

Đề 1

Câu 1 (5 điểm)

Một nhóm học sinh gồm 10 nam và 3 nữ. Có bao nhiêu cách sắp xếp nhóm học sinh này thành hàng dọc sao cho có 7 học sinh nam luôn đứng cạnh nhau

Câu 2 (5 điểm)

$R = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid b \text{ chia hết cho } a\}$ có phải là quan hệ thứ tự không?(có giải thích)

Câu 1 :

Chọn 7 học sinh nam trong 10 học sinh là C_{10}^7

Xếp 7 học sinh nam đứng cạnh nhau là $7!$

Coi 7 học sinh nam là 1 thì số các xếp 7 học sinh nam xen kẽ 3 học sinh nữ là $7!$

Số cách xếp nhóm học sinh này là $C_{10}^7 \times 7! \times 7!$

Câu 2 :

Tính phản xạ :

$bRb \rightarrow b \text{ chia hết cho } b$

Tính bắc cầu :

$bRa \rightarrow b \text{ chia hết cho } a$

$aRc \rightarrow a \text{ chia hết cho } c$

$\rightarrow b \text{ chia hết cho } c$

Tính phản xứng :

$bRa \rightarrow b \text{ chia hết cho } a$

$aRb \rightarrow a \text{ chia hết cho } b$

$\rightarrow b = t.a \text{ và } a = k.b \text{ với } k, t \in \mathbb{Z}^+ \text{ } k, t \geq 1$

Thay $a = k.b$ vào $b = t.a$

$\rightarrow b = k.t.b$, rút gọn hai vế cho b , ta có : $1 = k.t$ với $k, t \in \mathbb{Z}^+$ và $k, t \geq 1$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $k = t = 1$

$\rightarrow b = a$

Đề 2

Câu 1 (5 điểm)

Một nhóm gồm 8 học sinh. Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho A luôn đứng cạnh B.

Câu 2 (5 điểm)

Dùng bảng Karnaugh để tối thiểu hóa hàm logic sau

$$f(\alpha, y, a) = \alpha\bar{y}\bar{a} + \bar{a}y + a\bar{y} + \bar{a}\bar{a}\bar{y}$$

Câu 1 :

Số cách xếp mà đề A luôn đứng cạnh B

Ta coi A và B như 1 chỗ thì ta có 7! cách xếp vào 7 chỗ

Vì A và B có thể đảo chỗ cho nhau nên ta có $7! \times 2$

Câu 2 :

α	y	a	F	
0	0	0	$0.1.1+1.0+0.1+1.1.1=1$	$\bar{\alpha}\bar{a}\bar{y}$
0	0	1	$0.1.0+0.0+1.1+1.1.0=1$	$a\bar{y}$
0	1	0	$0.0.1+1.1+0.0+1.0.1=1$	$\bar{a}y$
1	0	0	$1.1.1+1.0+1.0+0.1.1=1$	$\alpha\bar{y}\bar{a}$
0	1	1	$0.0.0+0.1+1.0+1.0.0=0$	
1	1	0	$1.0.1+1.0+0.0+0.0.1=0$	
1	0	1	$1.1.0+0.0+0.1+0.1.0=0$	
1	1	1	$1.0.0+0.1+1.0+0.0.0=0$	

	$a\bar{y}$	$a\bar{y}$	$\bar{a}\bar{y}$	$\bar{a}y$
α				
$\bar{\alpha}$				

				\bar{y}

				\bar{a}

Ftt	$\bar{a} + \bar{y}$
-----	---------------------

Đề 3 :

Câu 1 (5 điểm)

Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 15 em học giỏi Toán, 16 em học giỏi Văn, 17 em học giỏi Tiếng Anh. Có 5 em học giỏi cả 2 môn Văn và Toán, 8 em học giỏi cả 2 môn Toán và Anh, 6 em học giỏi Văn và Anh, có 2 em học giỏi cả 3 môn. Hỏi có bao nhiêu em không học giỏi môn nào?

Câu 2 (5 điểm)

Dùng bảng Karnaugh để tối thiểu hóa hàm logic sau

$$f(x,u,a) = xua + \bar{x}\bar{u}\bar{a} + ua + xu$$

Câu 1 :

Đặt U là tập hợp tất cả các em học sinh của lớp

Đặt X là tập hợp các em học sinh giỏi Toán

Đặt Y là tập hợp các em học sinh giỏi Văn

Đặt Z là tập hợp tất cả các em học sinh giỏi Tiếng Anh

$X \cap Y$ là tập tất cả các em học sinh giỏi cả Toán và Văn

$X \cap Z$ là tập tất cả các em học sinh giỏi cả Toán và Tiếng Anh

$Y \cap Z$ là tập tất cả các em học sinh giỏi cả Văn và Tiếng Anh

$X \cap Y \cap Z$ là tập tất cả các em học sinh giỏi cả Toán và Văn và Tiếng Anh

$X \cup Y \cup Z$ là tập các số sinh viên hoặc giỏi toán hoặc giỏi Văn, hoặc giỏi Tiếng anh

Tất cả các dữ kiện của đề bài : $N(U) = 40, N(X) = 15, N(Y) = 16, N(Z) = 17,$
 $N(X \cap Y) = 5, N(X \cap Z) = 8, N(Y \cap Z) = 6, N(X \cap Y \cap Z) = 2$

Áp dụng nguyên lý bù trừ :

$$N(X \cup Y \cup Z) = N(X) + N(Y) + N(Z) - N(X \cap Y) - N(X \cap Z) - N(Y \cap Z) \\ - N(X \cap Y \cap Z) = 15 + 16 + 17 - 5 - 8 - 6 - 2 = 27$$

Vậy số học sinh không giỏi môn nào là $N(U) - N(X \cup Y \cup Z) = 40 - 27 = 13$

Câu 2 :

X	u	a	F	
0	0	0	$0.0.0+1.0.1+0.0+0.0=0$	
0	0	1	$0.0.1+1.0.0+0.1+0.0=0$	
0	1	0	$0.1.0+0.0.1+0.0+1.0=0$	
1	0	0	$1.0.0+0.0.1+0.0+1.0=0$	
0	1	1	$0.1.1+1.1.0+1.1+1.0=1$	ua
1	1	0	$1.1.0+0.1.1+1.0+1.1=1$	xu
1	0	1	$1.0.1+0.0.0+0.1+1.0=0$	
1	1	1	$1.1.1+0.1.0+1.1+1.1=1$	xua,ua,xu

	ua	ua^{-}	$\bar{u}\bar{a}$	$\bar{u}a$
X				
\bar{x}				

		ua	
			xu

Ftt	xu+ua
-----	-------

Đề 4 :

Câu 1 (5 điểm)

Một nhóm học sinh gồm 10 nam và 3 nữ. Có bao nhiêu cách sắp xếp nhóm học sinh này thành hàng dọc sao cho có 7 học sinh nam luôn đứng cạnh nhau?

Câu 2 (5 điểm)

Cho đồ thị có ma trận trọng số sau:

0	3	0	0	2	0
3	0	6	0	1	0
0	6	0	4	2	4
0	0	4	0	2	0
2	1	2	2	0	1
0	0	4	0	1	0

Vẽ đồ thị tương ứng với ma trận trên.

Dùng thuật toán PRIM để tìm cây khung tối thiểu của đồ thị.

Câu 1 :

Chọn 7 học sinh nam trong 10 học sinh là C_{10}^7

Xếp 7 học sinh nam đứng cạnh nhau là 7!

Coi 7 học sinh nam là 1 thì số các xếp 7 học sinh nam xen kẽ 3 học sinh nữ là 7!

