

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP TOÁN 2 (VẤN ĐÁP)

I. Tìm các giới hạn sau:

$$1. \quad I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - \sin x}{x \ln(1 + 3x)}$$

$$2. \quad I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^{100} - 10x^{50} + 5}{5x^6 - 6x^5 + 1}$$

$$3. \quad I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 2x}{\tan 2x - 2x}$$

$$4. \quad I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{\cos 4x - e^{2x^2}}$$

$$5. \quad I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \ln(1 + 2x) + \sin^2 x}{e^{2\sin^2 x} - 1}.$$

$$6. \quad I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{\cos 4x - e^{2x^2}}$$

$$7. \quad I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} - 10}{x^3 + \ln x + 1}$$

$$8. \quad I = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x$$

$$9. \quad I = \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \tan \frac{\pi x}{2}$$

$$10. \quad I = \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x + \cos x)^{\frac{2}{x}}$$

$$11. \quad I = \lim_{x \rightarrow 3} (7 - 2x)^{\frac{\tan \frac{\pi x}{6}}{6}}$$

$$12. \quad I = \lim_{x \rightarrow 0} (2x + e^{6x})^{\frac{1}{x}}$$

II. Xét tính liên tục của hàm số

$$a) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}{(x-1)^2}, & \text{khi } x \neq 1 \\ 3, & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad \text{tại điểm } x = 1$$

$$b) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1 - x - \ln x}{(x+1) \ln x}, & \text{khi } x > 1 \\ 0, & \text{khi } x \leq 1 \end{cases} \quad \text{tại điểm } x = 1$$

III. Tìm hằng số a để hàm số sau liên tục tại điểm $x=0$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - \sin x}{\sqrt[3]{x^3 + 1} - 1}, & \text{khi } x \neq 0 \\ a, & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

IV. Xét sự hội tụ của các tích phân suy rộng sau:

1. $I = \int_0^{+\infty} \frac{x^3}{(x^3 + 1)^2} dx$

2. $I = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^3 + 1}}$

3. $I = \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{8x^4 + 1}}{(3x+1)(2x^5 + 1)} dx$

4. $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(1-x^2)^5}}$

5. $I = \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^4}} dx$

6. $I = \int_1^3 \frac{1}{x^3 - 1} dx$

7. $I = \int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$

8. $I = \int_0^1 \frac{\ln(1 + 2\sqrt[5]{x^3})}{2e^{\sin(x^3)} - 1} dx$

9. $I = \int_0^1 \frac{1}{e^{\sqrt[3]{1-x}} - 1} dx$

10. $I = \int_0^1 \frac{\ln(1 + 2\sin\sqrt{x})}{x + \sin x} dx$

V. Xét tính hội tụ của các chuỗi số sau:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+1)3^{2n-1}}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1 + \cos \frac{1}{n}}{1 + \tan \frac{1}{n}} \right)^n$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 1}{(2n^2 + 1)^2}$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n(3n^2+1)(4n+1)}{(3n^3+1)^2}$$

$$6. \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} \right)^2 + \dots + \frac{1}{n} \left(\frac{2}{5} \right)^n + \dots$$

$$7. \frac{1}{2^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{8^2} + \dots$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n+1}{n^2+1}$$

VI. Tìm khoảng hội tụ của các chuỗi lũy thừa sau:

$$1. \frac{1}{2}(2x-1) + \frac{3}{6}(2x-1)^2 + \frac{5}{12}(2x-1)^3 + \frac{7}{20}(2x-1)^4 + \dots$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(n+1)(x-1)^n}{2^n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+2} x^n$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (x-1)^{3n}}{\sqrt{n^2+n+1}}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{3n}}{\sqrt{4n+1}}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1} \left(\frac{2x+1}{3} \right)^n$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{nx}{2n+3} \right)^n$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2nx}{2n+1} \right)^n$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^n x^{2n}}{n+1}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+1} \right)^n (x-2)^n$$

VII. Tìm miền hội tụ của các chuỗi lũy thừa sau:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (x+5)^n}{n2^n}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n^2+1} x^n$$