ICT - UNIFESP - São José dos Campos

Cálculo Numérico — *Segundo Semestre de 2025*

Turma IC — *Prof. Dr. Thadeu Alves Senne*

Projeto Computacional 1 - Entrega até às 23h59 do dia 22/10/2025

Faça a implementação computacional dos três métodos para encontrar zeros de funções de uma única variável, estudados neste curso: **Método da Bissecção**, **Método de Newton** e **Método da Secante**. Os programas poderão ser desenvolvidos em *Julia* ou em *Python*.

Siga rigorosamente as instruções abaixo para o desenvolvimento deste projeto:

- Esta atividade poderá ser realizada **em grupos de até 3 estudantes**, e está dividida em dois exercícios (**Exercício I** e **Exercício II**), que serão descritos mais adiante. Em cada um destes dois exercícios, será necessário utilizar os programas implementados.

- Em cada programa, o(a) usuário(a) deverá fornecer os seguintes dados de entrada, e ele(a) deverá retornar os seguintes dados de saída:

  Método da Bissecção

  <u>Entrada:</u> função f, extremidades a e b do intervalo $[a, b]$, tolerância ε e número máximo de iterações *maxit*.

  <u>Saída:</u> solução aproximada x^*, valor de $f(x^*)$ e número de iterações n necessárias para encontrar a solução.

  Método de Newton

  <u>Entrada:</u> função f, derivada de f, ponto inicial x_0, tolerância ε e número máximo de iterações *maxit*.

  <u>Saída:</u> solução aproximada x^*, valor de $f(x^*)$ e número de iterações n necessárias para encontrar a solução.

  Método da Secante

  <u>Entrada:</u> função f, pontos iniciais x_0 e x_1, tolerância ε e número máximo de iterações *maxit*.

  <u>Saída:</u> solução aproximada x^*, valor de $f(x^*)$ e número de iterações n necessárias para encontrar a solução.

- Cada programa deverá imprimir na tela de comando uma tabela contendo os resultados obtidos em cada iteração. Para o Método de Newton, esta tabela deverá ter a seguinte forma:

```
k      xk           f(xk)        f´(xk)       step
---    -----------  -----------  -----------  -----------
1      2.70000E+00  5.29000E+00  5.40000E+00  2.30000E+00
2      1.72037E+00  9.59674E-01  3.44074E+00  9.79630E-01
3      1.44146E+00  7.77936E-02  2.88291E+00  2.78915E-01
4      1.41447E+00  7.28157E-04  2.82894E+00  2.69844E-02
5      1.41421E+00  6.62525E-08  2.82843E+00  2.57396E-04
6      1.41421E+00  4.44089E-16  2.82843E+00  2.34238E-08
```

  em que `k` é o índice da iteração, `xk` é a aproximação para um zero de f na $k-$ésima iteração, `f(xk)` é o valor da função f em `xk`, `f'(xk)` é o valor da primeira derivada de f em `xk` e `step` é o tamanho do passo na iteração k. Já para o Método da Bissecção e para o Método da Secante, as tabelas deverão conter apenas os valores de `k`, `xk`, `f(xk)` e `step`.

- O programa deverá ser implementado utilizando os *notebooks* da interface *JupyterLab* (`https://jupyter.org/`), cujo código deverá ser escrito em um arquivo `.jl` (no caso de implementação em *Julia*) ou `.ipynb` (no caso de implementação em *Python*).

- A parte escrita da resolução de todas as questões (que poderá ser manuscrita ou digitada) deverá ser feita em um único arquivo `.pdf`. É **fundamental** que as tabelas impressas para cada teste computacional estejam presentes na parte escrita do trabalho. Este arquivo e os programas implementados (em que cada código deverá estar em um arquivo separado com extensão `.jl` ou `.ipynb` do *notebook* do *JupyterLab*) deverão ser enviados ao professor em uma única pasta compactada `.zip` via `Google Classroom`, **até às 23h59 do dia 22/10/2025**.

- A pasta deverá ser nomeada seguindo os padrões abaixo, em função do número de integrantes do grupo de trabalho:

  `Nome_Projeto1_CN_Turma_IC`

  ou

  `Nome1_Nome2_Projeto1_CN_Turma_IC`

  ou

  `Nome1_Nome2_Nome3_Projeto1_CN_Turma_IC`.

