Organización de Computadoras

Clase 2

Temas de Clase

- Representación de datos
  - Números con signo
- Operaciones aritméticas
- Banderas de condición
- Representación de datos alfanuméricos

Representación en BCS

- Con n bits, 1 bit representa al signo y n-1 bits a la magnitud

n-1	n-2	0
SIGNO	MAGNITUD	

- El bit n-1 (extremo izquierdo) representa sólo al signo
- Los bits 0 a n-2 la magnitud

Binario con signo

- Un 0 en el bit de signo indica que el número es positivo
- Un 1 en el bit de signo indica que el número es negativo
- Los bits 0 $\longrightarrow$ n-2 representan el valor absoluto en binario
- El rango: $-(2^{n-1} - 1) \longrightarrow +(2^{n-1} - 1)$ con 2 ceros

Binario con signo (2)

- Ejemplos

$+32_{10} = \underbrace{0\,0100000}_{32}$ (signo: +)

$-32_{10} = \underbrace{1\,0100000}_{32}$ (signo: −)

$+7_{10}=00000111$

$+41_{10}=00101001$

$-7_{10}=10000111$

$-41_{10}=10101001$

Binario con signo (3)

- Ejemplo: n=8 bits

Números negativos	11111111	←	$-(2^{n-1} - 1)=-127$
	...		
	10000000	←	- 0
Números positivos	01111111	←	$+(2^{n-1} - 1)=+127$
	...		
	00000000	←	+0

Binario con signo (4)

- Ejemplo con n= 3 bits

$111 = -3 = -(2^{n-1} - 1)$

$110 = -2$

$101 = -1$

$100 = -0$

$011 = +3 = +(2^{n-1} - 1)$

$010 = +2$

$001 = +1$

$000 = +0$

Resumen: BCS

- ✓El intervalo es simétrico
- ✓El primer bit sólo indica el signo
- ✓Los positivos empiezan con cero (0)
- ✓Los negativos empiezan con uno (1)
- ✓Hay dos ceros
- ✓Números distintos: 2^n

Técnica de Complementos

- El complemento a un número N de un número A (A menor que N) es igual a la cantidad que le falta a A para ser N

Complemento a N de A = N - A

- El complemento a un número N del número (N-A) es igual a A.

Complemento a N de (N-A) = N - (N-A) = A

Técnica de Complementos (2)

En un sistema con n dígitos podemos tener:

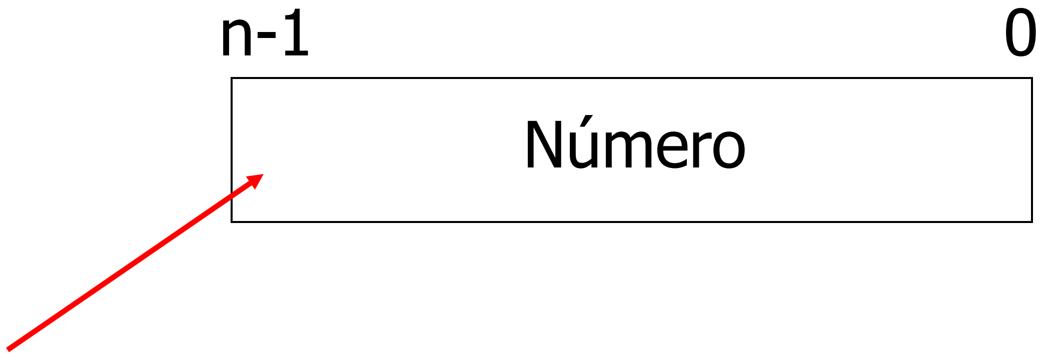
- Complemento a la base disminuida
  - si $N = base^n - 1$

  En sistema binario es Complemento a 1 ó Ca1
- Complemento a la base
  - si $N = base^n$

  En sistema binario es Complemento a 2 ó Ca2

Representación en Ca1

- Los n bits representan al número



- Información del signo

Ca1

- Si el número es positivo, los n bits tienen la representación binaria del número (como siempre)
- Si el número es negativo, los n bits tienen el Ca1 del valor deseado.
- El Ca1 de un número en base 2 se obtiene invirtiendo todos los bits

Ca1

- Los positivos empiezan con cero (0)
- Los negativos empiezan con uno (1)
- El rango va desde

