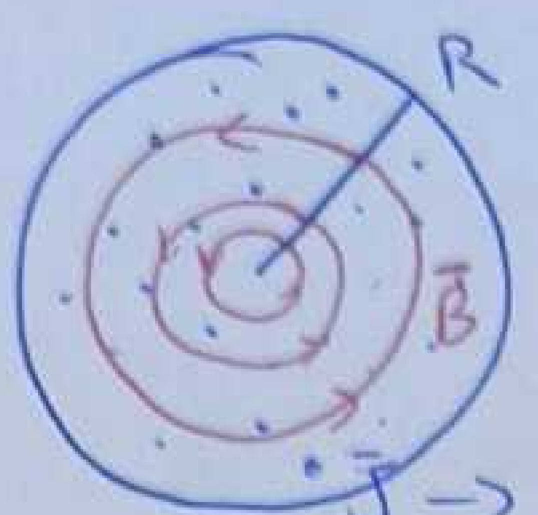
P3

(a)

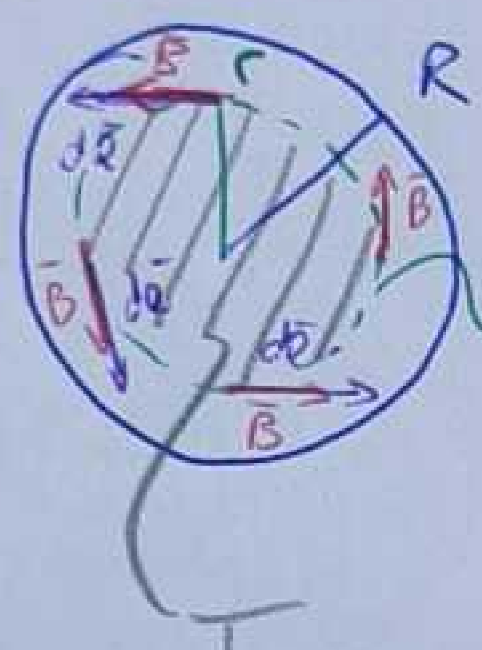


Por regla de la mano derecha, para una corriente saliente, el campo $\bar{B}$ es concéntrico en sentido antihorario.

$\bar{J} \rightarrow$ saliente a la hoja

(b) El alambre con densidad de corriente $\bar{J} = \frac{\alpha}{r}\hat{k}$ se puede considerar infinito, sabiendo el sentido y dirección del $\bar{B}$ podemos resolver por Ámpere.

$r < R$



$$\oint \bar{B}\cdot d\bar{l} = \mu_0 I_{enc}$$

como $\bar{B} \parallel d\bar{l}$ en todo punto podemos aplicar Ley de Ámpere por simetría.

Calculemos I_{enc}:

$$I = \int \bar{J}\cdot d\bar{s}$$

si $\bar{J} = \frac{\alpha}{r}\hat{k}$ y $d\bar{s} = r' d\theta' dr' \hat{k}$

con $0 < \theta' < 2\pi$

$0 < r' < r$

$$I_{enc} = \int_0^r \int_0^{2\pi} \frac{\alpha}{r} r \, d\theta \, dr = 2\pi\alpha r$$

