

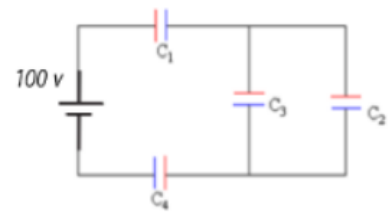
Problema 3 [25/100 pts]

En la figura se representan cuatro condensadores C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , de idéntica forma y dimensiones de $1\mu\text{F}$. Los capacitores se cargan con la fuente de 100 v .

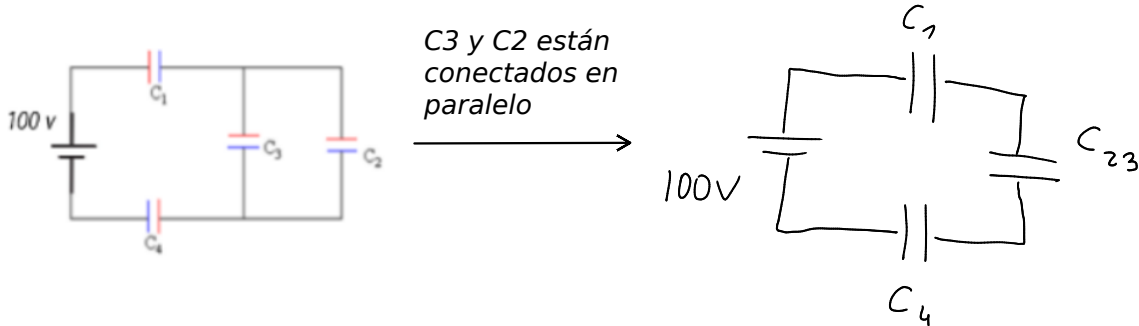
- Calcular la capacidad del conjunto, carga total y la energía del sistema.
- Determinar la carga en C_3 , y la diferencia de potencial en C_2

Luego la fuente se desconecta, se aísla el sistema y se coloca en C_3 un dieléctrico de $K=3$

- ¿cuál es ahora la capacidad del conjunto y la carga total del sistema?
- Recalcular la carga en C_3 y la diferencia de potencial en C_2
- La energía del sistema ¿aumenta o disminuye? justificar

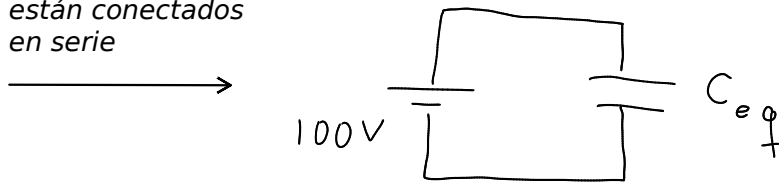


a)



$$C_{23} = C_2 + C_3 = 1\mu\text{F} + 1\mu\text{F} = 2\mu\text{F}$$

C_1 , C_{23} y C_4
están conectados
en serie



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{1\mu\text{F}} + \frac{1}{2\mu\text{F}} + \frac{1}{1\mu\text{F}}$$

$$C_{eq} = \frac{2}{5} \mu\text{F}$$

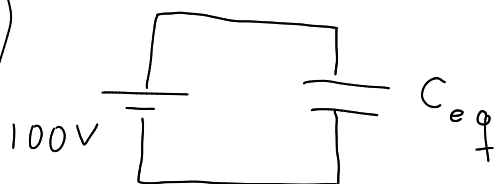
$$Q_T = C_{eq} \Delta V = \frac{2}{5} \mu\text{F} \cdot 100\text{V} = 40 \mu\text{C}$$

$$Q_T = 40 \mu\text{C}$$

$$U_T = \frac{1}{2} C_{eq} (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \mu\text{F} \cdot (100\text{V})^2 =$$

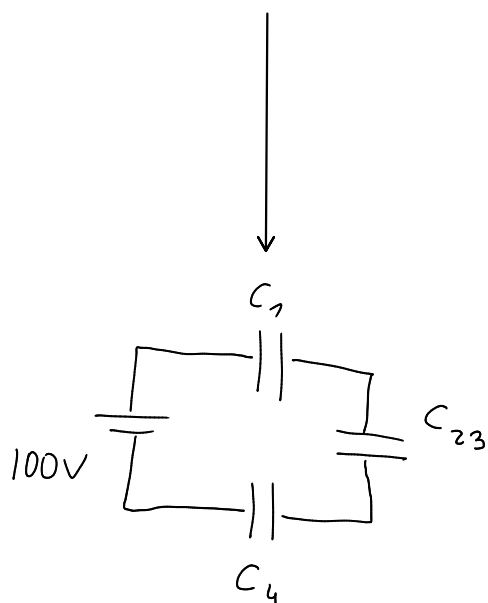
$$U_T = 2000 \mu\text{J} = 2 \text{ mJ}$$

b)