  $-(2^{n-1}-1)$ a $+(2^{n-1}-1)$

  con dos ceros

Ca1

- Ejemplos

$+$ $-$

$+32_{10}= 00100000$	$-32_{10}=11011111$
$+7_{10}= 00000111$	$-7_{10}= 11111000$
$+41_{10}= 00101001$	$-41_{10}=11010110$

Ca1

- Ejemplo: n=8 bits

Números negativos $\begin{cases} 11111111 \leftarrow & -0 \\ \ldots & \\ 10000000 \leftarrow & -(2^{n-1} - 1) = -127 \end{cases}$

Números positivos $\begin{cases} 01111111 \leftarrow & +(2^{n-1} - 1) = +127 \\ \ldots & \\ 00000000 \leftarrow & +0 \end{cases}$

Ca1

- Ejemplo con n= 3 bits

$111 = -0$

$110 = -1$

$101 = -2$

$100 = -3 = -(2^{n-1} - 1\ )$

$011 = +3 = +(2^{n-1} - 1)$

$010 = +2$

$001 = +1$

$000 = +0$

Ca1

Dada una cadena de bits ¿qué número decimal representa si lo interpretamos en Ca1?

- Cuando es positivo:

$01100000 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 = 64+32= 96$

Como siempre

Ca1

- Cuando es negativo, puedo hacer dos cosas:
- ✓ Ca1 del número y obtengo el positivo

Ej.

11100000 = - 31

11100000 ➡ 00011111 = +31

Ca1

- Otro método: el peso que tiene el primer dígito ahora es $-(2^{n-1} - 1)$ y el resto de los dígitos con pesos positivos *como siempre*

  $11100000 = -1 \times (2^7 - 1) + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 =$

  $= -127 + 64 + 32 = -31$

- O *por definición de Complemento a la base disminuida*

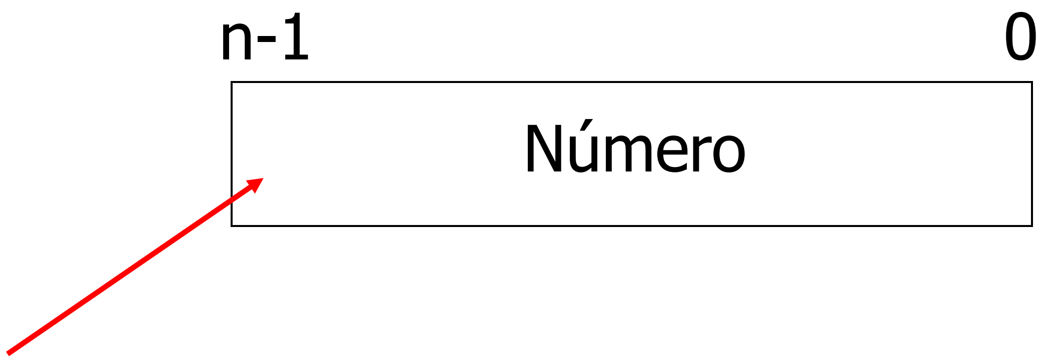
  - $Ca1 = (b^n - 1) - N^o$

Resumen Ca1

- El intervalo es simétrico
- Los n bits representan al número
- Los positivos empiezan con cero (0)
- Los negativos empiezan con uno (1)
- Hay dos ceros
- Números distintos 2^n

Representación en Ca2

- Los n bits representan al número



- Información del signo

Representación en Ca2

- Si el número es positivo, los n bits tienen la representación binaria del número (como siempre)
- Si el número es negativo, los n bits tienen el Ca2 del valor deseado.
- El Ca2 de un número (en base 2) se obtiene invirtiendo todos los bits (Ca1) y luego sumándole 1.

