1. Subtipado

$$\frac{}{Nat <: Float}(\text{S-NatFloat}) \qquad \frac{}{Int <: Float}(\text{S-IntFloat}) \qquad \frac{}{Bool <: Nat}(\text{S-BoolNat})$$

$$\frac{\sigma' <: \sigma \qquad \tau <: \tau'}{\sigma \to \tau <: \sigma' \to \tau'}(\text{S-Func})$$

$$\frac{}{\sigma <: \sigma}(\text{S-Refl}) \qquad \frac{\sigma <: \tau \qquad \tau <: \rho}{\sigma <: \rho}(\text{S-Trans})$$

$$\frac{\sigma <: \tau \qquad \tau <: \sigma}{Ref\ \tau <: Ref\ \sigma}$$

$$\frac{\sigma <: \tau}{Source\ \sigma <: Source\ \tau}(\text{S-Source}) \qquad \frac{\tau <: \sigma}{Sink\ \sigma <: Sink\ \tau}(\text{S-Sink})$$

$$\frac{}{Ref\ \tau <: Source\ \tau}(\text{S-RefSource}) \qquad \frac{}{Ref\ \tau <: Sink\ \tau}(\text{S-RefSink})$$

1.1. Reglas de reduccion con subtipado

$$\frac{x : \sigma \in \Gamma}{\Gamma \mapsto x : \sigma}(\text{T-Var})$$

$$\frac{\Gamma, x : \sigma \mapsto M : \tau}{\Gamma \mapsto \lambda x : \sigma . M : \sigma \to \tau}(\text{T-Abs}) \qquad \frac{\Gamma \mapsto M : \sigma \to \tau \qquad \Gamma \mapsto N : \rho \qquad \rho <: \sigma}{\Gamma \mapsto M\ N : \tau}(\text{T-App})$$

2. Objetos

2.0.1. Sintaxis

$$\begin{array}{lcll} a, b & ::= & x & \text{Variables} \\ & | & [l_i = \varsigma(x_i) b_i^{i \in 1..n}] & \text{Objetos} \\ & | & a.l & \text{Selección/ Envío de mensajes} \\ & | & a.l \Leftarrow \varsigma(x) b & \text{Redefinición de un método.} \end{array}$$

2.1. Variables libres

$$\begin{array}{ll} \mathrm{fv}(\varsigma(x)b) & = \mathrm{fv}(b) \backslash \{x\} \\ \mathrm{fv}(x) & = \{x\} \\ \mathrm{fv}([l_i = \varsigma(x_i) b_i^{i \in 1..n}]) & = \bigcup^{1 \in 1..n} \mathrm{fv}(\varsigma(x)b) \\ \mathrm{fv}(a.l) & = \mathrm{fv}(a) \\ \mathrm{fv}(a.l \Leftarrow \varsigma(x)b) & = \mathrm{fv}(a.l) \cup \mathrm{fv}(\varsigma(x)b) \end{array}$$

2.2. Sustitución

$$\begin{array}{lll} x\{x \leftarrow c\} & = c & \\ y\{x \leftarrow c\} & = y & \text{si } x \neq y \\ ([l_i = \varsigma(x_i) b_i^{i \in 1..n}])\{x \leftarrow c\} & = [l_i = (\varsigma(x_i) b_i)\{x \leftarrow c\}^{i \in 1..n}] & \\ (a.l)\{x \leftarrow c\} & = (a\{x \leftarrow c\}).l & \\ (a.l \Leftarrow \varsigma(x)b)\{x \leftarrow c\} & = (a\{x \leftarrow c\}).l \Leftarrow (\varsigma(x)b)\{x \leftarrow c\} & \\ (\varsigma(y)b)\{x \leftarrow c\} & = (\varsigma(y')(b\{y \leftarrow y'\}\{x \leftarrow c\})) & \text{si } y' \notin \mathrm{fv}(\varsigma(y)b) \cup \mathrm{fv}(c) \cup \{x\} \end{array}$$

2.3. Semantica operacional

$$V \ ::= \ [l_i = \varsigma(x_i) b_i^{1 \in 1..n}]$$

$$\frac{}{v \longrightarrow v}[\mathrm{Obj}]$$

$$\frac{a \longrightarrow v' \quad v' \equiv [l_i = \varsigma(x_i) b_i^{i \in 1..n}] \quad b_j\{x_j \leftarrow v'\} \longrightarrow v \quad j \in 1..n}{a.l_j \longrightarrow v}[\mathrm{Sel}]$$

$$\frac{a \longrightarrow [l_i = \varsigma(x_i) b_i^{i \in 1..n}] \quad j \in 1..n}{a.l_j \Leftarrow \varsigma(x)b \longrightarrow [l_j = \varsigma(x)b,\ l_i = \varsigma(x_i) b_i^{i \in 1..n - \{j\}}]}[\mathrm{Upd}]$$

