Problema 8. Encuentre la carga eléctrica total contenida en los siguientes arreglos:

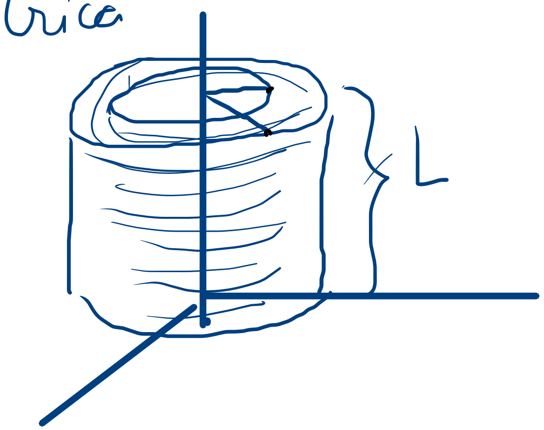
(a) Un cuerpo cilíndrico de radio interno **a**, radio externo **b** y altura **L** cuya densidad de carga viene dada por $\rho(r,\phi,z) = C\frac{sen\phi}{r^3}$ (siendo C una constante con unidades apropiadas).

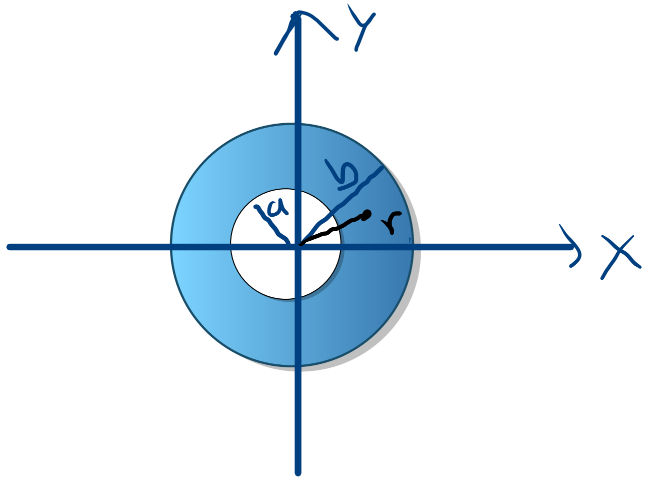
(b) Una nube de electrones confinada en una región entre dos esferas concéntricas de 2 cm y 5 cm de radio cuya densidad de carga viene dada por $\rho(R,\theta,\phi) = \frac{-3\times10^{-8}[C\cdot m]}{R^4}cos^2\phi$

densidad volumétrica

a) $\rho(r,\phi,z) = C\frac{sen\phi}{r^2}$

$\rho = \frac{dQ}{dV}$ ✓





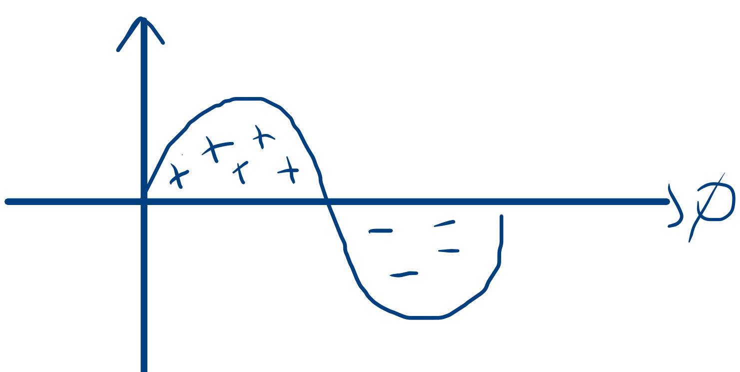
$$\int_0^{Q_T} dQ = \int \rho\, \underbrace{dV}_{h_r \cdot h_\phi h_z\, dr\, d\phi\, dz} \Rightarrow \int_0^{Q_T} dQ = \int_0^L\int_0^{2\pi}\int_a^b \frac{C\, sen\phi \cdot \cancel{r}}{r^{\cancel{2}}}\, dr\, d\phi\, dz$$