Số cách xếp nhóm học sinh này là $C_{10}^7 \times 7! \times 7!$

Câu 2

Bước 1 : Xây dựng cây bao trùm T bắt đầu với đỉnh 1 :

$$V_T = \{1\} \text{ và } E_T = \{\emptyset\}$$

$$V_G = \{2,3,4,5,6\}$$

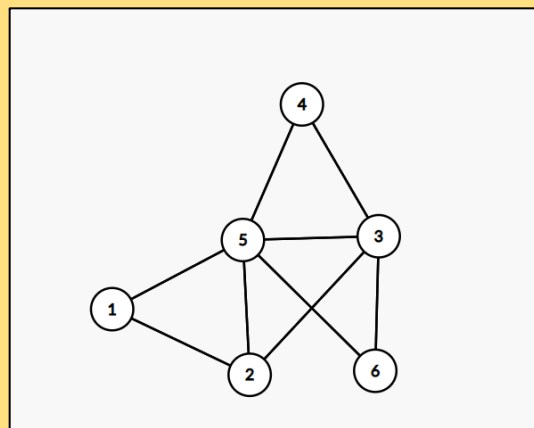
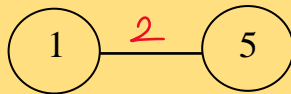
Bắt đầu lựa chọn cạnh kết nối một đỉnh thuộc V_G với một đỉnh V_T có trọng số nhỏ nhất.

Cạnh được chọn là (1,5), 5 là đỉnh chưa thuộc T.

Thêm cạnh (1,5) và đỉnh 5 vào T. Xóa T khỏi V_G

$$V_T = \{1\} \text{ và } E_T = \{1,5\}$$

$$V_G = \{2,3,4,6\}$$



Bước 2 :

$$V_T = \{1,5\} \text{ và } E_T = \{1,5\}$$

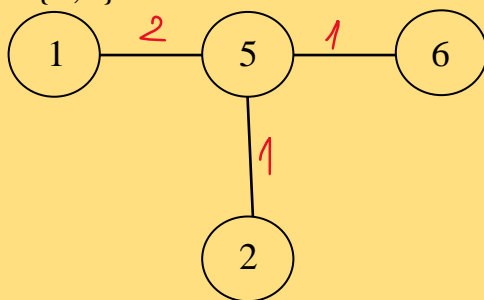
$$V_G = \{2,3,4,6\}$$

Xác định các cạnh liên quan đến hai đỉnh 1 và 5 của T. Dựa vào ma trận kề xác định cạnh có trọng số bé nhất là cạnh (5,2) và (5,6).

Thêm cạnh (5,2) và (5,6) và đỉnh 2,5 vào T. Xóa đỉnh 2,5 ở V_G

$$V_T = \{1,5,2,6\} \text{ và } E_T = \{(1,5), (5,2), (5,6)\}$$

$$V_G = \{3,4\}$$



Bước 2 :

$$V_T = \{1,5,2,6\} \text{ và } E_T = \{(1,5), (5,2), (5,6)\}$$

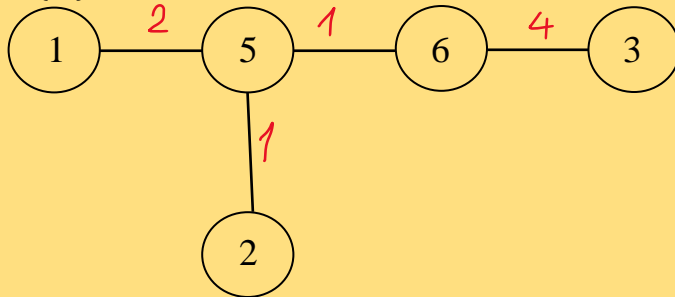
$$V_G = \{3,4\}$$

Xác định các cách liên quan đến bốn đỉnh 1,2,6 và 5 của T. Dựa vào ma trận kề xác định cạnh có trọng số bé nhất là cạnh (6,3) [(2,3) không chọn vì thứ nhất sẽ tạo thành vòng và ưu tiên cạnh có trọng số bé nhất trước]

Thêm cạnh (6,3) và đỉnh 3 vào T. Xóa đỉnh 3 ở V_G

$$V_T = \{1,5,2,6,3\} \text{ và } E_T = \{(1,5), (5,2), (5,6), (6,3)\}$$

$$V_G = \{4\}$$



Bước 4 :

$$V_T = \{1,5,2,6,3\} \text{ và } E_T = \{(1,5), (5,2), (5,6), (6,3)\}$$

$$V_G = \{4\}$$

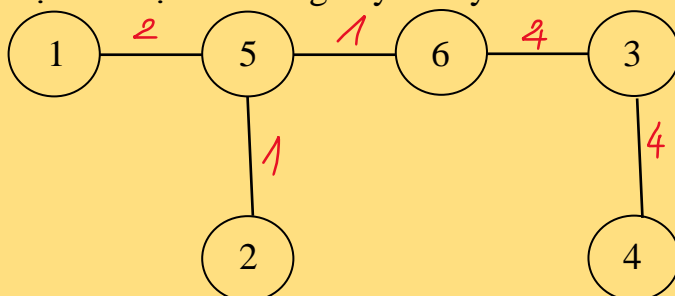
Xác định các cách liên quan đến năm đỉnh 1,2,3,6 và 5 của T. Dựa vào ma trận kề xác định cạnh có trọng số bé nhất là cạnh (3,4)

Thêm cạnh (3,4) và đỉnh 4 vào T. Xóa đỉnh 4 ở V_G

$$V_T = \{1,5,2,6,3,4\} \text{ và } E_T = \{(1,5), (5,2), (5,6), (6,3), (3,4)\}$$

$$V_G = \{\emptyset\}$$

Đồ thị thu được sau cùng này là cây bao trùm nhỏ nhất



$$\text{Giá trị của cây bao trùm } T \text{ là } w(T) = 2 + 1 + 1 + 4 + 4 = 12$$

Đề 5 :

Câu 1 (5 điểm)

Có bao nhiêu hoán vị của các số $1, 2, \dots, 9$ mà trong đó 3 số 4, 5, 6 không đứng cạnh nhau theo thứ tự tăng dần.

Câu 2 (5 điểm)

Cho đồ thị có ma trận trọng số sau:

0	0	5	0	2	7
0	0	8	0	6	3
5	8	0	4	2	4
0	0	4	0	2	0
2	6	2	2	0	1
7	3	4	0	1	0

Vẽ đồ thị tương ứng với ma trận trên.

Dùng thuật toán PRIM để tìm cây khung tối thiểu của đồ thị.

Câu 1 :

<https://123docz.net/document/2012162-bai-tap-toan-roi-rac-2-doc.htm>

Gọi $|A|$ là tập các hoán vị của số tự nhiên từ $1, 2, \dots, 9 \Rightarrow |A| = 9!$

Gọi $|A_1|$ là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 số 4, 5, 6 gom thành 1 nhóm và theo thứ tự tăng dần và các số còn lại là 1, 2, 3, 7, 8, 9.

Như vậy, $|A_1|$ là tập hoán vị của 7 số $\Rightarrow |A_1| = 7!$

Gọi $|A_2|$ là tập hợp các số tự nhiên trong đó 3 số 4, 5, 6 không đứng cạnh nhau và theo thứ tự tăng dần

Theo nguyên lý bù trừ, ta có :

$$|A_2| = |A| - |A_1| = 9! - 7!$$

Bước 1 :

Bước 1 : Xây dựng cây bao trùm T bắt đầu với đỉnh 1 :

$$V_T = \{1\} \text{ và } E_T = \{\emptyset\}$$

$$V_G = \{2,3,4,5,6\}$$

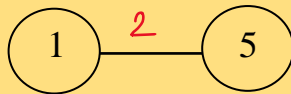
Bắt đầu lựa chọn cạnh kết nối một đỉnh thuộc V_G với một đỉnh V_T có trọng số nhỏ nhất.

