged	1.0	35	39	1.10	0.32	0.570	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0231
	2.5	88	79	2.22	1.19	0.276	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0187
	5.0	177	169	4.75	0.48	0.490	0	0.00	0.991	0	0.48	0.788	0	0.0151

Tabella 6.8: AR(1)-GARCH(1,1) - FTSE

Rispetto al caso esaminato precedentemente, si nota il comportamento che il modello assume nei periodi delle crisi 1.2.5, 1.2.6 e 1.2.7, periodi di maggiore interesse per le nostre analisi discostandosi da situazioni di "normalità" e trovando piena soddisfazione di adattamento. Le stesse considerazioni trovano piena soddisfazione anche ai livelli di confidenza $\lambda = 0.025$ e $\lambda = 0.05$ per la distribuzione delle innovazioni *skew-t* e *sged*, (distribuzioni che si ricorda essere caratterizzate dalla presenza di *skewness* - asimmetria - attributo che si è visto essere presente già in prima analisi nella serie dei rendimenti), mentre sembra esserci qualche problematica di adattamento per la *Normal* e *t di Student* nel periodo della crisi 1.2.7. In tabella 6.8 si trova piena conferma di quanto verificato nei grafici. A tutti i livelli

di confidenza il numero delle violazioni è leggermente superiore rispetto a quanto atteso, ma non significativamente differente. Il test di indipendenza come anche il test di *conditional coverage* non rifiutano l'ipotesi nulla, pertanto il modello considerato è un buon modello per la stima del VaR del titolo in esame. Per quanto esplicato all'introduzione del presente capitolo, compaiono in tabella numerosi **NA** indice di mancanza di eccezioni consecutive comportando l'impossibilità di calcolare la statistica test ed il relativo p-value. Questo non implica che il dato **NA** non sia interpretabile, anzi come appena anticipato è indice di mancanza di eccezioni verificatesi consecutivamente e pertanto di bontà del modello nel prevedere il VaR.

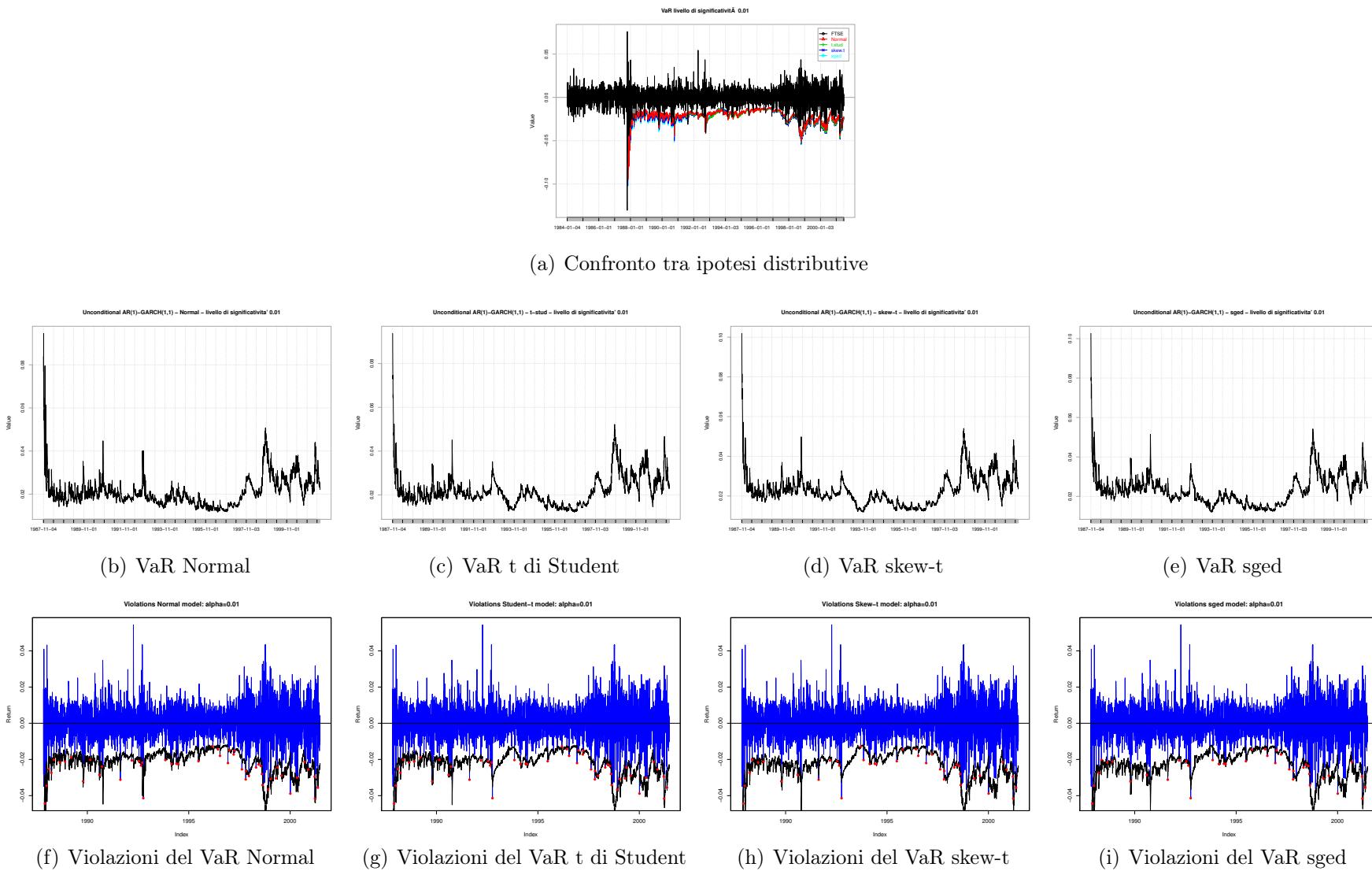


Figura 6.18: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.01$ - AR(1)-GARCH(1,1) - FTSE