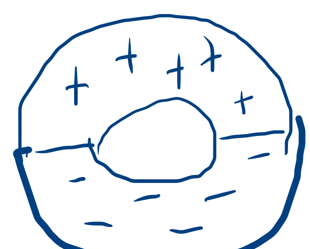
$h_r \to 1$, $h_\phi \to r$, $h_z \to 1$

$$Q\Big|_0^{Q_T} = C\int_0^L\int_0^{2\pi} sen\phi \cdot \ln r\Big|_a^b\, d\phi\, dz$$

$$Q_T = C\int_0^L \ln\left(\frac{b}{a}\right)\cdot(-\cos\phi)\Big|_0^{2\pi} dz$$

$$Q_T = C\ln\left(\frac{b}{a}\right)\cdot 0 \cdot \int_0^L dz = 0$$





Problema 17. Encuentre la función solución de la siguiente ecuación diferencial $\frac{dx}{dt}+ax=b$ teniendo en cuenta que debe satisfacer que en t=0, x=0.

$$+ax=b \rightarrow \frac{dx}{dt}=b-ax \qquad x(t)?$$

$$dx=(b-ax)\,dt \rightarrow$$ no puedo integrar acá.

$$\int_0^{x(t)} \frac{dx}{(b-ax)} = \int_0^t dt$$

$$u=b-ax \quad \int_{u=}^{u=}$$

$$du=-a\,dx$$

$$-\frac{du}{a}=dx$$

$$-\frac{du}{} = -\frac{1}{a}\int \frac{du}{u} = -\frac{1}{a}\ln u$$

$$-\frac{1}{a}\ln(b-ax)\Big|_0^{x(t)} = t$$

$$\ln(b - ax(t)) - \ln(b) = -t.a$$

$$\ln\left(\frac{b - a.x(t)}{b}\right) = -a.t$$

$$\frac{b - ax(t)}{b} = e^{-a.t}$$

$$b - a.x(t) = be^{-at}$$

$$b - be^{-at} = ax(t)$$

$$\boxed{\frac{b}{a} - \frac{be^{-at}}{a} = x(t)}$$

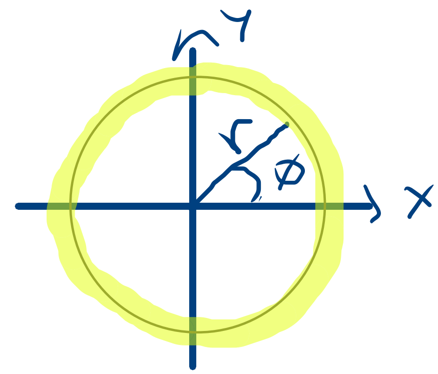
Problema 4. Utilizando los diferenciales adecuados, obtener a través del cálculo integral:

(a) el perímetro de un círculo de radio r.

(b) el área de un anillo de radio interno R_a y radio externo R_b.

(c) el área de una esfera de radio R.

(d) el volumen de una esfera de radio R.



$$d\vec{S}_k = h_i dq_i \hat{e}_i \times h_j dq_j \hat{e}_j$$

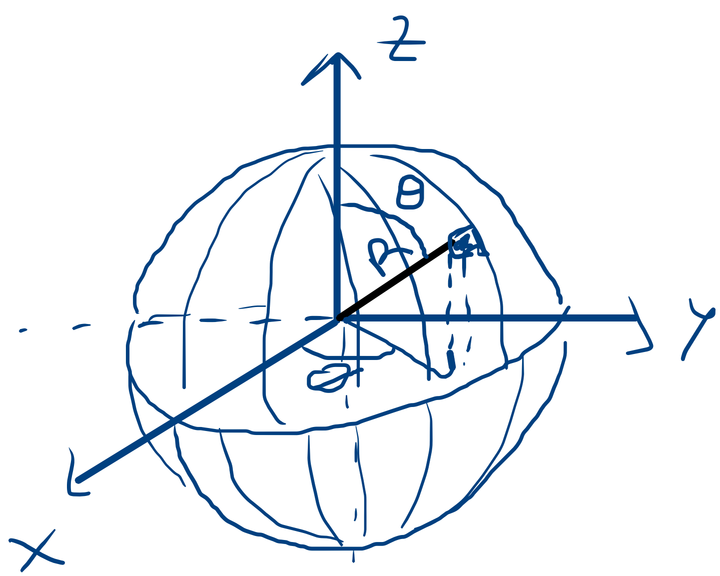
$$dV = h_1 h_2 h_3 dq_1 dq_2 dq_3$$

$$d\vec{l} = \sum_1^3 h_i dq_i \hat{e}_i$$

a) sistema de coordenadas (r, ϕ, z) $\quad r = cte \quad z = cte$

$$P = \int_0^{2\pi} h_\phi d\phi = \int_0^{2\pi} r d\phi$$

$$P = r\phi \Big|_0^{2\pi} = r \cdot 2\pi = 2\pi r$$



c) esféricas (R, θ, ϕ)