Cạnh được chọn là (1,5), 5 là đỉnh chưa thuộc T.

Thêm cạnh (1,5) và đỉnh 5 vào T. Xóa T khỏi V_G

$$V_T = \{1,5\} \text{ và } E_T = \{(1,5)\}$$

$$V_G = \{2,3,4,6\}$$



Bước 2 :

$$V_T = \{1,5\} \text{ và } E_T = \{(1,5)\}$$

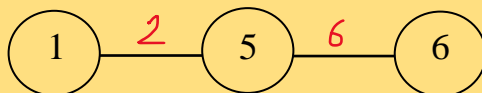
$$V_G = \{2,3,4,6\}$$

Xác định các cách liên quan đến hai đỉnh 1 và 5 của T. Dựa vào ma trận kề xác định cạnh có trọng số bé nhất là cạnh (5,6)

Thêm cạnh (5,6) và đỉnh 6 vào T. Xóa đỉnh 6 ở V_G

$$V_T = \{1,5,6\} \text{ và } E_T = \{(1,5), (5,6)\}$$

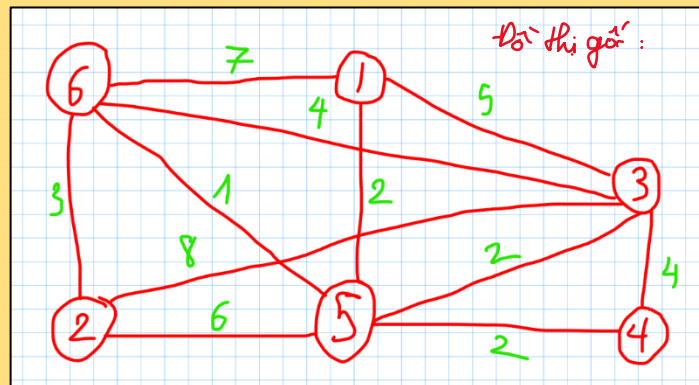
$$V_G = \{2,3,4\}$$



Bước 3 :

$$V_T = \{1,5,6\} \text{ và } E_T = \{(1,5), (5,6)\}$$

$$V_G = \{2,3,4\}$$

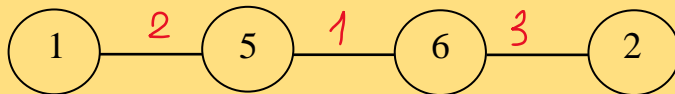


Xác định các cách liên quan đến ba đỉnh 1 và 5,6 của T. Dựa vào ma trận kề xác định cạnh có trọng số bé nhất là cạnh (6,2)

Thêm cạnh (6,2) và đỉnh 2 vào T. Xóa đỉnh 2 ở V_G

$V_T = \{1,2,5,6\}$ và $E_T = \{(1,5), (5,6), (6,2)\}$

$V_G = \{3,4\}$



Bước 4 :

$V_T = \{1,2,5,6\}$ và $E_T = \{(1,5), (5,6), (6,2)\}$

$V_G = \{3,4\}$

Xác định các cách liên quan đến ba đỉnh 1,2 và 5,6 của T. Dựa vào ma trận kề xác định cạnh có trọng số bé nhất là cạnh (2,3)

Thêm cạnh (2,3) và đỉnh 3 vào T. Xóa đỉnh 3 ở V_G

$V_T = \{1,2,3,5,6\}$ và $E_T = \{(1,5), (5,6), (6,2)\}$

$V_G = \{4\}$



Bước 5 :

$V_T = \{1\}$ và $E_T = \{(1,5), (5,6), (6,2), (2,3)\}$

$V_G = \{4\}$

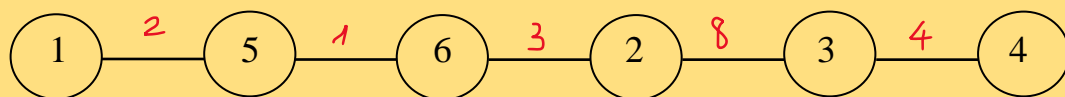
Xác định các cách liên quan đến ba đỉnh 1,2,3 và 5,6 của T. Dựa vào ma trận kề xác định cạnh có trọng số bé nhất là cạnh (3,4)

Thêm cạnh (3,4) và đỉnh 4 vào T. Xóa đỉnh 4 ở V_G

$V_T = \{1,5,2,6,3,4\}$ và $E_T = \{(1,5), (5,2), (5,6), (6,3), (3,4)\}$

$V_G = \{\emptyset\}$

Đồ thị thu được sau cùng này là cây bao trùm nhỏ nhất



Giá trị của cây bao trùm T là $w(T) = 2 + 1 + 3 + 8 + 4 = 18$

Đề 6 :

Câu 1 (5 điểm)

Trong không gian Oxyz cho 9 điểm có tọa độ nguyên. Chứng minh rằng luôn tìm được 2 điểm mà trung điểm của nó cũng có tọa độ nguyên

Câu 2 (5 điểm)

Cho đồ thị có ma trận kề sau:

0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0
1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	1	0

Vẽ đồ thị tương ứng với ma trận trên.

Dùng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu để tìm cây khung của đồ thị.

Câu 1 : Nguyên lý Dirichlet

[https://ttnghuyen.net/bai-toan-ton-tai-nguyen-ly-dirichlet-bai-tap-va-loi-giai-toan-roi-rac/?fbclid=IwAR2FBplkTshz_WMpeu7u6buPiLcIVzz827D7bKwiC6HbUIDz7L1Tf1gSfgY#Cau 8 Cho 9 diem co toa do nguyen trong khong gian 3 chieu Chung minh rang co it nhat 2 diem ma trung diem cua chung co cung to a do nguyen](https://ttnghuyen.net/bai-toan-ton-tai-nguyen-ly-dirichlet-bai-tap-va-loi-giai-toan-roi-rac/?fbclid=IwAR2FBplkTshz_WMpeu7u6buPiLcIVzz827D7bKwiC6HbUIDz7L1Tf1gSfgY#Cau%20Cho%209%20diem%20co%20toa%20do%20nguyen%20trong%20khong%20gian%203%20chieu%20Chung%20minh%20rang%20co%20it%20nhat%202%20diem%20ma%20trung%20diem%20cua%20chung%20co%20cung%20to%20a%20do%20nguyen)

Giả sử trong mặt phẳng Oxyz có $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$. Vậy trung điểm của đoạn thẳng AB sẽ là:

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

Các tọa độ này nguyên khi:

- Các tọa độ này có cùng tính chẵn lẻ

Chia các số thành các nhóm

Nhóm 1: (chẵn, chẵn, chẵn)

Nhóm 2: (chẵn, lẻ, chẵn)

Nhóm 3: (chẵn, chẵn, lẻ)

Nhóm 4: (chẵn, lẻ, lẻ)

Nhóm 5: (lẻ, lẻ, lẻ)

Nhóm 6: (lẻ, chẵn, lẻ)

Nhóm 7: (lẻ, chẵn, chẵn)

Nhóm 8: (lẻ, lẻ, chẵn)

