UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

PROGETTO DI RICERCA OPERATIVA

A.A. 2018/2019

Relazione

Giacomo BARZON 1143164

Indice

1 Problema

Un azienda siderurgica produce tre delle principali componenti fondamentali per la realizzazione di motori per auto, le quali verranno chiamate come componenti A, B e C per comodità.
Ogni componente per essere realizzata deve seguire uno specifico iter composto da 3 lavorazioni le quali devono essere eseguite obbligatoriamente in una specifica sequenza.
All'interno della seguente tabella è possibile vedere, per ogni tipologia di componente e lavorazione, il numero di unità che è possibile completare in un ora.

	Lavorazione 1	**Lavorazione 2**	**Lavorazione 3**
A	10	8	11
B	8	7	9
C	13	10	15

Attualmente l'azienda possiede solamente una macchina per ogni tipologia di lavorazione. Ogni macchina può lavorare solo ed esclusivamente su una tipologia di componente per volta e per un massimo di 8 ore complessive a giorno.
Ogni qualvolta sia necessario passare dalla lavorazione di un componente all'altro durante la giornata è necessario effettuare una configurazione del macchinario di circa un ora.
Tra una lavorazione e l'altra ogni componente deve effettuare un periodo di riposo, per questo motivo non è possibile effettuare effettuare due lavorazioni sulla stessa unità lo stesso giorno. Ogni macchina ha un costo orario, in particolare:

- il macchinario 1 costa 4 all'ora;
- il macchinario 2 costa 5 all'ora;
- il macchinario 3 costa 3 all'ora.

Attualmente l'azienda ha stipulato un contratto con un azienda la quale paga:

- 30 per ogni unità di componente 1
- 25 per ogni unità di componente 2
- 40 per ogni unità di componetne 3

Essa inoltre richiede settimanalmente una quantità minima di:

- 10 unità di componente 1;
- 15 unità di componente 2;

- 13 unità di componente 3.

Per ogni unità non recapitata l'azienda è costretta a pagare una penale di 35 euro.
Definire un modello matematico che permetta di determinare il miglior processo produttivo ai fini di massimizzare i guadagni settimanali.

2 Modello Matematico

2.1 Variabili decisionali

- $x_{pmg} : p \in \{A, B, C\},\ m \in \{1, 2, 3\},\ g \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$: Numero di ore in cui vengono lavorati pezzi di tipo p all'interno della macchina m nel giorno g.

- $y_{psg} : p \in \{A, B, C\},\ s \in \{0, 1, 2, 3\},\ g \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$: Numero di pezzi di tipo p che hanno terminato la lavorazione di tipo s durante il giorno g.

- $ma_p : p \in \{A, B, C\}$: Numero di pezzi di tipo p non prodotti entro la fine della settimana.

- $z_{pmg} : p \in \{A, B, C\},\ m \in \{1, 2, 3\},\ g \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$: Variabile binaria che vale:

$$z_{pmg} = \begin{cases} 1 & \text{se la macchina m ha lavorato a pezzi di tipo p il giorno g} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- $k_{mg} : m \in \{1, 2, 3\}, g \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$: Variabile binaria che vale:

$$k_{pmg} = \begin{cases} 1 & \text{se la macchina m ha lavorato su almeno una tipologia di componente il giorno g} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

2.2 Parametri

- $v_p : p \in \{A, B, C\}$: prezzo di vendita della componente p.

- $c_m : m \in \{1, 2, 3\}$: costo orario della macchina m

- $po_{pm} : p \in \{A, B, C\},\ m \in \{1, 2, 3\}$: produzione oraria della componente p all'interno della macchina m.

- $m_p : p \in \{A, B, C\}$: numero minimo di componenti p richieste.

- p_p: costo penale componente p.

2.3 Funzione obbiettivo

$$max \underbrace{\sum_{\forall p}(v_p \sum_{\forall g} y_{ps^*g})}_{\text{Guadagni}} - \underbrace{\sum_{\forall m}(c_m \sum_{\forall p,g} x_{pmg})}_{\text{Costi}} - \underbrace{\sum_{\forall p} p_p * ma_p}_{\text{Penale}}$$

Dove s^* rappresenta l'ultima lavorazione che ogni componente deve superare per essere completata.

2.4 Vincoli

- Attivazione variabile $y_{p,s,g}$:

$$\forall p, s, g : y_{p,s,g} = \underbrace{y_{p,s,g-1}}_{\substack{\text{Numero unità} \\ \text{del} \\ \text{del giorno prima}}} + \underbrace{po_{p,s-1} \cdot x_{p,s-1,g}}_{\substack{\text{Numero unità} \\ \text{prodotte oggi}}} - \underbrace{po_{p,s} \cdot x_{p,s,g}}_{\substack{\text{Numero unità} \\ \text{stato completato} \\ \text{oggi}}}$$

- Numero di prodotti che hanno completato un determinato stato deve essere inferiore al numero di prodotti che avevo nello stato precedente il giorno prima:

$$\forall p, s > 1, g > 1 : y_{p,s,g} \leq y_{p,s-1,g-1}$$

- Attivazione variabile $z_{p,m,g}$:

$$\forall p, m, g : x_{p,m,g} \leq z_{p,m,g} * M$$

- Attivazione variabile $k_{p,m,g}$:

$$\forall m, g : \sum_{\forall p} x_{p,m,g} \leq z_{m,g} * M$$

- Attivazione variabile ma_p:

$$\forall p : y_{p,s^*,g^*} + ma_p \geq m_p$$

  Dove s^* indica l'ultimo stato in cui è possibile che risieda la componente p e $g*$ indica l'ultimo giorno della settimana.

- Numero di ore lavorative di ogni macchina inferiore ad 8 ore:

$$\forall m, g : \underbrace{\sum_{\forall p} x_{p,m,g}}_{\substack{\text{Somma complessiva} \\ \text{ore macchina}}} + \underbrace{\sum_{\forall p} z_{p,m,g} - k_{m,g}}_{\substack{\text{Numero di} \\ \text{cambi produzione} \\ \text{effettuati}}} \leq 8$$