

Campo Eléctrico y Potencial Eléctrico

1er Laboratorio Computacional



Grupo 13

Ferrante, Agustin Pedro

Giampietri, Gonzalo

Rosales Guinzburg, Santiago

Zarate, Eusebio Tomas

19/09/2024

Física II IS

Índice

Índice.....	1
Introducción.....	2
Campo Eléctrico.....	2
Campo Eléctrico de una Carga Puntual en 2D.....	3
Líneas de Campo Eléctrico.....	3
Consignas Campo Eléctrico en 2D.....	4
Potencial de Cargas Puntuales en 2D.....	7
Líneas equipotenciales.....	8
Consignas Potencial Eléctrico en 2D.....	12
Potencial Eléctrico Total en un Punto debido a Múltiples cargas.....	13
Visualización del Campo y del Potencial a partir de Distribuciones de Carga en 2D.....	14

Introducción

El objetivo de este trabajo práctico es analizar y visualizar el campo eléctrico y el potencial debido a cargas puntuales en dos dimensiones (2D). Utilizando métodos computacionales, se explorarán las características del campo eléctrico y del potencial, así como su representación gráfica.

Campo Eléctrico

Se define campo eléctrico debido a la fuente en la ubicación de la carga de prueba a la fuerza eléctrica sobre la carga de prueba por unidad de carga. El vector del campo eléctrico \vec{E} en un punto en el espacio se define como la fuerza eléctrica \vec{F}_e , que actúa sobre una carga de prueba positiva q_0 colocada en ese punto, dividida entre la carga de prueba:

$$(1) \vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

Para determinar la forma del vector de un campo eléctrico, se coloca una carga de prueba q_0 en un punto P , a una distancia r de la carga fuente q . De acuerdo con la ley de Coulomb, la fuerza ejercida sobre q sobre la carga de prueba es:

$$(2) \vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \hat{r}$$

\hat{r} es un vector unitario con dirección de q hacia q_0 . Ya que el campo eléctrico en P , la posición de la carga de prueba, queda definido como la ecuación (1), el campo eléctrico en P establecido por q es:

$$(3) \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

En un sistema de n cargas, el campo eléctrico total \vec{E}_{total} , en el punto P (posición de una carga

de prueba) debido a las n cargas es la suma vectorial de los campos eléctricos debido a cada carga:

$$(4) \vec{E}_{total} = \sum_i^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

Campo Eléctrico de una Carga Puntual en 2D

El campo eléctrico \vec{E} debido a una carga puntual q en un punto \vec{r} del espacio se calcula mediante la expresión:

$$(5) \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

donde r es la distancia entre la carga y el punto donde deseo calcular el campo, \hat{r} es el vector unitario en la dirección desde la carga hacia el punto. Podemos reescribir en coordenadas cartesianas en 2D como:

$$(6) \vec{E}(x, y) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{x-x_q}{r^3} \hat{x} + \frac{y-y_q}{r^3} \hat{y} \right)$$

Donde $r = \sqrt{(x - x_q)^2 + (y - y_q)^2}$ y (x_q, y_q) es la posición de la carga puntual q .

Líneas de Campo Eléctrico

Las líneas de campo eléctrico son una representación gráfica del campo eléctrico que se genera alrededor de una carga o una distribución de cargas. Estas líneas poseen varias características fundamentales:

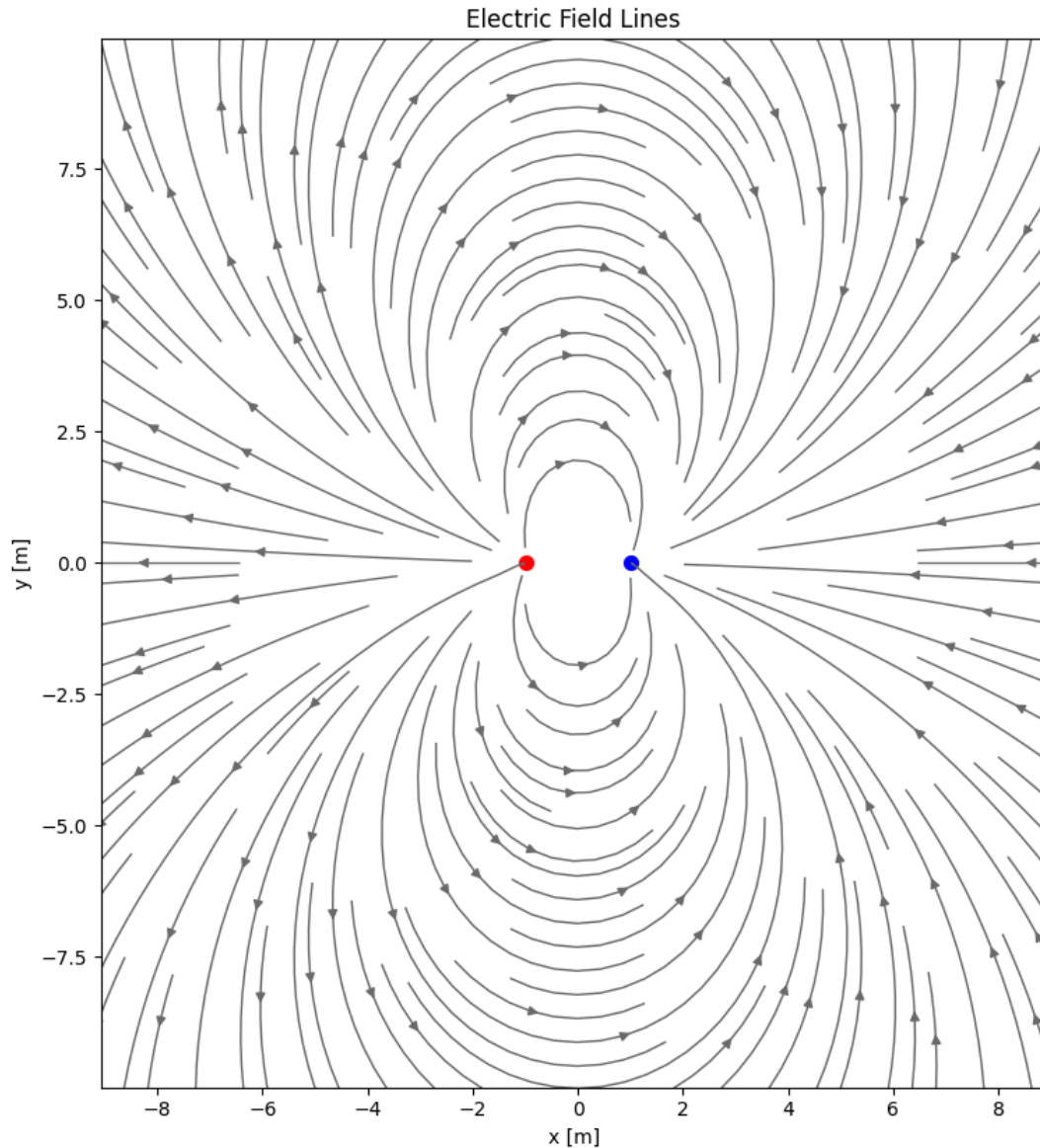
1. **Dirección:** Las líneas de campo eléctrico apuntan en la dirección del campo eléctrico en cada punto. Por convención, salen de las cargas positivas y entran en las cargas negativas.