$R = cte$

$$A = \iint h_\theta h_\phi d\theta d\phi$$

$$A = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} R \cdot R \operatorname{sen}\theta \, d\theta d\phi = R^2 \int_0^{2\pi} -\cos\theta \Big|_0^{\pi} d\phi = R^2 \cdot -(-1-1) \cdot 2\pi$$

$$A = 4\pi R^2$$

a)

$$V = \iiint h_R h_\phi h_\theta \, dR \, d\phi \, d\theta$$

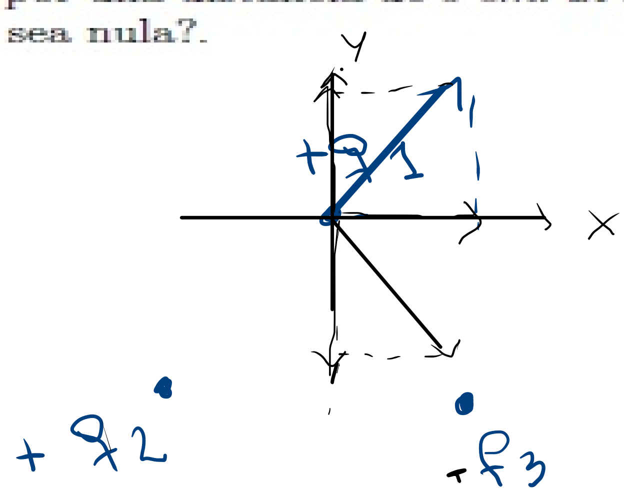
$$V = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{R} 1 \cdot R \operatorname{sen}\theta \cdot R \, dR \, d\phi \, d\theta = \ldots$$

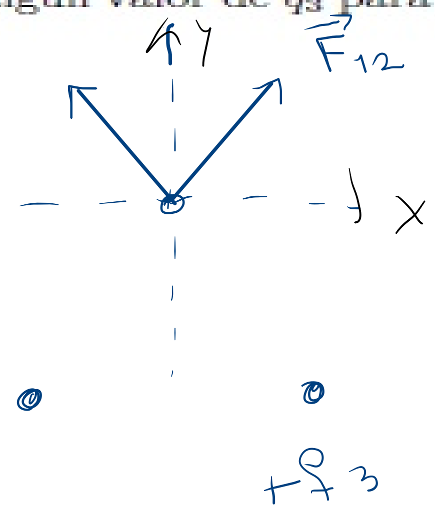
Problema 2. Encontrar la fuerza eléctrica de repulsión entre dos protones en una molécula de hidrógeno, siendo la separación entre ellos de $0{,}74 \times 10^{-10}\ m$. Compararla con la fuerza de atracción gravitacional correspondiente. ¿Qué evita que el núcleo atómico se fracture debido a la fuerza de repulsión entre los protones? (*Explosión Coulombiana*) ($G = 6{,}67408 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$) (Ver: *The Feynman Lectures on Physics, Volume II, Ch. 1-1*).

$$F_G = \frac{m_1 m_2 G}{r^2}$$

$$F_G = \frac{m_p \cdot m_p \cdot 6{,}67408 \times 10^{-11}}{(0{,}74 \times 10^{-10}\ m)^2} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$

Problema 4. Tres cargas puntuales están ubicadas en los vértices de un triángulo equilátero, separadas entre sí por una distancia de $5\ cm$. Si $q_1 = 2\ q_2$, ¿Existe algún valor de q_3 para el cual la fuerza total sobre q_1 sea nula?.

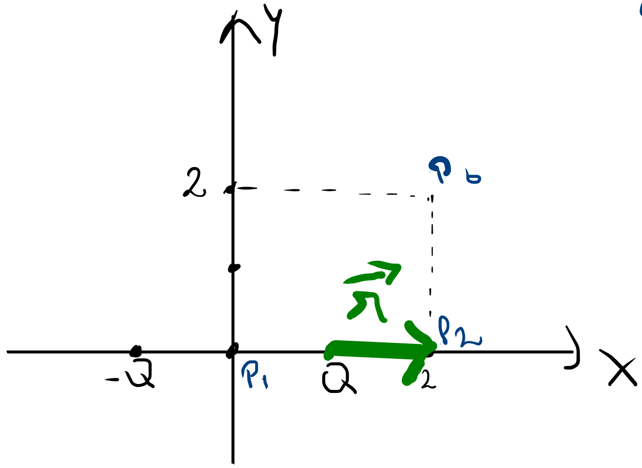




Problema 7. Considere un dipolo eléctrico de cargas $-1\ nC$ y $+1\ nC$ ubicado a lo largo del eje x.

