LOGISTICS PROJECT:

Logistics Project
Corso di Laurea Magistrale Data Science and Business Informatics

Giada Traina (616682)
Giulia Marcoccio (624020)
Mario Proia (616679)
Martina Sustrico (533252)

A.A. 2019/2020

Textile company problem

Un'azienda tessile deve produrre tre tipi di magliette: A, B, C. Il processo manifatturiero consiste in "taglio" e "cucito", e ogni maglietta deve passare da entrambi i dipartimenti per essere prodotta. L'azienda vuole scoprire quante siano le unità di prodotto da produrre al fine di **massimizzare il profitto.**
I dipartimenti di 'taglio' e 'cucito' hanno un **tetto massimo rispettivamente di 10 e 12 ore** lavorative al giorno, le **unità massime** che possono essere prodotte per ogni ora lavorativa sono riassunte nella seguente tabella:

Prodotto \ Dipartimento	**Taglio**	**Cucito**
A	2000 unità/h	1000 unità/h
B	1600 unità/h	1500 unità/h
C	1100 unità/h	2400 unità/h

Il **profitto** per ogni unità di prodotto è:

Prodotto	Profitto per unità di prodotto
A	€ 12,00
B	€ 9,00
C	€ 8,00

LP model

Lo **scopo** principale del nostro problema è quello di **massimizzare il profitto giornaliero**, definendo la quantità di ogni prodotto da realizzare **giornalmente.**
Al fine di risolvere il problema tramite un LP model, seguiamo i successivi step:

- Nel nostro modello le quantità giornaliere da produrre saranno le **variabili decisionali:**

  $$x_A, x_B, x_C$$

  dove A, B e C indicano i tre tipi di prodotto

- I vincoli relativi alle variabili decisionali considerano le ore massime di lavoro per ogni dipartimento, ovvero, fanno riferimento alla loro capacità massima. In particolare, la somma delle ore dedicate ad ogni dipartimento per ogni prodotto non deve eccedere la quantità di ore totali relative al rispettivo dipartimento.

$$\frac{x_A}{2000} + \frac{x_B}{1600} + \frac{x_C}{1100} \leq 10$$
$$\frac{x_A}{1000} + \frac{x_B}{1500} + \frac{x_C}{2400} \leq 12$$

Considerando le stesse quantità per entrambi i vincoli ci assicuriamo che tutti i prodotti -per terminare il processo produttivo- vengano lavorati da entrambi i dipartimenti.

- Inoltre, non è possibile produrre una quantità di prodotti negativa quindi introduciamo il **vincolo di non negatività**:

$$x_A, x_B, x_C \geq 0$$

Mettendo insieme tutti i vincoli e considerando la funzione obiettivo, il **modello LP** sarà:

$$max\, 12\, x_A + 9x_B + 8x_C$$

s.v.

$$\frac{x_A}{2000} + \frac{x_B}{1600} + \frac{x_C}{1100} \leq 10$$
$$\frac{x_A}{1000} + \frac{x_B}{1500} + \frac{x_C}{2400} \leq 12$$
$$x_A \geq 0$$
$$x_B \geq 0$$
$$x_C \geq 0$$

Utilizzando il software di programmazione matematica AMPL abbiamo risolto il modello e ricavato le quantità ottimali per i prodotti A, B, C, ovvero: 9621.62 unità di A, 0 unità di B, 5708.11 unità di C. Producendo suddette quantità, l'azienda ottiene un profitto di €161.124.

Riformulazione del modello (ILP)

Successivamente il dipartimento di marketing impone un limite inferiore di magliette da produrre giornalmente:

Prodotto	Unità minime da produrre giornalmente
A	9500
B	1500
C	5000

Al fine di soddisfare questa richiesta, l'azienda può disporre al massimo di 3 ore aggiuntive per il dipartimento di 'taglio' al costo di €8.000 per ogni ora aggiuntiva e 4 ore per il dipartimento di 'cucito' al costo di €1.000 ognuna. L'obiettivo sarà adesso quello di massimizzare il profitto in seguito all'aggiunta e alla modifica dei vincoli, tenendo anche in considerazione i costi.

