



ALGORITMOS Y COMPLEJIDAD

Actividad 12

7 de junio de 2019

- **Objetivos:** Conocimiento detallado de Programación Dinámica. Análisis de recurrencias.
- **Problema:** Los **números de Catalan** son una secuencia de naturales útiles para diferentes problemas de conteo. El n -ésimo número de Catalan se obtiene aplicando la fórmula recursiva o su equivalente coeficiente binomial:

Fórmula Recursiva

$$C_n = \begin{cases} 1, & \text{si } n = 0 \\ \sum_{i=0}^{n-1} (C_i * C_{n-i-1}), & \text{con } n > 0. \end{cases}$$

Coeficiente binomial

$$C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$$

Por ejemplo, un problema de conteo que resuelve el n -ésimo número de Catalan es el de *expresiones parentizadas balanceadas*. Así, el segundo número de Catalan indica la máxima cantidad de expresiones conteniendo 2 pares de paréntesis balanceados, es decir, dos expresiones: $(())$ y $()()$. De igual forma, el tercer número de Catalan, es decir $n=3$, resulta indicar 5 expresiones: 1. $()()()$, 2. $((()))$, 3. $(())()$, 4. $()(())$ y 5. $((())())$.

- **Metodología:** Resolver el problema del n -ésimo número de Catalan. El informe deberá constar de las siguientes partes:
 1. Mostrar que C_n también resuelve el número total de posibles árboles binarios de búsqueda para n nodos. Para ello, simplemente deberán mostrar con ejemplos todos los árboles posibles para cada $n \in \{1, 2, 3\}$. Además, para el caso $n = 4$, simplemente calcular el número total de árboles.
 2. Plantear tres algoritmos para resolver el problema de acuerdo a técnicas:
 - a) Recursiva.
 - b) Programación dinámica, siguiendo la fórmula recursiva.
 - c) Programación dinámica, según el coeficiente binomial.
 3. Analizar el orden de tiempo y espacio de ejecución de los algoritmos planteados justificando adecuadamente.
 4. Realizar pruebas intuitivas que muestren claramente la optimalidad de ambas soluciones de programación dinámica.

El trabajo podrá hacerse en comisiones de hasta tres alumnos, y estimativamente tendrá una extensión de no más de 8 páginas. El archivo deberá ser enviado al profesor de la materia, con copia a todos los participantes del grupo, hasta las 23:59 hs del 7/6/2019.

- **Evaluación:** La aprobación de esta actividad otorgará hasta 6 créditos: 2 en CT1 (estrategias de desarrollo), 1 en CT2 (estructuras de datos), 1 en CT3 (performance en tiempo y espacio de algoritmos) y 2 en CT4 (correctitud de algoritmos).
- **Observación:** Se recuerda que la actividad es optativa.