Indefinido: $[a = \varsigma(x)x.a].a$

2.3.1. Codificacion de funciones

$$
\begin{aligned}
[[x]] &\stackrel{def}{=} x \\
[[M\ N]] &\stackrel{def}{=} [[M]].arg := \ [[N]] \\
[[\lambda x.M]] &\stackrel{def}{=} [val = \varsigma(y)[[M]]\{x \leftarrow y.arg\},\ arg = \varsigma(y)y.arg]
\end{aligned}
$$

3. Resolución

3.1. Lógica propocisional

$$\frac{C_1 = \{A_1, \dots, A_m, L\} \qquad C_2 = \{B_1, \dots, B_m, \overline{L}\}}{C = \{A_1, \dots, A_m, B_1, \dots, B_n\}}$$

3.2. Lógica de primer orden

Transformar la formula:

1. Eliminar las implicaciones, es decir, si aparece una clausula de la forma $(A \supset B)$, reescribirla como $(\neg A \vee B)$.
2. Pasar a **forma normal negada**.
3. Pasar a **forma normal prenexa**.
4. Pasar a **forma normal de Skolem**.
5. Pasar a **forma normal conjuntiva**.
6. **Distribuir** cuantificadores universales.

3.2.1. Skolemización

Sea A una sentencia rectificada en forma normal negada, la **forma normal de Skolem de A** (**SK(A)**) se define recursivamente como sigue:
Sea A' cualquier subfórmula de A,

- Si A' es una fórmula atómica o su negación, $\mathbf{SK}(A') = A'$.
- Si A' es de la forma $(B \star C)$ con $\star \in \{\wedge, \vee\}$, entonces $\mathbf{SK}(A') = (\mathbf{SK}(B) \star \mathbf{SK}(C))$.
- Si A' es de la forma $\forall x.B$, entonces $\mathbf{SK}(A') = \forall x.\mathbf{SK}(B)$.
- Si A' es de la forma $\exists x.B$ y $\{x, y_1, \dots, y_m\}$ son las variables libres de B, entonces:
  1. Si $m > 0$, crear un **símbolo de función de Skolem**, f_x de aridad m y definir:
  $$\mathbf{SK}(A') = \mathbf{SK}(B\{x \leftarrow f(y_1, \dots, y_m)\})$$
  2. Si $m = 0$, crear una nueva **constante de Skolem** c_x y
  $$\mathbf{SK}(A') = \mathbf{SK}(B\{x \leftarrow c_x\})$$

3.3. Reglas de resolucion de primer orden

$$\frac{\{B_1, \dots, B_k, A_1, \dots, A_n\} \qquad \{\neg D_1, \dots, \neg D_k, A_1, \dots, A_n\}}{\sigma(\{A_1, \dots A_m, C_1, \dots, C_n\})}$$

donde σ es el **unificador más general** (MGU) de $\{B_1, \dots, B_k, \neg D_1, \dots, \neg D_k\}$ y $\sigma(\{A_1, \dots A_m, C_1, \dots, C_n\})$ es el **resolvente**.

3.4. Regla de resolucion binaria y factorizacion

$$\frac{\{B_1, A_1, \ldots, A_n\} \quad \{\neg D_1, A_1, \ldots, A_n\}}{\sigma(\{A_1, \ldots A_m, C_1, \ldots, C_n\})}$$

$$\frac{\{B_1, \ldots, B_k, A_1, \ldots, A_n\}}{\sigma(\{B_1, A_1, \ldots A_m\})}$$

4. Prolog predicados

Predicados: =, sort, msort, length, nth1, nth0, member, append, last, between, is_list, list_to_set, is_set, union, intersection, subset, subtract, select, delete, reverse, atom, number, numlist, sumlist, flatten, help

Operaciones extra-lógicas : is, \ =, ==, =:=, = \ =, >, <, =<, >=, abs, max, min, gcd, var, nonvar, ground, trace, notrace

Metapredicados: bagof, setof, maplist, include, not, forall, assert, retract, listing