2. **Densidad de líneas:** La densidad de las líneas de campo (es decir, cuan cerca están unas de otras) indica la magnitud del campo eléctrico. Donde las líneas están más juntas, el campo eléctrico es más fuerte; donde están más separadas, el campo es más débil.

3. **Propiedad de no intersección:** Las líneas de campo eléctrico nunca se cruzan entre sí. Si lo hicieran, implicaría que en ese punto el campo eléctrico tendría dos direcciones diferentes, lo cual es imposible.

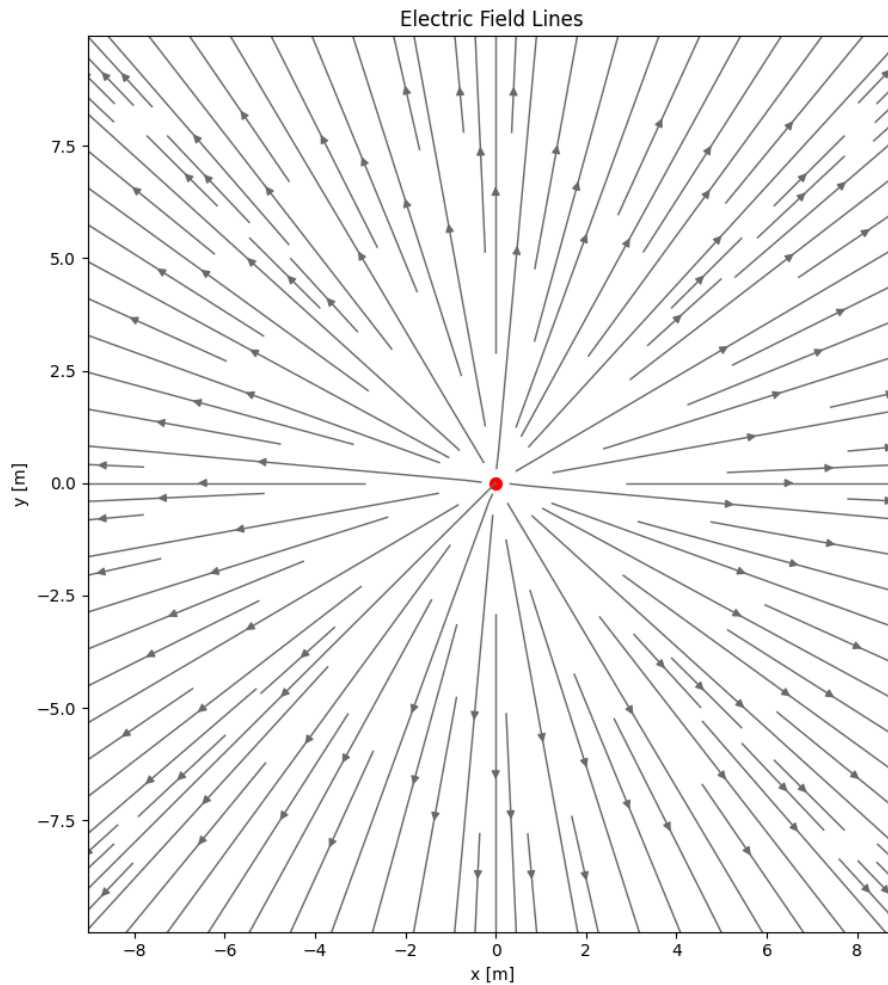
4. **Representación del campo eléctrico:** Las líneas de campo proporcionan una representación visual intuitiva del campo eléctrico. Siguiendo una línea de campo, se puede visualizar cómo cambiaría la fuerza y la dirección que experimentaríamos una carga positiva de prueba al moverse en el campo.

