

Guía N°1

Fuerza Eléctrica, Campo Eléctrico y Potencial Eléctrico

Constantes útiles

- Masa del protón = $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- Masa del neutrón = $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- Masa del electrón = $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
- Carga del protón = $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- Carga del electrón = $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- $\epsilon_0 = 8,8541878176 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$

Problema 1. ¿Cuántos electrones forman una carga de $-20 \mu\text{C}$ ($-20 \times 10^{-6} \text{ C}$)?

_____ ○ _____

Problema 2. Encontrar la fuerza eléctrica de repulsión entre dos protones en una molécula de hidrógeno, siendo la separación entre ellos de $0,74 \times 10^{-10} \text{ m}$. Compararla con la fuerza de atracción gravitacional correspondiente. ¿Qué evita que el núcleo atómico se fracture debido a la fuerza de repulsión entre los protones? (*Explosión Coulombiana*) ($G = 6,67408 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$) (Ver: *The Feynman Lectures on Physics, Volume II, Ch. 1-1*).

_____ ○ _____

Problema 3. Encontrar la fuerza de atracción eléctrica entre el protón y el electrón de un átomo de hidrógeno, suponiendo que el electrón describe una órbita circular de $0,53 \times 10^{-10} \text{ m}$ de radio. Compararla con su atracción gravitacional.

_____ ○ _____

Problema 4. Tres cargas puntuales están ubicadas en los vértices de un triángulo equilátero, separadas entre sí por una distancia de 5 cm . Si $q_1 = 2 q_2$, ¿Existe algún valor de q_3 para el cual la fuerza total sobre q_1 sea nula?.

_____ ○ _____

Problema 5. Considere una carga puntual q_1 de 2 C situada en el origen de coordenadas $(0, 0)$.

(a) Calcule el vector fuerza experimentada por una carga q_2 de $-0,5 \text{ C}$ ubicada en los puntos $(0, 1)$ y $(0, 5) \text{ [m]}$ debido a q_1 . Realice un diagrama ubicando dichos vectores.

(b) Si ahora la carga q_2 es de $0,5 \text{ C}$ ¿En qué cambian las respuestas del inciso anterior?

(c) Calcule el vector campo eléctrico (\vec{E}) en los puntos $(1, 0)$, $(5, 0)$, $(-1, 0)$, $(-5, 0)$, $(0, 1)$, $(0, 5)$, $(3, 4)$ y $(-3, 4)$, generado solamente por la carga q_1 ubicada en el origen. Las distancias están medidas en m . Realice un diagrama ubicando el vector campo eléctrico en cada uno de los puntos.

_____ ○ _____

Problema 6.

(a) Explique qué son las líneas de campo.

(b) ¿Pueden intersectarse dos líneas de campo eléctrico? Explique.

_____ ○ _____

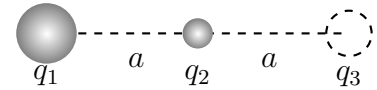
Problema 7. Considere un dipolo eléctrico de cargas -1 nC y $+1 \text{ nC}$ ubicado a lo largo del eje x .

(a) Calcule el campo eléctrico en los puntos $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 2)$, $(-2, 0)$, $(0, -2)$ y $(2, 2) \text{ [m]}$, si las cargas están situadas sobre el eje x en los puntos $x = -1 \text{ m}$ y 1 m , respectivamente.

(b) Dibuje el vector campo eléctrico sobre cada punto y esquematice las líneas de campo.

_____ ○ _____

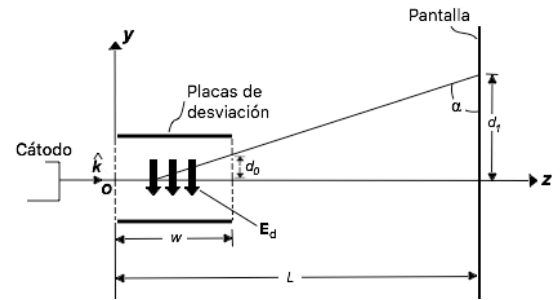
Problema 8. Tres cargas puntuales están alineadas y separadas entre sí por una distancia $a = 10 \text{ cm}$. Si $q_1 = -2 q_2$,



(a) ¿Cuál debería ser q_3 para que la fuerza total sobre q_1 sea nula?

