



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA Y CIRCUITOS
FUNDAMENTOS DE MECATRÓNICA EC-5811
PROFESOR: GERARDO FERNÁNDEZ

LABORATORIO N° 1

Estudiantes:

Giancarlo Torlone 20-10626

Héctor Flores 18-00173

Ecuaciones del motor DC y diagrama de bloques

Un motor de corriente directa, gobernado por voltaje de armadura, posee un funcionamiento descrito por las ecuaciones:

$$V_a(t) = i_a(t)R_a + L_a \frac{di_a}{dt} + V_{efm}(t)$$

Donde V_a es el voltaje de armadura, i_a es la corriente de armadura, R_a y L_a son, respectivamente, la resistencia y la inductancia del circuito de armadura y V_{efm} es el voltaje contraelectromotriz.

$$V_{efm}(t) = K_b \omega(t)$$

Donde K_b es la constante contraelectromotriz y ω es la velocidad angular del eje del motor.

El torque generado por el motor es:

$$T_m(t) = K_m i_a(t)$$

Donde K_m es la constante del motor.

Cuando al motor se le aplica alguna carga mecánica, y existe alguna perturbación sobre la carga resulta que:

$$T_m(t) = T_L(t) + T_d(t)$$

donde T_L es el torque de carga y T_d es la perturbación.

La carga está gobernada, generalmente, por una inercia y una constante de amortiguamiento viscoso:

$$T_L = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega$$

En las ecuaciones anteriores se ha despreciado la propia inercia mecánica y el amortiguamiento viscoso del motor. Bajo esas premisas, el esquema electromecánico del motor DC es el que se muestra:

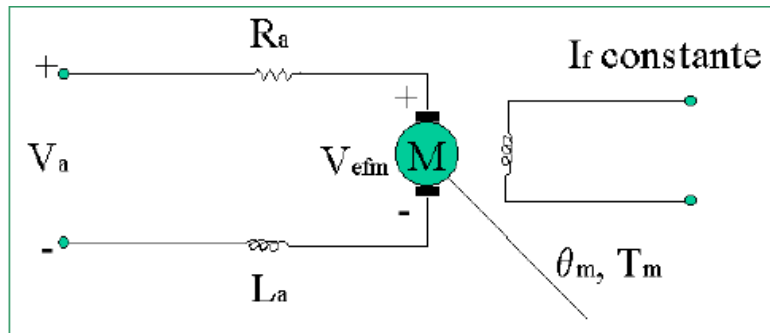


Figura 1. Esquema electromecánico del motor DC

El diagrama de bloques del motor DC, suponiendo $T_d = 0$ (no hay perturbaciones) y definiendo como entrada al sistema el voltaje de armadura V_a y como salida la velocidad angular del eje del motor w , es el que se muestra:

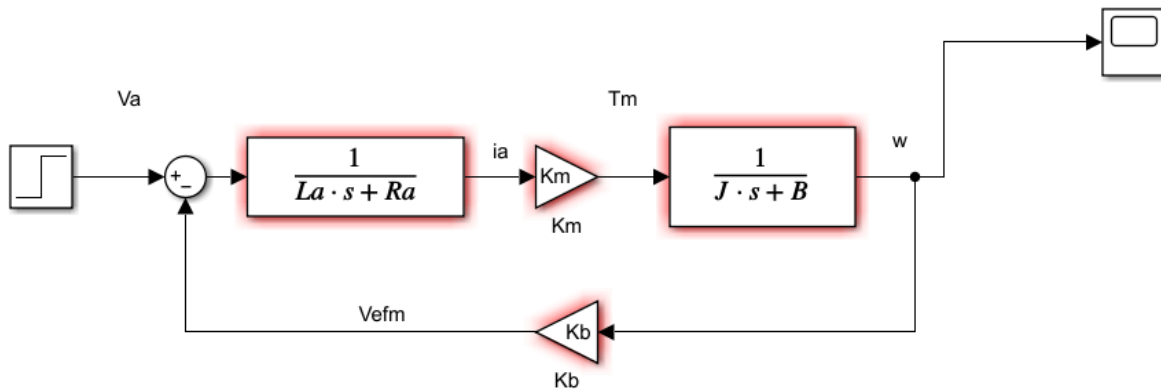


Figura 2. Diagrama de bloques motor DC sin perturbación

La función de transferencia entre la velocidad angular y el voltaje de armadura es:

$$\frac{W(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m}{JL_a s^2 + (L_a B + R_a J)s + R_a B + K_b K_m}$$

Para obtener también la posición angular del eje, realizamos la siguiente modificación al diagrama de bloques:

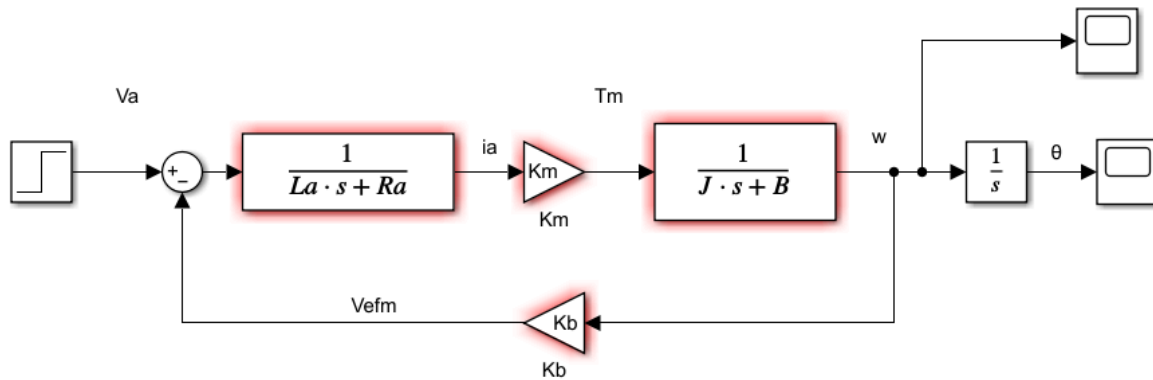


Figura 3. Diagrama de bloques motor DC con salida velocidad y posición angular

Para esta práctica se trabajará con los motores DC Baldor, específicamente el motor **M-2240-A** de la serie M-Series, cuyas especificaciones se encuentran en la siguiente tabla:

Catalog No.		MT-2240-ACYAN
General		
Continuous Stall Torque	lb-in	1.88
	N-m	0.21
Cont. Current	amps	2.05
Peak Torque	lb-in	13
	N-m	1.4
Peak Current	amps	12.3
Viscous Damping	lb-in/krpm	0.01
	N-m/krpm	7.1 E-04
Thermal Resistance	°C/watt	5
Mechanical Time Constant	msec	2.0
Electrical Time Constant	msec	7.8
Rated Speed	rpm	3500
Rated Voltage	volts	50
Electrical		
Torque Constant	lb-in/amp	1.012
	N-m/amp	0.115
Voltage Constant	Vpk/krpm	12
	v/r/s	0.115
Resistance	ohms	4.0
Inductance	mH	7.7
Mechanical		
Inertia	Lb-In-s ²	0.00031
	Kg-cm ²	0.35
Max Speed	rpm	5000
Weight (Motor Tach)	lbs	3.2
	Kg	1.5