En resumen, las líneas de campo eléctrico son una herramienta útil para visualizar y comprender la naturaleza vectorial del campo eléctrico, su dirección, y cómo varía su intensidad en el espacio. Podemos ver un diagrama de las líneas de campo generado por un dipolo en la figura siguiente, donde el campo eléctrico se representa por flechas.



Consignas Campo Eléctrico en 2D

Como primer ejemplo consideremos una única carga puntual positiva q



Se observa qué:

- La intensidad del campo disminuye con el cuadrado de la distancia desde la carga ($1/r^2$). El campo es mucho más intenso cerca de la carga, y disminuye rápidamente al alejarse de ella.
- La dirección del campo eléctrico depende de la posición del punto de observación alrededor de la carga y de si la carga es positiva o negativa:
 - Carga positiva: el campo apunta radialmente hacia afuera
 - Carga negativa: el campo apunta radialmente hacia adentro

La distancia y la dirección muestran cómo la magnitud y la dirección del campo eléctrico cambian en función del valor de la distancia y la orientación de la carga puntual.

Ahora supongamos 4 cargas puntuales, q_1 , q_2 , q_3 y q_4 , con posiciones (1, -1), (-1, -1), (-1, 1), (1, 1) y valores de $-2\mu\text{C}$, $5\mu\text{C}$, $-5\mu\text{C}$ y $2\mu\text{C}$ respectivamente. A partir de la ecuación (6), podemos usar métodos computacionales para calcular y graficar el campo eléctrico \vec{E} para esta configuración. Por ejemplo, el siguiente fragmento de código en lenguaje Python:

```
# Define la región del plano donde calcular campo y potencial
x = numpy.linspace(-10, 10, 100)
y = numpy.linspace(-10, 10, 100)
X, Y = numpy.meshgrid(x, y)

# Inicializa arrays para el campo eléctrico
Ex, Ey = numpy.zeros(X.shape), numpy.zeros(Y.shape)

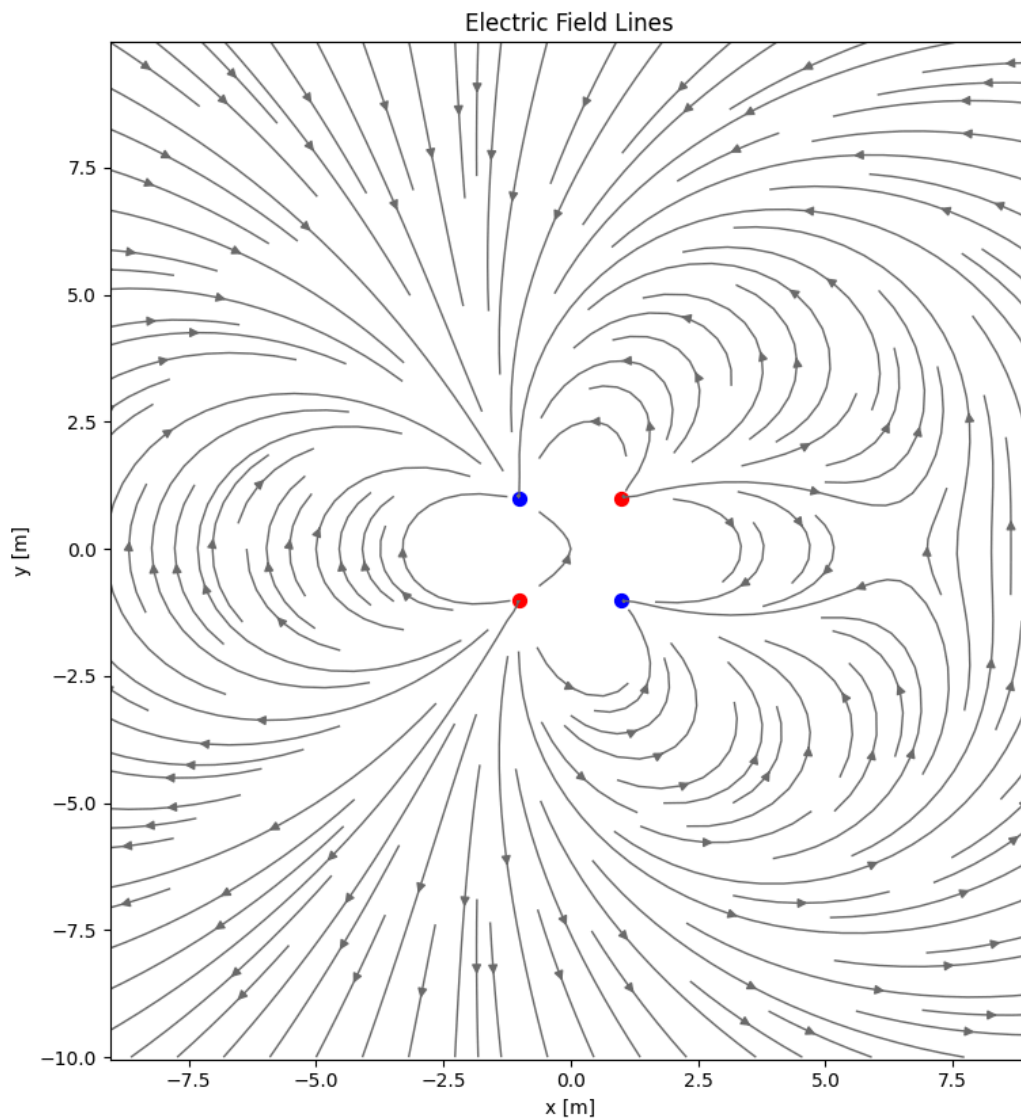
# Cálculo del campo eléctrico para cada carga
for charge in charges:
    q, xq, yq = charge

    # Componentes de la distancia
    dx = X - xq
    dy = Y - yq
    r = numpy.sqrt(dx**2 + dy**2)

    # Para evitar division entre 0
    r[r == 0] = numpy.inf

    # Componentes del campo eléctrico
    Ex += k * q * dx / r**3
    Ey += k * q * dy / r**3
```