(b) ¿Cuál es el vector campo eléctrico en el punto que se halla situada q_3 debido a q_1 y q_2 ? Realice un gráfico de la intensidad de campo eléctrico a lo largo del eje x (considerando que la intensidad es positiva cuando el campo eléctrico está dirigido hacia la derecha de la carga positiva y negativa cuando está dirigido hacia la izquierda de la misma; viceversa para una carga negativa).

Problema 9. En la figura se muestra el sistema de desviación electrostática de un osciloscopio de rayos catódicos. Los electrones de un cátodo calentado reciben una velocidad inicial $\vec{v} = v_0 \hat{k}$ de un ánodo cargado positivamente. Los electrones entran en $z = 0$ en una región de placas de desviación donde se mantiene un campo eléctrico uniforme $\vec{E}_d = -E_d \hat{j}$ en un ancho w . Ignore los efectos gravitatorios y encuentre la desviación vertical de los electrones en la pantalla fluorescente en $z = L$. (Explique por qué es correcto despreciar los efectos gravitatorios).



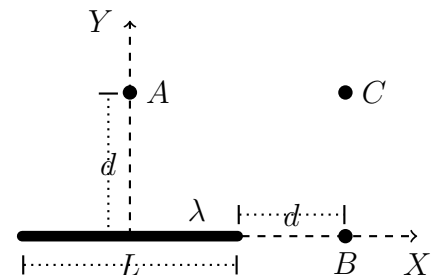
Aplicación práctica.- Las impresoras de chorro de tinta empleadas para la salida de computadores, al igual que los osciloscopios de rayos catódicos, son dispositivos basados en el principio de desviación electrostática de un flujo de partículas cargadas. Se pasan gotas diminutas de tinta a través de una boquilla vibratoria controlada por un transductor piezoeléctrico. Se suministran cantidades variables de carga a las gotas de tinta dependiendo de la salida del computador. Las gotas de tinta cargadas pasan por un par de placas de desviación donde existe un campo eléctrico estático uniforme. La cantidad de desviación de la gota depende de su carga. Conforme la cabeza de impresión se mueve en dirección horizontal, las gotas de tinta salen de la boquilla y entran en contacto con la superficie de impresión en diversas posiciones, formando así la imagen impresa. (Nota extraída del libro "Fundamentos de electromagnetismo para ingeniería". D.K. Cheng. Sección 3.3. Ejemplo 3.2).

Problema 10.

(a) Calcule el campo eléctrico en los puntos A, B y C para el hilo con densidad de carga lineal uniforme $\lambda > 0$ y de longitud finita L que se muestra en la figura.

(b) Realice un esquema de las líneas de campo eléctrico.

(c) Si se coloca una varilla de longitud L' de forma que uno de sus extremos se encuentre en el punto A y perpendicular al hilo, calcule la fuerza que sentirá esta varilla si su carga es $\lambda' > 0$.



Problema 11. Se tiene un anillo circular con densidad de carga lineal uniforme $\lambda > 0$ de radio a .

(a) Obtenga una expresión para el vector campo eléctrico válida en cualquier punto sobre el eje de simetría.

(b) Dibuje el vector campo eléctrico en el centro del anillo y en los puntos que están sobre el eje a una distancia d por encima y por debajo del plano del anillo.

(c) Vuelva a calcular el vector campo eléctrico si la densidad de carga es igual a $\lambda = \lambda_0 \cos \phi$.

Problema 12.

(a) Encuentre el vector campo eléctrico de un plano infinito cargado con una densidad superficial de carga $\sigma > 0$.

(b) Utilice el resultado del inciso anterior para encontrar el vector campo eléctrico generado por dos planos infinitos paralelos con densidad de carga $\sigma^+ > 0$ y $\sigma^- < 0$ separados por una distancia d , entre los planos y fuera de ellos.

(c) Si el vector campo eléctrico en el espacio comprendido entre dos láminas planas y paralelas, cargadas con cargas iguales y opuestas, es de 10 N/C , siendo 100 cm^2 el área en cada lámina, y despreciando el efecto de los bordes, ¿cuál es la carga de cada una?