Vì có 8 nhóm có tính chẵn lẻ với nhau. Nên theo nguyên lý Dirichlet có ít nhất 2 điểm thuộc cùng 1 nhóm có tính chẵn lẻ như nhau. Do đó trung điểm của 2 điểm đó sẽ có tọa độ nguyên (đpcm)

Giả sử lấy ngẫu nhiên 9 điểm trong không gian Oxyz:

(2;4;6) , (2,4,5) , (1,3,6) , (7,8,9) , (2,5,1) , (1,2,6) , (6,4,9) , (4,6,7) , (3,5,8)

Chia thành 8 nhóm như trên ta được:

Nhóm 1: (chẵn, chẵn, chẵn) (2;4;6)

Nhóm 2: (chẵn, lẻ, chẵn)

Nhóm 3: (chẵn, chẵn, lẻ) (2,4,5) (6,4,9) (4,6,7)

Nhóm 4: (chẵn, lẻ, lẻ) (2,5,1)

Nhóm 5: (lẻ, lẻ, lẻ)

Nhóm 6: (lẻ, chẵn, lẻ) (7,8,9)

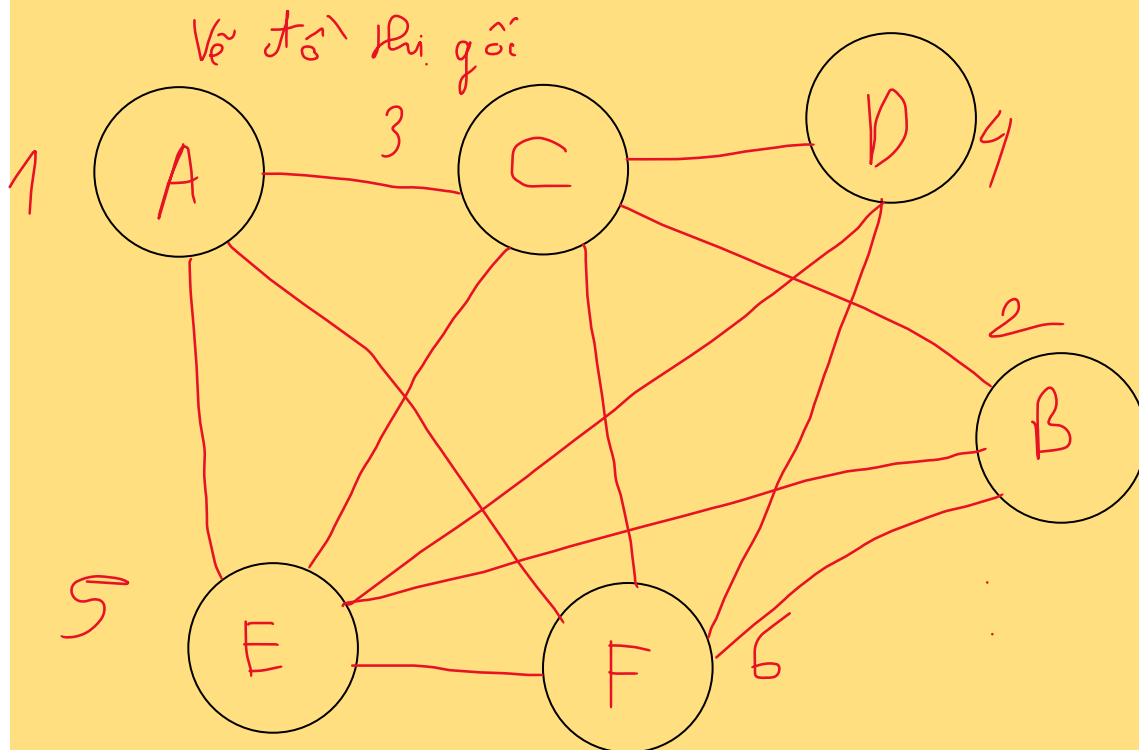
Nhóm 7: (lẻ, chẵn, chẵn) (1,2,6)

Nhóm 8: (lẻ, lẻ, chẵn) (1,3,6) (3,5,8)

=> có ít nhất 2 điểm có trung điểm là tọa độ nguyên.

Câu 2 :

Đỉnh	Danh sách kề
A	C, E, F
B	C, E, F
C	A, B, D, E, F
D	C, E
E	A, B, C, D, F
F	A, B, C, E



Hành động	Ngăn xếp	Chưa xét	Đã xét
Bắt đầu từ A	A	B,C,D,E,F	A
A có 3 đỉnh kề C,E,F	A	B,C,D,E,F	A
Đánh dấu C là được thăm	A,C	B,D,E,F	A,C
Đỉnh C có các đỉnh kề là A,D,B, E F	A,C	B,D,E,F	A,C
Đánh dấu B là được thăm	A,C,B	D,E,F	A,C,B
Đỉnh B có các đỉnh kề là C, E, F	A,C,B	D,E,F	A,C,B
Đánh dấu E là đỉnh được thăm	A,C,B,E	D,F	A,C,B,E
Đỉnh E có các đỉnh kề là A,B,C,D,F	A,C,B,E	D,F	A,C,B,E
Đánh dấu D là đỉnh được thăm	A,C,B,E,D	F	A,C,B,E,D
Quay lui về E đánh dấu F được thăm	A,C,B,E,D,F		A,C,B,E,D,F

Vậy tất cả các đỉnh đều được thăm, ta có trình duyệt đồ thị theo chiều sâu :

A,C,B,E,D,F

Đề 7 :

Câu 1 (5 điểm)

a) Dùng bảng Karnaugh để tối thiểu hóa hàm logic sau

$$f(u,y,a) = \bar{u}ya + u\bar{y}\bar{a} + \bar{a}\bar{u} + \bar{u}\bar{y}$$

b) $R = \{((a, b), (c, d)) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \mid a^2 + c^2 = b^2 + d^2\}$ có phải là quan hệ tương đương không? (có giải thích)

Câu 2 (5 điểm)

Cho đồ thị có ma trận kề sau:

0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0
1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	1	0

Vẽ đồ thị tương ứng với ma trận trên.

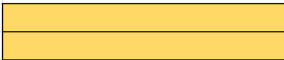
Dùng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng để tìm cây khung của đồ thị.


Câu 1

u	a	y	F
0	0	0	1.0.0+0.1.1+1.1+1.1=1
0	0	1	1.0.1+0.1.0+1.1+1.0=1
0	1	0	1.1.0+0.0.1+0.1+1.1=1
1	0	0	0.0.0+1.1.1+1.0+0.1=1
0	1	1	1.1.1+0.0.0+1.0+0.1+1.0=1
1	1	0	0.1.0+1.1.0+0.0+0.1=0
1	0	1	0.1.0+1.1.0+1.0+0.0=0
1	1	1	0.1.1+1.0.0+0.0+0.0=0

