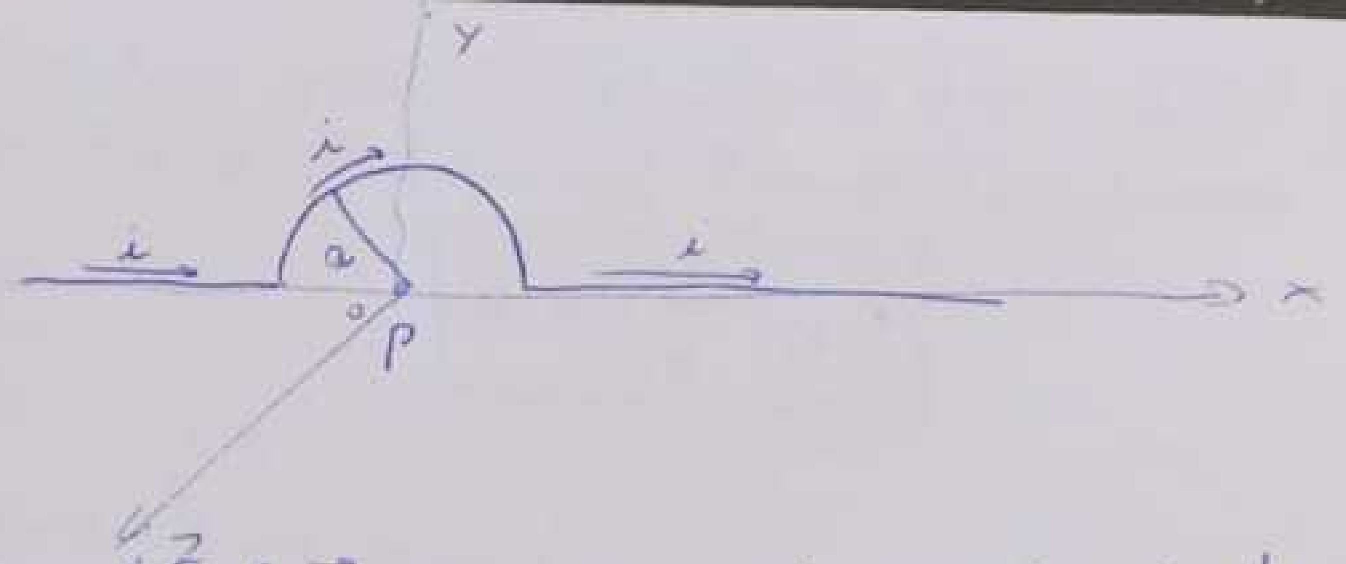
Problema 2.



Por la ley de Biot-Savart el $\vec{B}$ producido por la circulación de una corriente eléctrica es.

$$\vec{B}_{(\vec{r})} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{i\,\vec{dl} \times (\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}$$

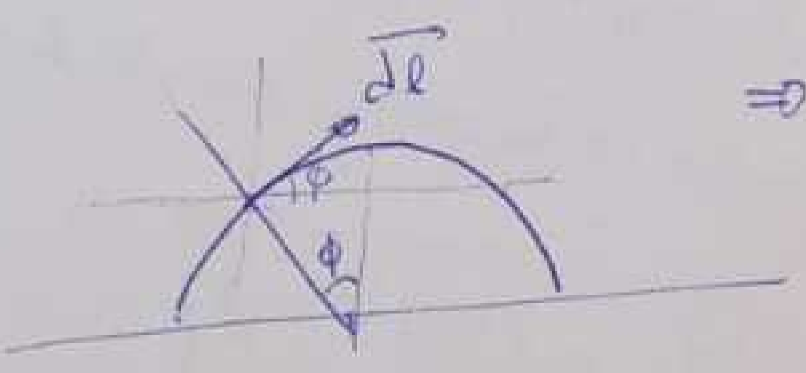
Donde se quiere calcular el campo se ubica el origen del S.R.

a) $\Rightarrow \vec{r} = (0,0,0)$, $\vec{r}\,' = (x,0,0)$ Para los tramos rectilíneos con $-\infty < x \leq a$ y del otro lado $a \leq x < \infty$

$(\vec{r}-\vec{r}\,') = (-x,0,0)$ y $\vec{dl} = dx\,\check{i}$ $\Rightarrow$ $\vec{r}-\vec{r}\,' \parallel \vec{dl}$ $\therefore$ $\vec{dl} \times (\vec{r}-\vec{r}\,') = 0$

$\Rightarrow$ el aporte, de los conductores rectilíneos, al campo $\vec{B}$ en P es nulo

b)



$\Rightarrow \vec{dl} = a\cos\phi\, d\phi\, \check{i} + a\,\text{sen}\phi\, d\phi\, \check{j} + 0\check{k}$