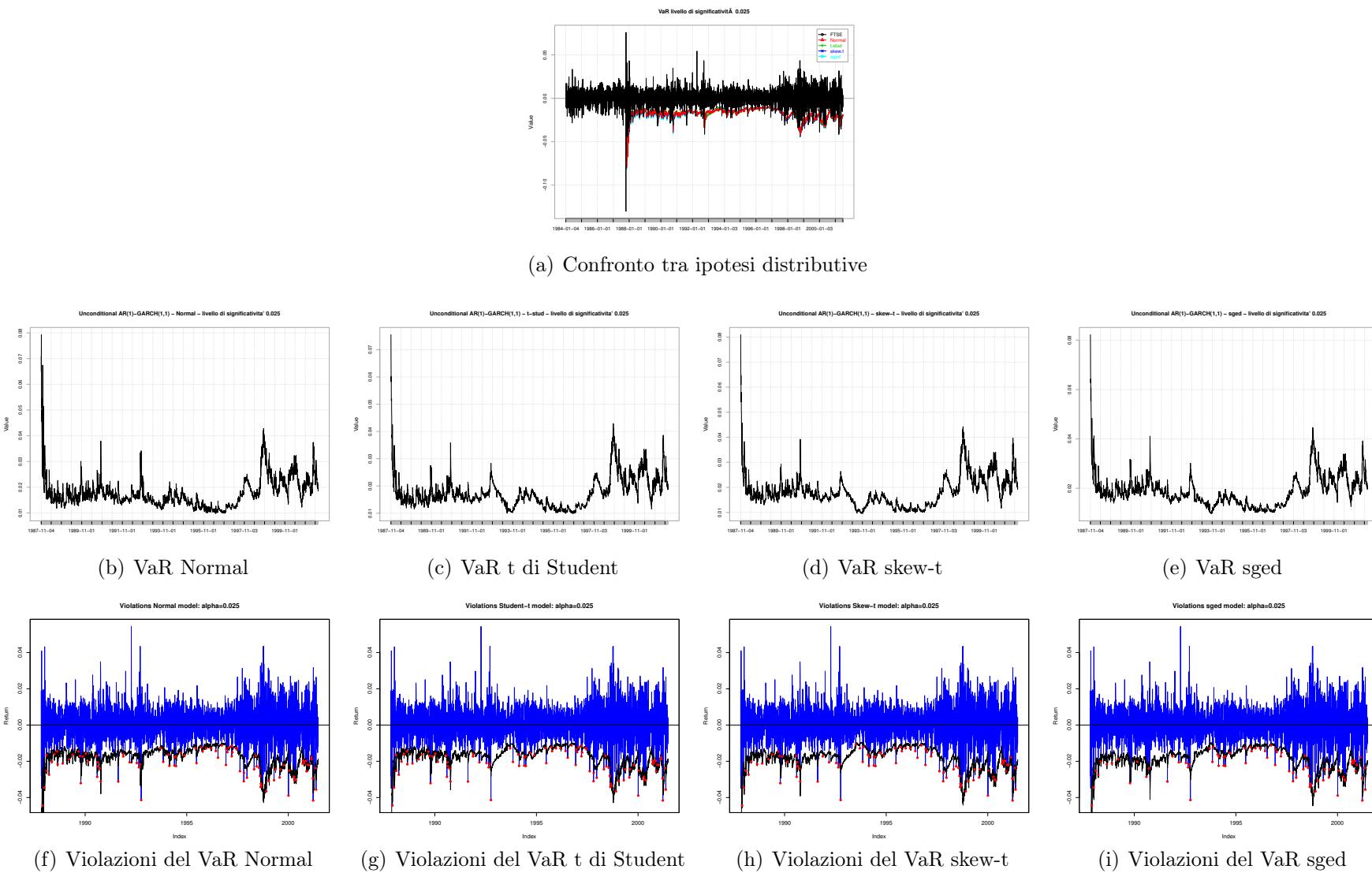


Figura 6.19: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.025$ - AR(1)-GARCH(1,1) - FTSE

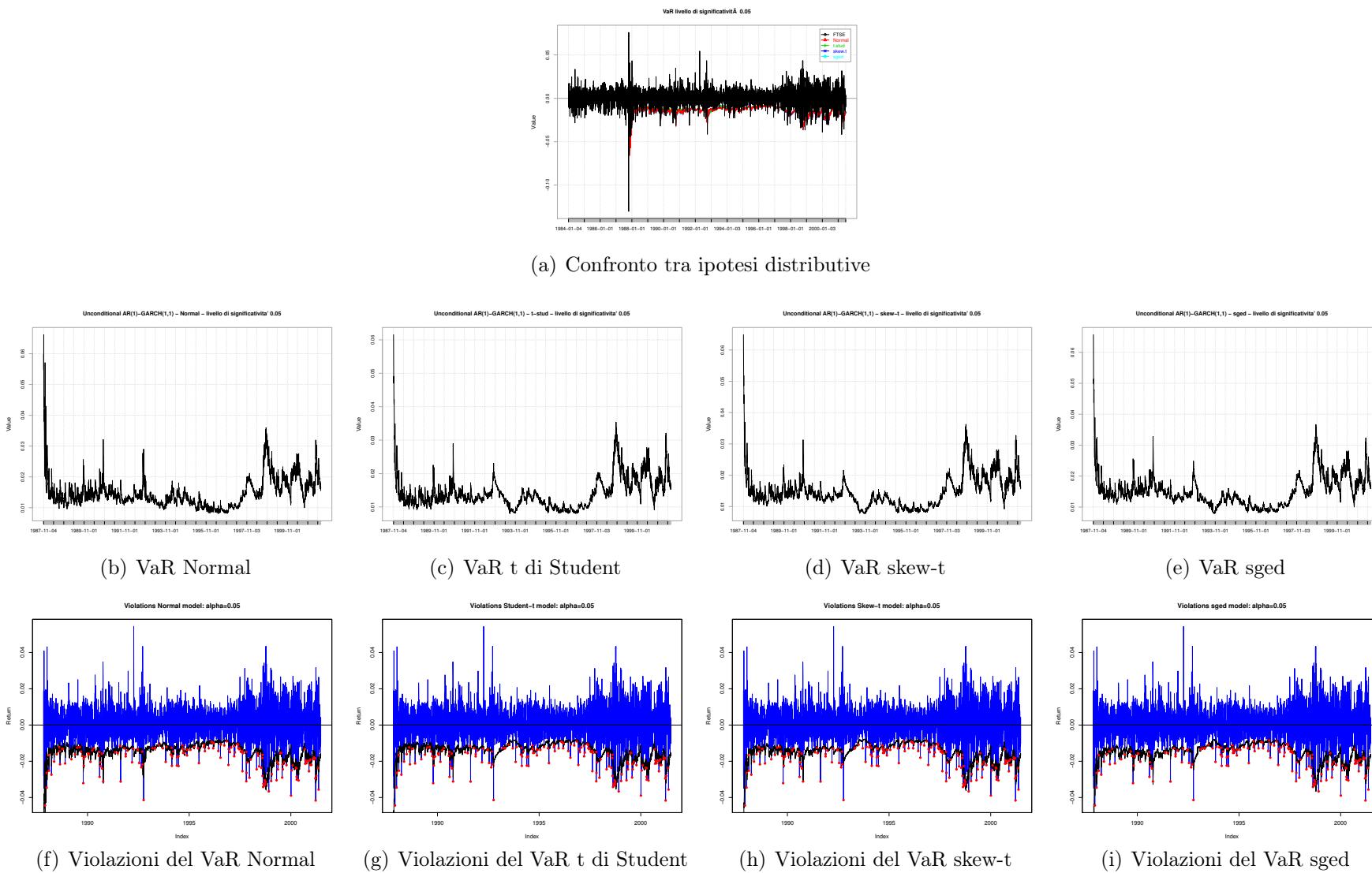


Figura 6.20: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.05$ - AR(1)-GARCH(1,1) - FTSE

Conditionally AR(1)-IGARCH(1,1)

Il secondo modello considerato ad eteroschedasticità condizionata è il modello AR(1)-IGARCH(1,1) caratterizzato pertanto da una componente autoregressiva per la media e da una componente con radice unitaria per la volatilità. Un modello IGARCH trova applicazione nel caso in cui la varianza non condizionata di a_t non sia finita (non stazionarietà in varianza), anche se questa non implica la non stazionarietà del processo, condizione che si verifica sotto certe condizioni. Si parla pertanto di presenza di radice unitaria in un modello IGARCH(1,1) nel caso in cui $\alpha_1 + \beta_1 = 1$. Se $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ uno shock futuro sulla varianza condizionale genera un effetto che tende ad annullarsi man mano che aumenta l'orizzonte previsivo, mentre se $\alpha_1 + \beta_1 = 1$ gli shock futuri sulla volatilità sono altamente persistenti e si riflettono nei suoi valori stimati.