Luego los valores calculados pueden ser graficados, permitiendo visualizar el campo obtenido



Potencial de Cargas Puntuales en 2D

El potencial eléctrico V debido a una carga puntual q en un punto r del espacio se calcula mediante la expresión:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

donde r es la distancia entre la carga y el punto donde deseo calcular el potencial. Entonces, podemos reescribir en coordenadas cartesianas en 2D como:

$$V(x, y) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{(x-x_q)^2 + (y-y_q)^2}}$$

El potencial eléctrico en un punto se relaciona con la configuración de cargas de la siguiente manera:

1. **Magnitud y signo de las cargas:** Determinan si el potencial es positivo o negativo y su intensidad.
2. **Posición de las cargas:** Influye en cuánto contribuye cada carga al potencial total en un punto determinado.
3. **Configuración de las cargas:** Diferentes configuraciones (como cargas del mismo signo, dipolos, etc.) crean diferentes distribuciones de potencial y superficies equipotenciales en el espacio.

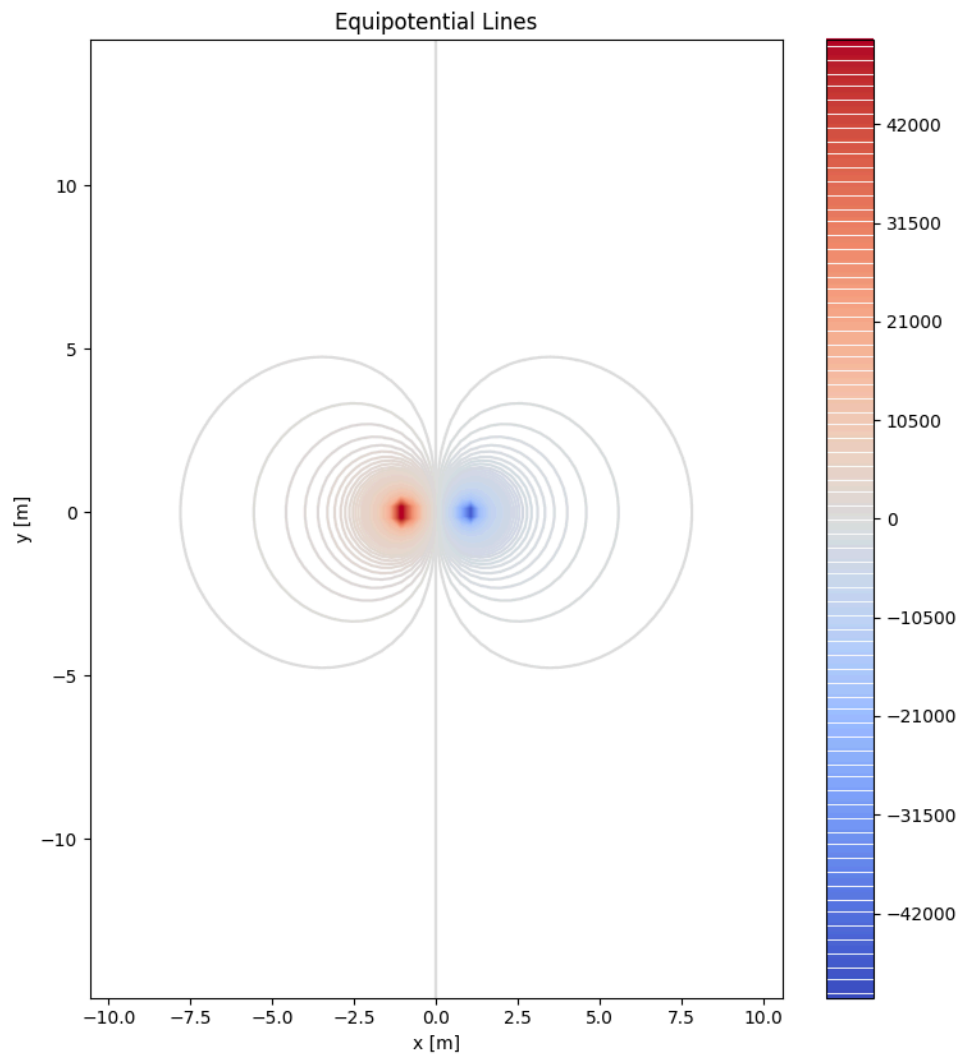
Por lo tanto, el potencial eléctrico es una representación útil para comprender cómo las cargas afectan al espacio, facilitando el análisis del campo eléctrico y de la energía potencial en el sistema.

