Tempi di salita e di discesa

▼ Creatore originale: @Gianbattista Busonera

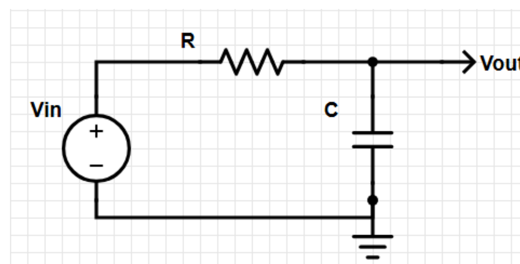
- @Giacomo Dandolo (17/04/2025): evidenziati meglio tempo di salita/discesa nelle immagini

---

Tempo di salita

Rappresentiamo un circuito RC, che possiede quindi un resistore R e un condensatore C (carico). La tensione sul carico (condensatore) è definita come:

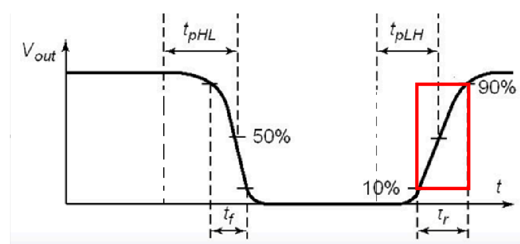
$$V_{\text{out}} = V_c(t) = V_\infty + (V_0 - V_\infty)e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Rappresentazione di un circuito RC

Il tempo di salita t_{rise} (rise time) è definito come il tempo che il segnale impiega a salire dal 10% al 90% del valore finale (V_∞). Di conseguenza, noi vogliamo sapere quanto vale:

$$t_{\text{rise}} = t_{90\%} - t_{10\%}$$



Il tempo di salita è evidenziato in rosso

Calcolo del tempo di salita

Ci sono due metodi:

- il primo, più lungo, che utilizza l'equazione di V_{out};
- il secondo, più rapido, utilizza il risultato del primo metodo.

▼ Primo metodo

1. Calcoliamo $t_{10\%}$, cioè il tempo in cui la tensione sul condensatore è pari al 10% del valore della tensione finale V_∞.

$$V_c(t_{10\%}) = \frac{10}{100}V_\infty = V_\infty + (V_0 - V_\infty)e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}} = 0.1V_\infty$$

Consideriamo il condensatore inizialmente scarico, con $V_0 = 0\ \mathrm{V}$.

$$\begin{align}
V_\infty + (V_0 - V_\infty)e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}} &= 0.1V_\infty \tag{1}\\
-0.9 &= \left(\frac{0 - V_\infty}{V_\infty}\right)e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}} \tag{2}\\
e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}} &= \frac{-0.9 \cdot V_\infty}{-V_\infty} \tag{3}\\
-\frac{t_{10\%}}{\tau} &= \ln\left(\frac{0.9 \cdot V_\infty}{V_\infty}\right) \tag{4}\\
t_{10\%} &= -\tau \cdot \ln(0.9) \simeq 0.105\tau \tag{5}
\end{align}$$

2. Calcoliamo $t_{90\%}$, cioè il tempo in cui la tensione sul condensatore è pari al 90% del valore della tensione finale V_∞.

$$V_c(t_{90\%}) = \frac{90}{100}V_\infty = V_\infty + (V_0 - V_\infty)e^{-\frac{t_{90\%}}{\tau}} = 0.9V_\infty$$

Consideriamo il condensatore inizialmente scarico, con $V_0 = 0\ \mathrm{V}$.

$$\begin{align}
V_\infty + (V_0 - V_\infty)e^{-\frac{t_{90\%}}{\tau}} &= 0.9V_\infty \tag{6}\\
-0.1 &= \left(\frac{0 - V_\infty}{V_\infty}\right)e^{-\frac{t_{90\%}}{\tau}} \tag{7}\\
e^{-\frac{t_{90\%}}{\tau}} &= \frac{-0.1 \cdot V_\infty}{-V_\infty} \tag{8}\\
-\frac{t_{90\%}}{\tau} &= \ln\left(\frac{0.1 \cdot V_\infty}{V_\infty}\right) \tag{9}\\
t_{90\%} &= -\tau \cdot \ln(0.1) \simeq 2.306\tau \tag{10}
\end{align}$$

3. Calcoliamo t_{rise}.

$$t_{\text{rise}} = t_{90\%} - t_{10\%} = (2.306 - 0.105)\tau \simeq 2.2\,\tau$$

Secondo metodo

Si ipotizza, come nel primo metodo, il caso in cui $V_0 = 0\ \text{V}$. Si ottiene, quindi, in generale:

$$V_c(t) = V_\infty(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

1. Calcoliamo $t_{10\%}$:

$$V_c(t_{10\%}) = V_\infty(1 - e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}}) = 0.1V_\infty$$

$$\begin{aligned} 0.1 &= 1 - e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}} && (11) \\ 0.9 &= e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}} && (12) \\ t_{10\%} &= -\tau \cdot \ln(0.9) && (13) \end{aligned}$$

2. Calcoliamo $t_{90\%}$:

$$V_c(t_{90\%}) = V_\infty(1 - e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}}) = 0.9V_\infty$$

$$\begin{aligned} 0.9 &= 1 - e^{-\frac{t_{90\%}}{\tau}} && (14) \\ 0.1 &= e^{-\frac{t_{90\%}}{\tau}} && (15) \\ t_{90\%} &= -\tau \cdot \ln(0.1) && (16) \end{aligned}$$

3. Calcoliamo t_{rise}:

$$t_{\text{rise}} = t_{90\%} - t_{10\%} = -[\ln(0.1) - \ln(0.9)]\tau = -\ln\left(\frac{0.1}{0.9}\right)\tau = \ln(9)\tau \simeq 2.2\tau$$

Il tempo di salita si può calcolare nel seguente modo:

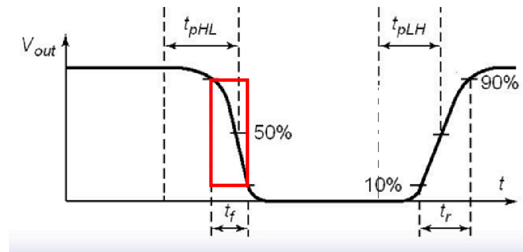
$$t_{\text{rise}} = 2.2\tau = 2.2 \cdot R_{\text{eq}}C_{\text{eq}}$$

Tempo di discesa

Il tempo di discesa è il tempo necessario per passare dal 90% al 10% del valore finale (V_∞). Utilizzeremo le stesse formule viste in precedenza:

$$t_{\text{fall}} = t_{90\%} - t_{10\%}$$

$$t_{\text{fall}} = 2.2\tau = 2.2 \cdot R_{\text{eq}} C_{\text{eq}}$$



Il tempo di discesa è evidenziato in rosso