	100λ	Expected Exceed	Actual Exceed	viol	LR.uc stat	LR.uc pvalue	LR.uc decision	LR.ind stat	LR.ind pvalue	LR.ind decision	LR.cc stat	LR.cc pvalue	LR.cc decision	avg VaR
Normal	1.0	35	53	1.49	7.49	0.006	1	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0214
	2.5	88	94	2.64	0.29	0.591	0	0.11	0.744	0	0.40	0.821	0	0.0179
	5.0	177	171	4.81	0.29	0.593	0	0.40	0.527	0	0.69	0.710	0	0.0149
t-stud	1.0	35	39	1.10	0.32	0.570	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0227
	2.5	88	95	2.67	0.41	0.520	0	0.13	0.719	0	0.54	0.763	0	0.0180
	5.0	177	184	5.17	0.22	0.641	0	0.03	0.870	0	0.24	0.885	0	0.0145
skew-t	1.0	35	39	1.10	0.32	0.570	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0238
	2.5	88	82	2.30	0.57	0.450	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0188
	5.0	177	174	4.89	0.09	0.763	0	0.03	0.861	0	0.12	0.941	0	0.0150
sged	1.0	35	40	1.12	0.53	0.465	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0239
	2.5	88	79	2.22	1.19	0.276	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0193
	5.0	177	166	4.67	0.86	0.355	0	0.01	0.924	0	0.87	0.649	0	0.0155

Tabella 6.9: AR(1)-IGARCH(1,1) - FTSE

Sia dai grafici di figura 6.21, 6.22 e 6.23, che dalla tabella 6.9 si nota come non ci siano differenze sostanziali tra il modello precedente e quello corrente. Questo ci porta ad assumere che la serie dei rendimenti del titolo FTSE sia un processo non stazionario con radice unitaria e pertanto che $\alpha_1 + \beta_1$ sia non significativamente diversa da 1 (un'analisi successiva sarebbe la verifica della significatività della somma). Rimane da verificare con i modelli che seguiranno eventuali mancanze non ancora considerate e stimate.

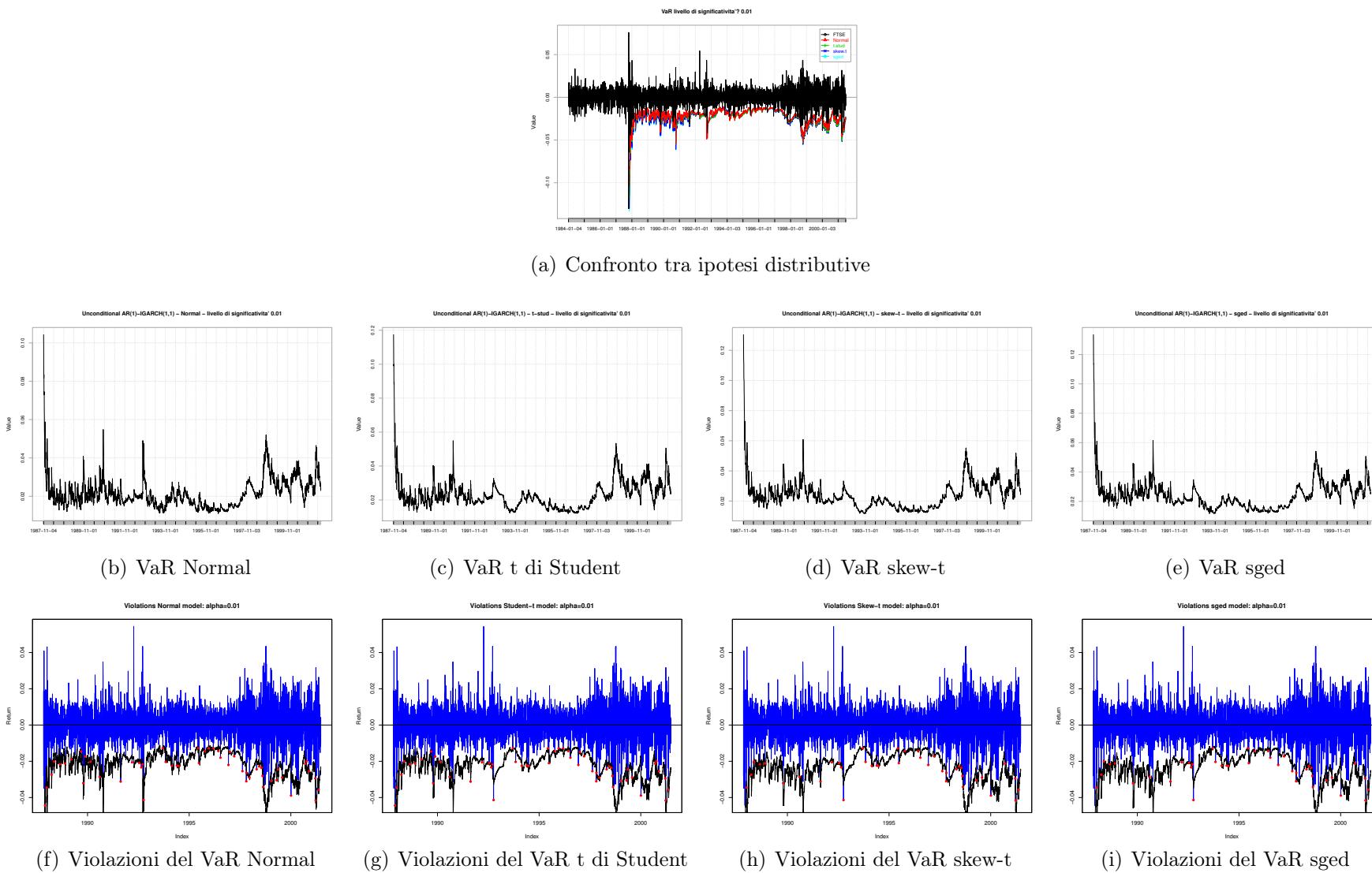


Figura 6.21: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.01$ - AR(1)-IGARCH(1,1) - FTSE