Líneas equipotenciales

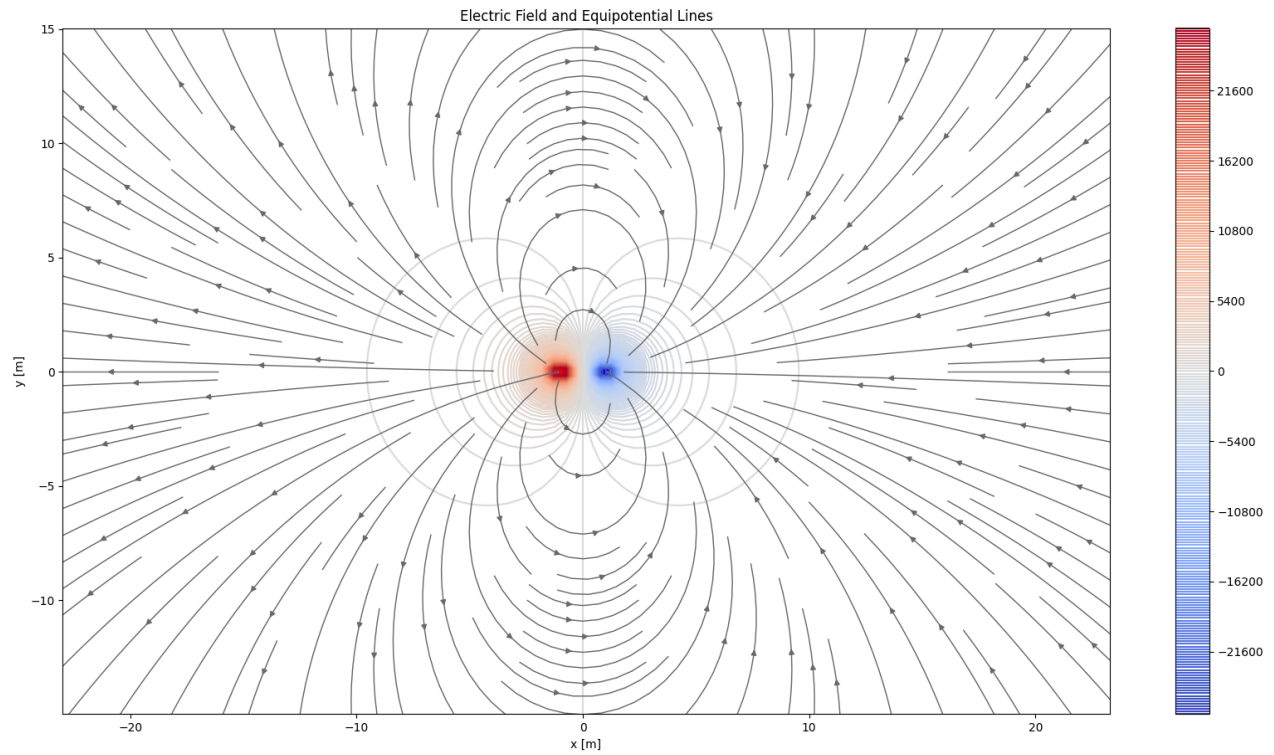
Las líneas equipotenciales son curvas que representan los puntos en el espacio donde el potencial eléctrico es constante. Estas líneas poseen varias características clave:

1. **Constancia del potencial:** A lo largo de una línea equipotencial, el potencial eléctrico V es el mismo en todos los puntos. Esto significa que si una carga de prueba se mueve sobre una línea equipotencial, no experimentará ningún cambio en su energía potencial eléctrica.
2. **Relación con las líneas de campo:** Las líneas equipotenciales son siempre perpendiculares a las líneas de campo eléctrico. Esto se debe a que el campo eléctrico es la derivada espacial del potencial, y el trabajo realizado por el campo al mover una carga sobre una línea equipotencial es cero.
3. **Distribución espacial:** En regiones donde las líneas equipotenciales están más juntas, el campo eléctrico es más intenso, ya que el cambio en el potencial ocurre en una distancia menor. Por el contrario, si las líneas equipotenciales están más separadas, el campo eléctrico es más débil.
4. **Independencia de las cargas:** Las líneas equipotenciales no dependen de la trayectoria seguida, sino solo de la distribución de las cargas en el espacio. En resumen, las líneas equipotenciales son útiles para comprender cómo varía el potencial eléctrico en el espacio y cómo se relaciona con el campo eléctrico. Al analizar estas líneas junto con las