$\bar{a}\bar{u}, \bar{u}\bar{y}$
 $\bar{a}\bar{u}$
 $\bar{u}\bar{y}$
 $u\bar{a}\bar{y}$
 $\bar{u}ay$

	ay	$a\bar{y}$	$\bar{a}\bar{y}$	$\bar{a}y$
u				
\bar{u}				

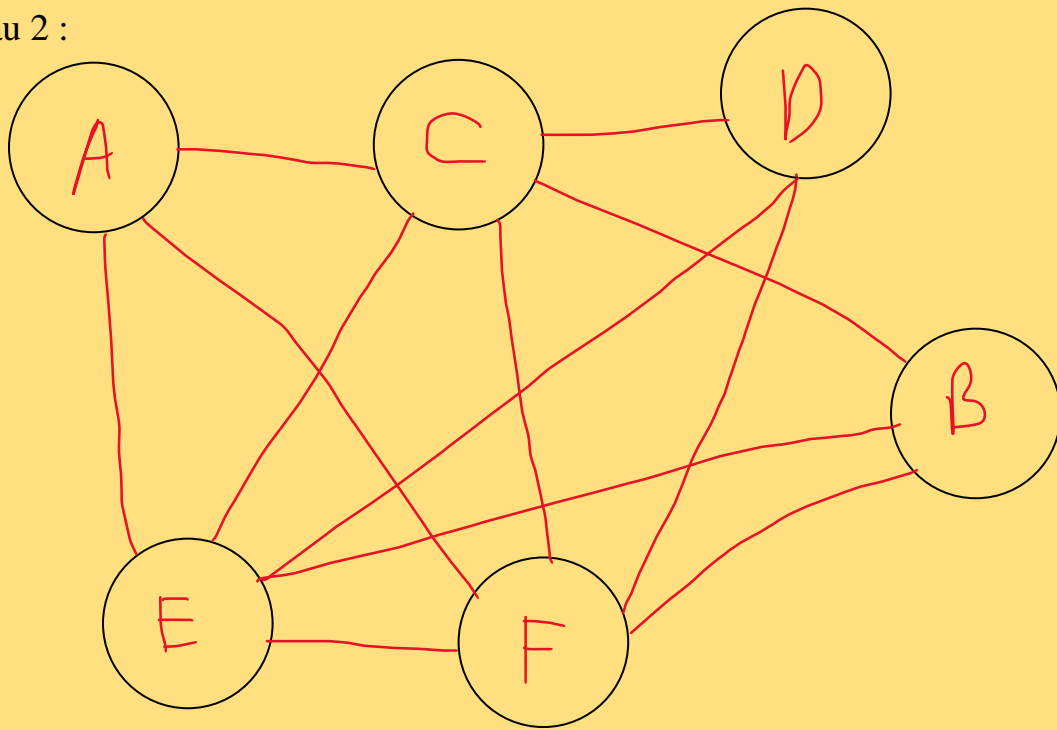




\bar{u}

Ftt	$\bar{u} + \bar{a}\bar{y}$
-----	----------------------------

Câu 2 :



Hành động	Đỉnh hiện tại	Hàng đợi	Đỉnh chưa thăm	Đỉnh đã thăm
Bắt đầu từ A		A	B,C,D,E,F	A
Lấy A ra khỏi hàng đợi	A		B,C,D,E,F	A
A có 3 đỉnh kề C,E,F	A		B,C,D,E,F	A
Đánh dấu C là được thăm và đẩy vào hàng đợi	A	C	B,D,E,F	A,C
Đánh dấu E là được thăm và đẩy vào hàng đợi	A	C,E	B,D,F	A,C,E
Đánh dấu F là được thăm và đẩy vào hàng đợi	A	C,E,F	B,D	A,C,E,F

Đỉnh A hết các đỉnh được thăm, đưa đỉnh C ra khỏi hàng đợi và trở thành đỉnh hiện tại	C	E,F	B,D	A,C,E,F
Đỉnh C có các đỉnh kề là A,B,D,E,F	C	E,F	B,D	A,C,E,F
Đánh dấu B là đỉnh được thăm và đẩy vào hàng đợi	C	E,F,B	D	A,C,E,F,B
Đánh dấu D là đỉnh được thăm và đẩy vào hàng đợi	C	E,F,B,D		A,C,E,F,B,D
Lấy E ra khỏi hàng đợi	E	F,B,D		A,C,E,F,B,D
Lấy F ra khỏi hàng đợi	F	B,D		A,C,E,F,B,D
Lấy B ra khỏi hàng đợi	B	D		A,C,E,F,B,D
Lấy D ra khỏi hàng đợi	D			A,C,E,F,B,D

Vậy tất cả các đỉnh đều được thăm, ta có trình duyệt đồ thị theo chiều sâu :

A,C,E,F,B,D

Đề 8 :

Câu 1 (5 điểm)

Có 151 máy tính được đánh số bởi một số nguyên bất kỳ trong khoảng từ 1 đến 300 sao cho không có máy nào được đánh trùng nhau. Chứng minh rằng luôn tìm được 2 máy được đánh bởi 2 số nguyên liên tiếp.

Câu 2 (5 điểm)

Cho đồ thị có ma trận trọng số sau:

0	3	0	0	2	0
3	0	6	0	1	0
0	6	0	4	2	4
0	0	4	0	2	0
2	1	2	2	0	1
0	0	4	0	1	0

Vẽ đồ thị tương ứng với ma trận trên.

Dùng thuật toán KRUSKAL để tìm cây khung tối thiểu của đồ thị.

Câu 1 :

<https://123docz.net//document/2012158-bai-tap-toan-roi-rac-3-potx.htm>

- Chia các số $[1..300]$ thành 150 cặp số liên tiếp :

$[1,2], [3,4]....[299,300]$

- Tên các máy nằm trong 150 cặp trên

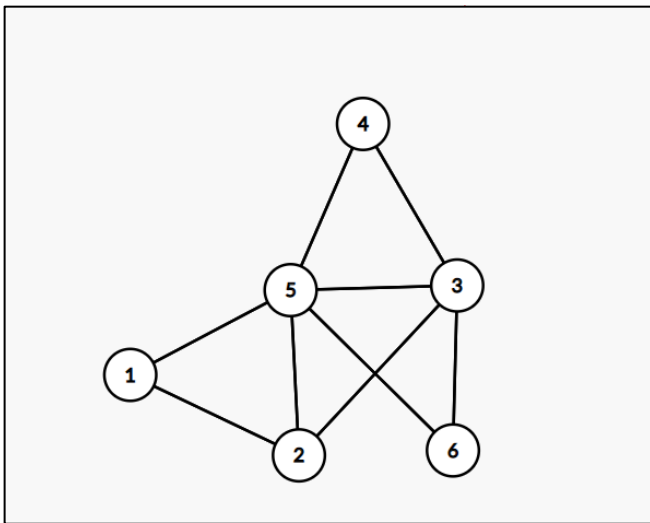
- Do có 151 máy \Rightarrow tồn tại ít nhất 2 máy có tên trong một cặp

\Rightarrow đpcm

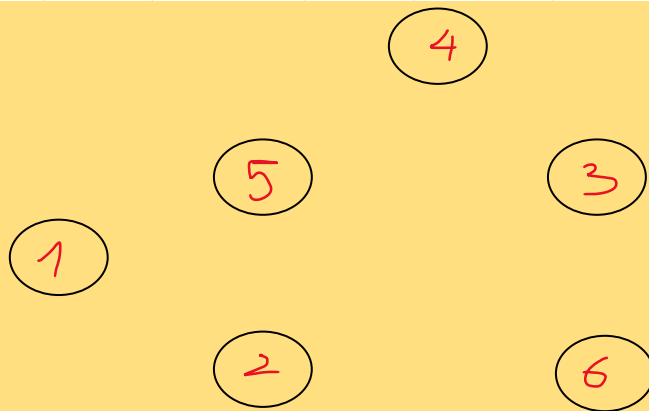
Câu 2 :

cạnh	(2,5)	(5,6)	(1,5)	(3,5)	(4,5)	(1,2)	(3,4)	(3,6)	(2,3)	
trọng số	1	1	2	2	2	3	4	4	6	