Figura 4. Especificaciones del motor DC

Por lo tanto los valores que utilizaremos para la simulación son:

$$J = 0.000035 \text{ kg-m}^2$$

$$B = 0.000068 \text{ N-m/rad/s}$$

$$K_b = 0.115 \text{ V/rad/s}$$

$$K_m = 0.115 \text{ N-m/A}$$

$$R_a = 4.0 \text{ } \Omega$$

$$L_a = 0.0077 \text{ H}$$

Respuesta al escalón del motor

- **Entrada de escalón 4V**

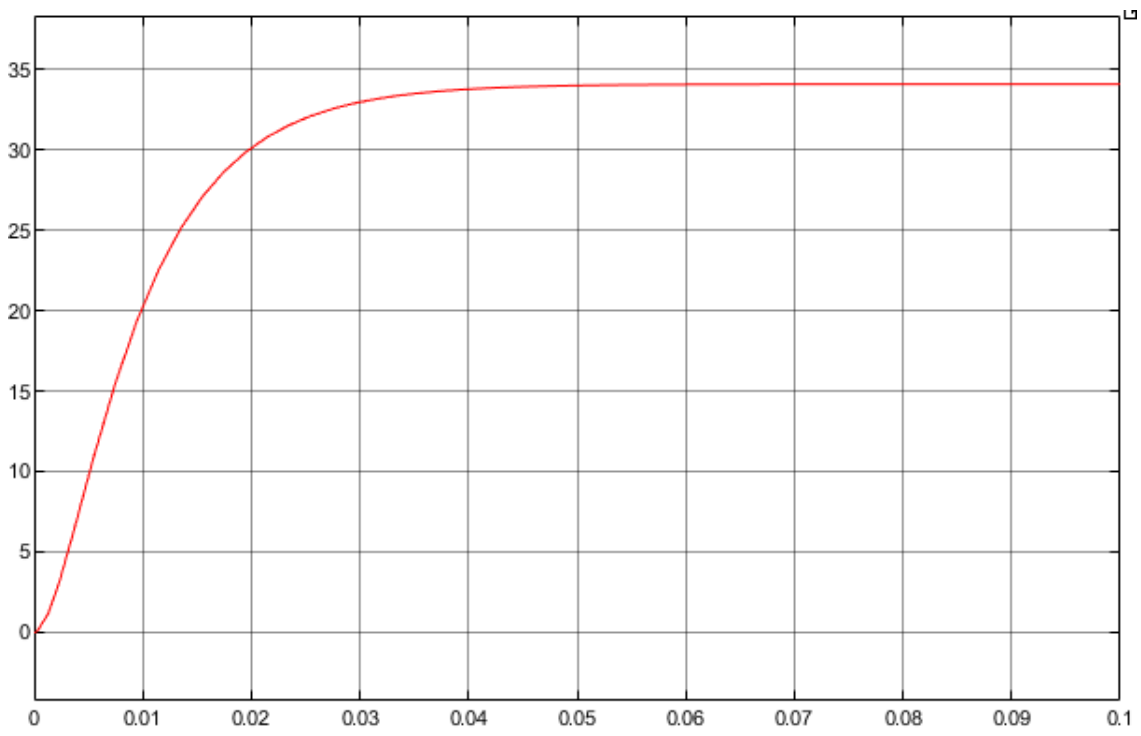


Figura 5. Velocidad angular sistema sin controlador para un escalón de 4V

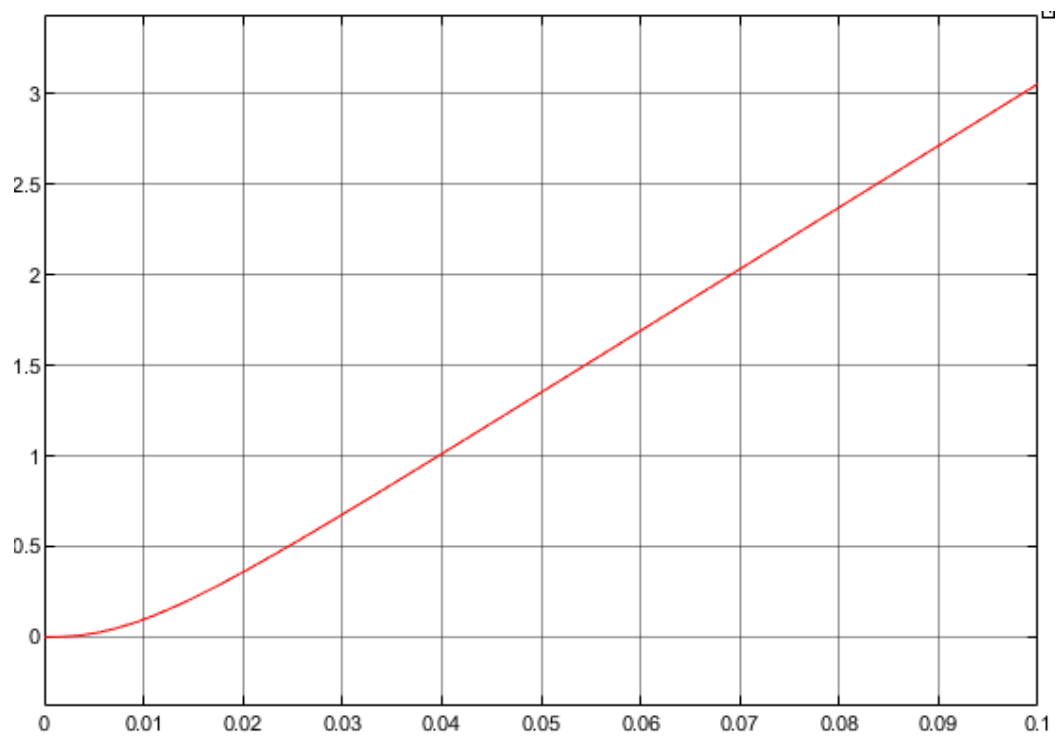


Figura 6. Posición angular sistema sin controlador para un escalón de 4V

- **Entrada de escalón 12V**

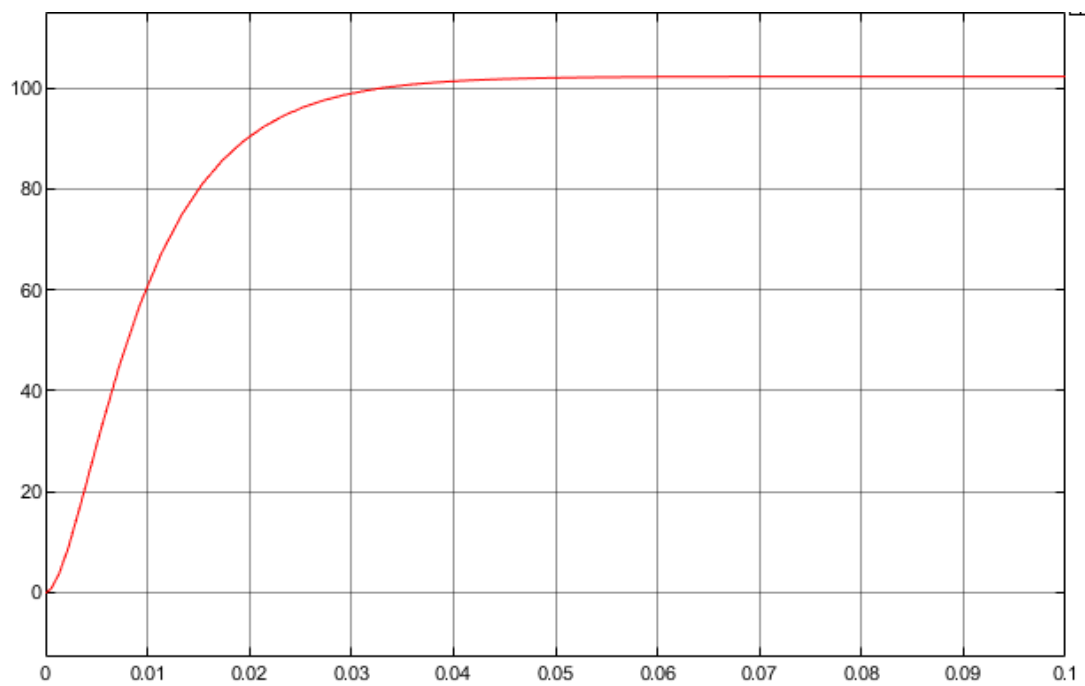


Figura 7. Velocidad angular sistema sin controlador para un escalón de 12V