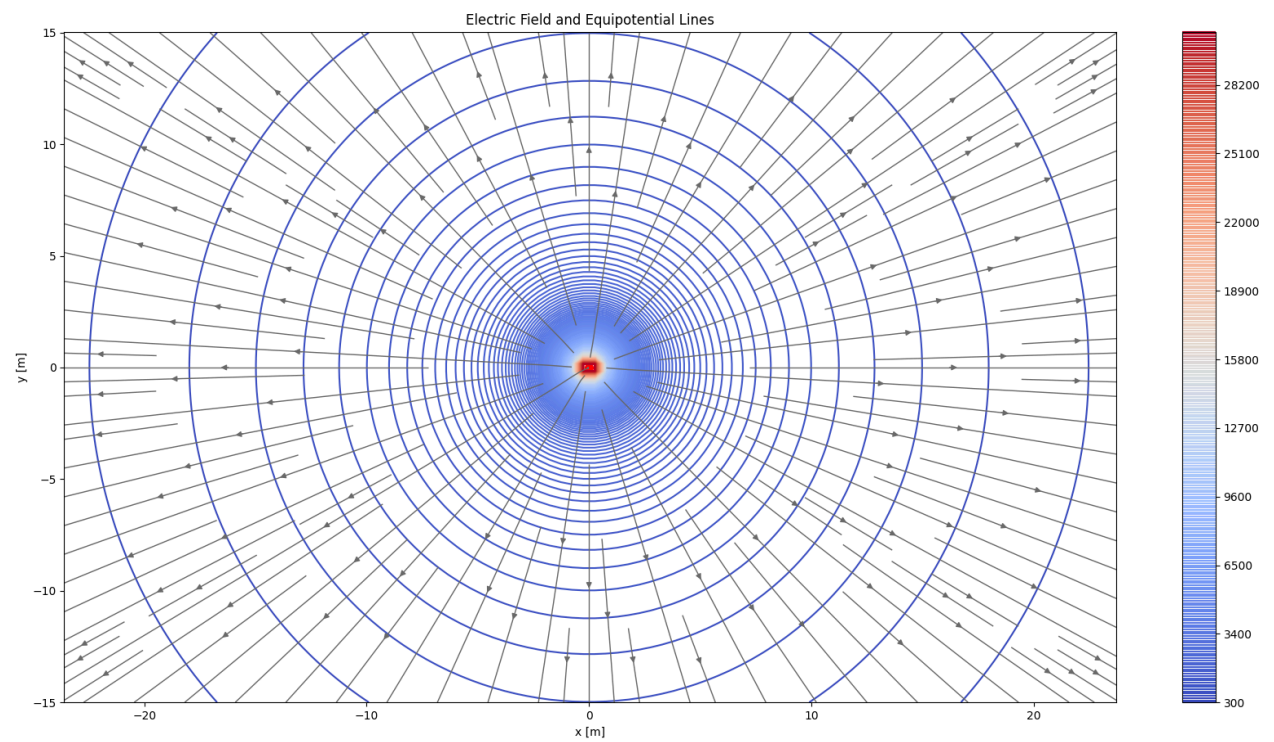
líneas de campo, se obtiene una comprensión más completa del entorno eléctrico generado por una distribución de cargas. Podemos ver un diagrama de las líneas equipotenciales generado por un dipolo en la siguiente figura, donde las superficies equipotenciales están representadas por líneas de contorno en color.



Ejemplo líneas equipotenciales para una configuración de dipolo con cargas de $1\mu\text{C}$ y $-1\mu\text{C}$ respectivamente



Comparación entre el campo eléctrico y las líneas equipotenciales.



Consignas Potencial Eléctrico en 2D

Al igual que con el campo eléctrico, podemos utilizar métodos computacionales para calcular y graficar el potencial eléctrico en una región del plano. En concreto, podemos lograr esto realizando una pequeña modificación al código presentado anteriormente de la siguiente forma:

```
# Define la región del plano donde calcular campo y potencial
x = numpy.linspace(-10, 10, 100)
y = numpy.linspace(-10, 10, 100)
X, Y = numpy.meshgrid(x, y)

# Inicializa arrays para campo eléctrico y potencial
Ex, Ey = numpy.zeros(X.shape), numpy.zeros(Y.shape)
V = numpy.zeros(X.shape)

# Cálculo del campo eléctrico y potencial para cada carga
for charge in charges:
    q, xq, yq = charge

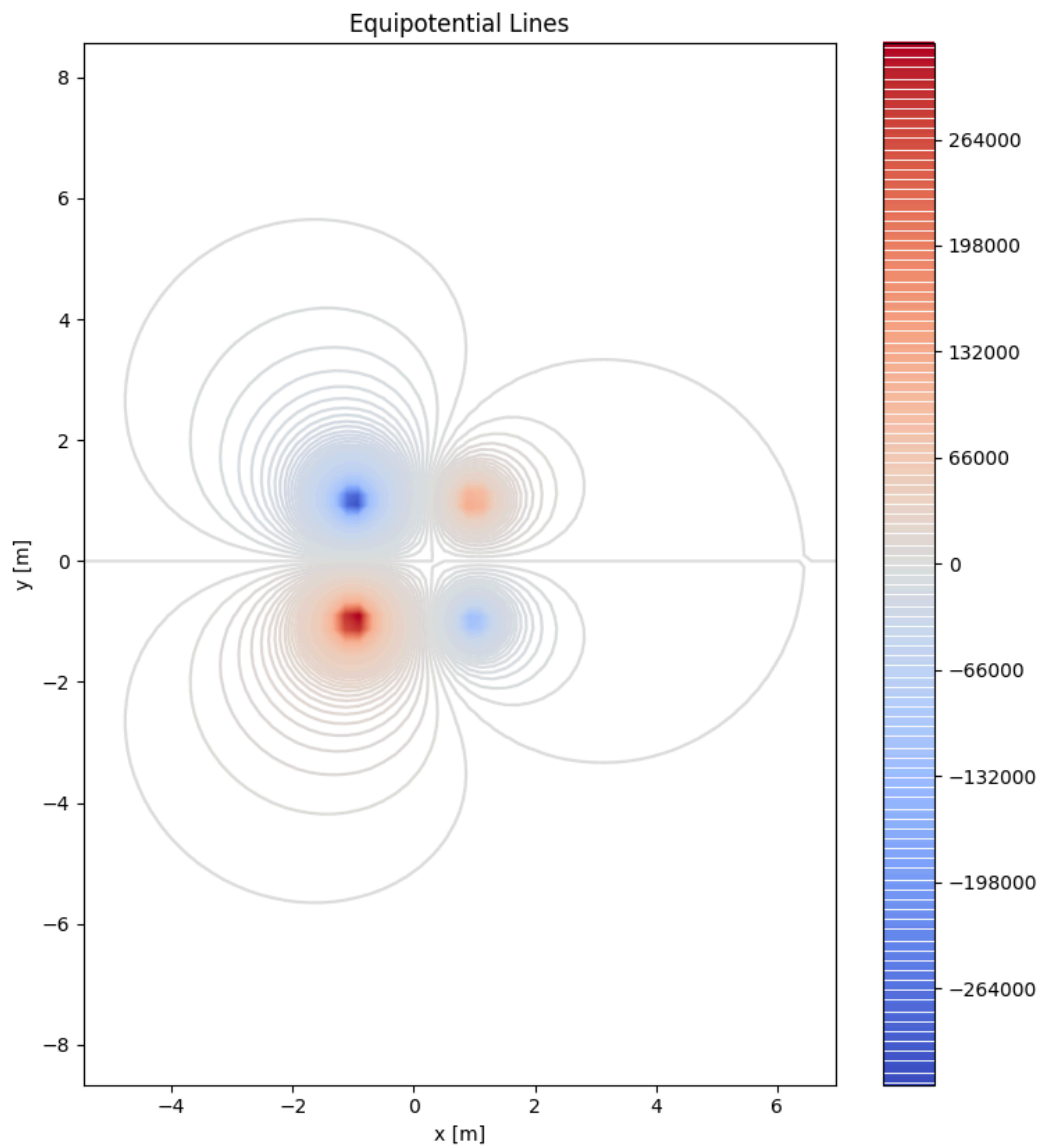
    # Componentes de la distancia
    dx = X - xq
    dy = Y - yq
    r = numpy.sqrt(dx**2 + dy**2)

    # Para evitar division entre 0
    r[r == 0] = numpy.inf

    # Componentes del campo eléctrico
    Ex += k * q * dx / r**3
    Ey += k * q * dy / r**3

    # Potencial electrico
    V += k * q / r
```

