



Igreja São Francisco de Assis, Belo Horizonte-MG

Princípios Matemáticos da Filosofia Natural

Funções Trigonométricas

Seno & Cosseno



Galileu Galilei ensinando suas teorias na
Universidade de Pádua
Óleo sobre tela, 1873. Felix Parra (1845-1919)

“A filosofia encontra-se escrita neste grande livro que continuamente se abre perante nossos olhos (isto é, o universo), que não se pode compreender antes de entender a língua e conhecer os caracteres com os quais está escrito. Ele está escrito em língua matemática, os caracteres são triângulos, circunferências e outras figuras geométricas, sem cujos meios é impossível entender humanamente as palavras; sem eles, vagamos perdidos dentro de um obscuro labirinto.”

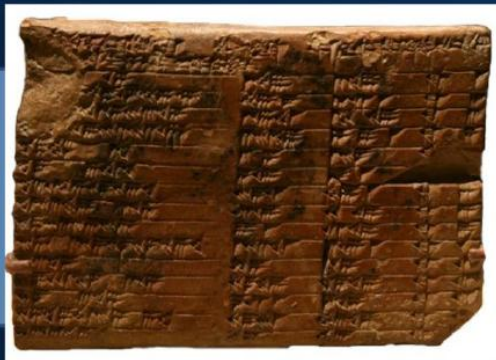
Galileu Galilei (1564-1642)

Funções Seno & Cosseno no Cotidiano



Seno & Cosseno: Aspectos Históricos

- **Trigonometria:** provável origem ligada aos povos Babilônios, por volta do século XVIII a.C.;
- Seu surgimento está ligado aos cálculos utilizados em questões práticas como medidas de terrenos, análises topográficas, navegação, astronomia, etc;
- A palavra **trigonometria**, de origem grega, significa a medida das partes do triângulo. Os conceitos matemáticos envolvidos, contudo, indicam o pioneirismo babilônio na construção dos conceitos base;

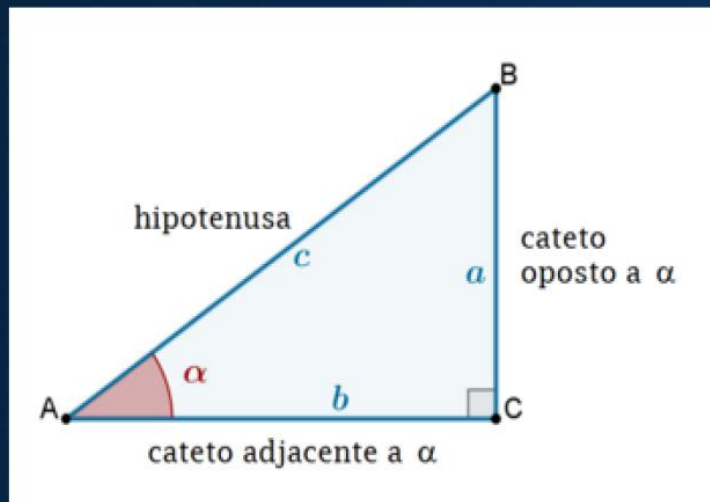


O indício arqueológico mais antigo de uso da trigonometria é a tabela de argila, em escrita cuneiforme, batizada de Plimpton 322 e está localizada na Biblioteca de Livros e Manuscritos raros da Universidade de Columbia, nos Estados Unidos

Seno & Cosseno: Aspectos Históricos

- A mais antiga tábua de senos foi descoberta na Índia e data de um período entre os séculos IV e V d.C.;
- O **Surya Siddhanta** (“Sistemas de Astronomia”) apresenta ideias matemáticas influenciadas por conhecimentos gregos e babilônicos, foi redigido em versos, sem o rigor da Matemática moderna e, suspeita-se, versão que nos chegou sofreu inúmeras alterações;
- A trigonometria hindu propõe uma das maiores inovações no estudo dos ângulos internos de um triângulo: o **círculo trigonométrico**.