Ca2

- Otra forma: “mirando” desde la derecha se escribe el número (base 2) igual hasta el primer “1” uno inclusive y luego se invierten los demás dígitos
- Otra forma: *por definición de Complemento a la base*
    - $Ca2 = b^n - N^o$

Ca2

- Los positivos empiezan con cero (0)
- Los negativos empiezan con uno (1)
- El rango es asimétrico y va desde

  $$-(2^{n-1}) \text{ a } +(2^{n-1}-1)$$

- Hay un solo cero

Ca2

- Ejemplos

$+32_{10} = 00100000$ ⇦ "mirando" desde la derecha

$-\ 32_{10} = 11100000$

- ✓ Los dígitos en rojo se copiaron igual
- ✓ Los dígitos en azul se invirtieron

Ca2 (otra forma)

$+32_{10}$=00100000

1111

11011111 invierto todos los bits

\+ 1 le sumo 1

-32_{10}=11100000 en Ca2

Ca2 (otra forma)

- Ca2 = b^n – Nº = 2^8 – 32 = 256-32=224
- Hagamos la cuenta en base 2

$$\begin{array}{rl}
 & 0\ \ 1\ 1 \\
 & \cancel{1}\,\cancel{1}\,0\,\cancel{1}\,0\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\
- & \ 0\,0\ \ 1\,0\,0\,0\,0\,0 \\
\hline
-32= & \ 1\,1\ \ 1\,0\,0\,0\,0\,0
\end{array}$$

en Ca2

Ca2

- Ejemplo : n=8 bits

Números negativos	11111111	←	-1
	...		
	10000000	←	$-(2^{n-1}) = -128$
Números positivos	01111111	←	$+(2^{n-1} - 1) = +127$
	...		
	00000000	←	+0

Ca2

- Ejemplo con n= 3 bits

$$111 = -1$$
$$110 = -2$$
$$101 = -3$$
$$100 = -4 = -(2^{n-1})$$
$$011 = +3 = +(2^{n-1} - 1)$$
$$010 = +2$$
$$001 = +1$$
$$000 = +0$$

Ca2

Dada una cadena de bits ¿qué número decimal representa si lo interpretamos en Ca2?

- Cuando es positivo:

$$01100000 = 1 \times 2^{6} + 1 \times 2^{5} = 64 + 32 = 96$$

Como siempre

Ca2

- Cuando es negativo, puedo hacer dos cosas:
- ✓ Ca2 el número y obtengo el positivo

Ej.

11100000 = - 32

11100000 → 00100000 = +32

Ca2

- Otro método: el peso que tiene el primer dígito ahora es $-(2^{n-1})$ y el resto de los dígitos con pesos positivos *como siempre*

$$11100000 = -1x(2^7) + 1x2^6 + 1x2^5$$

$$= -128 \quad + \quad 64 \quad + 32 \quad = -32$$

Resumen Ca2

- El intervalo es asimétrico, hay un - más
- Los n bits representan al número
- Los positivos empiezan con cero (0)
- Los negativos empiezan con uno (1)
- Hay un solo cero
- Números distintos 2^n

Técnica del Exceso

- La representación de un número A es la que corresponde a la SUMA del mismo y un valor constante E (o exceso).

$$\text{Exceso E de A} = A + E$$

- Dado un valor, el número representado se obtiene RESTANDO el valor del exceso.

$$A = (\text{Exceso E de A}) - E$$

- El signo del número A resulta de una resta
  - En binario, NO sigue la regla del bit mas significativo

Exceso 2^{n-1}

- Rango

$$-2^{(n-1)} \le x \le 2^{(n-1)}-1$$

si n=6 **Exceso 32**

$-2^{(6-1)} = 000000_2$ $2^{(6-1)}-1 = 111111_2$

= 0 - 32 **= 63 - 32 = 31**

$$0_{10} = 100000_2$$

= 32 - 32 = 0

Nuevas Banderas aritméticas

- N (negativo): igual al bit más significativo del resultado.
  - Es 1 si el resultado es negativo
- V (overflow): en 1 indica una condición de fuera de rango (desborde) en Ca2.
  - El resultado no se puede expresar con el número de bits utilizado.

Suma en Ca2

- Para sumar dos números en Ca2 se suman los n bits directamente.
- Si sumamos dos números + y el resultado es – ó si sumamos dos – y el resultado es +
  hay overflow, en otro caso no lo hay.
- Si los Nºs son de distinto signo nunca puede haber overflow.

Resta en Ca2

- Para restar dos números en Ca2, se restan los n bits directamente. También se puede Ca2 el sustraendo y transformar la resta en suma.
- Si a un Nº + le restamos un Nº – y el resultado es – ó si a un Nº – le restamos un + y el resultado es +

  hay overflow en la resta.
- Si son del mismo signo nunca hay overflow

Bits de condición para la suma

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
0100	0000	+4	+4
+ 0010		+ +2	+ +2
0110		+6	+6

✓ Los dos resultados son correctos.

