## Riassunto funzioni

**Definizioni:** Una **Funzione** è una regola che collega gli elementi di due insiemi, ogni elemento dell'insieme di "partenza" (**dominio**) deve essere collegato a un solo elemento dell'insieme di "arrivo" (**codominio**). Non è detto che ogni elemento del dominio abbia un corrispettivo nel codominio, infatti il **Dominio naturale** indica il sottoinsieme più grande del dominio per cui è possibile collegare un elemento del codominio.
L'**immagine** è il più grande sottoinsieme del codominio di elementi "toccati" dalla funzione.

| Tipi di funzione | equazione | Dominio naturale | Pari o Dispari? | Periodiche? |
|---|---|---|---|---|
| retta | $y = mx + q$ | $\mathbf{R}$ | se q=0 Dispari | Mai |
| parabola | $y = ax^2 + bx + c$ | $\mathbf{R}$ | se b=0 Pari | Mai |
| cubica | $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ | $\mathbf{R}$ | se b=0 e d=0 Dispari | Mai |
| fratte | $y = \frac{N(x)}{D(x)}$ | $D(x) \neq 0$ | Da verificare | Mai |
| irrazionali | $y = \sqrt[n]{R(x)}$ | se $n$ pari: $R(x) \geq 0$ | Da verificare | Mai |
| logaritmiche | $y = \log_b(A(x))$ | $A(x) > 0$ | No | Mai |
| esponenziali | $y = b^{E(x)}$ | $\mathbf{R}$ | No | Mai |
| seno | $y = \sin(mx)$ | $\mathbf{R}$ | Dispari | Si $P = \frac{2\pi}{m}$ |
| coseno | $y = \cos(mx)$ | $\mathbf{R}$ | Pari | Si $P = \frac{2\pi}{m}$ |
| tangente | $y = \tan(mx)$ | $\mathbf{R} - \{\frac{\pi}{2m} + \frac{k}{m}\pi\}$ | Dispari | Si $P = \frac{\pi}{m}$ |

**Studio segno**
Si impone la condizione:

$$f(x) \geq 0$$

e si studia per quali intervalli di $x$ la funzione assume valori positivi.

**Trasformazioni principali:**

$$(1) \begin{cases} x' = x - a \\ y' = y - b \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x' = cx \\ y' = dy \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases} \quad (5) \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$$

(1) Traslazione di $a$ verso destra e $b$ verso l'altro (2) Dilatazione (3) Riflessione asse x (4) Riflessione asse y (5) Riflessione centro assi.

**Simmetrie:**

$$(a)\ f(x) = f(-x) \quad (b)\ f(x) = -f(-x) \quad (c)\ f(x) = f(x + P)$$

Notazione compatta delle identità necessarie a dimostrare: la parità (a), la disparità (b) e la periodicità (c). Le condizioni di simmetria si dimostrano prendendo una funzione, applicando la trasformazione associata alla simmetria (parita=riflessione asse y, disparità= riflessione centro assi (0,0), periodicità= traslazione lungo x di P).
Alcune operazioni tra funzioni mantengono la simmetria secondo i seguenti criteri:

| $+\ -$ | P | D |
|---|---|---|
| P | P | X |
| D | X | D |

| $\times\ \div$ | P | D |
|---|---|---|
| P | P | D |
| D | D | P |

**Funzioni composte:** Date due funzioni $f(x)$ e $g(x)$ è possibile esprimere la loro composta come:

$$f(g(x))$$

In pratica basta "sostituire" alla variabile $x$ della funzione $f(x)$ l'intera funzione $g(x)$. es:

$$f(x) = x^2 \qquad g(x) = \sin(x) \qquad f(g(x)) = (\sin(x))^2$$

**Funzioni inverse** Il calcolo della funzione inversa è un operazione che si effettua sua una funzione qualsiasi. Una funzione inversa (indicata con $f^{-1}(x)$) se composta con la funzione originale ($f(x)$) dà sempre come risultato $y = x$.
Per calcolare la funzione inversa è sufficiente "scambiare" la $x$ con la $y$ e riportare la funzione in una forma $y = \dots$. Es.:

$$f(x) = e^{(x-5)} \longrightarrow y = e^{(x-5)} \longrightarrow x = e^{(y-5)} \longrightarrow \ln(x) = (y-5) \longrightarrow \ln(x)+5 = y \longrightarrow f^{-1}(x) = \ln(x)+5$$