Relações Trigonômétricas do Triângulo Retângulo



- A ideia básica é: se a semelhança de triângulos se dá por congruência de lados e/ou ângulos, então as razões entre os lados também serão semelhantes.
- O teorema classificou os lados do triângulo retângulo como catetos (do grego “que caem perpendicular”) e hipotenusa (algo como “esticado por baixo”)

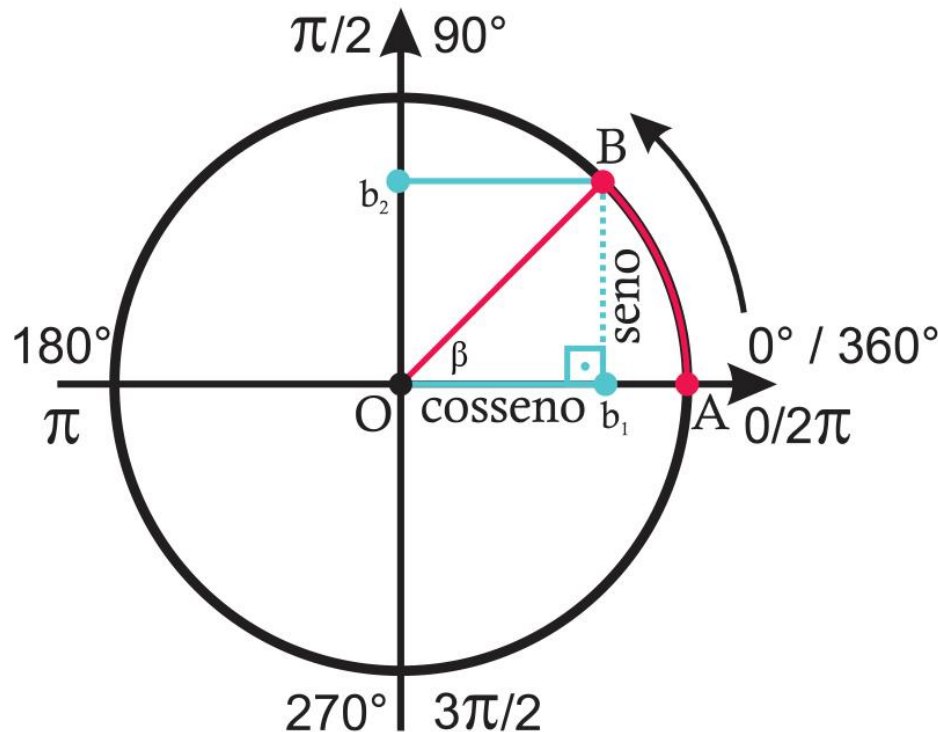
As Principais Razões Trigonômétricas são:

$$\text{Seno}(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}(a)}{\text{hipotenusa}(c)}$$

$$\text{Cosseno}(\alpha) = \frac{\text{cateto adjacente}(b)}{\text{hipotenusa}(c)}$$

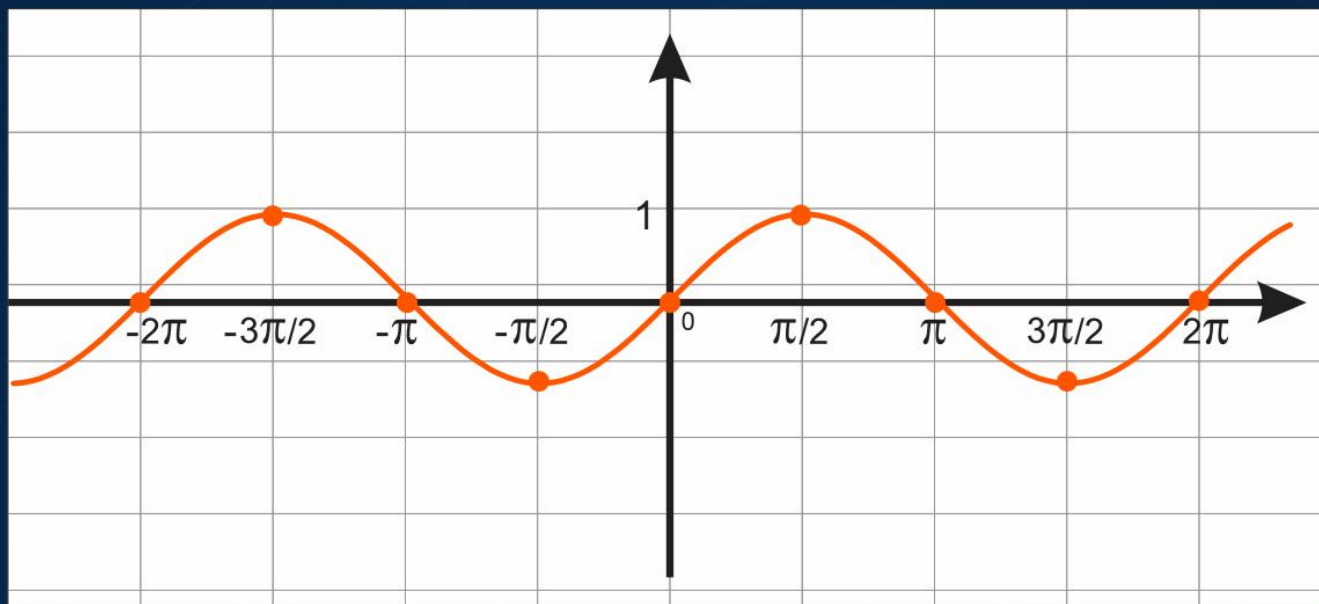
$$\text{Tangente}(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}(a)}{\text{cateto adjacente}(b)}$$

