

Funzioni e porte logiche

▼ Creatore originale: @LucaCaffa

- @Giacomo Dandolo (14/04/2025): aggiunta nomenclatura per le funzioni logiche e per l'algebra di Boole.

[Grandezze elettriche](#)

[Threshold](#)

[Funzioni logiche](#)

[Funzione logica NOT](#)

[Funzione logica AND](#)

[Funzione logica OR](#)

[Funzione logica NOR](#)

[Funzione logica XOR](#)

[Funzione logica XNOR](#)

[Porte logiche](#)

[Reti Logiche](#)

[Diagramma temporale](#)

Grandezze elettriche

Utilizziamo gli stati logici 1 e 0 per rappresentare il comportamento delle grandezze elettriche. La convenzione maggiormente usata è la seguente:

- Tensione **alta** → 1 logico;
- Tensione **bassa** → 0 logico.

Threshold

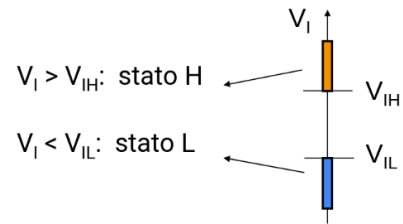
In un modello reale, una tensione non è mai costante, ma spesso presenta dei rumori (ha diverse oscillazioni), quindi non basta considerare tensione bassa e alta.

Si introduce il concetto di **threshold** (soglia), definito attraverso una tensione di soglia chiamata V_T . Ipotizzando di avere una generica tensione V , si ha che:

- se $V > V_T \rightarrow 1$ logico;
- se $V < V_T \rightarrow 0$ logico.

Lo stato logico viene trovato confrontando la tensione di ingresso V_I con quella di soglia V_T . La soglia non è un valore fisso, ma un range $V_T = [V_{IL}, V_{IH}]$, dove:

- se $V_I > V_{IH} \rightarrow 1$ logico;
- se $V_I < V_{IL} \rightarrow 0$ logico;
- se V_I appartiene a $(V_{IL}, V_{IH}) \rightarrow$ non è definita.



Rappresentazione del concetto di threshold.

⚠ E' accettabile che la tensione V_I si trovi tra (V_{IL}, V_{IH}) solo nel transitorio. Quindi nel momento in cui la tensione sta raggiungendo un certo valore, aumenta o diminuisce, e può assumere valori compresi tra V_{IL} e V_{IH} .

Funzioni logiche

Funzione logica NOT

La funzione logica NOT indica la negazione di un ingresso, quindi se in ingresso abbiamo 0, in uscita avremo 1 e viceversa.

$$y = \text{NOT } x = \bar{x}$$

x	y
0	1
1	0

La [dicitura descritta](#) indica che y è l'inverso di x .

Le varie notazioni sono:

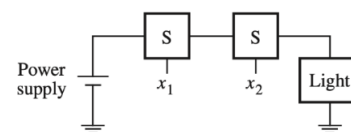
$$\text{NOT } x = \bar{x} = x' = !x = \sim x = x^*$$

⚠ E' importante notare che la funzione logica NOT può essere applicata a ogni funzione logica, e che ogni funzione logica negata ha la tabella di verità con valori di uscita opposti alla funzione non negata.

Funzione logica AND

Nella [figura](#):

- "Power Supply" è l'alimentatore;
- x_1 e x_2 sono due interruttori (Switch);
- Light è la lampadina, che rappresenta la nostra uscita y .



(a) The logical AND function (series connection)

Rappresentazione di un circuito che implementa la funzione logica AND

Per far accendere la lampadina abbiamo bisogno che gli switch siano entrambi chiusi, in modo da far arrivare la tensione alla lampadina.

Questo concetto si traduce con la seguente funzione logica AND:

$$f(x_1, x_2) = y = x_1 \text{ AND } x_2 = x_1 \cdot x_2 = x_1 x_2$$

Questa funzione dice che $y = 1$ solo se x_1 e x_2 sono entrambi 1.

x_1	x_2
0	0
0	1
1	0
1	1



In questo esempio (e in quelli successivi) viene illustrato il comportamento dell'AND come **funzione logica**. Ciò non ha nulla a che vedere con la nozione di "tensione di threshold", ed è importante tenere a mente che questa **NON È** una porta logica.

Una porta logica, come sarà definita successivamente, è un'implementazione circuitale di una funzione logica che prevede in ingresso dei segnali elettrici continui, e non degli switch già intrinsecamente discreti.

La funzione logica AND negata si chiama **NAND**, cioè "NOT AND".

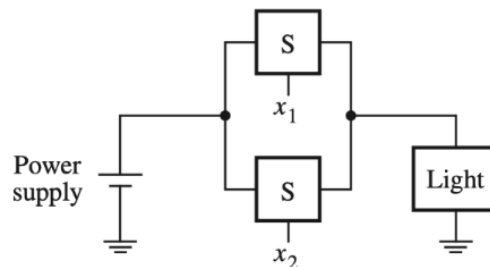
$$f(x_1, x_2) = y = x_1 \text{ NAND } x_2 = \overline{x_1 \cdot x_2}$$

x_1	x_2
0	0
0	1
1	0
1	1

Funzione logica OR

Nella **figura**:

- "Power Supply" è l'alimentatore;
- x_1 e x_2 sono due interruttori (Switch);
- Light è la lampadina, che rappresenta la nostra uscita y .



