↕

Tempi di salita e di discesa

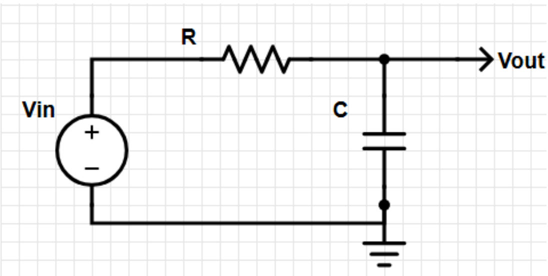
- Creatore originale: @Gianbattista Busonera
  - @Giacomo Dandolo (17/04/2025): evidenziati meglio tempo di salita/discesa nelle immagini

---

Tempo di salita

Rappresentiamo un circuito RC, che possiede quindi un resistore R e un condensatore C (carico). La tensione sul carico (condensatore) è definita come:

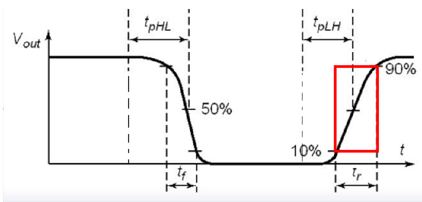
$$V_{\text{out}} = V_c(t) = V_{\infty} + (V_0 - V_{\infty})e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Rappresentazione di un circuito RC

Il tempo di salita t_{rise} (rise time) è definito come il tempo che il segnale impiega a salire dal 10% al 90% del valore finale (V_{∞}). Di conseguenza, noi vogliamo sapere quanto vale:

$$t_{\text{rise}} = t_{90\%} - t_{10\%}$$



Il tempo di salita è evidenziato in rosso

Calcolo del tempo di salita

Ci sono due metodi:

- il primo, più lungo, che utilizza l'[equazione di V_{out}];
- il secondo, più rapido, utilizza il [risultato del primo metodo].

Primo metodo

1. Calcoliamo $t_{10\%}$, cioè il tempo in cui la tensione sul condensatore è pari al 10% del valore della tensione finale V_∞.

   $$V_c(t_{10\%}) = \frac{10}{100}V_\infty = V_{\infty} + (V_0 - V_{\infty})e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}} = 0.1 V_\infty$$

   Consideriamo il condensatore inizialmente scarico, con $V_0 = 0 \ \text{V}$.

V∞+(V0−V∞)e−t10%τ=0.1V∞−0.9=(0−V∞V∞)e−t10%τe−t10%τ=−0.9⋅V∞−V∞−t10%τ=ln(0.9⋅V∞V∞)t10%=−τ⋅ln(0.9)≃0
\begin{align}

V_{\infty} + (V_0 - V_{\infty})e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}} &= 0.1 V_\infty
\\
-0.9 &=\bigg(\frac{0 - V_{\infty}}{V_\infty}\bigg) e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}}
\\
e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}} &= \frac{-0.9 \cdot V_\infty}{- V_\infty}
\\
-\frac{t_{10\%}}{\tau} &= \ln\bigg(\frac{0.9 \cdot V_\infty}{ V_\infty}\bigg)
\\
t_{10\%} &= -\tau \cdot \ln({0.9}) \simeq 0.105 \tau

\end{align}V∞ + (V0 − V∞)e−τt10% −0.9e−τt10% −τt10%t10% = 0.1V∞ = (V∞0 − V∞)e−τt10% = −V∞−0.9 ⋅ V∞ = ln(V∞0.9 ⋅ V∞) = −τ ⋅ ln(0.9) ≃ 0.105τ

2. Calcoliamo t90%t_{90\%}t90%, cioè il tempo in cui la tensione sul condensatore è pari al 90% del valore della tensione finale V∞V_\inftyV∞.

   Vc(t90%)=90100V∞=V∞+(V0−V∞)e−t90%τ=0.9V∞V_c(t_{90\%}) = \frac{90}{100}V_\infty = V_{\infty} + (V_0 - V_{\infty})e^{-\frac{t_{90\%}}{\tau}} = 0.9 V_\infty Vc(t90%) = 10090V∞ = V∞ + (V0 − V∞)e−τt90% = 0.9V∞

   Consideriamo il condensatore inizialmente scarico, con V0=0 VV_0 = 0 \ \text VV0 = 0 V.