Círculo Trigonométrico



- O Círculo trigonométrico possui raio de valor unitário ($r=1$)
- O raio do círculo é a hipotenusa do triângulo $\mathbf{b_1Ob_2}$
- O valor do arco AB é o valor do ângulo β
- O valor do **seno** de β estará no eixo das **Ordenadas**, enquanto o **cosseno** de β , no eixo das **Abcissas**

Função Seno



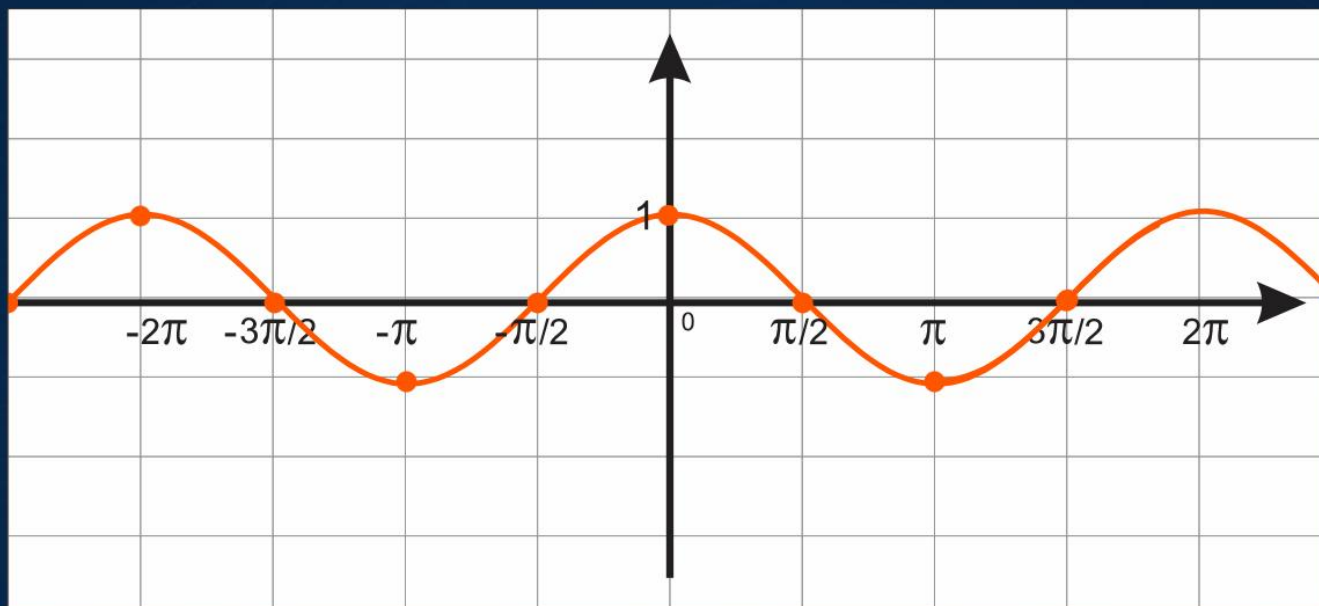
$$f(x) : a + \sin(x * b) * c$$

$$\text{Dom}(f) : \{\mathbb{R}\}$$