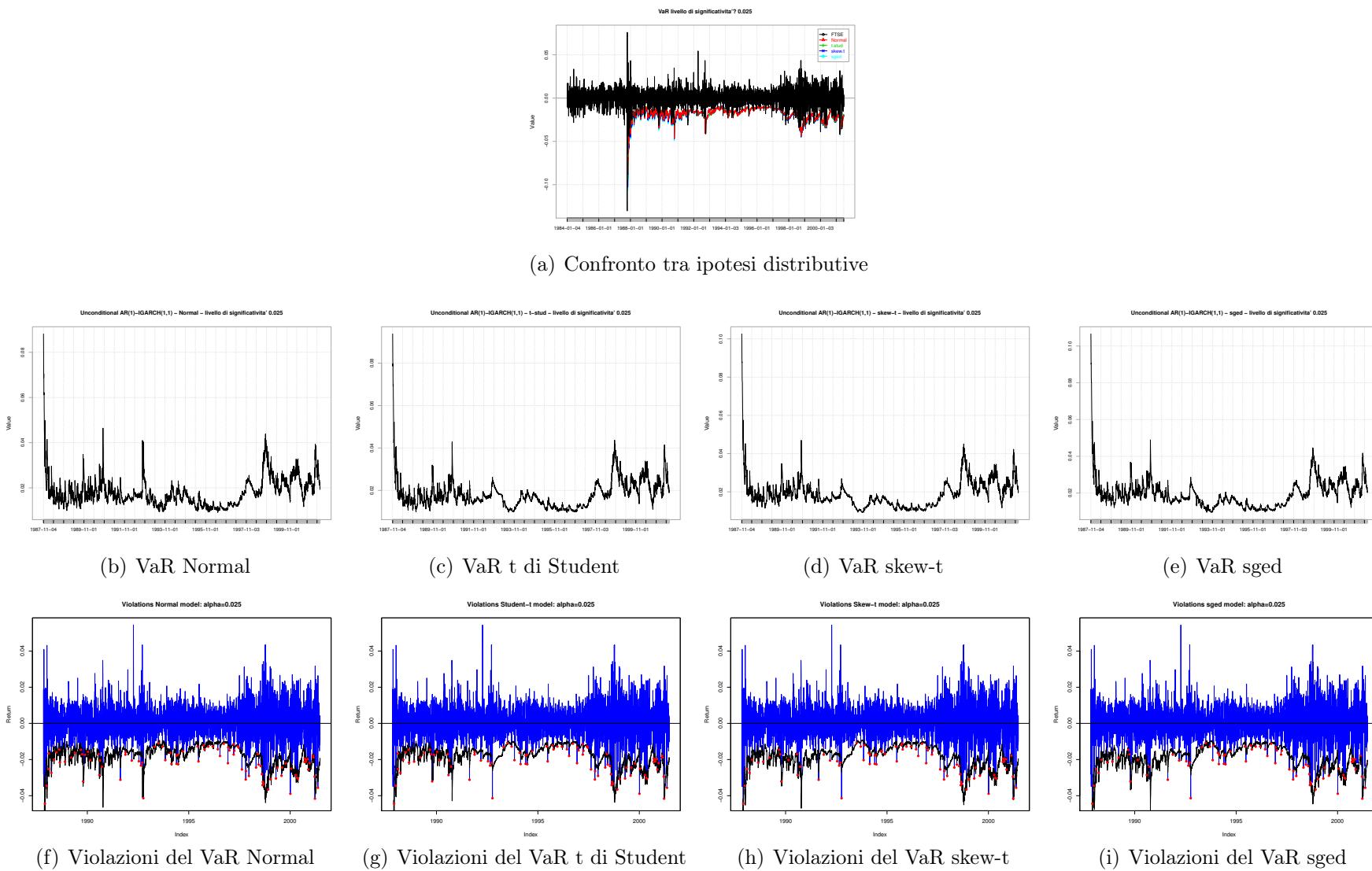


Figura 6.22: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.025$ - AR(1)-IGARCH(1,1) - FTSE

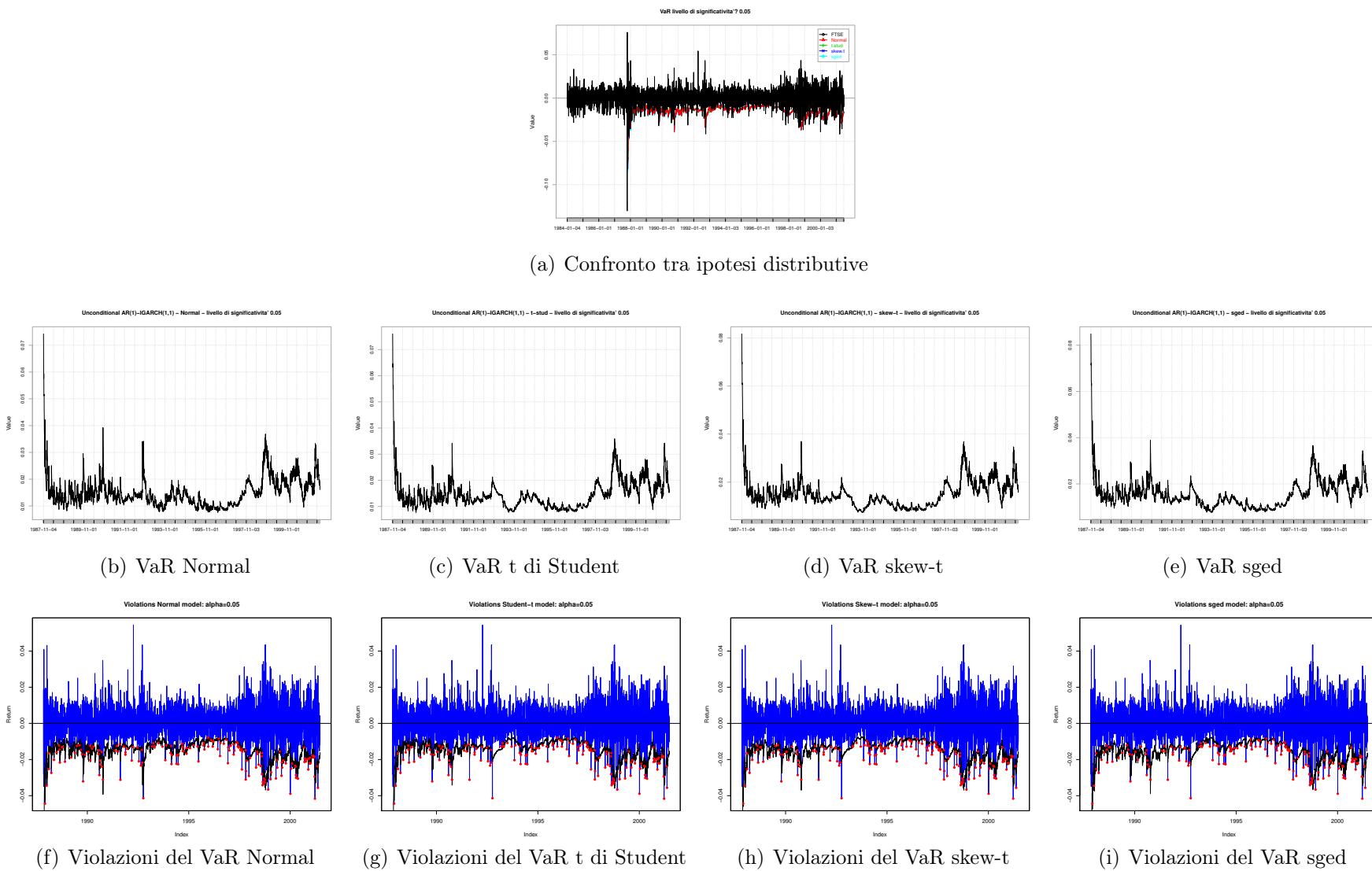


Figura 6.23: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.05$ - AR(1)-IGARCH(1,1) - FTSE

Conditionally AR(1)-APARCH(1,1)

Il primo modello GARCH che considera un impatto asimmetrico degli *shock* è l'APARCH(1,1). La scelta di questo modello perviene dal voler verificare la presenza di un *effetto leverage*, concedendo la possibilità ai parametri di potenza e di asimmetria di essere stimati sulla base dei dati analizzati. Si analizzeranno pertanto le differenze significative tra i modelli considerati sino ad ora.