_____ o _____

Problema 13. Considere un disco de radio R cargado con densidad superficial de carga σ constante.

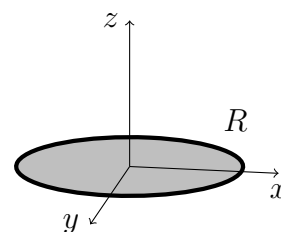
(a) Obtenga una expresión para el valor del campo eléctrico sobre el eje de simetría.

(b) Verifique que en el límite de $z/R \rightarrow 0$, se recupera el resultado para el plano infinito cargado ($\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}$).

(c) Verifique que en el límite $z \rightarrow \infty$, la intensidad recupera el resultado para una carga puntual ($E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2}$). (Ayuda: Utilizar la expansión en Taylor de la función $f(x) = \frac{1}{(1+x)^{1/2}}$).

(d) Calcule la fuerza experimentada por una barra de densidad lineal de carga λ que se extiende entre $(0, 0, d)$ y $(0, 0, d + l)$.

_____ o _____



Problema 14. Un plano infinito, que coincide con el plano xy , tiene una carga distribuida superficialmente, con densidad: $\sigma(x, y) = -\frac{\alpha}{2\pi[d^2 + x^2 + y^2]^{3/2}}$ donde α es una constante positiva.

(a) Haga un esquema sombreado de la densidad de carga y determine la simetría del problema.

(b) Determine la carga total contenida en el plano.

(c) Encuentre el vector campo eléctrico que la distribución de carga produce en el punto $(0, 0, d)$.

_____ o _____

Problema 15. Un dipolo formado por un electrón y un protón, separados por una distancia a , está colocado de modo que su punto medio coincide con el origen de coordenadas, su eje con el eje X y el electrón queda a la izquierda del origen.

(a) Calcule el potencial eléctrico en términos de r y θ considerando que $r \gg a$. (Ayuda: Utilice el teorema del coseno y la expansión en Taylor calculada en la Guía 0).

(b) Calcule el vector campo eléctrico sabiendo que $\vec{E} = -\nabla V$.

(c) Calcule y represente en un esquema las componentes E_r y E_θ del vector campo eléctrico en los siguientes puntos: a) $r = r_0, \theta = 0$; $r = r_0, \theta = \pi/2$; $r = r_0, \theta = \pi/6$.

_____ o _____

Problema 16.

(a) Si el potencial eléctrico V es cero en un punto, ¿también la intensidad del campo eléctrico E debe ser cero en el punto?. Justificar y dar ejemplos.

(b) ¿Qué puede decirse respecto al campo eléctrico \vec{E} en una región donde V es constante?

_____ o _____

Problema 17.

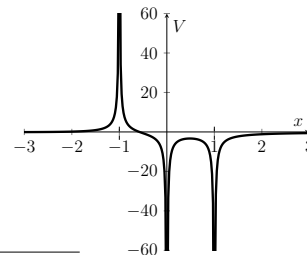
(a) Para la configuración de cargas del Problema 4, ¿existe algún valor de q_3 para el cual el campo eléctrico y el potencial eléctrico en el punto en el que las tres bisectrices se cortan sea nulo?

(b) Para el dipolo planteado en el Problema 7, calcule el potencial eléctrico en los puntos en cuestión.

(c) Para la configuración de cargas del Problema 8 ¿cuál es el potencial eléctrico en el punto en el que se halla situada q_3 debido a q_1 y q_2 ? Realice un gráfico para el potencial a lo largo del eje x .

_____ o _____

Problema 18. Considere la siguiente gráfica para el potencial a lo largo del eje x .



(a) Indique qué configuraciones de cargas dan lugar a dicho potencial.

(b) Grafique al campo eléctrico a lo largo del eje x para dicha configuración de cargas.

_____ o _____

Problema 19.

(a) Para la configuración del Problema 11, obtenga una expresión para el valor del potencial eléctrico sobre el eje de simetría. ¿Puede calcular el campo eléctrico a partir del potencial calculado en el problema anterior? En caso afirmativo calcúlelo, en caso negativo, ¿por qué?