$$\text{Im}(f) : [-1, 1]$$

A função seno é uma função ímpar, seu período é de 2π ou 360°

Função Cosseno



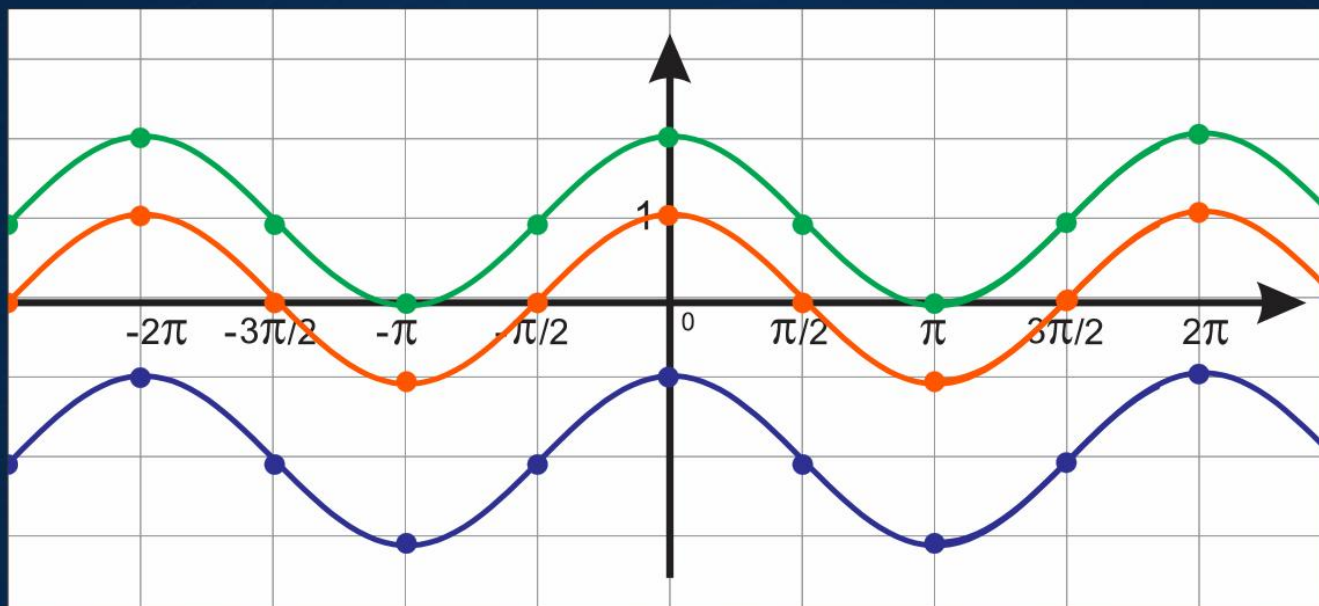
$$f(x) : a + \cos(x * b) * c$$

$$\text{Dom}(f) : \{\mathbb{R}\}$$

$$\text{Im}(f) : [-1, 1]$$

A função seno é uma função par, seu período é de 2π ou 360°

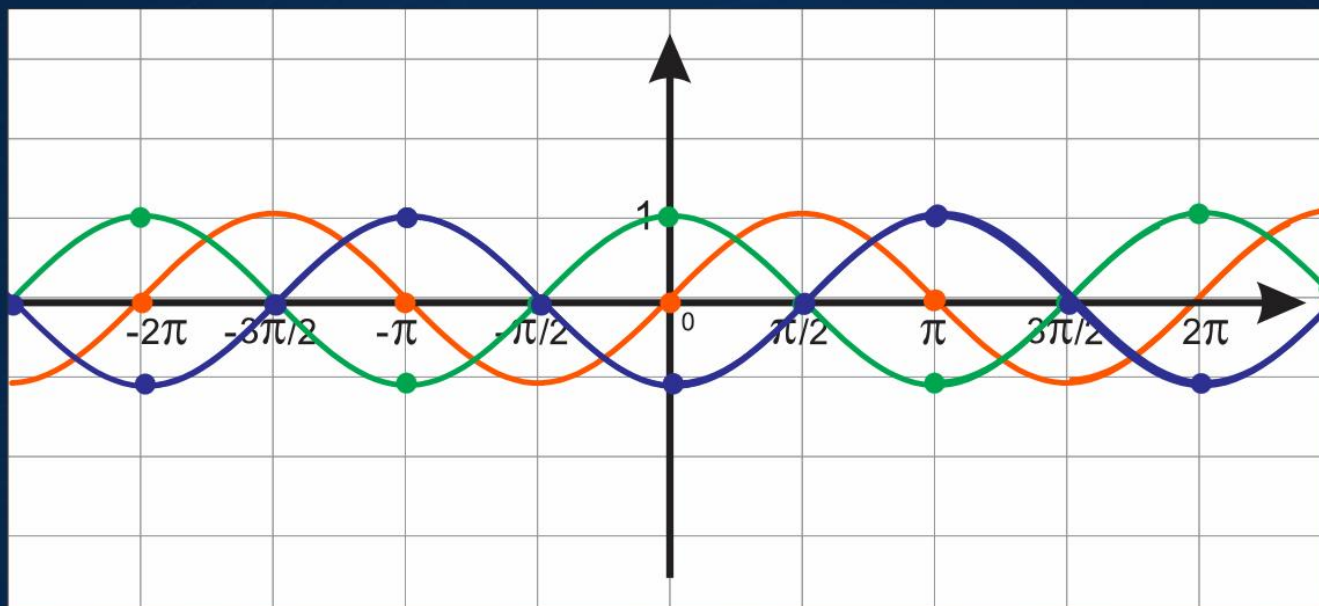
Transformação nos Gráficos das Funções – Posição da Curva