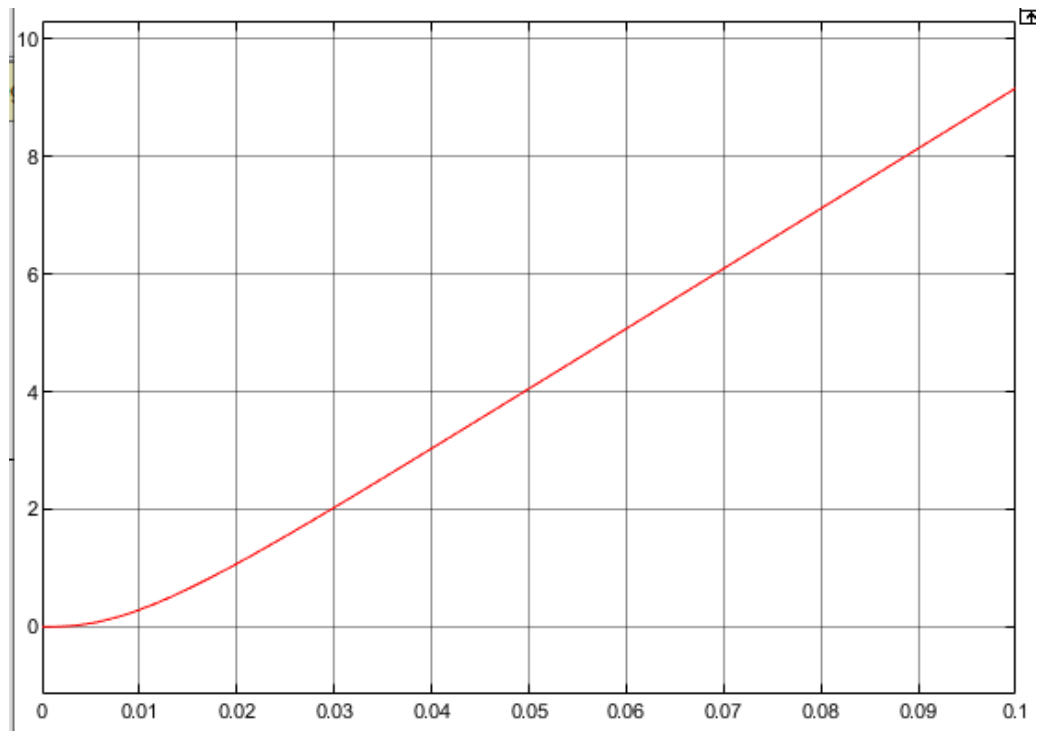


Figura 8. Posición angular sistema sin controlador para un escalón de 12V

- **Entrada de escalón 24V**

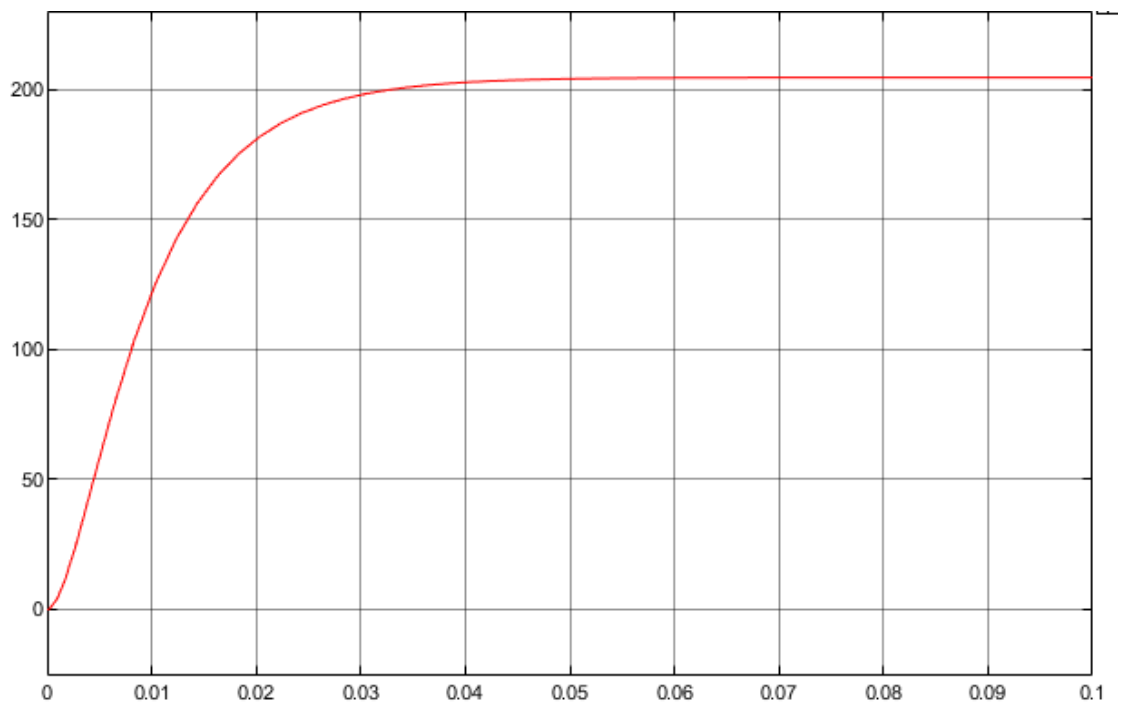


Figura 9. Velocidad angular sistema sin controlador para un escalón de 24V

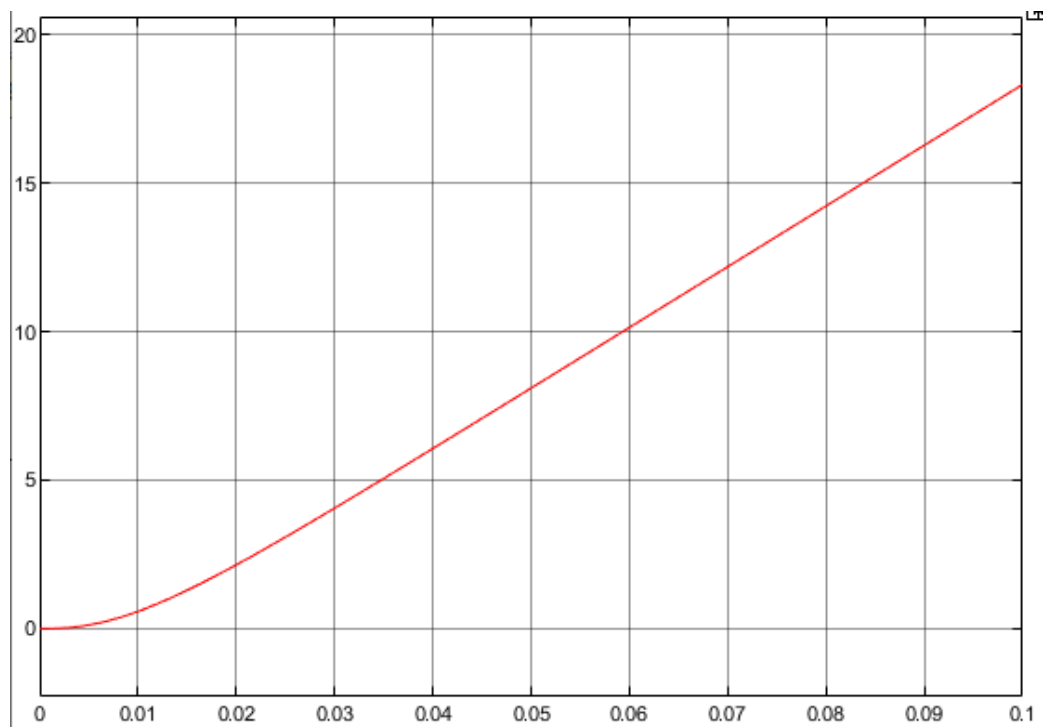


Figura 10. Posición angular sistema sin controlador para un escalón de 24V

De las gráficas anteriores podemos observar la respuesta al escalón del sistema sin controlador. Podemos ver que la respuesta tiene la apariencia de una respuesta de primer orden.

A medida que se incrementa el valor del escalón, la velocidad angular aumenta. Sin embargo, cabe destacar que no se alcanzará la velocidad deseada debido a un error