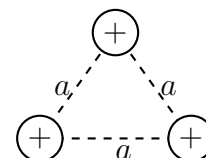
(b) Para la configuración del Problema 14, encuentre el potencial eléctrico que se produce en el punto $(0, 0, d)$ a partir de la distribución de carga.

_____ o _____

Problema 20. Calcule la energía potencial electrostática para un sistema de 4 cargas puntuales de magnitud $+1 \text{ nC}$ ubicadas en los vértices de un cuadrado de lado $L = 1,3 \text{ m}$.

_____ o _____

Problema 21. Dada la configuración de cargas de la figura, donde todas las cargas son iguales y de magnitud q y la misma masa m .



(a) Calcule la energía potencial electrostática almacenada.

(b) Calcule la velocidad que obtendrá la carga superior al alejarse de la configuración de tal modo que ya no interactúe con las otras dos cargas (Considere que estas dos cargas están fijas en el espacio).

_____ o _____

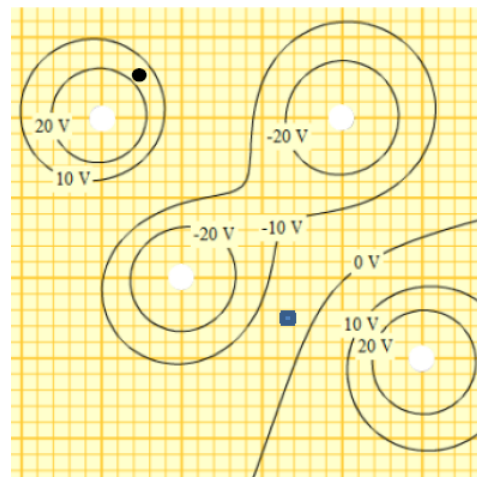
Problema 22.

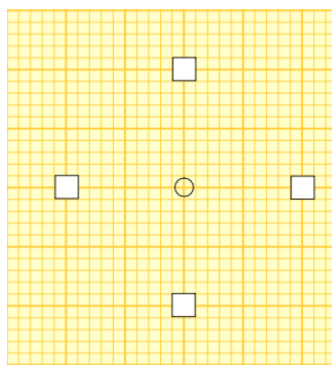
(a) En la siguiente figura, identificar los signos de las cargas colocando $+$ o $-$, según corresponda en los cuadrados blancos. (Utilice la siguiente aplicación para facilitar el análisis del problema: http://phet.colorado.edu/sims/charges-and-fields/charges-and-fields_en.html).

(b) Grafique las líneas de campo eléctrico en la figura anterior. ¿En qué punto el campo eléctrico es más intenso, en el círculo o en el cuadrado? ¿Por qué?

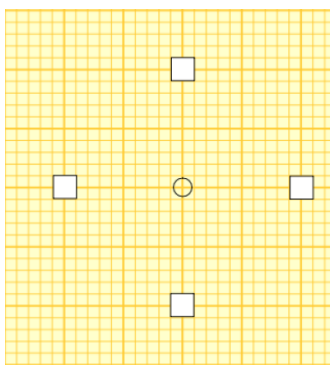
(c) En las siguientes figuras, identifique los signos de las cargas ubicadas en los cuadrados blancos, de forma tal que en el centro de la figura el campo eléctrico y el potencial sean los requeridos. Dibuje las líneas equipotenciales.

_____ o _____

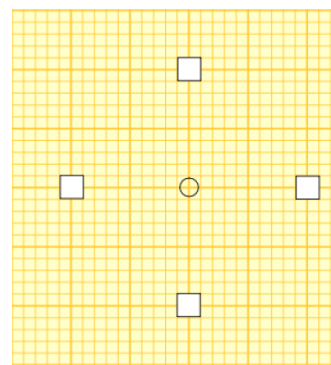




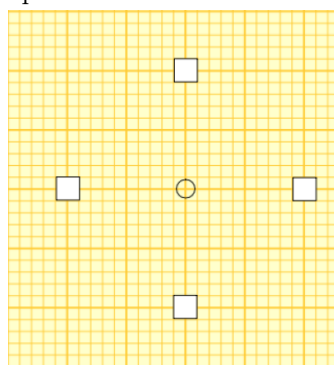
(a) Campo eléctrico cero y potencial positivo



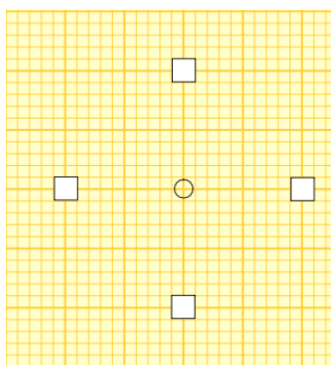
(b) Campo eléctrico cero y potencial cero.