	100λ	Expected Exceed	Actual Exceed	viol	LR.uc stat	LR.uc pvalue	LR.uc decision	LR.ind stat	LR.ind pvalue	LR.ind decision	LR.cc stat	LR.cc pvalue	LR.cc decision	avg VaR
Normal	1.0	35	50	1.41	5.24	0.022	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0211
	2.5	88	101	2.84	1.61	0.205	0	0.31	0.578	0	1.91	0.384	0	0.0177
	5.0	177	178	5.00	0.00	0.994	0	0.11	0.745	0	0.11	0.948	0	0.0148
t-stud	1.0	35	42	1.18	1.11	0.293	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0228
	2.5	88	97	2.73	0.73	0.394	0	1.40	0.236	0	2.13	0.345	0	0.0178
	5.0	177	207	5.82	4.77	0.029	1	0.08	0.773	0	4.85	0.088	0	0.0141
skew-t	1.0	35	37	1.04	0.06	0.812	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0237
	2.5	88	81	2.28	0.75	0.386	0	0.48	0.487	0	1.23	0.540	0	0.0185
	5.0	177	194	5.45	1.49	0.222	0	1.13	0.287	0	2.63	0.269	0	0.0146
sged	1.0	35	34	0.96	0.07	0.789	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0236
	2.5	88	72	2.02	3.54	0.060	0	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.0191
	5.0	177	158	4.44	2.43	0.119	0	0.00	0.994	0	2.43	0.297	0	0.0154

Tabella 6.10: AR(1)-APARCH(1,1) - FTSE

Dai grafici di figura 6.24(a), 6.25(a) e 6.26(a) non sembra rilevarsi alcuna differenza rispetto al modello precedente. Se si confrontano i risultati delle tabelle dei due modelli, si può vedere che i valori medi del VaR hanno subito una minima contrazione del valore, questo indica un miglior adattamento del modello ai dati in quanto si riduce l'errore della stima dovuta ad un maggior numero di parametri stimati e si è ridotta la numerosità delle eccezioni. Un miglioramento dell'adattamento del modello ai dati non è sempre sinonimo di miglior modello, perché computazionalmente provoca un aumento del numero di parametri considerati da stimare, e come in questo caso risulta essere non necessario. Per questo motivo e con considerazioni limitate al periodo considerato, il modello AR(1)-IGARCH(1,1) risulta essere parsimonioso e un buon modello per prevedere il VaR, nonostante il modello asimmetrico sia leggermente migliore,

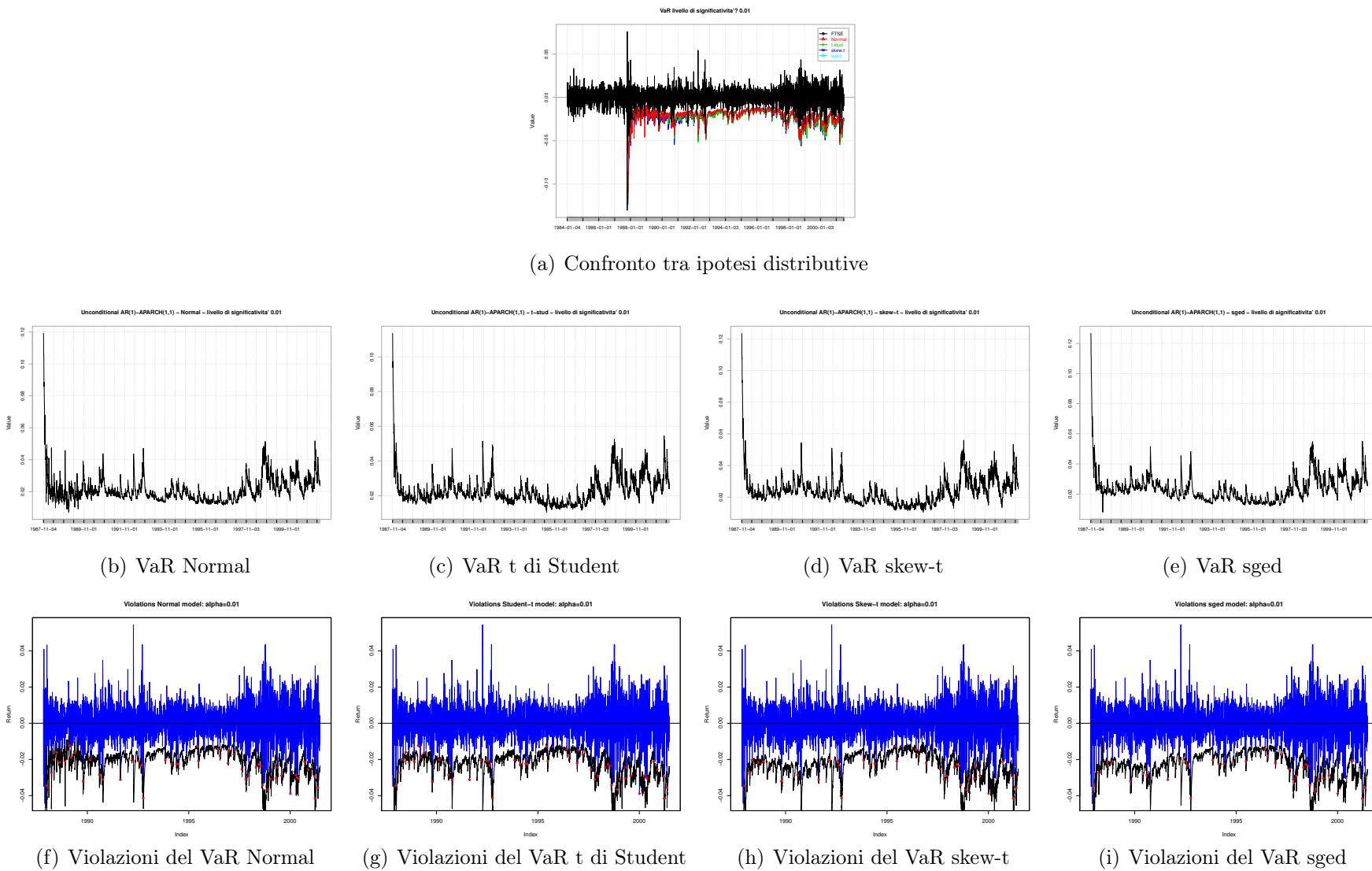


Figura 6.24: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.01$ - AR(1)-APARCH(1,1) - FTSE