existente. Por otra parte, la posición muestra cómo el motor gira infinitamente ya que no hay un control para dicha variable.

Los parámetros del motor ocasionan que las respuestas sean bastante rápidas, es por eso que, para un período de 0.1 segundos, la velocidad ya alcanza su valor respectivo.

Realimentación del motor DC

Control de velocidad

Ahora utilizaremos un controlador proporcional K_p para controlar en velocidad al motor DC.

La entrada de escalón será de 12 V.

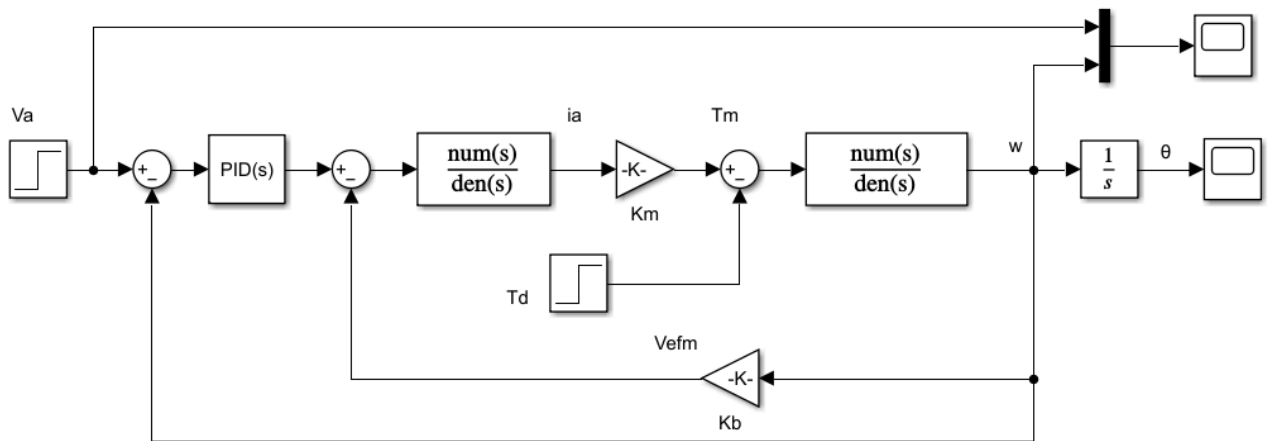


Figura 11. Sistema con controlador proporcional del motor DC

A continuación se muestra la respuesta controlada de la velocidad al escalón de entrada. El escalón es la señal en color rojo y la velocidad la señal azul.

