



Departamento de Cs. e Ingeniería de la Computación
Universidad Nacional del Sur



ALGORITMOS Y COMPLEJIDAD

TRABAJO PRÁCTICO 7

Introducción a la Complejidad Computacional

primer semestre de 2024

1. Sea L un lenguaje cualquiera. Probar las siguientes propiedades:
 - a) si L es decidable, entonces L es aceptable.
 - b) si L es decidable, entonces su complemento L^c también es decidable.
 - c) L es decidable si y solo si L y L^c son aceptables.
2. Probar las siguientes proposiciones
 - a) Si L_1, L_2 son dos lenguajes tales que $L_1 \leq_m L_2$, y L_1 no es decidable, entonces L_2 tampoco lo es.
 - b) Si L_1, L_2 son dos lenguajes tales que L_1 es decidable y $\emptyset \subset L_2 \subset \Sigma^*$, entonces $L_1 \leq_m L_2$.
3. Sea T la clase de lenguajes *tally*[BC93] y S la clase de lenguajes *sparse*[BC93]. Demostrar que $T \subseteq S$, y encontrar un lenguaje separador que pruebe que $T \subset S$.
4. Sea D la clase de lenguajes decidibles. ¿Cuáles son los lenguajes D -completos con respecto a \leq_m ?
5. Mostrar que $2\text{-SAT} \in P$, probando que tiene un algoritmo polinomial que lo resuelve.
6. Mostrar que $2\text{-SAT} \leq_p \text{CFC}$.
7. Mostrar que $2\text{-COLOR} \leq_p 2\text{-SAT}$, y por lo tanto que $2\text{-COLOR} \in P$.
8. Mostrar un problema intratable que pertenezca a la clase P , debido a que la demostración no es constructiva.
9. Demostrar las siguientes propiedades de la clase P :
 - a) La clase P es cerrada con respecto a \leq_p .
 - b) ¿Es la clase P cerrada con respecto a \leq_m ?
 - c) Si L_1, L_2 son dos lenguajes tales que $L_1 \in P$ y $\emptyset \subset L_2 \subset \Sigma^*$, entonces $L_1 \leq_p L_2$.
 - d) ¿Cuáles son los lenguajes P -completos?
10. Mostrar que los siguientes problemas son NP -completos, probando que pertenecen a NP y encontrando reducciones de los problemas propuestos. (Sugerencia: consultar [AHU74, BC93, Har93, Gol10, Pap94, AB09, GJ97, Imm98]).
 - a) 3-SAT (de SAT)
 - b) k -CLIQUE (de k -CUBR.NODOS)
 - c) 3-COLOR (de 3-SAT)
 - d) VIAJANTE (de k -CIRCUITO HAMILTONIANO)

Referencias

- [AB09] S Arora and B. Barak. *Computational Complexity: A Modern Approach*. Cambridge, 2009.
- [AHU74] A. Aho, J. Hopcroft, and J. Ullman. *The Design and Analysis of Computer Algorithms*. Addison-Wesley, 1974.
- [BB96] Gilles Brassard and Paul Bratley. *Fundamentals of Algorithmics*. Prentice Hall, 1996.
- [BC93] D. Bovet and P. Crescenzi. *Introduction to the Theory of Complexity*. Prentice Hall, 1993.
- [CLRS09] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, and Clifford Stein. *Introduction To Algorithms*. The MIT Press, 3rd edition, 2009.
- [GJ97] M. Garey and D. Johnson. *Computers and Intractability: A guide to the Theory of NP-Completeness*. Freeman, 1997.
- [Gol10] O. Goldreich. *P, NP, and NP-completeness*. Cambridge, 2010.
- [Har93] D. Harel. *Algorithmics: the spirit of computing*. Addison-Wesley, 1993.
- [Imm98] N. Immerman. *Descriptive Complexity*. Springer, 1998.
- [Pap94] C. Papadimitriou. *Computational Complexity*. Addison-Wesley, 1994.
- [Wei14] Mark A. Weiss. *Data Structures and Algorithm Analysis in Java*. Pearson, 3rd. edition, 2014.