   V∞+(V0−V∞)e−t90%τ=0.9V∞−0.1=(0−V∞V∞)e−t90%τe−t90%τ=−0.1⋅V∞−V∞−t90%τ=ln(0.1⋅V∞V∞)t90%=−τ⋅ln(0.1)≃
   \begin{align}

   V_{\infty} + (V_0 - V_{\infty})e^{-\frac{t_{90\%}}{\tau}} &= 0.9 V_\infty
   \\
   -0.1 &=\bigg(\frac{0 - V_{\infty}}{V_\infty}\bigg) e^{-\frac{t_{90\%}}{\tau}}
   \\
   e^{-\frac{t_{90\%}}{\tau}} &= \frac{-0.1 \cdot V_\infty}{- V_\infty}
   \\
   -\frac{t_{90\%}}{\tau} &= \ln\bigg(\frac{0.1 \cdot V_\infty}{ V_\infty}\bigg)
   \\
   t_{90\%} &= -\tau \cdot \ln({0.1}) \simeq 2.306 \tau

   \end{align}V∞ + (V0 − V∞)e−τt90% −0.1e−τt90% −τt90%t90% = 0.9V∞ = (V∞0 − V∞)e−τt90% = −V∞−0.1 ⋅ V∞ = ln(V∞0.1 ⋅ V∞) = −τ ⋅ ln(0.1) ≃ 2.306τ

3. Calcoliamo triset_{\text{rise}}trise.

   trise=t90%−t10%=(2.306−0.105)τ≃2.2 τt_{\text{rise}} = t_{90\%} - t_{10\%} = (2.306 - 0.105)\tau \simeq 2.2\space \tautrise = t90% − t10% = (2.306 − 0.105)τ ≃ 2.2 τ

Secondo metodo

Si ipotizza, come nel primo metodo, il caso in cui V0=0 VV_0 = 0\ \text VV0 = 0 V. Si ottiene, quindi, in generale:

Vc(t)=V∞(1−e−tτ)V_c(t) = V_\infty(1-e^{-\frac{t}{\tau}})Vc(t) = V∞(1 − e−τt)

1. Calcoliamo t10%t_{10\%}t10%:

   Vc(t10%)=V∞(1−e−t10%τ)=0.1V∞V_c(t_{10\%}) = V_\infty(1-e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}}) = 0.1 V_\inftyVc(t10%) = V∞(1 − e−τt10%) = 0.1V∞

$$
\begin{align}
0.1 &= 1-e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}} \\
0.9 &= e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}} \\
t_{10\%} &= -\tau \cdot \ln(0.9)
\end{align}
$$

2. Calcoliamo $t_{90\%}$:

   $$V_c(t_{90\%}) = V_\infty(1-e^{-\frac{t_{10\%}}{\tau}}) = 0.9 V_\infty$$

   $$
   \begin{align}
   0.9 &= 1-e^{-\frac{t_{90\%}}{\tau}} \\
   0.1 &= e^{-\frac{t_{90\%}}{\tau}} \\
   t_{90\%} &= -\tau \cdot \ln(0.1)
   \end{align}
   $$

3. Calcoliamo t_{rise}:

   $$
   \begin{align*}
   t_{\text{rise}} = t_{90\%} - t_{10\%} = - [\ln(0.1) - \ln(0.9)]\tau = - {\ln\bigg(\frac{0.1}{0.9}\bigg)}\tau = \ln(9)\tau \simeq 2.2\tau
   \end{align*}
   $$

Il tempo di salita si può calcolare nel seguente modo:

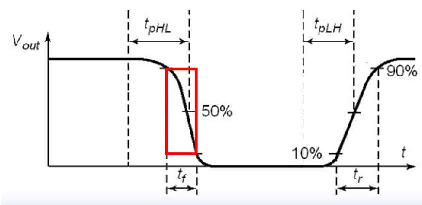
$$t_{\text{rise}} = 2.2 \tau = 2.2 \cdot R_{\text{eq}}C_{\text{eq}}$$

Tempo di discesa

Il tempo di discesa è il tempo necessario per passare dal 90% al 10% del valore finale (V_{∞}). Utilizzeremo le stesse formule viste in precedenza:

$$t_{\text{fall}} = t_{90\%} - t_{10\%}$$

$$t_{\text{fall}} = 2.2 \tau = 2.2 \cdot R_{\text{eq}}C_{\text{eq}}$$



Il tempo di discesa è evidenziato in rosso