Respuesta al escalón de 12V

- Respuesta al escalón de 12 V con $K_p = 0.05$

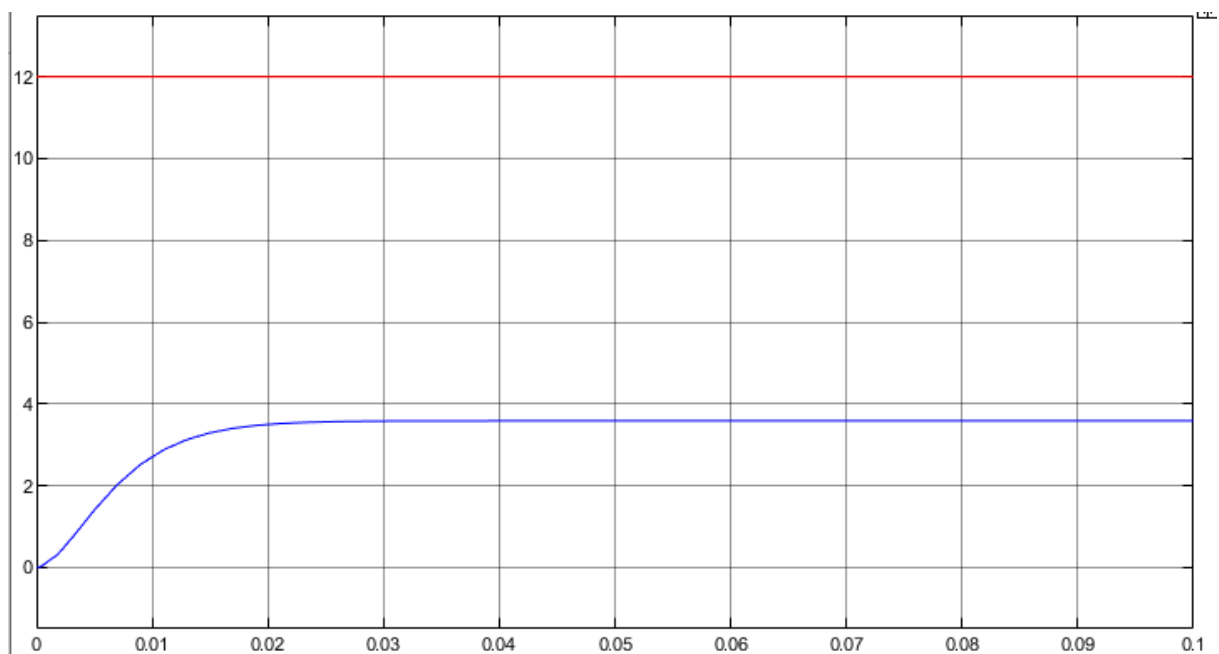


Figura 12. Velocidad sistema con controlador proporcional $K_p = 0.05$

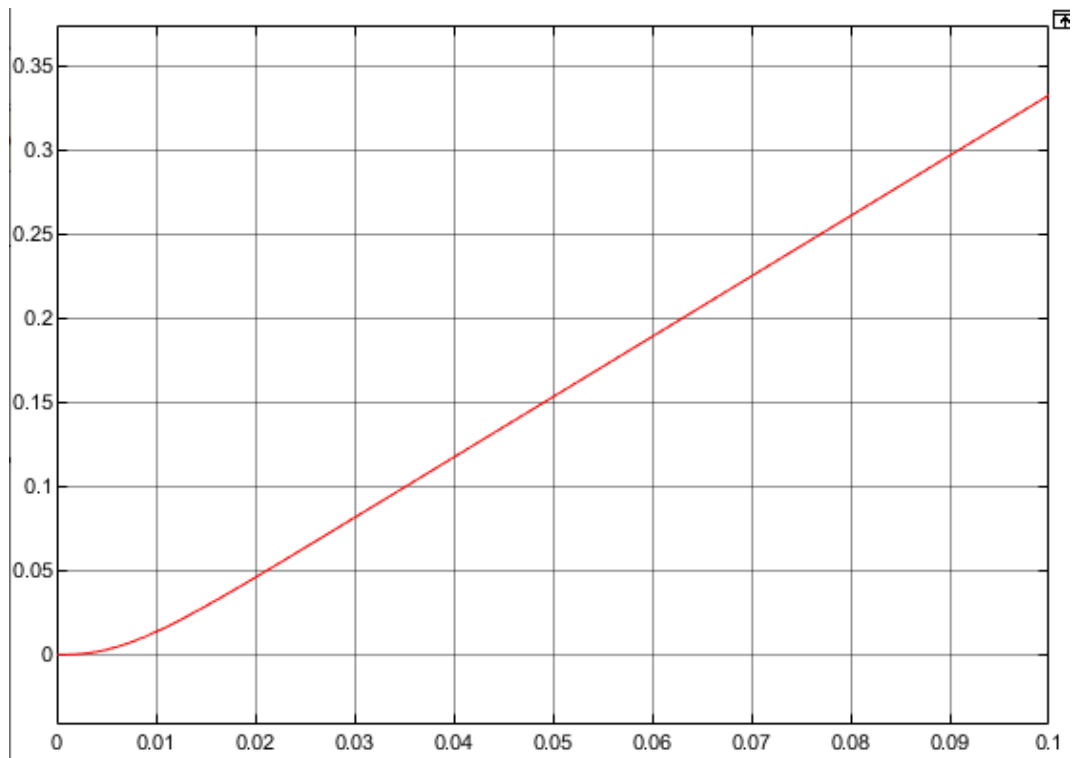


Figura 13. Posición sistema con controlador proporcional $K_p = 0.05$

- Respuesta al escalón de 12 V con $K_p = 0.5$

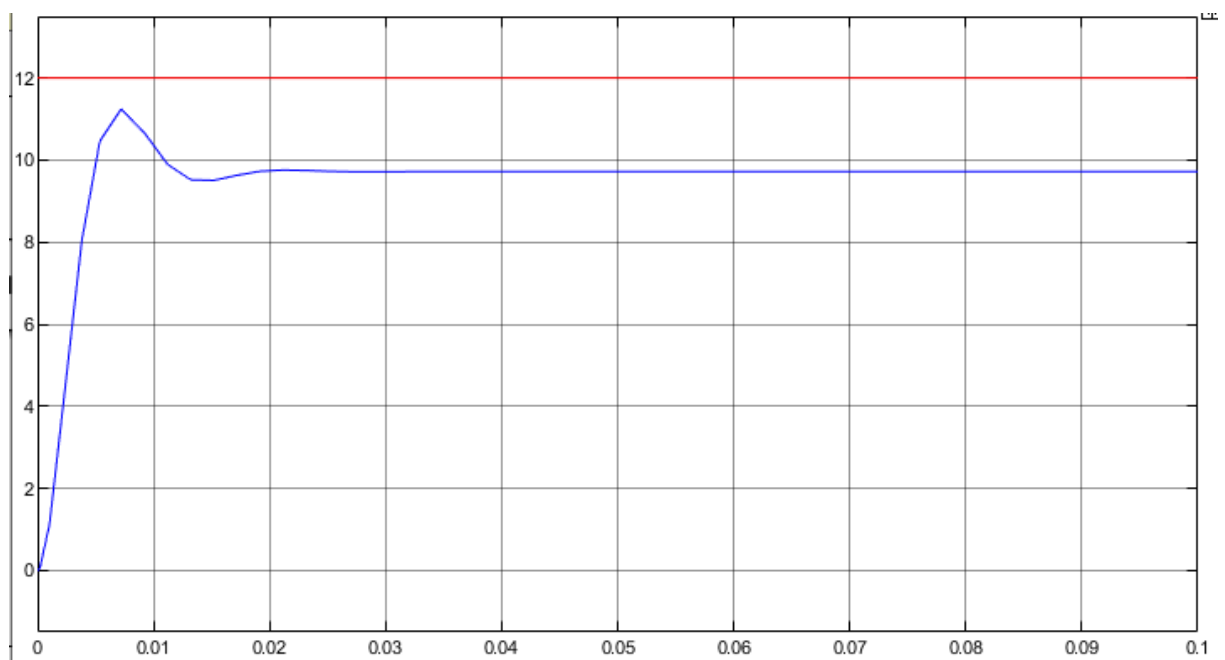


Figura 14. Velocidad sistema con controlador proporcional $K_p = 0.5$

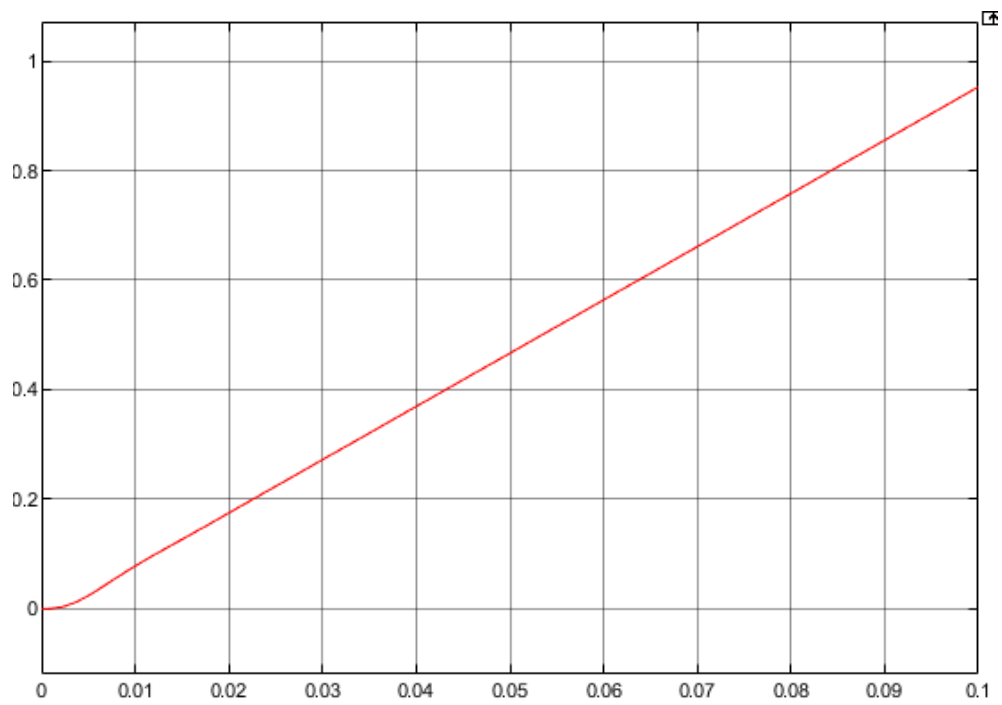


Figura 15. Posición sistema con controlador proporcional con $K_p = 0.5$

- Respuesta al escalón de 12V con $K_p = 5$

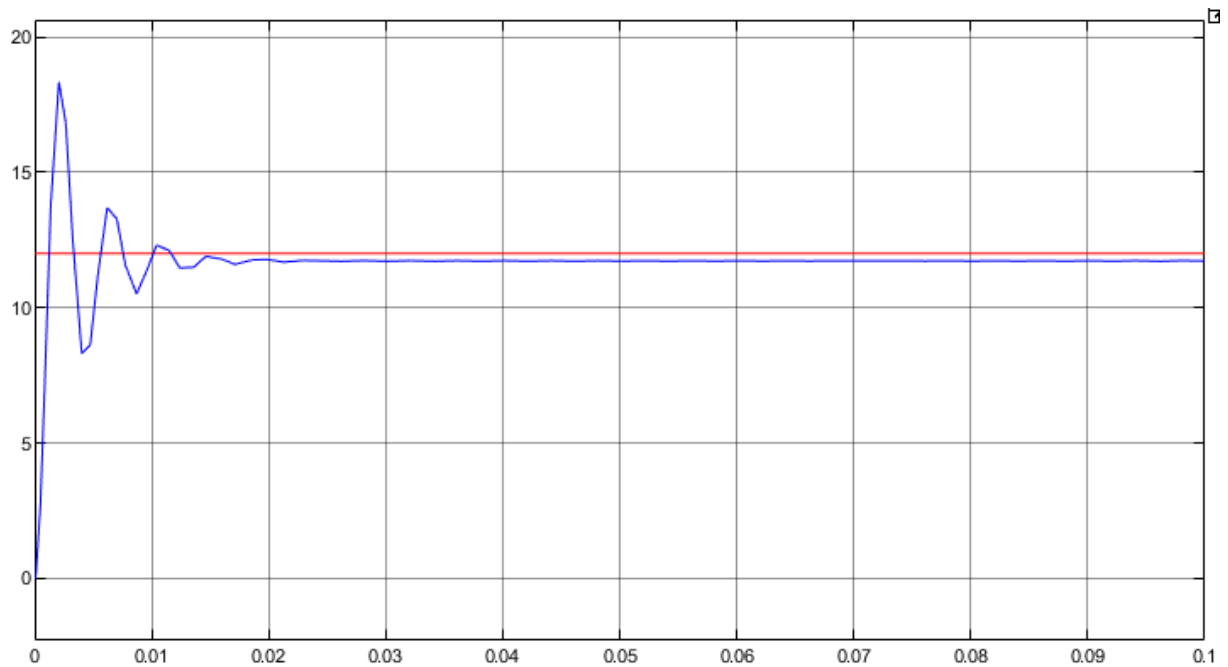


Figura 16. Velocidad sistema con controlador proporcional $K_p = 5$