$\vec{r} = 0,0,0$

$\vec{r}\,' = -a\,\text{sen}\phi\,\check{i} + a\cos\phi\,\check{j} + 0\,k$

$\vec{r}-\vec{r}\,' = a\,\text{sen}\phi, -a\cos\phi, 0$

$\|\vec{r}-\vec{r}\,'\|^3 = a^3$

$$i\,\vec{dl}\times(\vec{r}-\vec{r}\,') = i\begin{vmatrix} i & j & k \\ a\cos\phi\,d\phi & a\,\text{sen}\phi\,d\phi & 0 \\ a\,\text{sen}\phi & -a\cos\phi & 0 \end{vmatrix} = i\left(-a^2\cos^2\phi\,d\phi - a^2\text{sen}^2\phi\right)d\phi\,\check{k}$$

$$= -i\,a^2\,d\phi$$

$$\Rightarrow d\vec{B}_{(P)} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{-i\,a^2}{a^3}\right)d\phi\,\check{k} \qquad d\vec{B}_{(P)} = -\frac{\mu_0\, i\, d\phi}{4\pi a}\,\check{k}$$

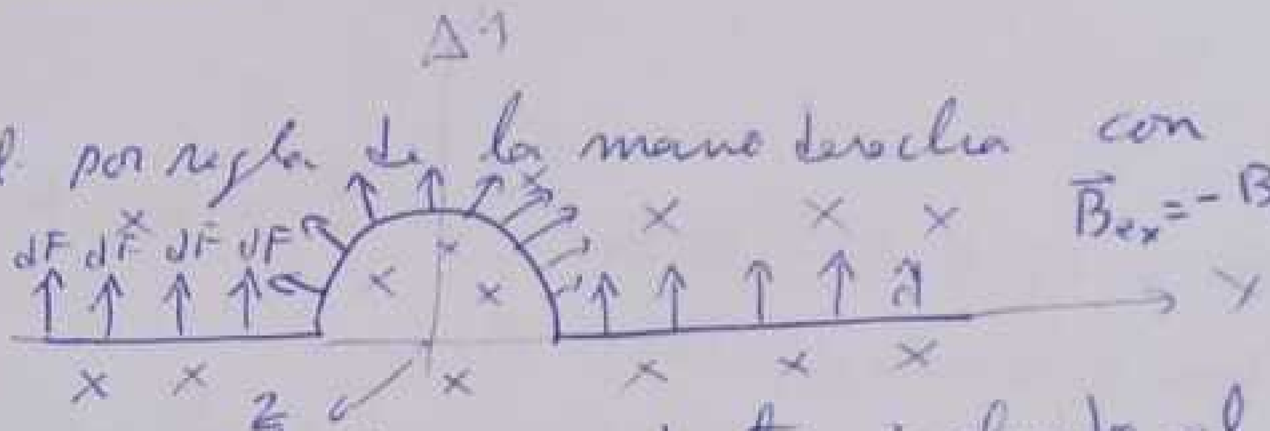
$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi a}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi\,\check{k} \qquad \boxed{\vec{B}_{(P)} = -\frac{\mu_0 i}{4a}\,\check{k}}$$

c) Debido a todo el alambre la única contribución diferente de cero es el del segmento semicircular de radio a.

$$\therefore \boxed{\vec{B}_{(P)} = \frac{-\mu_0}{4a}\, i\, \check{k}}$$

d) En forma local por regla de la mano derecha con $\vec{B}_{ex} = -B_0 \check{k}$

$$\vec{F}_m = \int i\, d\vec{l} \times \vec{B}_{ext}$$



Analizando la simetría, todo en conductor, incluido el tramo semicircular tiene una Fuerza neta $\vec{F} = F\check{j}$

e) $d\vec{F}_m = i\, d\vec{l} \times \vec{B}_{ext}$

$$\vec{dl} = a\cos\phi\, d\phi,\ a\,\mathrm{sen}\,\phi\, d\phi,\ 0$$

$$\vec{B}_{ext} = 0,\ 0,\ -B_0$$

$$i\, \vec{dl} \times \vec{B}_{ext} = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ i a\cos\phi\, d\phi & i a\,\mathrm{sen}\,\phi\, d\phi & 0 \\ 0 & 0 & -B_0 \end{vmatrix} = -i a B_0 \,\mathrm{sen}\,\phi\, d\phi\, \check{i} + i a B_0 \cos\phi\, d\phi\, \check{j} + 0\check{k}$$

$$d\vec{F}_m = -i a B_0 \,\mathrm{sen}\,\phi\, d\phi\, \check{i} + i a B_0 \cos\phi\, d\phi\, \check{j} + 0\check{k}$$

Al integrar se anulan las componentes de las fuerzas en la dirección x (en el semicircunf.)

$$\Rightarrow \vec{F}_m = i a B_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\phi\, d\phi\, \check{j} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_m = i a \pi B_0\, \check{j}}$$