đồ thị vô hướng



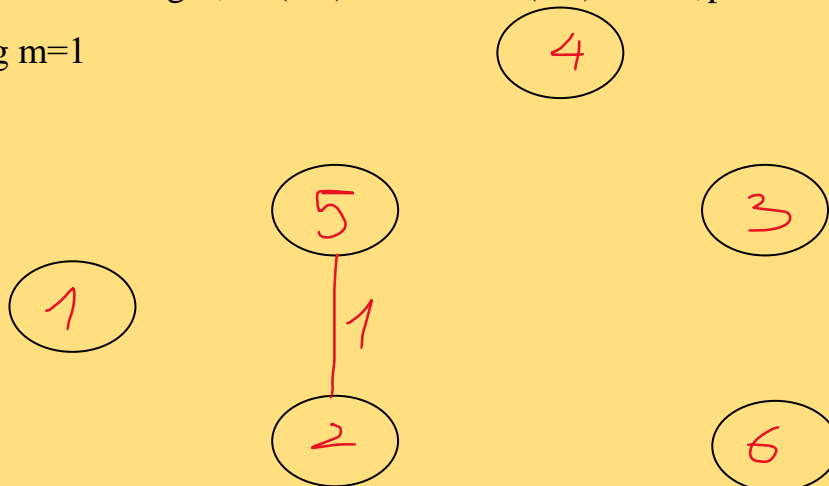
cạnh	(2,5)	(5,6)	(1,5)	(3,5)	(4,5)	(1,2)	(3,4)	(3,6)	(2,3)		
trọng số	1	1	2	2	2	3	4	4	6		



(Lặp) Bổ sung lần lượt các cạnh vào cây T đến khi T đủ $n - 1$ cạnh.

Đầu tiên bổ sung cạnh (2,5) vào T, xóa (2,5) khỏi tập E, thêm (2,5) vào T

Tăng $m=1$



(Lặp) Bổ sung lần lượt các cạnh vào cây T đến khi T đủ $n - 1$ cạnh.

Xem xét cạnh (5,6) :

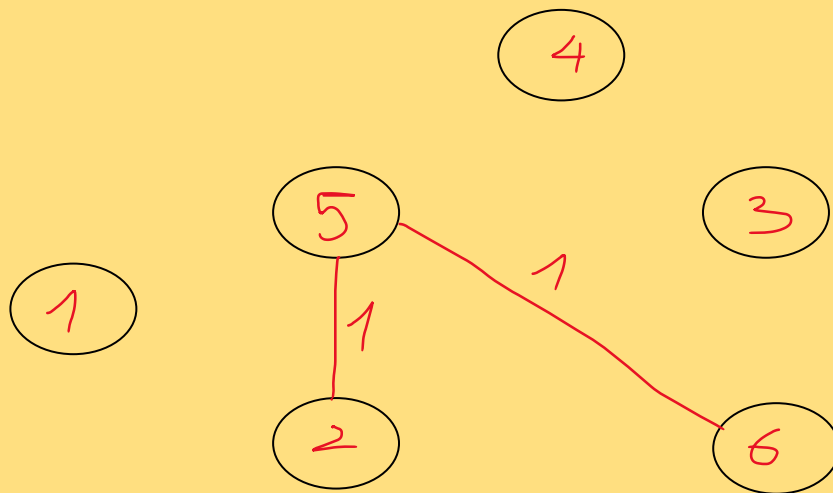
Có trọng số bé nhất trong các cạnh còn lại của E

Xóa cạnh (5,6) khỏi E;

Việc thêm (5,6) vào cây T không tạo thành chu trình

Thêm cạnh (5,6) vào cây T

Tăng $m = 2$



(Lặp) Bổ sung lần lượt các cạnh vào cây T đến khi T đủ $n - 1$ cạnh.

Xem xét cạnh (1,5) :

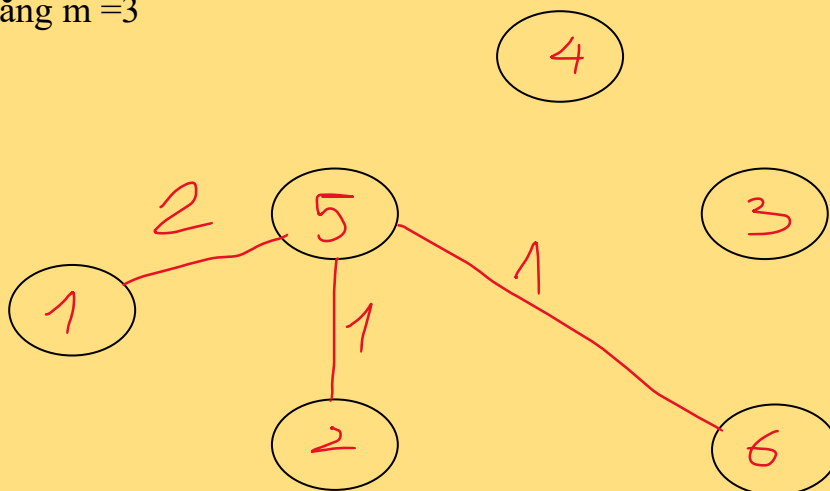
Có trọng số bé nhất trong các cạnh còn lại của E

Xóa cạnh (1,5) khỏi E;

Việc thêm (1,5) vào cây T không tạo thành chu trình

Thêm cạnh (1,5) vào cây T

Tăng $m = 3$



(Lặp) Bổ sung lần lượt các cạnh vào cây T đến khi T đủ $n - 1$ cạnh.

Xem xét cạnh (3,5) :

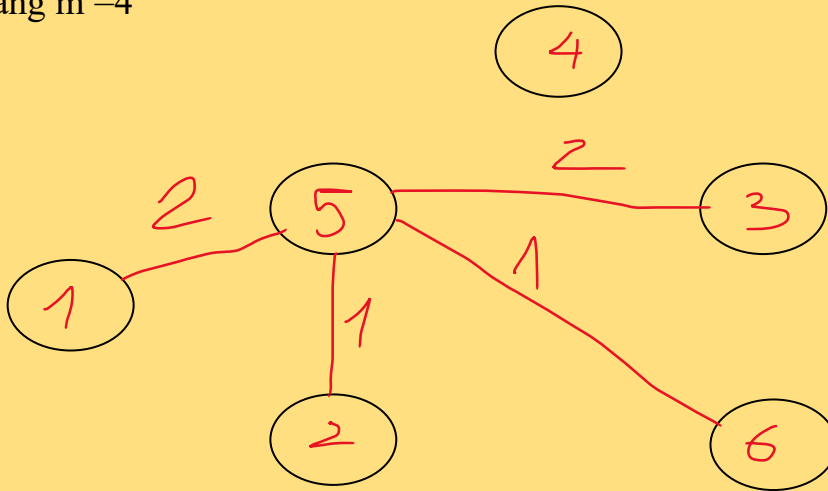
Có trọng số bé nhất trong các cạnh còn lại của E

Xóa cạnh (3,5) khỏi E;

Việc thêm (3,5) vào cây T không tạo thành chu trình

Thêm cạnh (3,5) vào cây T

Tăng $m = 4$



(Lặp) Bổ sung lần lượt các cạnh vào cây T đến khi T đủ $n - 1$ cạnh.