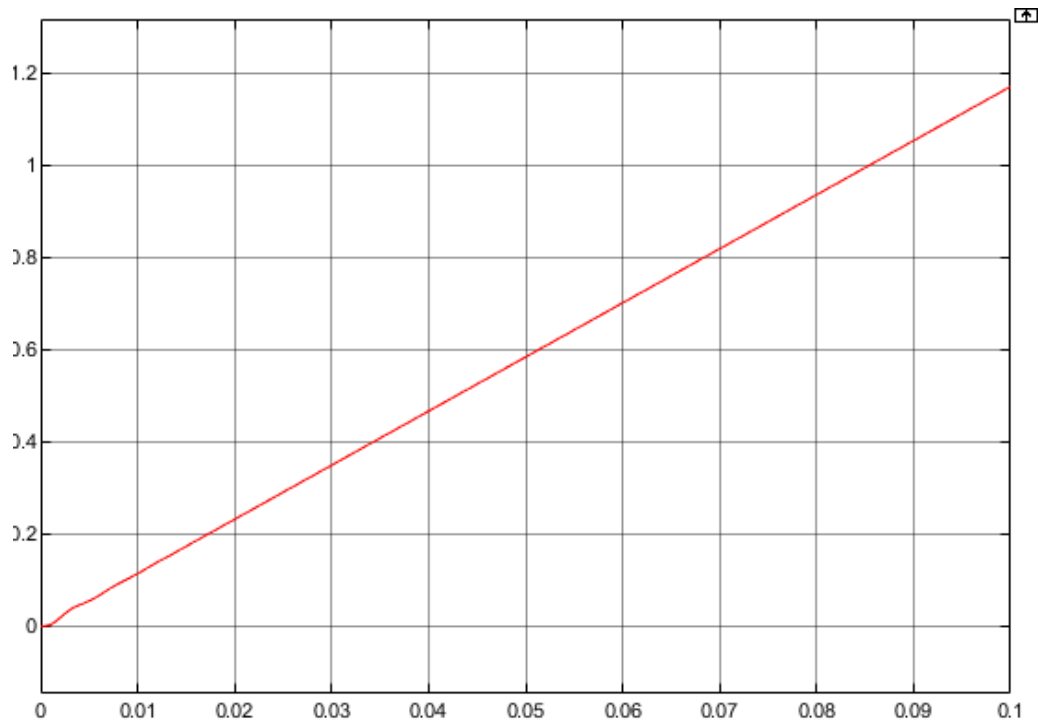


Figura 17. Posición sistema con controlador proporcional $K_p = 5$

- **Respuesta al escalón de 12 V con $K_p = 20$**

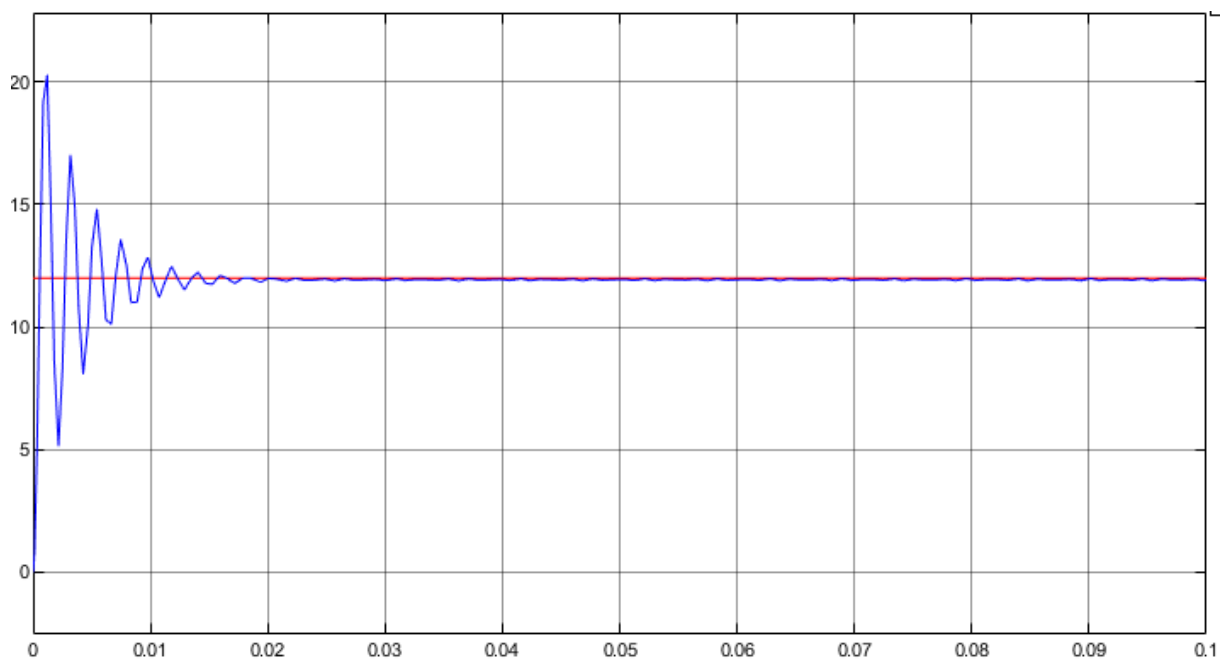


Figura 18. Velocidad sistema con controlador proporcional $K_p = 20$

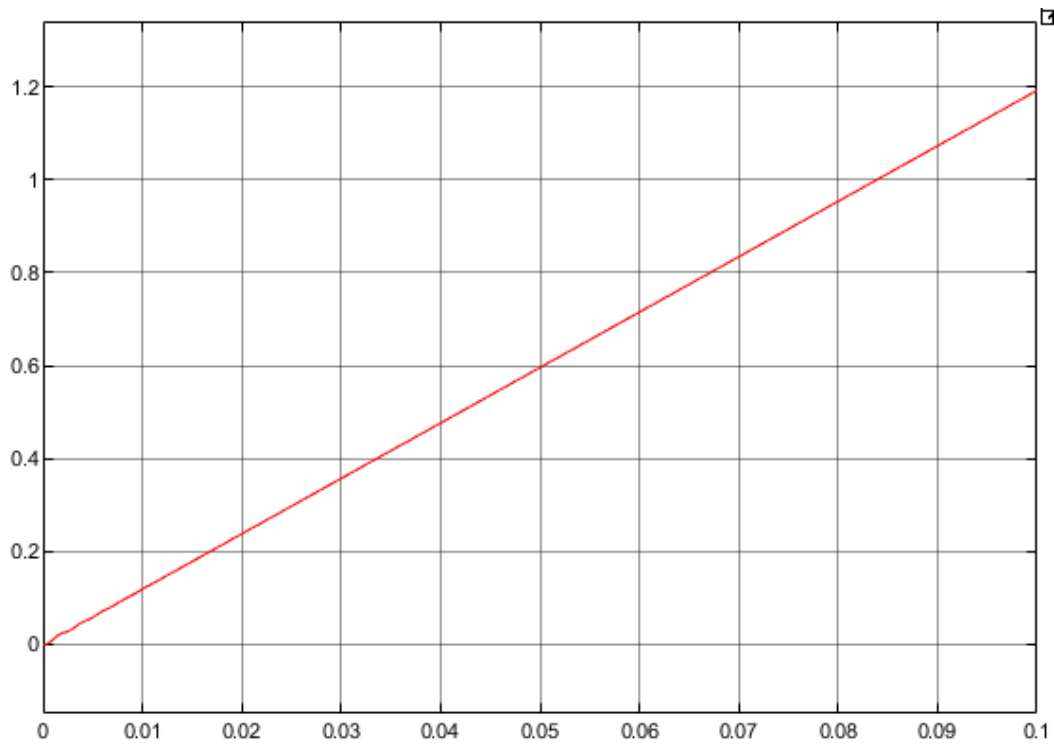


Figura 19. Posición sistema con controlador proporcional $K_p = 20$

Las gráficas anteriores muestran cómo el sistema controla la velocidad del motor de acuerdo con el escalón de entrada.

Para valores bajos de K_p , el sistema se sigue comportando como uno de primer orden, pero el margen de error entre el valor que alcanza la velocidad y el escalón de entrada es mucho mayor.

A medida que se va aumentando K_p el sistema comienza a comportarse como uno de segundo orden, el cual presenta más oscilaciones para valores de K_p altos. Esto implica que la velocidad presenta distintos picos antes de estabilizarse en un valor cercano a los 12V del escalón de entrada. Por lo tanto, el margen de error entre la respuesta y el escalón disminuye considerablemente a medida que K_p se incrementa pero siempre va estar presente, ya que es normal en todo controlador proporcional.

Con el sistema controlado la respuesta de la velocidad es más rápida que el sistema sin controlador, lo que reduce el tiempo de estabilización

Control de posición

Para esta última parte del laboratorio se va a realimentar únicamente la posición.