Per ottenere un risultato in linea con la realtà, sviluppiamo il problema utilizzando un ILP model, il quale prevede l'integrità delle variabili.
I vincoli precedenti vengono così modificati ed integrati:

- Aggiungiamo una **variabile decisionale** che indica il numero di ore aggiuntive che ogni dipartimento può decidere di integrare alle ore totali giornaliere.

$$y_{taglio},\ y_{cucito}$$

- La quantità delle ore aggiuntive non può superare i seguenti limiti:

$$y_{taglio} \leq 3$$
$$y_{taglio} \leq 4$$

- Un **vincolo di produzione** impone di produrre una quantità minima per ogni prodotto. Ciò rappresenta il *lower bound*:

$$x_A \geq 9500$$
$$x_B \geq 1500$$
$$x_C \geq 5000$$

- I vincoli legati alle variabili decisionali considerano le ore massime di lavoro di ogni dipartimento. In particolare, la sommatoria delle ore dedicate da ogni dipartimento ad ogni prodotto (Quantità/Unità Orarie) non deve eccedere la quantità di ore totali (relative al dipartimento) più le ore aggiuntive utilizzate.

$$\frac{x_A}{2000} + \frac{x_B}{1600} + \frac{x_C}{1100} \leq 10 + y_{taglio}$$
$$\frac{x_A}{1000} + \frac{x_B}{1500} + \frac{x_C}{2400} \leq 12 + y_{cucito}$$

Tale vincolo esprime contemporaneamente un *linking constraint* e un *capacity constraint,* in quanto ci permette di associare le due variabili decisionali.

- Non è possibile avere una quantità di ore negativa, quindi consideriamo il **vincolo di non negatività** per le variabili y_{taglio}, y_{cucito}:
$$y_{taglio}, y_{cucito} \geq 0$$

- Trattandosi di un ILP model, è necessario aggiungere anche i vincoli di integrità per entrambe le variabili decisionali:
$$y_{taglio}, y_{cucito} \; integer$$
$$x_A, x_B, x_C \; integer$$

In seguito all'aggiunta di questi vincoli, il nostro ILP model sarà:

$$max\, 12\, x_A + 9x_B + 8x_C - (8000\, y_{taglio} + 1000\, y_{cucito})$$

s.v.

$$y_{taglio} \leq 3$$
$$y_{taglio} \leq 4$$
$$x_A \geq 9500$$
$$x_B \geq 1500$$
$$x_C \geq 5000$$
$$\frac{x_A}{2000} + \frac{x_B}{1600} + \frac{x_C}{1100} \leq 10 + y_{taglio}$$
$$\frac{x_A}{1000} + \frac{x_B}{1500} + \frac{x_C}{2400} \leq 12 + y_{cucito}$$
$$y_{taglio}, y_{cucito} \geq 0$$

$$y_{taglio}, y_{cucito} \; integer$$

$$x_A, x_B, x_C \; integer$$

Risolvendo il problema tramite AMPL, le quantità ottimali per i prodotti A, B, C, al fine di ottenere il massimo profitto, sono 12.882 unità di A, 1.500 unità di B, 5.083 unità di C, utilizzando 2 ore aggiuntive per il dipartimento del taglio e 4 ore aggiuntive per il dipartimento del cucito. Tramite questi parametri, l'azienda ottiene un profitto di €188.748.

Considerazioni finali

Come si poteva ragionevolmente prevedere, si nota che la quantità giornaliera di produzione aumenta come conseguenza dell’aumento delle ore di lavoro dei dipartimenti.
In particolare, il prodotto A aumenta di 3261 unità, il prodotto B di 1500 unità, mentre l’unico che vede diminuire le proprie unità è il prodotto C; si può ipotizzare che, grazie alla soluzione trovata con AMPL, avendo a disposizione ore aggiuntive, all’azienda converrà concentrarsi sulla produzione dei prodotti più profittevoli A e B in modo da sostenere il costo delle ore aggiuntive.
Comunque, nonostante vengano considerati i costi relativi alle ore aggiuntive, il profitto totale subisce un aumento di € 27.624.