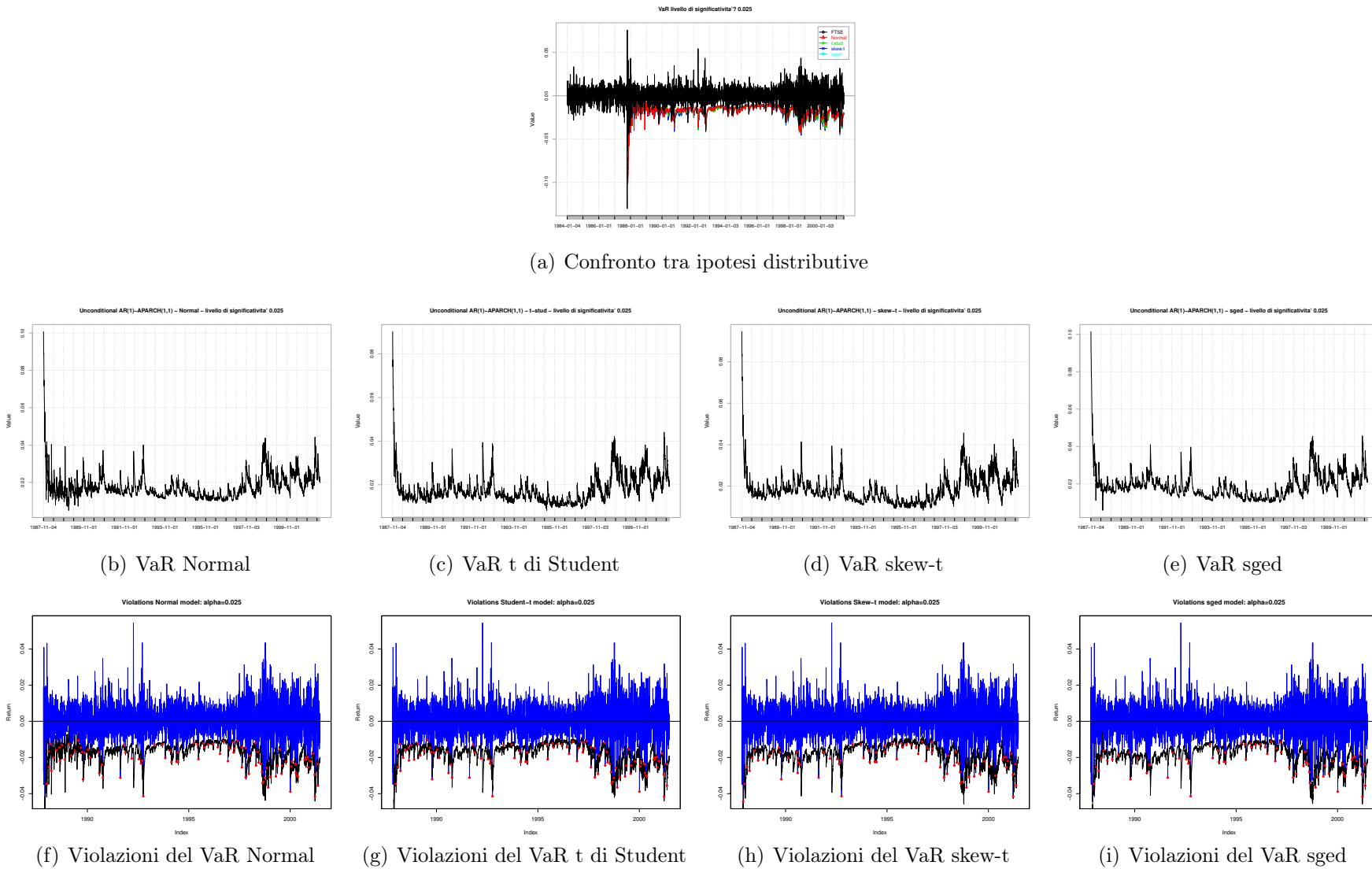


Figura 6.25: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.025$ - AR(1)-APARCH(1,1) - FTSE

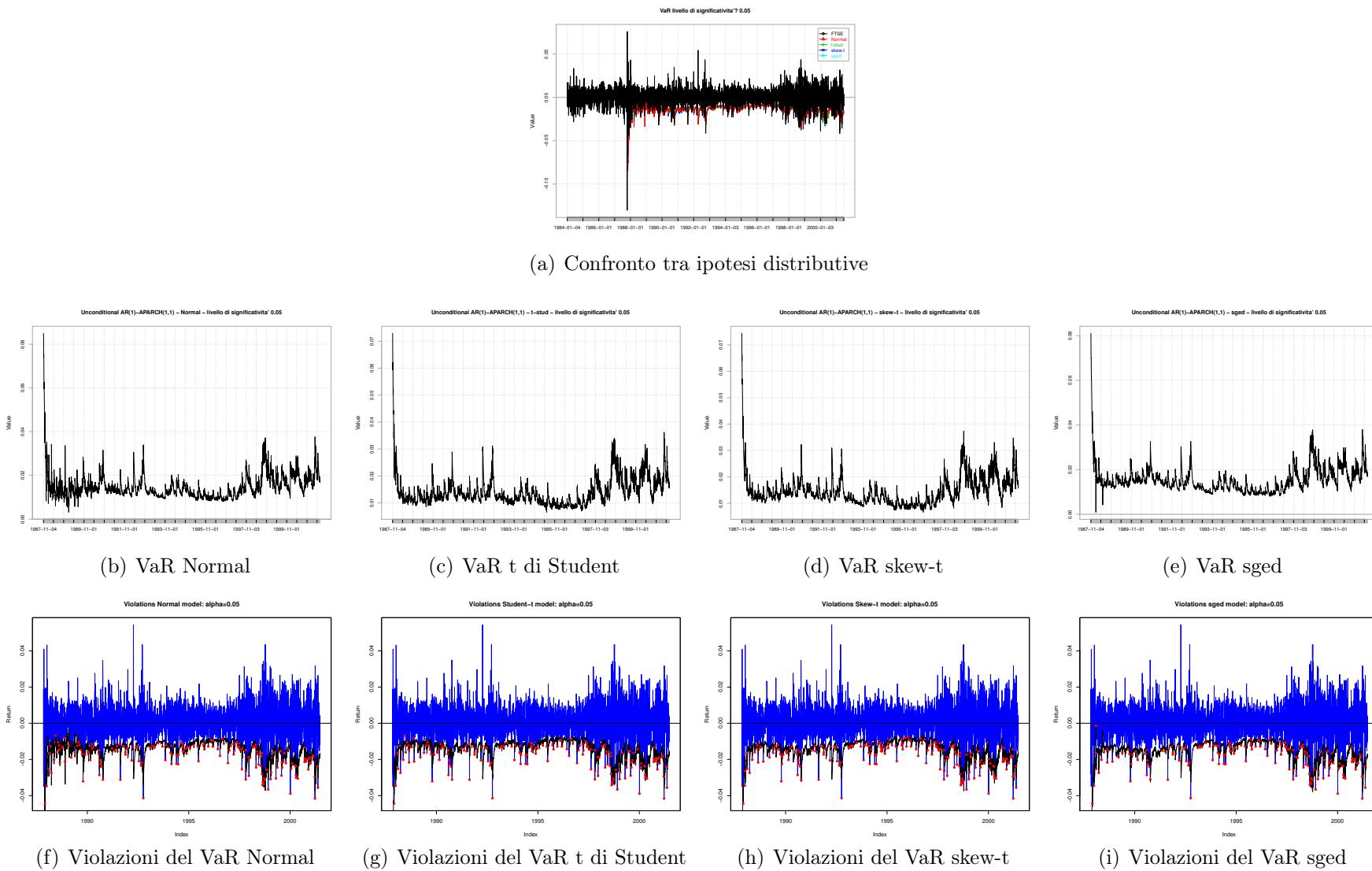


Figura 6.26: Previsioni del VaR un passo avanti - $\lambda = 0.05$ - AR(1)-APARCH(1,1) - FTSE

Capitolo 7

Conclusioni

Il lavoro presentato ha dimostrato come non sia possibile considerare un solo modello per tutti gli indici, in quanto ogni indice racchiude in sé particolarità sia legate alla piazza affari che rappresenta e quindi all'area geografica di appartenenza, sia ai titoli che considera nel suo panier. La parte introduttiva di presentazione delle principali crisi verificatesi, oltre alla spiegazione dell'argomento trattato sono state volute per poter interpretare l'oggetto di studio e non fermarsi ad una mera analisi tecnica.