Bits de condición para la suma

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
0101 + 0111 = 1100	1010	+5 + +7 = -4 overf.	+5 + +7 = +12

- Ca2 incorrecto, sin signo correcto.

Bits de condición para la suma

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
1101	0101	-3	13
+ 0011		+3	+ 3
1 ← 0000		0	carry 0

✓ Ca2 correcto, sin signo incorrecto.

Bits de condición para la suma

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
1001	0011	-7	9
+ 1100		+ -4	+ 12
1 ⇐ 0101		V +5	C 5

✓ Los dos resultados son incorrectos.

Bits de condición para la resta

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
1 ⇨ 0101	1001	+5	5
− 0111		− +7	− 7
1110		-2	B 14

✓ Ca2 correcto, sin signo incorrecto.

Bits de condición para la resta

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
1001	0010	-7	9
− 0100		− +4	− 4
0101		V +5	5

- ✓ Ca2 incorrecto, sin signo correcto.

Suma en BCS

$$\begin{array}{r} 1\,001 \\ +\;1\,001 \\ \hline 1\,010 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -1 \\ +\;-1 \\ \hline -2 \end{array}$$

- Para pensar.

Representación alfanumérica

- Letras (mayúsculas y minúsculas)
- Dígitos decimales (0, ..., 9)
- Signos de puntuación
- Caracteres especiales
- “Caracteres” u órdenes de control

Ejemplo

- A cada símbolo un código en binario
  - Ejemplo: x, y, α, β, #, @, [,]
    - Ocho símbolos ¿Cuántos bits? ¿Por qué?

000	x	@	...
001	y	[	
010	α	α	
011	β	#	
100	#	β	
101	@	y	
110	[	x	
111	]	]	

Algunos códigos

- FIELDATA
  - 26 letras mayúsculas + 10 dígitos + 28 caracteres especiales
  - Total 64 combinaciones $\Rightarrow$ Código de 6 bits
- ASCII

American Standard Code for Information Interchange

  - FIELDATA + minúsculas + ctrl
  - Total 128 combinaciones $\Rightarrow$ Código de 7 bits

Algunos códigos (2)

- ASCII extendido
  - ASCII + multinacional + semigráficos + matemática
  - Código de 8 bits
- EBCDIC - Extended BCD Interchange Code
  - similar al ASCII pero de IBM
  - Código de 8 bits