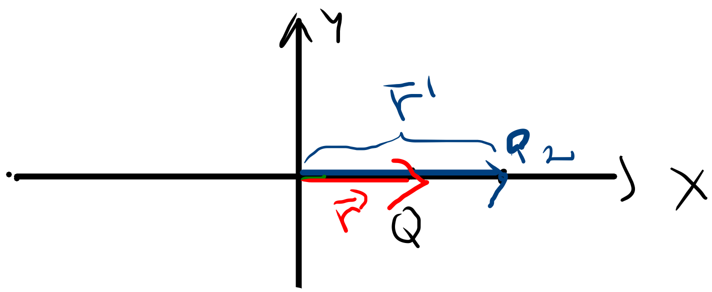
(a) Calcule el campo eléctrico en los puntos $(0,0)$, $(2,0)$, $(0,2)$, $(-2,0)$, $(0,-2)$ y $(2,2)$ $[m]$, si las cargas están situadas sobre el eje x en los puntos x $= -1\ m$ y $1\ m$, respectivamente.

(b) Dibuje el vector campo eléctrico sobre cada punto y esquematice las líneas de campo.



a) $\vec{E}(0,2) = \vec{E}_Q(0,2) + \vec{E}_{-Q}(0,2)$

$\vec{E} = k\cdot\frac{Q}{|\vec{r}|^2}\cdot\hat{r}$ ó $\vec{E} = k\cdot\frac{Q}{|\vec{r}|^3}\cdot\vec{r}$

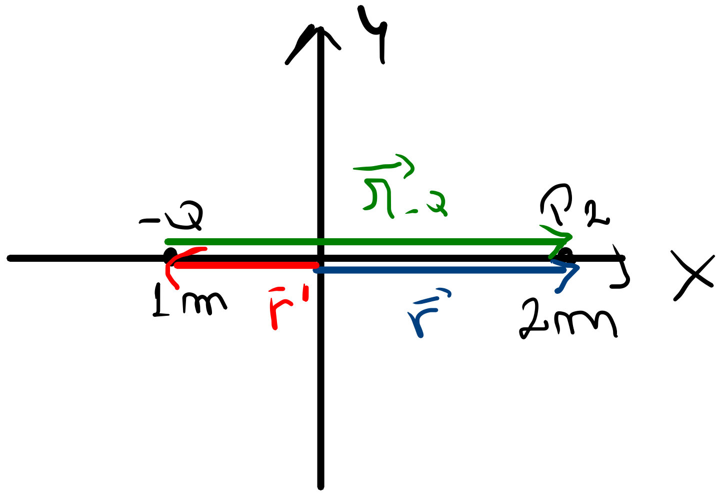


$\vec{E}_Q$? $\vec{r}_Q = \bar{r} - \bar{r}' = (2\hat{i}+0\hat{j}) - (1\hat{i}+0\hat{j})$

$\vec{r} = 1\hat{i} + 0\hat{j}$

$|\vec{r}| = \sqrt{1^2+0^2} = 1$

$\vec{E}_Q = \frac{k\cdot 1\times10^{-9}\,C}{(1m)^3}\cdot(1m\,\hat{i} + 0\hat{j})$



$$\vec{E}_{-Q} = k \cdot \frac{Q_-}{|\pi|^3} \cdot \vec{\pi}$$

$$\vec{\pi}_{-Q} = \bar{r} - \bar{r}' = (2\hat{i} + 0\hat{j}) - (-1\hat{i} + 0\hat{j})$$

$$\vec{\pi} = 3\hat{i} + 0\hat{j}$$

$$|\pi| = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3m$$

$$\vec{E}_{-Q} = \frac{k \cdot -1\times 10^{-9}\,C}{(3m)^3} \cdot (3m\,\hat{i} + 0\hat{j})$$

$$\bar{E}_T = \bar{E}_{-Q} + \bar{E}_Q$$

$$k = 9\times 10^{9}\,\frac{N\,m^2}{C^2}$$

$$\vec{E}_Q = -k\,\frac{1\times 10^{-9}\,C}{(3m)^2}\,\hat{i} + k \cdot \frac{1\times 10^{-9}\,C}{1m^2}\,\hat{i}$$

$$[E] = \frac{[N]}{[C]} \rightarrow E = \frac{F}{Q} \rightarrow E = \frac{[N]}{[C]}$$


P_2
$-Q$
$+Q$