$$C_{eq} = \frac{2}{5} \mu F$$

$$Q_T = 40 \mu C$$



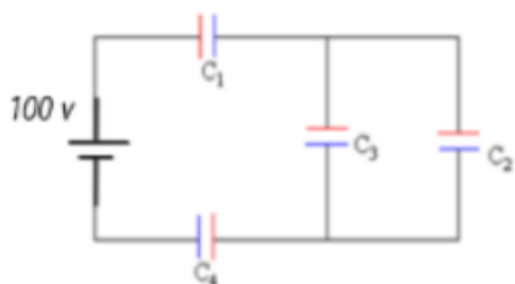
C_1, C_{23}, C_4 tienen la misma carga (están conectados en serie)

$$Q_1 = Q_{23} = Q_4 = Q_T = 40 \mu C$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C} \rightarrow \Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{40 \mu C}{1 \mu F} = 40 V$$

$$\Delta V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{40 \mu C}{1 \mu F} = 40 V$$

$$\Delta V_{23} = \frac{Q_{23}}{C_{23}} = \frac{40 \mu C}{2 \mu F} = 20 V$$



C_2 y C_3 tienen la misma diferencia de potencial (están conectados en paralelo)

$$\Delta V_2 = \Delta V_3 = \Delta V_{23} = 20 V$$

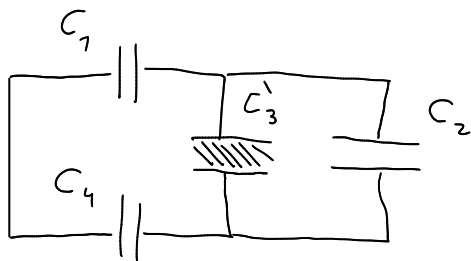
$$Q = C \Delta V \rightarrow Q_2 = 1 \mu F \cdot 20 V = 20 \mu C$$

$$Q_3 = 1 \mu F \cdot 20 V = 20 \mu C$$

$$Q_3 = 20 \mu C$$

$$\Delta V_2 = 20 V$$

c)



$$C'_3 = k C_3 = 3.1 \mu F = 3 \mu F$$

Usando las mismas ecuaciones que en el inciso a), se determina que la nueva capacidad equivalente es

$$\frac{1}{C'_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C'_{23}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{1 \mu F} + \frac{1}{4 \mu F} + \frac{1}{1 \mu F}$$

$$C_2 + C'_3$$

$$C'_{eq} = \frac{4}{9} \mu F$$

Como el sistema fue aislado, la carga es la misma:

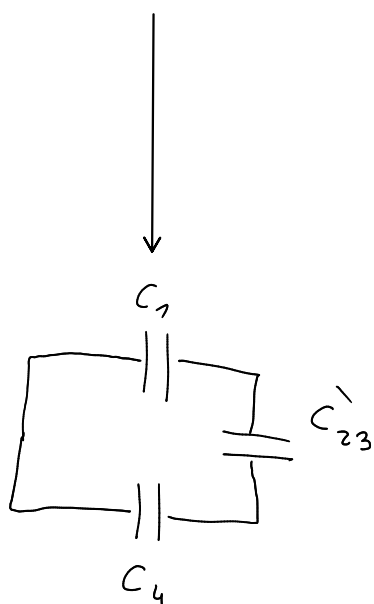
$$Q'_T = 40 \mu C$$

d)



$$C'_{eq} = \frac{4}{9} \mu F \quad Q'_T = 40 \mu C$$

$$\Delta V = \frac{Q'_T}{C'_{eq}} = 90 V$$



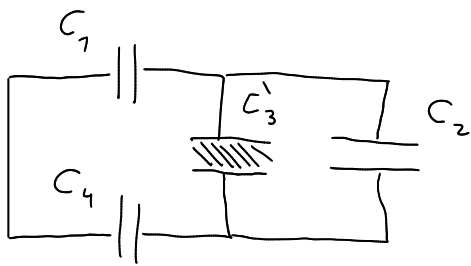
C1, C'23, C4 tienen la misma carga (están conectados en serie)

$$Q_1 = Q'_{23} = Q_4 = Q_T = 40 \mu C$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C} \rightarrow \Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{40 \mu C}{1 \mu F} = 40 V$$

$$\Delta V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{40 \mu C}{1 \mu F} = 40 V$$

$$\Delta V'_{23} = \frac{Q_{23}}{C'_{23}} = \frac{40 \mu C}{4 \mu F} = 10 V$$



C2 y C'3 tienen la misma diferencia de potencial (están conectados en paralelo)

$$\Delta V_2 = \Delta V_3' = \Delta V_{23}' = 10 \text{ V}$$

$$Q = C \Delta V \rightarrow Q_2 = 1 \mu\text{F} \cdot 10 \text{ V} = 10 \mu\text{C}$$

$$\rightarrow Q_3' = 3 \mu\text{F} \cdot 10 \text{ V} = 30 \mu\text{C}$$

$$Q_3' = 30 \mu\text{C}$$

$$\Delta V_2 = 10 \text{ V}$$

e)

$$U_T' = \frac{1}{2} \frac{Q_T^2}{C_{eq}'} = \frac{1}{2} \frac{(40 \mu\text{C})^2}{\frac{4}{9} \mu\text{F}} = 1800 \mu\text{J} = 1,8 \text{ mJ}$$

$$U_T > U_T'$$

La disminución de energía se debe a que al insertar el dieléctrico, el sistema realiza trabajo sobre el mismo para redistribuir las cargas, por lo que parte de la energía almacenada se libera en forma de calor.