

Elaborato IA

Gian Maria Pandolfi

1 Introduzione

In questo elaborato studiamo un modello per risolvere un problema di soddisfacimento di vincoli che riguarda una variante del classico cruciverba, dove le caselle bianche dello schema $n \times m$ devono essere riempite con numeri compresi tra due interi assegnati $r > 0$ e s in modo che il prodotto dei numeri (in orizzontale o verticale) produca la definizione. Nel problema è assegnato lo schema del cruciverba e un set S di interi distinti che rappresentano i valori da usare come definizioni. Si devono costruire le definizioni in modo da usare esattamente una volta ciascun elemento di S e riempire le caselle in modo da rispettare le definizioni. Riportiamo il seguente esempio:

Set assegnato:

$S = \{6, 8, 24, 28, 30, 36, 42, 54, 64, 70, 84, 90, 96\}$

1		2		3	4	
5				6		
		7	8			
		9				10
11				12		

2 Modello

Il modello è stato sviluppato con *Minizinc* ed ha le seguenti caratteristiche:

- un array *board* $n \times m$, formato dalle caselle X di dominio $D = \{s..r\}$, che rappresenta la griglia del cruciverba e nel quale le caselle nere sono rappresentate come zeri.
- un set di interi distinti *solutions* che rappresenta il set S assegnato dal problema.
- una matrice *segments* nella quale ogni riga rappresenta un segmento di caselle contigue, infatti ogni segmento è composto dalle posizioni delle caselle nell'array *board*. Questa matrice contiene sia i segmenti in orizzontale che in verticale e, ovviamente, possiede un numero di righe pari alla grandezza del set *solutions*.

- un array *sol* che ha come dominio il set *solutions* e contiene un numero di elementi pari a quest'ultimo. L'array sarà utilizzato per contenere il prodotto di ogni elemento appartenente allo stesso segmento.

Riportiamo un esempio di *board* e di *segments*, che vengono passati come parametri in input assieme all'intervallo *s...r*, riferiti al problema mostrato precedentemente:

```
board = [
    _, 0, _, _, _, _, 0,
    _, _, _, 0, _, _, _,
    _, 0, _, _, _, _, 0,
    0, 0, _, _, _, 0, _
    _
];

r=1;
s=9;

segments = [
    %across
    3, 4, 5, 6, 0|
    8, 9, 10, 0, 0|
    12, 13, 14, 0, 0|
    17, 18, 19, 20, 0|
    24, 25, 26, 0, 0|
    29, 30, 31, 0, 0|
    33, 34, 35, 0, 0|
    %down
    1, 8, 15, 0, 0|
    3, 10, 17, 24, 30|
    18, 25, 0, 0, 0|
    5, 12, 19, 26, 33|
    6, 13, 20, 0, 0|
    28, 35, 0, 0, 0|
    |];
```

Possiamo notare che i segmenti hanno una lunghezza massima ed alcuni segmenti hanno una lunghezza inferiore rispetto ad essa quindi si utilizzano gli zeri per completare la matrice *segments*.

I vincoli che vengono utilizzati dal modello sono 2:

1. il primo impone che tutti gli elementi dell'array *sol* siano diversi tra loro in modo tale che l'array contenga tutti gli elementi del suo dominio che è il set di soluzioni assegnato.
2. il secondo vincola la produttoria di ogni segmento ad essere uguale ad un valore del set assegnato. In questo vincolo si usano i segmenti per accedere alle effettive posizioni delle caselle nel *board*.

L'output del nostro modello ci mostra la composizione finale del *board* e l'array *sol* in modo tale da poter controllare che la nostra soluzione rispetti le richieste del problema.

Si riporta l'output relativo al nostro problema:

```
1 0 1 3 1 2 0
6 8 2 0 2 5 7
7 0 1 4 7 3 0
0 0 9 6 1 0 1
5 2 9 0 2 4 8
```

```
[6, 96, 70, 84, 54, 90, 64, 42, 36, 24, 28, 30, 8]
```

3 Test

Si riportano 2 istanze sulle quali è stato testato il nostro modello, tralasciando le matrici *segments*.

3.1 Test 1

Input:

```
board = [
    _, _, 0, _, _, _, _, _
    0, _, 0, _, _, _, 0, _
    _, _, _, _, 0, _, 0, _
    _, 0, _, _, _, 0, 0, 0
    _, _, _, 0, _, 0, _, 0
    0, 0, _, _ , _ , _ , _ , _
];
```

```
solutions = {2, 3, 14, 18, 27, 33, 36, 42, 45, 54, 70, 77, 80, 99, 100, 110};
r=1;
s=19;
```

Output:

```
9 5 0 1 2 1 7 3
0 5 0 1 18 3 0 1
1 4 2 10 0 11 0 9
2 0 7 11 1 0 0 0
9 11 1 0 3 0 2 0
0 0 1 1 1 5 1 14
```

```
[45, 42, 54, 80, 77, 99, 70, 100, 110, 36, 33, 27, 18, 14, 3, 2]
```

3.2 Test 2

Input:

```
board = [  
  _, _, _, _, _, _, 0, _,  
  _, _, _, 0, _, _, _,  
  0, 0, _, 0, 0, _, _,  
  _, _, _, _ _ _ 0, 0,  
  _, _ 0, _ _ _ _ _  
];  
  
solutions = {2, 7, 22, 24, 27, 33, 35, 39, 44, 56, 65, 78, 88, 91, 99,  
120, 154, 220};  
  
r=1;  
s=15;
```

Output:

```
1 3 1 1 9 1 0 11  
2 11 4 0 11 1 5 4  
0 0 14 0 0 7 13 1  
4 3 1 2 5 1 0 0  
6 13 0 11 7 1 1 2  
  
[27, 88, 220, 91, 120, 78, 154, 2, 33, 56, 99, 7, 44, 65, 24, 39, 22, 35]
```