Optimalidad Greedy

Estructura general

P = definición del problema

Ejemplos:

1) Un conjunto de monedas para sumar un vuelto (dinero) a devolver.
2) Un conjunto de programas y una cinta magnética para cargarlos secuencialmente.

E = Estrategia greedy

Ejemplos:

1) Moneda de mayor denominación primero.
2) Programa más corto primero.

X = Solución greedy - X = (X1, X2, … , Xn)

Ejemplos:

1) Xi, con $1 \leq i \leq n$, son las monedas a utilizar de la correspondiente denominación.
2) Xi es un programa tal que $Xi \leq Xj$, siempre que $i \leq j$.

C = Condición de optimalidad.

- ***Solución optimal***: solución que minimiza la utilización de un dado recurso
  Ejemplos de recursos:
  1) Monedas
  2) Tiempo de lectura de un programa.

- Función VAL mide el recurso utilizado en una solución X.
  Ejemplos de VAL(X):
  1) Cantidad de monedas utilizadas para la solución X.
  2) Sumatoria del tiempo de lectura de todos los programas de acuerdo a X.

- Entonces C se satisface si VAL(X) es minimal. Es decir, X es solución para P, y X es óptima dado que VAL(X) es:
  1) La menor cantidad de monedas posibles.
  2) La menor sumatoria del tiempo de lectura de todos los programas.

Pruebas de optimalidad

Para probar la optimalidad necesito contrastar X con cualquier otra solución Y = (Y1, Y2, … , Yn) NO-NECESARIAMENTE GREEDY (es decir que no necesariamente satisface la estrategia E) para el mismo problema P. Luego debo mostrar que VAL(X)≤VAL(Y) se satisface de acuerdo con la condición de optimalidad C. Esto se prueba formalmente por:

1) Inducción.
2) Contradicción (reducción al absurdo).
3) Aritméticamente.

Entonces VAL(X)≤VAL(Y) si:

1) X usa menos monedas que Y para resolver el mismo problema P.
2) X e Y ordenan los mismos programas pero la sumatoria del tiempo total en X es inferior a la de Y.

Resumen

- X es solución para P de acuerdo con E.
- Y es solución para P no-necesariamente de acuerdo con E.
- Luego demostrar que C es satisfecha mediante la prueba formal de:
  - VAL(X)≤VAL(Y), o bien VAL(X)-VAL(Y) ≤ 0