Tabla ASCII

Dec	Hx	Oct	Char		Dec	Hx	Oct	Html	Chr	Dec	Hx	Oct	Html	Chr	Dec	Hx	Oct	Html	Chr
0	0	000	NUL	(null)	32	20	040		Space	64	40	100	@	@	96	60	140	`	`
1	1	001	SOH	(start of heading)	33	21	041	!	!	65	41	101	A	A	97	61	141	a	a
2	2	002	STX	(start of text)	34	22	042	"	"	66	42	102	B	B	98	62	142	b	b
3	3	003	ETX	(end of text)	35	23	043	#	#	67	43	103	C	C	99	63	143	c	c
4	4	004	EOT	(end of transmission)	36	24	044	$	$	68	44	104	D	D	100	64	144	d	d
5	5	005	ENQ	(enquiry)	37	25	045	%	%	69	45	105	E	E	101	65	145	e	e
6	6	006	ACK	(acknowledge)	38	26	046	&	&	70	46	106	F	F	102	66	146	f	f
7	7	007	BEL	(bell)	39	27	047	'	'	71	47	107	G	G	103	67	147	g	g
8	8	010	BS	(backspace)	40	28	050	(	(	72	48	110	H	H	104	68	150	h	h
9	9	011	TAB	(horizontal tab)	41	29	051	)	)	73	49	111	I	I	105	69	151	i	i
10	A	012	LF	(NL line feed, new line)	42	2A	052	*	*	74	4A	112	J	J	106	6A	152	j	j
11	B	013	VT	(vertical tab)	43	2B	053	+	+	75	4B	113	K	K	107	6B	153	k	k
12	C	014	FF	(NP form feed, new page)	44	2C	054	,	,	76	4C	114	L	L	108	6C	154	l	l
13	D	015	CR	(carriage return)	45	2D	055	-	-	77	4D	115	M	M	109	6D	155	m	m
14	E	016	SO	(shift out)	46	2E	056	.	.	78	4E	116	N	N	110	6E	156	n	n
15	F	017	SI	(shift in)	47	2F	057	/	/	79	4F	117	O	O	111	6F	157	o	o
16	10	020	DLE	(data link escape)	48	30	060	0	0	80	50	120	P	P	112	70	160	p	p
17	11	021	DC1	(device control 1)	49	31	061	1	1	81	51	121	Q	Q	113	71	161	q	q
18	12	022	DC2	(device control 2)	50	32	062	2	2	82	52	122	R	R	114	72	162	r	r
19	13	023	DC3	(device control 3)	51	33	063	3	3	83	53	123	S	S	115	73	163	s	s
20	14	024	DC4	(device control 4)	52	34	064	4	4	84	54	124	T	T	116	74	164	t	t
21	15	025	NAK	(negative acknowledge)	53	35	065	5	5	85	55	125	U	U	117	75	165	u	u
22	16	026	SYN	(synchronous idle)	54	36	066	6	6	86	56	126	V	V	118	76	166	v	v
23	17	027	ETB	(end of trans. block)	55	37	067	7	7	87	57	127	W	W	119	77	167	w	w
24	18	030	CAN	(cancel)	56	38	070	8	8	88	58	130	X	X	120	78	170	x	x
25	19	031	EM	(end of medium)	57	39	071	9	9	89	59	131	Y	Y	121	79	171	y	y
26	1A	032	SUB	(substitute)	58	3A	072	:	:	90	5A	132	Z	Z	122	7A	172	z	z
27	1B	033	ESC	(escape)	59	3B	073	;	;	91	5B	133	[	[	123	7B	173	{	{
28	1C	034	FS	(file separator)	60	3C	074	<	<	92	5C	134	\	\	124	7C	174			|
29	1D	035	GS	(group separator)	61	3D	075	=	=	93	5D	135	]	]	125	7D	175	}	}
30	1E	036	RS	(record separator)	62	3E	076	>	>	94	5E	136	^	^	126	7E	176	~	~
31	1F	037	US	(unit separator)	63	3F	077	?	?	95	5F	137	_	_	127	7F	177	&#127;	DEL

Una extensión al ASCII

128	Ç	144	É	160	á	176	░	193	┴	209	╤	225	ß	241	±
129	ü	145	æ	161	í	177	▒	194	┬	210	╥	226	Γ	242	≥
130	é	146	Æ	162	ó	178	▓	195	├	211	╙	227	π	243	≤
131	â	147	ô	163	ú	179	│	196	─	212	╘	228	Σ	244	⌠
132	ä	148	ö	164	ñ	180	┤	197	┼	213	╒	229	σ	245	⌡
133	à	149	ò	165	Ñ	181	╡	198	╞	214	╓	230	µ	246	÷
134	å	150	û	166	ª	182	╢	199	╟	215	╫	231	τ	247	≈
135	ç	151	ù	167	º	183	╖	200	╚	216	╪	232	Φ	248	°
136	ê	152	_	168	¿	184	╕	201	╔	217	┘	233	Θ	249	·
137	ë	153	Ö	169	_	185	╣	202	╩	218	┌	234	Ω	250	·
138	è	154	Ü	170	¬	186	║	203	╦	219	█	235	δ	251	√
139	ï	156	£	171	½	187	╗	204	╠	220	▄	236	∞	252	_
140	î	157	¥	172	¼	188	╝	205	═	221	▌	237	φ	253	²
141	ì	158	_	173	¡	189	╜	206	╬	222	▐	238	ε	254	■
142	Ä	159	ƒ	174	«	190	╛	207	╧	223	▀	239	∩	255	
143	Å	192	└	175	»	191	┐	208	╨	224	α	240	≡		

mayor información …

- Capítulo 8: Aritmética del computador (8.1., 8.2., 8.3.)
  - Stallings, 5º Ed.
- Sistemas enteros y Punto fijo
  - Apunte 1 de Cátedra
- Capítulo 3: Lógica digital y representación numérica
  - Apuntes COC - Ingreso