  Além disso, é necessário escrever os nomes completos dos(as) integrantes do grupo e os respectivos RAs no topo da primeira página do arquivo `.pdf`.

- As atividades cujas pastas não estejam nomeadas de acordo com o padrão acima e/ou sem nomes e RAs na primeira página do arquivo `.pdf` **receberão nota zero**. Não serão aceitos arquivos em outros formatos que não sejam aqueles mencionados acima.

- Caso a atividade tenha sido feita em dupla ou em trio, será necessário descrever explicitamente o que foi feito por cada membro do grupo.

- **ATENÇÃO: Se for detectado o uso de inteligência artificial para desenvolver o trabalho (ou parte dele), os(as) integrantes da equipe receberão nota zero neste projeto.**

Exercício I: Para cada uma das funções abaixo:

- Faça o seu gráfico utilizando os recursos do *Julia* ou do *Python*.

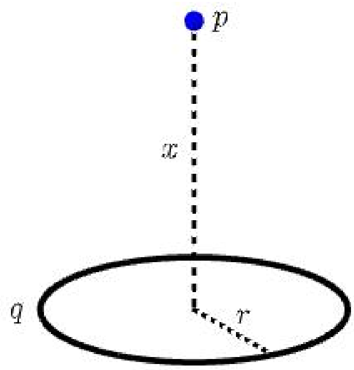
- Aplique o código implementado do Método de Newton adotando os pontos iniciais indicados em cada caso, tomando $\varepsilon = 10^{-8}$ e `maxit` $= 20$. Caso seja necessário, aumente o valor de `maxit` para melhor entender o comportamento do método em cada situação.

- Imprima a tabela referente aos resultados de cada iteração, conforme as instruções acima.

- A partir dos gráficos, de argumentos matemáticos e/ou dos resultados exibidos nas tabelas, explique o comportamento do Método de Newton para cada ponto inicial dado (observe que, para cada função, serão feitos dois testes, com pontos iniciais distintos).

  1. $f(x) = xe^{-x}$, $x_0 = 2$, $x_0 = 0.5$.
  2. $f(x) = x^3 - x - 3$, $x_0 = 0.57$, $x_0 = 0.62$.
  3. $f(x) = \operatorname{arctg}(x)$, $x_0 = 1.45$, $x_0 = 1$.

Exercício II: Uma carga total q está uniformemente distribuída ao redor de um anel condutor circular muito fino de raio r. Outra carga puntiforme p está localizada a uma distância vertical x do centro do anel, conforme mostra a figura abaixo.



Pode-se mostrar que a força exercida na carga p pelo anel é dada por

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{pqx}{(x^2 + r^2)^{3/2}}, \tag{1}$$

em que $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\, C^2/(Nm^2)$ é a *constante de permissividade elétrica no vácuo* (C = *Coulomb*, N = *Newton*, m = metro).

Observe que a equação (1) pode ser reescrita como

$$\frac{x}{(x^2 + r^2)^{3/2}} - \frac{4\pi\varepsilon_0 F}{pq} = 0. \tag{2}$$

Responda às seguintes questões, tomando $F = 1.5\, N$, $p = 2 \times 10^{-5}\, N$, $q = 5 \times 10^{-5}\, C$ e $r = 1\, m$. Para cada método aplicado, imprima a tabela referente aos resultados de cada iteração, de acordo com as instruções acima.

1. Prove que a equação (2) possui pelo menos uma raiz no intervalo $[0, 1]$.

2. Utilize o código implementado do Método da Bissecção para encontrar uma raiz aproximada da equação (2) no intervalo $[0, 1]$, adotando $\varepsilon = 10^{-8}$ e `maxit` $= 50$.

3. Tomando o ponto inicial $x_0 = 0.3$, utilize o código implementado do Método de Newton para encontrar uma raiz aproximada da equação (2), adotando $\varepsilon = 10^{-8}$ e `maxit` $= 20$.

4. Tomando os pontos iniciais $x_0 = 0.3$ e $x_1 = 0.6$, utilize o código implementado do Método da Secante para encontrar uma raiz aproximada da equação (2), adotando $\varepsilon = 10^{-8}$ e `maxit` $= 20$.

5. Aplique novamente o Método de Newton para encontrar uma raiz aproximada da equação (2), tomando o ponto inicial $x_0 = 0.7$, $\varepsilon = 10^{-4}$ e `maxit` $= 10$. Explique e justifique o comportamento observado.