$$f(x): \sin(x) \Rightarrow f(x): a + \sin(x) / f(x): \cos(x) \Rightarrow f(x): a + \cos(x)$$

A curva do gráfico se moverá em **a unidades para cima se $a > 0$** , ou em **a unidades para baixo se $a < 0$**

Transformação nos Gráficos das Funções – Posição da Curva

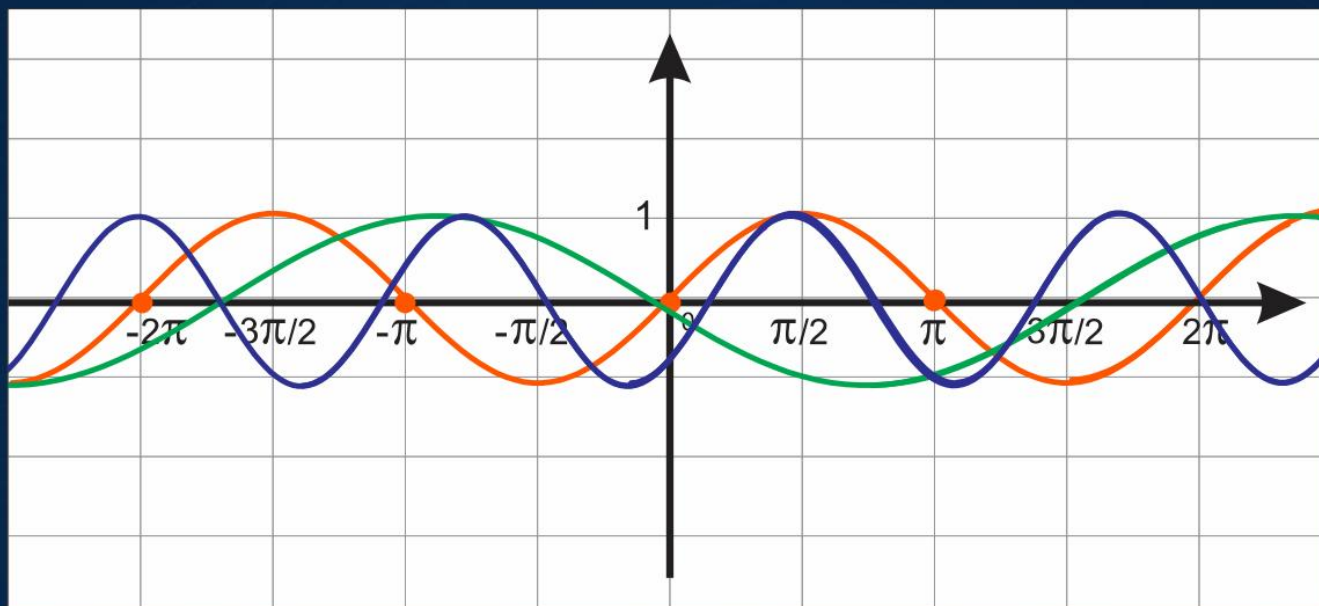


$$f(x): \sin(x) \Rightarrow f(x): \sin(x \pm a) \quad / \quad f(x): \cos(x) \Rightarrow f(x): \cos(x \pm a)$$

A operação movimenta a curva do gráfico para a esquerda ou direita.