Una vez que se tiene el potencial calculado, pueden usarse gráficos de contorno para visualizar las líneas que unen los puntos con igual valor, es decir, las líneas equipotenciales. Utilizando el mismo caso de estudio con cuatro cargas que se usó para campo eléctrico, podemos visualizar el siguiente resultado:



Potencial Eléctrico Total en un Punto debido a Múltiples cargas

Si hay varias cargas puntuales (digamos n cargas) ubicadas en distintas posiciones (x_i, y_i) , el potencial eléctrico total V_{total} en el punto $P(x, y)$ es la suma de los potenciales debidos a cada carga:

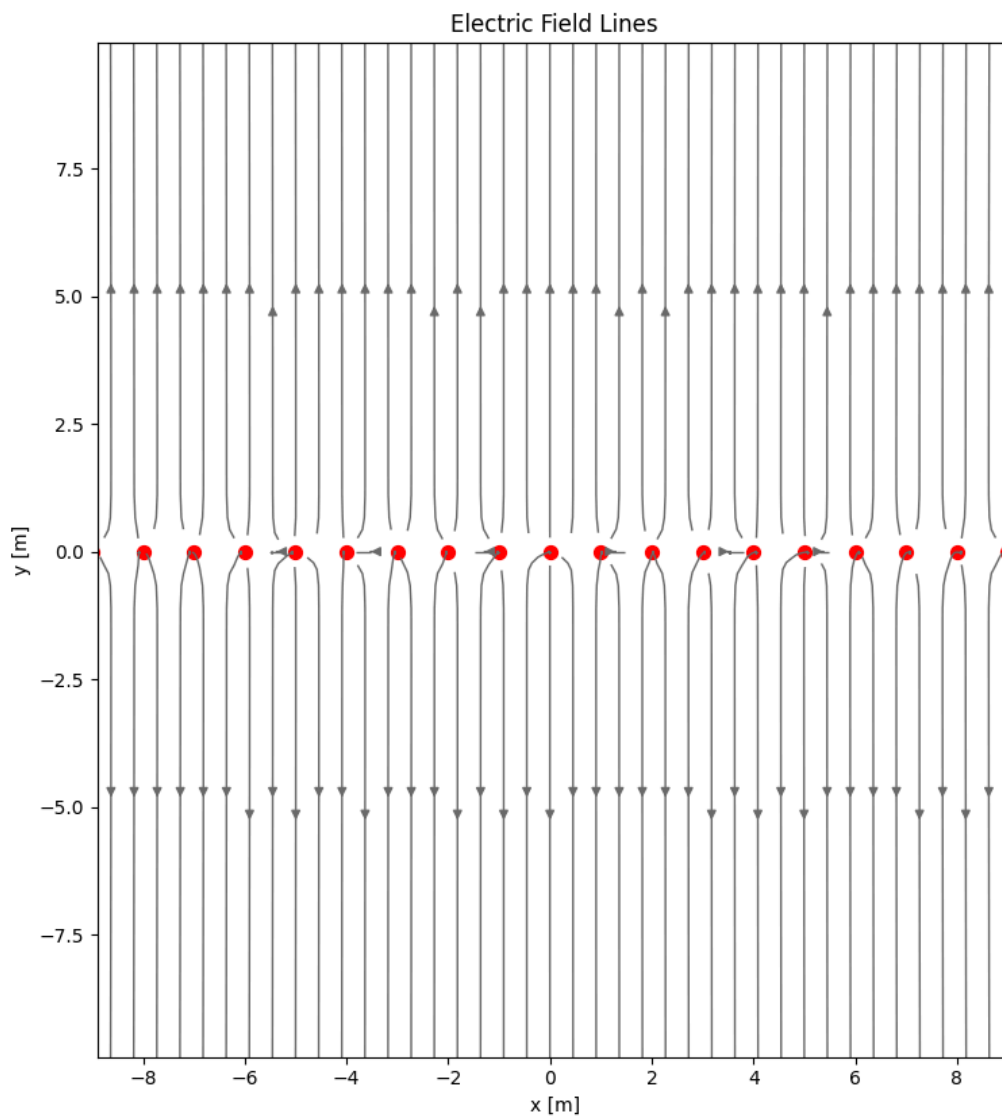
$$V_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n V_i = k_e \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