(b) The logical OR function (parallel connection)

Rappresentazione di un circuito che implementa la funzione logica OR

Per far accendere la lampadina basta che uno dei due interruttori sia chiuso, in modo da far passare la tensione.

Questo concetto si traduce con la seguente funzione logica OR:

$$f(x_1, x_2) = y = x_1 \text{ OR } x_2 = x_1 + x_2$$

Questa funzione dice che $y = 1$ se x_1 o x_2 valgono 1.

x_1	x_2
0	0
0	1
1	0
1	1

Funzione logica NOR

La funzione logica OR negata si chiama **NOR**, cioè "NOT OR".

$$f(x_1, x_2) = y = x_1 \text{ NOR } x_2 = \overline{x_1 + x_2}$$

x_1	x_2
0	0
0	1
1	0
1	1

Funzione logica XOR

La funzione logica **XOR** corrisponde ad un OR esclusivo, in cui l'uscita è 1 se uno e uno solo degli ingressi vale 1.

$$f(x_1, x_2) = y = x_1 \text{ XOR } x_2 = x_1 \oplus x_2$$

x_1	x_2
0	0
0	1
1	0
1	1

Funzione logica XNOR

La funzione logica **XNOR** corrisponde ad uno XOR negato, in cui l'uscita è 1 se gli ingressi sono uguali.

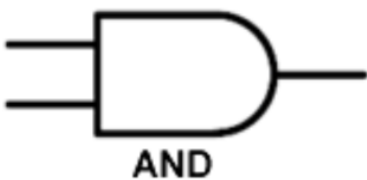
$$f(x_1, x_2) = y = x_1 \text{ XNOR } x_2 = \overline{x_1 \oplus x_2}$$

Lo XNOR può anche essere trovato, nella letteratura, come NXOR, EXNOR, ENOR o XAND.

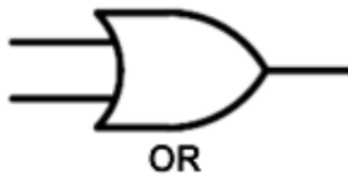
x_1	x_2
0	0
0	1
1	0
1	1

Porte logiche

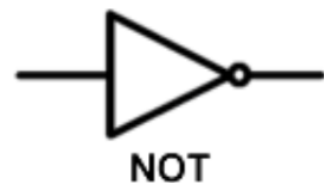
Le porte logiche sono dei circuiti che contengono transistori connessi in modo da comportarsi come una funzione logica. Le porte logiche più utilizzate sono quelle a due ingressi, ma ne esistono anche a più di due ingressi.



Porta logica AND



Porta logica OR



Porta logica NOT



NAND

Porta logica NAND



NOR

Porta logica NOR



XOR

Porta logica XOR



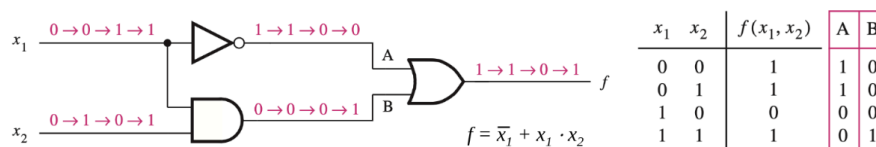
NXOR

Porta logica XNOR

Reti Logiche

Una combinazione di porte logiche crea una "rete logica", anche chiamata "circuito logico".

Possiamo analizzare il comportamento di una rete logica per determinarne la funzione e l'uscita in base agli ingressi.



Esempio di rete logica con tabella di verità che descrive il comportamento del circuito logico

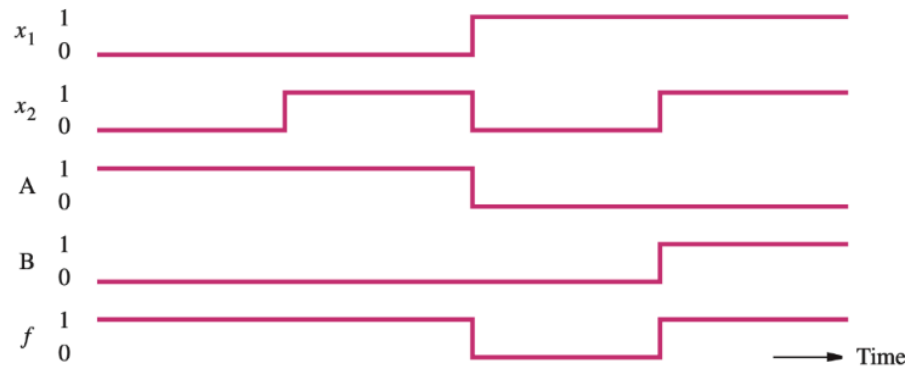
- Si parla di '**analisi**' di una rete logica quando dal circuito deduciamo la funzione logica.
- Si parla di '**sintesi**' di una rete logica quando dalla funzione logica deduciamo il circuito.

Diagramma temporale

Una volta analizzato il circuito logico, possiamo tracciarne il diagramma temporale, disegnando le forme d'onda per ogni grandezza (ingressi, nodi intermedi e uscite), in cui gli ingressi sono definiti in maniera arbitraria o attraverso delle letture sul circuito.



I diagrammi temporali sono molto importanti, poiché sono il modo in cui rappresentiamo i segnali elettrici. Oltre ad indicare i livelli logici (1 o 0), si possono indicare i tempi di transizione ed un eventuale presenza di rumore.



Esempio di diagramma temporale (comportamento ideale)