Se $a > 0$, em a unidades para a esquerda, ou **se $a < 0$, em a unidades para o lado direita**

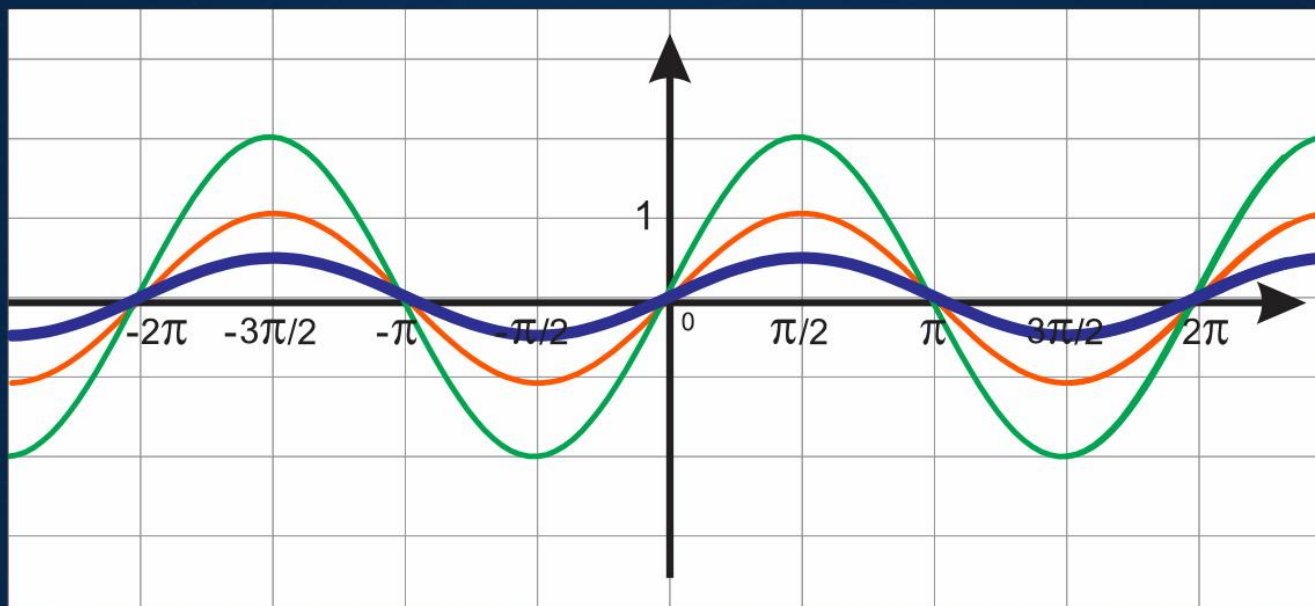
Transformação nos Gráficos das Funções – Comprimento de Onda



$$f(x): \sin(x) \Rightarrow f(x): \sin(x \cdot a) \quad / \quad f(x): \cos(x) \Rightarrow f(x): \cos(x \cdot a)$$

A operação altera o comprimento de onda. **Se $a > 0$ e $a < 1$ (i.e., uma divisão), o comprimento de onda aumenta.** **Se $a > 1$, o comprimento de onda encurta,** de acordo com os fatores de multiplicação.

Transformação nos Gráficos das Funções – Amplitude de Onda



$$f(x): \sin(x) \Rightarrow f(x): a * \sin(x) \quad / \quad f(x): \cos(x) \Rightarrow f(x): a * \cos(x)$$

A operação altera a amplitude de onda. **Se $a > 1$ a amplitude de onda se estica.** **Se $a > 0$ e $a < 1$, a amplitude de onda se achata,** de acordo com os fatores de multiplicação.