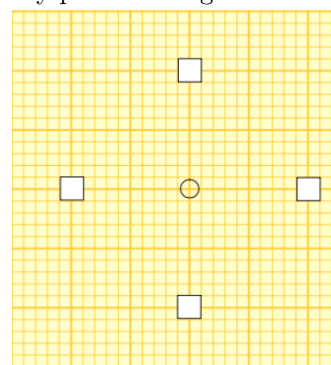
(c) Campo eléctrico dirigido a la derecha y potencial negativo.



(d) Campo eléctrico dirigido a 45 grados y potencial cero.



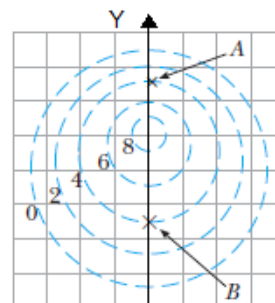
(e) Campo eléctrico dirigido a 315 grados y potencial cero



(f) Campo eléctrico dirigido a 180 grados y potencial positivo.

Problema 23. En la figura se muestran varias líneas equipotenciales, cada una de ellas medida en volts. La distancia entre líneas de la rejilla cuadrículada representa 1 cm.

- Indique en que punto (A o B) es más intenso el campo eléctrico.
- Dibuje las líneas de campo eléctrico.
- Grafique el potencial eléctrico en función del eje Y, a lo largo de la recta resaltada en la figura.



Problema 24. Una gota de aceite cargada cae 4 mm en 16 segundos a velocidad constante en el aire en ausencia de campo eléctrico. La densidad del aceite es $0,8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, la del aire es $1,3 \text{ kg/m}^3$ y la viscosidad de este $1,8 \times 10^{-5} \text{ N.s/m}^2$.

- Indique cuál es el radio de la gota.
- Indique cuál es la masa de la gota.
- Si se enciende un campo de $2 \times 10^5 \text{ N/C}$, se observan distintos tiempos de subida para una distancia de 4mm. Los tiempos medidos fueron 36,0; 17,7 y 7,7 segundos. Calcule la velocidad de subida en cada caso.
- Relacione de a pares el cambio de velocidad con el cambio de cantidad de carga en la gota.
- A partir de los resultados del inciso anterior, compruebe que obtiene aproximadamente múltiplos enteros de la carga del electrón.

La experiencia que permitió medir la carga eléctrica elemental

La carga eléctrica es una magnitud discreta, sólo aparece en múltiplos de una unidad fundamental o *cuanto*. De los muchos experimentos realizados para determinar el valor de esta carga fundamental, es clásico el del físico norteamericano Robert. A. Millikan (1859-1953), quien, por varios años, realizó el experimento conocido hoy como experimento de la gota de aceite (ver figura 1, adaptación de Millikan (1911) PRL Vol.32 num.4 p.349). Millikan dispuso horizontalmente dos discos de bronce (*M* y *N*) en forma paralela separados por una distancia de 16 mm, quedando entre ellos una cámara cilíndrica *C* con aire libre de polvillo. La placa superior *M* tenía en su centro unas perforaciones pequeñas a través de las cuales podían caer gotas de aceite producidas por un atomizador *A*, que estaba por encima de la misma. La mayoría de esas gotas se cargaban por fricción al pasar por la boquilla del atomizador. La cámara tenía tres ventanas de vidrio en su superficie lateral: una ventana de observación y dos ubicadas en lados opuestos para que un haz de luz atravesara la cámara iluminando el interior de la misma. Por la ventana de observación se podían ver caer las pequeñas gotas como si fueran estrellas brillantes en la oscuridad.