La maggior parte degli approcci performano in modo inadeguato, anche se alcuni modelli sono accettabili/utili secondo le attuali norme di regolamentazione della valutazione di adeguatezza del modello.

L'analisi delle statistiche descrittive di tutti gli indici di mercato ha dimostrato come i rendimenti giornalieri non abbiano distribuzione normale. Osservando i QQPlot era evidente la pesantezza delle code e quindi la presenza di eccesso di curtosi. Per quanto riguarda la presenza di asimmetria, si è potuto notare dalle statistiche descrittive la sua presenza e con segno negativo.

I modelli non condizionati sono risultati raramente dei discreti modelli o al massimo per $\lambda = 0.01$ limitatamente alle statistiche test; come esposto durante l'analisi, i modelli sono molto statici, rispondono molto lentamente a variazioni di volatilità e le stime del VaR risultano essere (graficamente) molto lontane dai rendimenti empirici anche se alle volte non rifiutano l'ipotesi nulla del sistema di test a cui vengono sottoposti. Proprio per questo motivo una sola analisi di statistiche test non è sufficiente per rifiutare o meno un modello.

La seconda parte di analisi prevedeva la stima di modelli ad eteroschedasticità condizionata, modelli per i quali è risultata significativa nella maggior parte dei casi la sola stima con distribuzioni per le innovazioni *skew-t* e *sged*. Le distribuzioni *normale* e *t di student*, essendo simmetriche (oltre alla non pesantezza delle code per la normale), mal si adattavano alle serie dei rendimenti considerate.

Da questo momento in poi ogni riferimento alle distribuzioni delle innovazioni sarà solamente alla *skew-t* e *sged*.

Il primo modello considerato ad eteroschedasticità condizionata (GARCH) riusciva a spiegare in modo sufficientemente adeguato il Valore a Rischio e le violazioni del VaR rispettavano le condizioni che il sistema di test verificava. Una delle considerazioni che si è formata durante lo sviluppo delle analisi è come le previsioni del VaR e la volatilità secondo il modello GARCH, rispondano simmetricamente sia a shock positivi che negativi. Per frequenze intraday e giornaliere questa caratteristica viene meno, come già esplicitato durante le analisi, si notano differenze distributive per shock positivi e negativi: è ben visibile se si guardano attentamente i grafici delle serie. L'uso di modelli che non considerano questa caratteristica non soddisfano a pieno le aspettative.

Il modello IGARCH(1,1) o *Risk-Metrics* proposto da *J.P. Morgan* sembra essere il modello che meglio rispecchia le caratteristiche che i test di unconditional coverage, independence e conditional coverage richiedono e allo stesso tempo che si adatta meglio ai rendimenti empirici. Il modello IGARCH non rifiuta l'ipotesi nulla di bontà del modello per ogni livello di confidenza per tutti gli indici di mercato analizzati tranne che per il NASDAQ che rifiuta H_0 al 2.5 e al 5%. Il modello IGARCH è un buon modello nel caso in cui ci sia una radice unitaria nella volatilità.

Per l'asimmetria nella volatilità si è stimato l'ultimo modello ad eteroschedasticità condizionata, ovvero il modello APARCH. In tutti gli indici di mercato il modello stimato riusciva a ridurre il numero di violazioni consecutive, si adattava meglio al modello, riduceva il VaR medio, ma sottostimava il numero delle occorrenze. In questo modo la statistica test di unconditional coverage aumentava e il p-value si rifiutava al livello lambda considerato. Gli unici due titoli azionari in cui c'è stato un miglioramento considerevole sono stati il Dow Jones e lo *S&P500*.

In alcuni casi, come per l'indice NASDAQ (IXIC), si hanno dei leggeri miglioramenti nell'adattamento del modello APARCH ai dati, ma un leggero miglioramento non è un indicatore di bontà di un modello. Esso infatti richiede un numero maggiore di parametri da stimare, e il modello IGARCH comunque risulta più che sufficiente per le previsioni del VaR. Contro ogni ipotesi il modello APARCH non è adatto alle nostre analisi se non ai due casi qui sopra descritti. Una motivazione della non adeguatezza del modello APARCH alle serie degli indici di mercato considerate potrebbe essere la non sufficiente disponibilità di informazioni dalla stessa serie storica per la previsione del VaR.

Durante lo studio e la verifica dei risultati dell'analisi empirica sono emerse alcune proposte per il proseguo del lavoro iniziato.

La prima proposta consta nel non osservare solo le eccezioni al tempo t e al tempo $t - 1$ (vedi test di indipendenza al paragrafo 5.2), ma contare anche il numero di giorni tra un'eccezione e il verificarsi della successiva. In particolar modo poco si potrebbe usare un fattore moltiplicativo o esponenziale per aumentare la volatilità del modello di stima del VaR nei casi in cui 2 o 3 violazioni consecutive si verifichino. Una seconda proposta è quella di stimare una distribuzione per le innovazioni che abbia una maggiore pesantezza nelle code.

Una terza proposta può essere quella di usare come strumento di previsione del VaR un modello multivariato, rispetto allo studio fatto in questo lavoro che si è limitato al contesto univariato, nel quale considerare sia delle commodities chiave, sia indici di mercato di altre piazze affari, che specifici giorni dell'anno destinati periodicamente a comunicazioni dei bilanci o alla presentazione dei piani strategici aziendali o di presentazione di nuovi prodotti/scoperte.

Quarta proposta riguardante la cattura di ulteriori informazioni, considera la possibilità di coglierle dalla serie storica stessa facendo lo studio come da presente lavoro, ma considerando delle variabili esplicative quali la volatilità delle rilevazioni intraday e il volume degli scambi a titolo di esempio.

Come esposto in apertura delle conclusioni, non ci sarà mai un modello perfetto, essendo i modelli errati per definizione, ma possono essere utili. Un incremento di variabili e di parametri da stimare, rende il lavoro molto dispendioso sia a livello

di tempo che computazionale. Per questo motivo varrà la pena ponderare la validità / utilità di tutti i possibili modelli con la parsimonia. Il modello IGARCH, nonché RiskMetrics proposto da J.P. Morgan, è stato il modello che meglio si è adattato agli indici di mercato considerati.

Bibliografia

- Barone-Adesi G.; Giannopoulos K.; Vosper L. *et al.* (1999). Var without correlations for portfolios of derivative securities. *Journal of Futures Markets*, **19**(5), 583–602.
- Barone-Adesi G.; Giannopoulos K.; Vosper L. (2002). Backtesting derivative portfolios with filtered historical simulation (fhs). *European Financial Management*, **8**(1), 31–58.
- Bollerslev T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, **31**(3), 307–327.
- Bollerslev T.; Wooldridge J. M. (1992). Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances. *Econometric reviews*, **11**(2), 143–172.
- Christoffersen P. (2003). *Elements of Financial Risk Management* in Elements of Financial Risk Management. Numero v. 1. Academic Press.
- Christoffersen P.; Pelletier D. (2004). Backtesting value-at-risk: A duration-based approach. *Journal of Financial Econometrics*, **2**(1), 84–108.
- Christoffersen P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International economic review*, pp. 841–862.
- Danielsson J.; Morimoto Y. (2000). *Forecasting extreme financial risk: a critical analysis of practical methods for the Japanese market*. Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan.
- Ding Z.; Granger C. W.; Engle R. F. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of empirical finance*, **1**(1), 83–106.