Xem xét cạnh (4,5) :

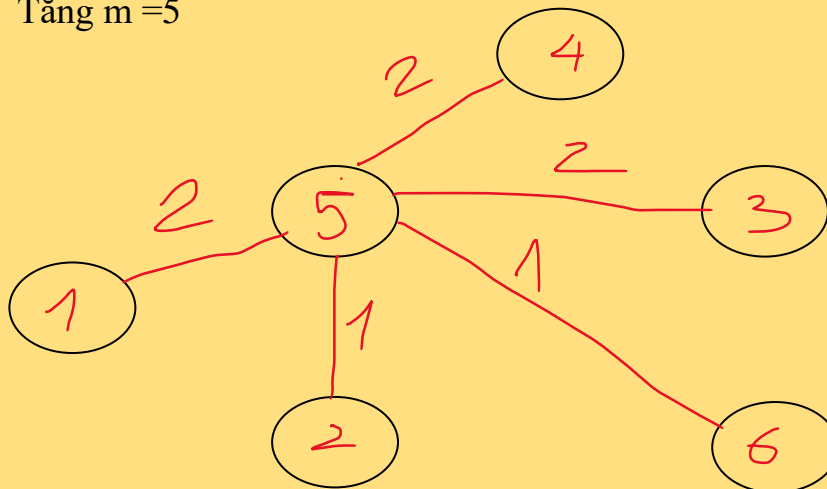
Có trọng số bé nhất trong các cạnh còn lại của E

Xóa cạnh (4,5) khỏi E;

Việc thêm (4,5) vào cây T không tạo thành chu trình

Thêm cạnh (4,5) vào cây T

Tăng $m = 5$



Vì $m=5=(n-1)$ ($n=6$ là đỉnh của đồ thị)

Do đó thuật toán dừng

Cây bao trùm cực tiểu thu được của đồ thị như hình trên

Giá của cây bao trùm cực tiểu là $1 + 1 + 2 + 2 + 2 = 8$

Đề 9 :

Câu 1 (5 điểm)

- a) Cho E là 1 tập hợp. $P(E)$ là tập các tập con được sinh bởi E . Xét quan hệ $R = \{(A, B) \in P(E) \times P(E) \mid A \subset B\}$. Chứng minh rằng R là quan hệ thứ tự.
- b) Dùng bảng Karnaugh để tối thiểu hóa hàm logic sau
- $$f(x, y, a) = x\bar{y}\bar{a} + \bar{x}y + a\bar{y} + ya$$

Câu 2 (5 điểm)

Cho đồ thị có ma trận trọng số sau:

0	0	5	0	2	7
0	0	8	0	6	3
5	8	0	4	2	4
0	0	4	0	2	0
2	6	2	2	0	1
7	3	4	0	1	0

Vẽ đồ thị tương ứng với ma trận trên.

Dùng thuật toán KRUSKAL để tìm cây khung tối thiểu của đồ thị.

Câu 1 :

Tính phản xạ :

$$ARA \rightarrow A \subset A = A \subset A$$

Tính bắc cầu :

$$ARB \rightarrow A \subset B$$

$$BRC \rightarrow B \subset C$$

$$\rightarrow A \subset C$$

$$\rightarrow ARC$$

Tính phản đối xứng :

$$ARB \rightarrow A \subset B$$

$$BRA \rightarrow B \subset A$$

$$\left. \begin{array}{l} ARB \rightarrow A \subset B \\ BRA \rightarrow B \subset A \end{array} \right\} A = B$$

α	a	y	F	
0	0	0	$0.1.1+1.0+0.1+0.0=0$	
0	0	1	$0.0.1+1.1+0.0+0.1=1$	ây
0	1	0	$0.0.1+0.0+1.1+1.0=1$	aỹ
1	0	0	$1.1.1+1.0+0.1+0.0=1$	$\alpha\tilde{y}\tilde{a}$
0	1	1	$0.0.0+0.1+1.0+1.1=1$	ay
1	1	0	$1.0.1+0.0+1.1+1.0=1$	aỹ
1	0	1	$1.0.1+1.1+0.0+0.1=1$	ây
1	1	1	$1.0.0+0.1+1.0+1.1=1$	ay

	ay	aỹ	$\tilde{a}\tilde{y}$	$\tilde{a}\tilde{y}$
α				
$\tilde{\alpha}$				

				α
				a
				y

Ftt	$a+y+\alpha$
-----	--------------

Câu 2 : Đầu tiên sắp xếp theo trọng số từ bé đến lớn

cạnh	(5,6)	(1,5)	(3,5)	(4,5)	(6,2)	(3,4)	(4,6)	(1,3)	(2,5)	(1,6)	(2,3)
trọng số	1	2	2	2	3	4	4	5	6	7	8

Bước 1 : Khởi tạo cây bao trùm T chứa tất cả các đỉnh của đồ thị, không chứa cạnh

Bước 2 : Thiết lập tập E là tập các cạnh của đồ thị. Thiết lập $m = 0$



(Lặp) Bổ sung lần lượt các cạnh vào cây T đến khi T đủ $n - 1$ cạnh.

Đầu tiên bổ sung cạnh (5,6) vào T, xóa T khỏi tập E, thêm (5,6) vào T

Tăng $m=1$



(Lặp) Bổ sung lần lượt các cạnh vào cây T đến khi T đủ $n - 1$ cạnh.

Xem xét cạnh (1,5) :

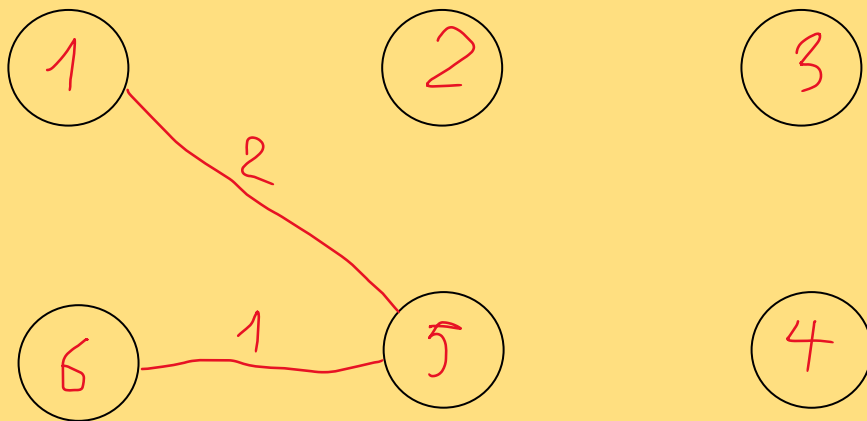
Có trọng số bé nhất trong các cạnh còn lại của E

Xóa cạnh (1,5) khỏi E;

Việc thêm (1,5) vào cây T không tạo thành chu trình

Thêm cạnh (1,5) vào cây T

Tăng $m = 2$



(Lặp) Bổ sung lần lượt các cạnh vào cây T đến khi T đủ $n - 1$ cạnh.

Xem xét cạnh (3,5) :

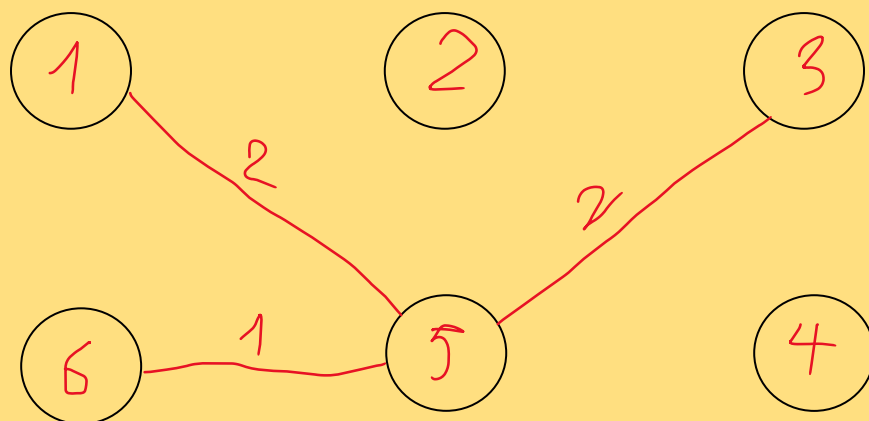
Có trọng số bé nhất trong các cạnh còn lại của E

Xóa cạnh (3,5) khỏi E;

Việc thêm (3,5) vào cây T không tạo thành chu trình

Thêm cạnh (3,5) vào cây T

Tăng $m = 3$



(Lặp) Bổ sung lần lượt các cạnh vào cây T đến khi T đủ $n - 1$ cạnh.