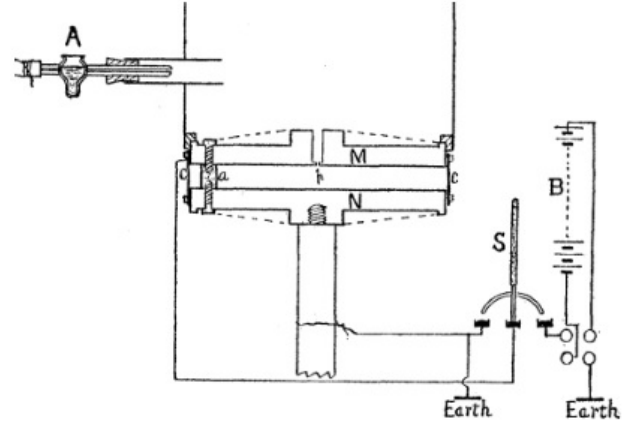


Figura 1

Las gotas caían por acción de la gravedad hacia el plato *N*, pero antes de que llegaran se establecía entre los discos un campo eléctrico *E* de entre 3000 V/cm y 8000 V/cm por medio de una batería *B* y activado con un interruptor *S*. Si la gota había recibido una carga por fricción apropiada, era empujada hacia el plato superior *M*. Antes de que lo alcanzara, se apagaba nuevamente el campo y se dejaba sólo bajo los efectos de la fuerza gravitatoria. Desde la ventana de observación se medía el tiempo que la gota tardaba en recorrer una distancia de 10 mm, considerando que en esa distancia la gota se movía con una velocidad límite. Estas mediciones de la velocidad se realizaban repetidamente cuando el campo estaba apagado (v_1) y cuando el campo estaba encendido (v_2). Se verificaba que cada una de estas velocidades se mantenía constante hasta que la gota capturaba un ion del aire o alguno producido por una fuente de rayos X, en ese instante se podía observar un cambio en la velocidad de la gota bajo la influencia del campo. Del signo y magnitud de ese cambio en la velocidad v_2 , y teniendo en cuenta la velocidad que tenía la gota sólo por efecto de la gravedad v_1 , se determinaba el signo y el valor preciso de la carga que llevaba el ion capturado. Encontraron que esos valores de carga eran múltiplos de un mismo valor que establecieron como la carga fundamental o carga del electrón e .

Análiticamente supongamos que la gota tiene un radio a , una masa aparente m y una carga e_n , y que tiene una velocidad v_1 cuando sólo está bajo la influencia de la gravedad g y v_2 cuando está bajo la influencia de un campo eléctrico E (considerando que en ambos casos existe una fuerza resistiva F_r originada por el movimiento de la gota). Cuando se habla de masa aparente se hace referencia a que la gota está bajo los efectos de la fuerza gravitatoria y el empuje. Entonces $m = \frac{4}{3}\pi a^3(\rho_{ac} - \rho_a)$, donde ρ_{ac} es la densidad del aceite y ρ_a es la densidad del aire. Para la fuerza resistiva del aire puede considerarse correcta la Ley de Stokes donde $F_r = 6\pi\mu av$, donde μ es el coeficiente de viscosidad del medio y v la velocidad de la gota. Cuando la gota está solo bajo los efectos de la gravedad se puede plantear que:

$$-mg + 6\pi\mu av_1 = 0 \quad (1)$$

Cuando la gota está (subiendo) bajo el efecto de la gravedad y el campo eléctrico:

$$-mg - 6\pi\mu av_2 + e_n E = 0 \quad (2)$$

De la ecuación (2) se puede deducir el valor de la cantidad de carga que tiene la gota en función de la velocidad v_2 , sin embargo, experimentalmente el valor de a no se puede obtener de forma directa y se calcula a partir de la expresión (1) Combinando ambas ecuaciones, y a partir de la expresión resultante para el radio a de la gota, se obtiene que:

$$e_n = 6\pi\mu \frac{(v_1 + v_2)}{E} a = 6\pi\mu \frac{(v_1 + v_2)}{E} \sqrt{\frac{9\mu v_1}{2g(\rho_{ac} - \rho_a)}} \quad (3)$$

Para cada cambio en la velocidad v_2 , Millikan obtuvo distintos valores de e_n y todos ellos resultaron ser múltiplos enteros de un mismo valor: la unidad fundamental de carga $e = 1,6021 \times 10^{-19} C$.