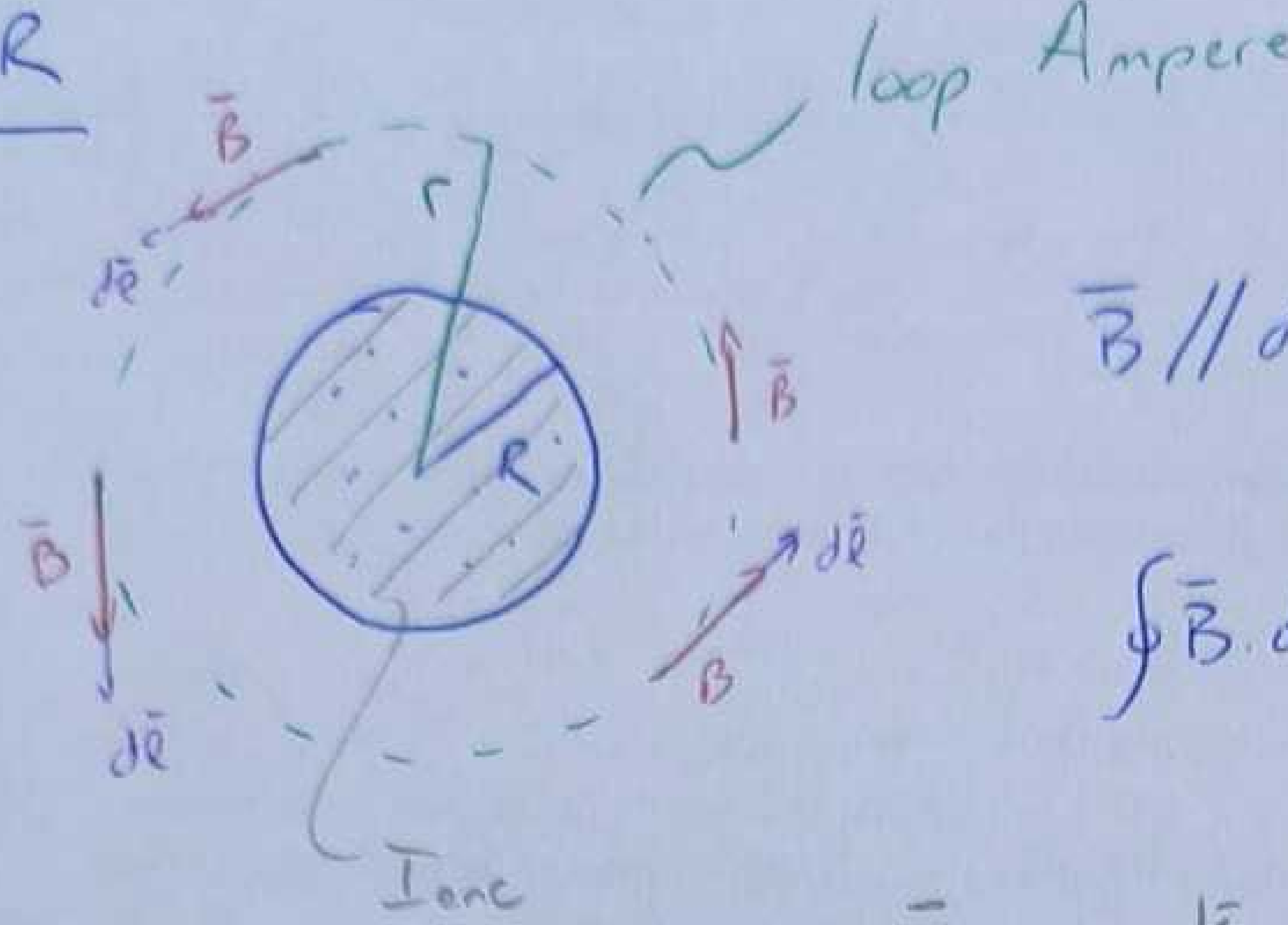
dentro del loop

$$\therefore \oint \bar{B}\cdot d\bar{l} = \mu_0 \int \bar{J}\cdot d\bar{s} = \int_0^r\int_0^{2\pi} \frac{\alpha}{r} \underbrace{\hat{k}\cdot\hat{k}}_{1} r \, d\theta \, dr$$

$$B(2\cancel{\pi} r) = \mu_0 (\cancel{2\pi}\alpha \cancel{r})$$

$$|B| = \mu_0 \alpha \quad \therefore \quad \boxed{\bar{B}(r) = \mu_0 \alpha \, \hat{e}_\phi \qquad r < R}$$

$\underline{r > R}$



$\bar{B} \,//\, d\bar{l}$

$$\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 I_{enc}$$

$$I_{enc} = \int \bar{J} \cdot d\bar{s} = \int_0^R \int_0^{2\pi} \overbrace{\frac{\alpha}{r} \cdot \hat{k}}^{\bar{J}} \cdot \overbrace{\hat{k}\, r\, d\theta\, dr}^{d\bar{s}} \quad \left(\underbrace{\hat{k} \cdot \hat{k}}_{1}\right)$$

$$I_{enc} = \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\alpha}{\cancel{r}} \cancel{r}\, d\theta\, dr = 2\pi \alpha R$$

$$\therefore \oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 I_{enc}$$

$$B(\cancel{2\pi} r) = \mu_0 (\cancel{2\pi} \alpha R)$$

$$|B| = \frac{\mu_0 \alpha R}{r} \quad \therefore \quad \boxed{\bar{B}(r) = \frac{\mu_0 \alpha R}{r} \hat{e}_\phi \qquad r > R}$$

ⓒ