Xem xét cạnh (4,5) :

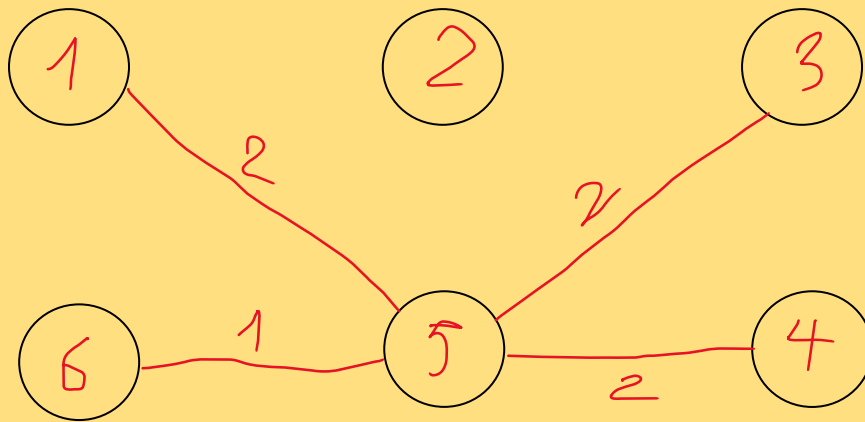
Có trọng số bé nhất trong các cạnh còn lại của E

Xóa cạnh (4,5) khỏi E;

Việc thêm (4,5) vào cây T không tạo thành chu trình

Thêm cạnh (4,5) vào cây T

Tăng $m = 4$



(Lặp) Bổ sung lần lượt các cạnh vào cây T đến khi T đủ $n - 1$ cạnh.

Xem xét cạnh (6,2) :

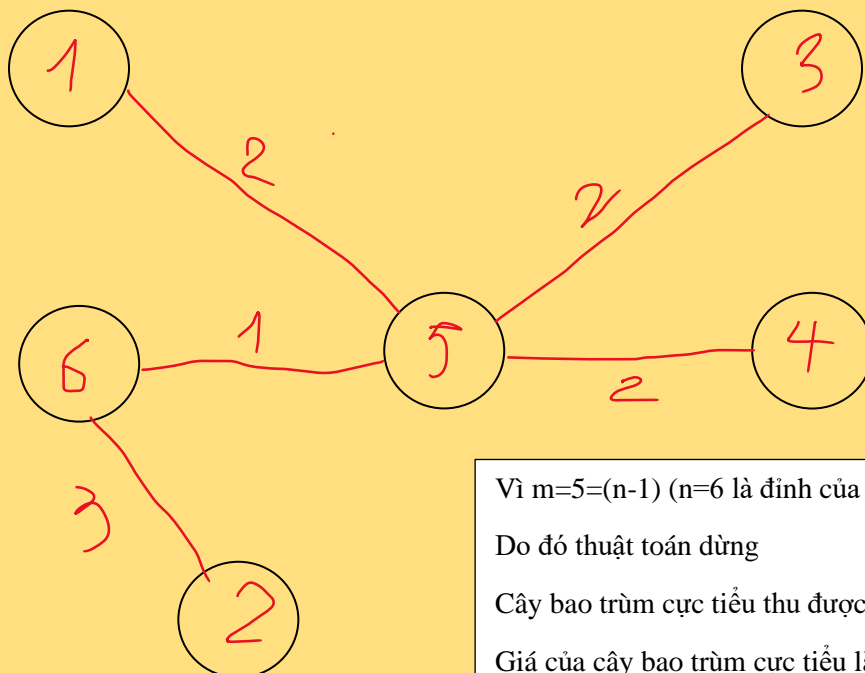
Có trọng số bé nhất trong các cạnh còn lại của E

Xóa cạnh (6,2) khỏi E;

Việc thêm (6,2) vào cây T không tạo thành chu trình

Thêm cạnh (6,2) vào cây T

Tăng $m = 5$



Vì $m=5=(n-1)$ ($n=6$ là đỉnh của đồ thị)

Do đó thuật toán dừng

Cây bao trùm cực tiểu thu được của đồ thị như hình trên

Giá của cây bao trùm cực tiểu là $1 + 2 + 2 + 2 + 3 = 10$

Đề 10 :

Câu 1 (5 điểm)

Trong không gian Oxy cho 6 điểm có tọa độ nguyên. Chứng minh rằng luôn tìm được 2 điểm mà trung điểm của nó cũng có tọa độ nguyên

Câu 2 (5 điểm)

$R = \{((a, b), (c, d)) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \mid a^2 + c^2 = b^2 + d^2\}$ có phải là quan hệ tương đương không?(có giải thích)

Câu 2 :

Tính phản xạ :

$(a,b)R(a,b) \rightarrow a^2 + b^2 = a^2 + b^2$ Với mọi (a,b) thuộc R

Tính bắc cầu:

$(a,b)R(c,d) \rightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$
 $(c,d)R(e,f) \rightarrow c^2 + d^2 = e^2 + f^2$

$\rightarrow a^2 + b^2 + \cancel{c^2} + \cancel{d^2} = \cancel{c^2} + \cancel{d^2} + e^2 + f^2$

$\rightarrow a^2 + b^2 = e^2 + f^2$

$\rightarrow (a,b)R(e,f)$

Tính đối xứng :

$(a,b)R(c,d) \rightarrow a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ Với mọi $(a,b), (c,d)$ thuộc R

$\rightarrow c^2 + a^2 = d^2 + b^2$ Với mọi $(a,b), (c,d)$ thuộc R

$\rightarrow (c,d)R(a,b)$

Câu 1

Bài 27. Trong mặt phẳng xOy lấy ngẫu nhiên 5 điểm tọa độ nguyên. Chứng tỏ rằng có ít nhất một trung điểm của các đoạn nối chúng có tọa độ nguyên.

Giả sử trong mặt phẳng xOy có $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$. Vậy trung điểm của đoạn thẳng AB sẽ là: $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$. Các tọa độ này nguyên khi:

(x_1, x_2) đều chẵn hoặc đều lẻ, (y_1, y_2) đều chẵn hoặc đều lẻ.

Vì có 4 bộ bao gồm 2 phần tử có tính chẵn lẻ với nhau. Nên theo nguyên lý Dirichlet thì trong 5 điểm sẽ có ít nhất 2 điểm có tính chẵn lẻ như nhau. Do đó, trung điểm của 2 điểm này sẽ có tọa độ nguyên.

Hệ thức truy hồi :



Công thức truy hồi



Phương trình đặc trưng của (2)

$$a_0\lambda^k + a_1\lambda^{k-1} + a_2\lambda^{k-2} + \dots + a_k = 0 (*)$$

- Trường hợp $k=2$

(*) trở thành $a_0\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0$

– TH1: Nếu (*) có 2 nghiệm phân biệt λ_1, λ_2 :

$$x_n = C_1\lambda_1^n + C_2\lambda_2^n$$

– TH2: Nếu (*) có nghiệm kép λ_0 :

$$x_n = (C_1 + nC_2)\lambda_0^n$$

Bậc cao nhất thì là λ cao nhất \rightarrow dần dần giảm dần