- Dowd K. (2006). Retrospective assessment of value at risk. *Risk Management: A Modern Perspective*, Amsterdam et al, pp. 183–203.
- Engle R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 987–1007.
- Engle R. F.; Ng V. K. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *The journal of finance*, **48**(5), 1749–1778.
- Harvey C. R.; Siddique A. (1999). Autoregressive conditional skewness. *Journal of financial and quantitative analysis*, **34**(04), 465–487.
- Jorion P. (2001). *Value at Risk, The Zew Benchmark for Managing Financial Risk*. McGraw-Hill.
- Kevin D. (2002). Measuring market risk. *New York, JWS*.
- Kuester K.; Mittnik S.; Paolella M. S. (2006). Value-at-risk prediction: A comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics*, **4**(1), 53–89.
- Kupiec P. H. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *THE J. OF DERIVATIVES*, **3**(2).
- Ljung G. M.; Box G. E. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, **65**(2), 297–303.
- McNeil A. J.; Frey R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of empirical finance*, **7**(3), 271–300.
- Morgan J. (1992). Reuters (1996) riskmetrics. *Technical document*.
- Palm F. C. (1996). 7 garch models of volatility. *Handbook of statistics*, **14**, 209–240.
- Pritsker M.; of Governors of the Federal Reserve System (U.S.) B. (2001). *The hidden dangers of historical simulation*. Finance and economics discussion series. Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs, Federal Reserve Board.

Rockinger M.; Jondeau E. (2002). Entropy densities with an application to auto-regressive conditional skewness and kurtosis. *Journal of Econometrics*, **106**(1), 119–142.

Student Z. (1908). Probable error of a correlation coefficient. *Biometrika*, **6**, 302–310.

Ringraziamenti

I primi ringraziamenti vanno a coloro a cui questa tesi è dedicata:

alla mia famiglia.

Se sono così oggi è merito loro. Merito loro perchè mi hanno messo al mondo, mi hanno cresciuto, mi hanno dato la possibilità di formarmi e un solo "Grazie" non basterebbe. Li voglio ringraziare anche per esserci stati ogni qualvolta io sia inciampato, abbia commesso degli errori, e loro erano sempre lì, a coprirmi le spalle, senza mai evitare che io provassi e sbagliassi. Li ringrazio anche per ogni cosa che hanno reso più difficile, perchè mi hanno permesso di superare certi ostacoli e di fare determinate scelte nella mia vita. A loro non dedico solo questa tesi, ma dedico questo intero percorso che abbiamo fatto e il frutto che ne arriverà non sarà solo mio, ma di tutti noi.

...GRAZIE...

Ringrazio i due anni spesi a lavorare, mi hanno dato modo di cambiare e maturare e sono fiero del percorso che ho fatto.

Un po' meno fieri sono gli amici che mi ritrovo, e a cui dedico i miei ringraziamenti in un modo un po' particolare.....

Ringrazia-menti

"Considerando che l'a-more non ha prezzo", sicuramente è stata una bionda a non mettere il prezzo nello scaffale! Quindi è stata Anita!!²

Godò di buona salute e non sono sovrappeso, ne ho uno di mento e non 2+³!!

Parte 2, Arriva 1! - Chuck (Norris)

Ringrazia&menti

Ringrazio il prof Bordignon per la disponibilità, per il tempo che mi ha dedicato, per tutte le volte che ha corretto ogni singola virgola della mia tesi; ring-razio la suoneria razio per tutte le sveglie mattutine, senza di lei non so come avrei fatto! Ring-irrazio quelli che non ho ring-raziato perché appartengono all'insieme più esterno, ma comunque esistono.. Mi dispiace per radice di due che la mettiamo sempre in mezzo tra razio e irrazio mentre dovrebbe starsene fuori (da razio e con irrazio)

Ring-razio il ring di santa caterina per non avermi fatto regalare alcun ring ad alcuna donzella!⁴

R-ing. Razio per le lezioni di razionalità in questo mondo così irrazionale. Vorrei che la terra fosse sferica per non poter dire che vado in ogni angolo della terra. Ehm la terra è sferica! No testa di minchia! È elissoidale! Adesso dobbiamo metterci a discutere anche di solidarietà con la Eli?

Tranquilli, il dottore dice che tutto è a posto, io un po' meno.. Ma è solo una questione di operazione matematica...

"Salve, mi scusi, dovrei fare un'operazione"

"Si, certo! Che operazione deve fare?"

"Mi hanno detto che devo fare un'operazione aritmetica. A che piano devo andare?"

"Allora (60 minuti, 3600 secondi), se lei è un musicista vada al piano forte, se lei invece è un matematico vada al piano xy. Qualora fosse un matematico, arrivasse al piano xy e cambiasse idea per il suo futuro volendo diventare un medico si trova

²Tratto dal gioco "Indovina chi?"

³vedi indicazioni età nelle scatole dei giochi

⁴spesi tutti in fumo e droga (leggera): un etto è sempre un etto, non sarà mica pesante!

"al piano corretto!"

"Ok, grazie mille"

"Ah, lei è fortunato!"

"A dir la verità mi chiamo Tizio, comunque mi dica pure"

"Ora non stiamo a disquisire su come lei si chiama, una visita di controllo non le guasterebbe. Si ricorda la sfida di toccarsi la lingua con il naso e baciarsi i gomiti? Beh quando arriva al piano (ci metterà solo 2 giorni⁵) e avrà la possibilità di provare tutto ciò!"

"Grazie gentilissimo! Se volessi impiegarci meno tempo e prendere l'ascensore?"

"Considerando che l'ascensore è per far ascendere le sorelle, nel caso in cui lei lo prendesse di nascosto ci metterebbe 1D, arriverebbe al piano retta, entra su uniweb alla sezione tasse, trova un nuovo MAV con la dicitura conguaglio tassa regionale di importo pari a 40€, lo stampa e lo paga"

"Mi scusi, ma se prendo il frecciarossa al posto del regionale?"

"Semplice, trova la tassa rossa per i comunisti! Ovviamente la cifra da pagare sarà aggiornata in base a molti fattori quali canone rai, disoccupazione giovanile, neet, immigrati e per non dimenticare anche in base ai ponti e alle festività."

"Ok, torno a casa"

"Si ricordi di pagare il ticket prima di uscire e lasci un'ottima recensione per il servizio che le ho dato. Le arriverà un questionario all'indirizzo mail che ha lasciato all'accettazione"

"Ma io non ho fatto l'accettazione! (Falciazione)"

"Probabilmente avrà fatto la martellazione"

"Ma vista la tassazione italiana alle stelle, posso cambiare stato?"

"Si, certamente! Vada nelle impostazioni > profilo > stato"

Ti fai un anno di soli sabati -> anno sabbatico

Ci arrivi da solo o vuoi uno sgabello?

Tuo padre che ti chiede di fare una vita sana, e tu gli rispondi "tranqui papà, bevo

⁵il piano è bidimensionale - 2D

un Danacol al giorno"

Già una volta siamo arrivati ai ferri corti io e lisi...erano pugnali

"Sono le dieci e dieci!" "Azzo sto guidando!!!"

Quando voglio guardare sky, esco e alzo lo sguardo verso il cielo

Se ho aperto gretel, io chi sono? Hansel

Jacque