Sustituyendo r_i :

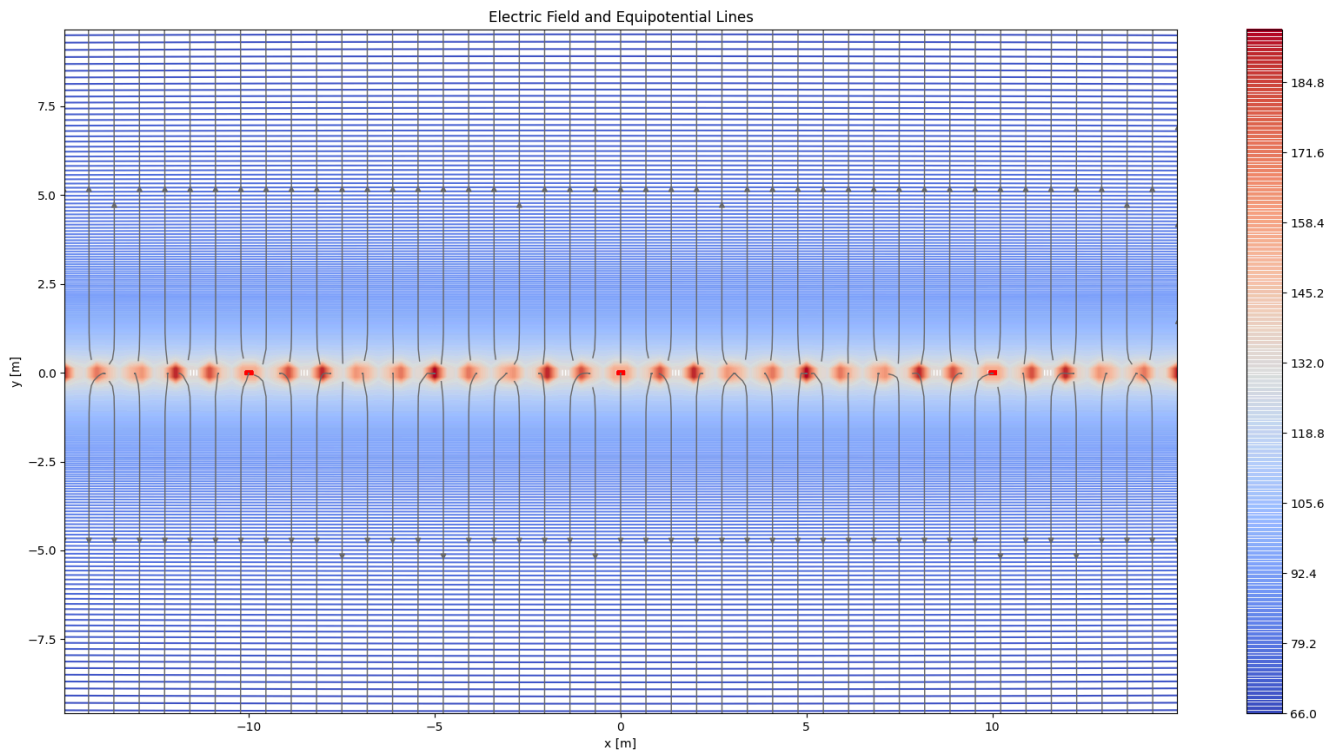
$$V_{total} = \sum_{i=1}^n V_i = k_e \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}}$$

Visualización del Campo y del Potencial a partir de Distribuciones de Carga en 2D

Utilizando la misma herramienta discutida anteriormente, también podemos realizar una simulación de una carga continua utilizando gran cantidad de cargas puntuales. Por ejemplo, podemos simular una recta uniformemente cargada, utilizando gran cantidad de cargas idénticas sobre el eje x, dando como resultado el siguiente gráfico de campo eléctrico:



A su vez, podemos también graficar el potencial, e incluso ambos valores sobre un mismo gráfico:



La simulación de una carga continua mediante cargas puntuales permite aproximar cómo una distribución de carga más realista influye en el potencial eléctrico y en el campo eléctrico:

- El potencial eléctrico se vuelve más suave y continuo con una mayor densidad de cargas puntuales, acercándose a la descripción teórica de una carga continua.
- El campo eléctrico muestra patrones característicos de simetría, densidad, y dirección, reflejando cómo las líneas de campo emergen y se organizan en torno a la distribución de carga.
- Se puede ver como las líneas del campo eléctrico son en todo punto perpendiculares a las líneas equipotenciales, tal como la teoría lo indica.
- El gráfico combinado proporciona una visualización clara de cómo varían el potencial y el campo eléctrico, destacando zonas de alta y baja intensidad y las propiedades de cancelación en configuraciones cerradas o simétricas.

Estos resultados son consistentes con la teoría del campo eléctrico y del potencial eléctrico para distribuciones continuas de carga y permiten una mejor comprensión de las propiedades del campo y del potencial en el espacio circundante.