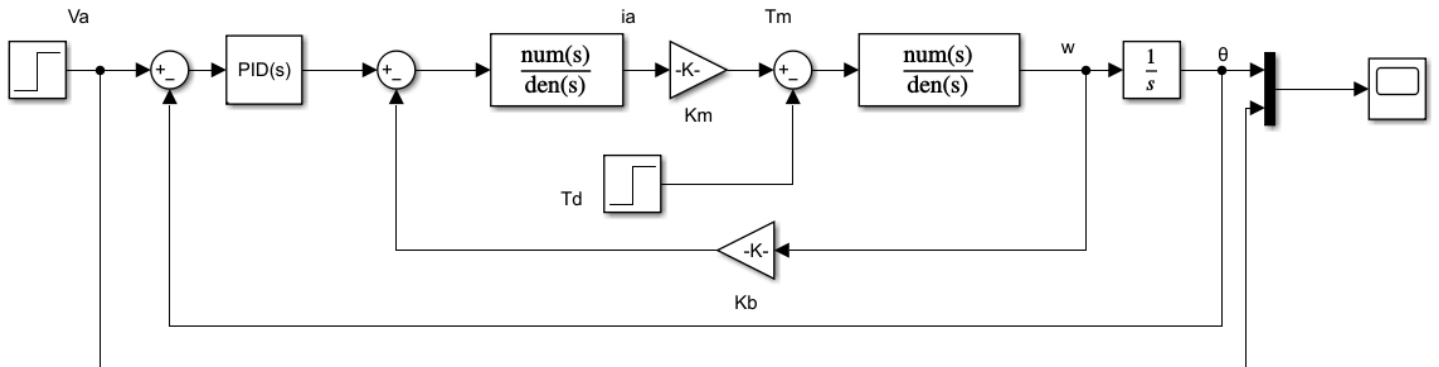


Figura 20. Diagrama de bloques para controlar la posición

- $K_p = 60$

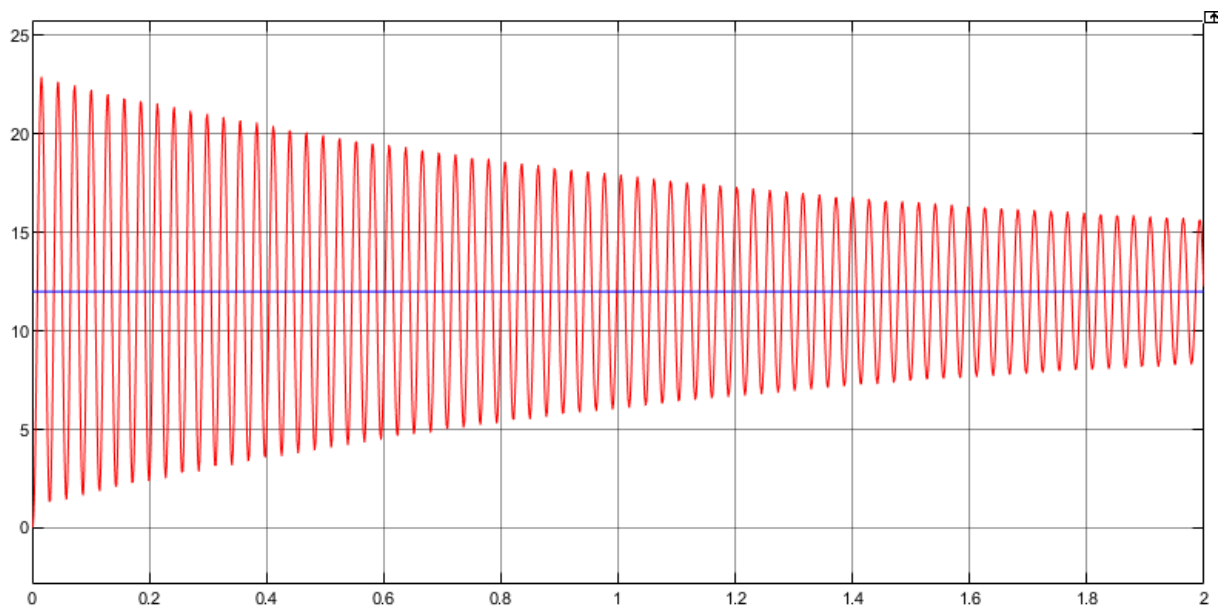


Figura 21. Posición para un $K_p = 60$

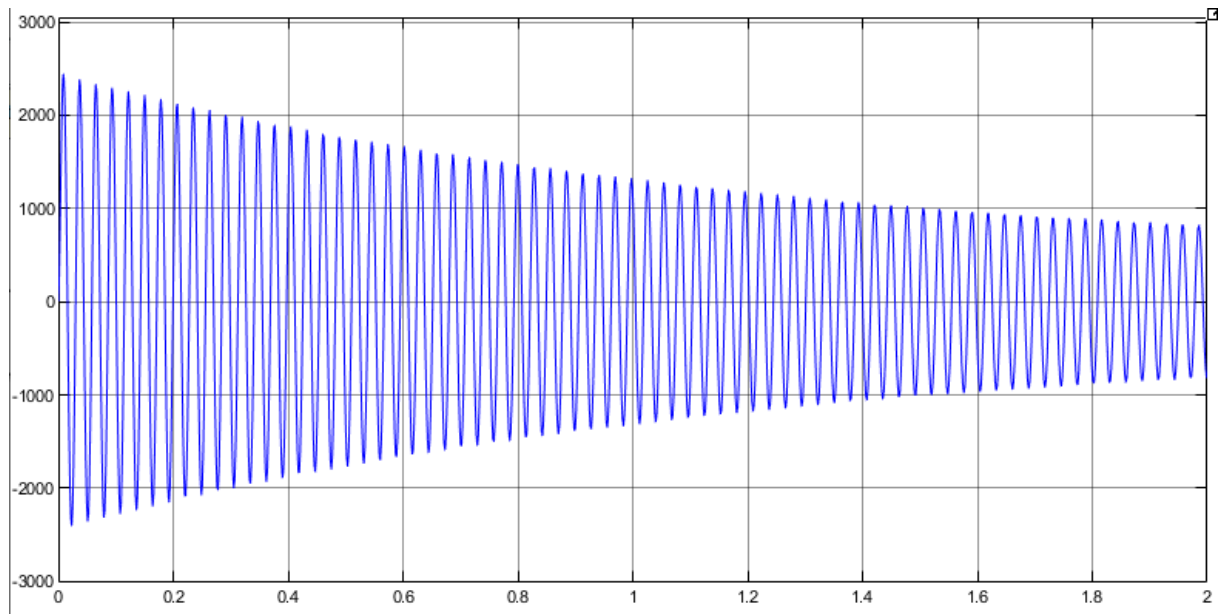


Figura 22. Velocidad para un $K_p = 60$

- $K_p = 62$

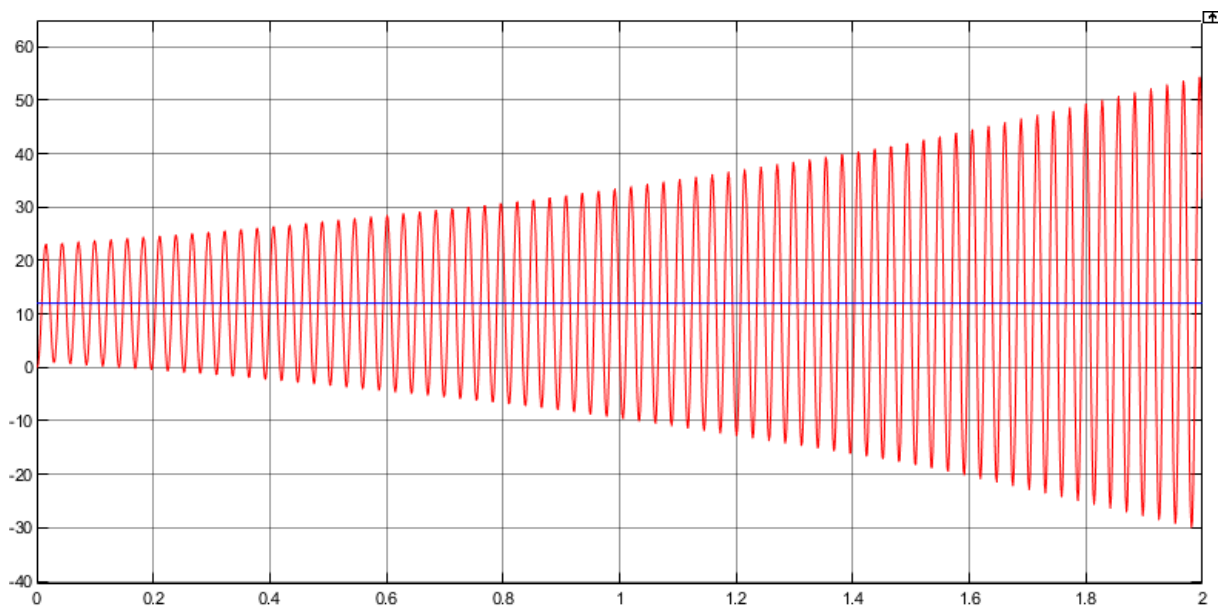


Figura 23. Posición para un $K_p = 62$

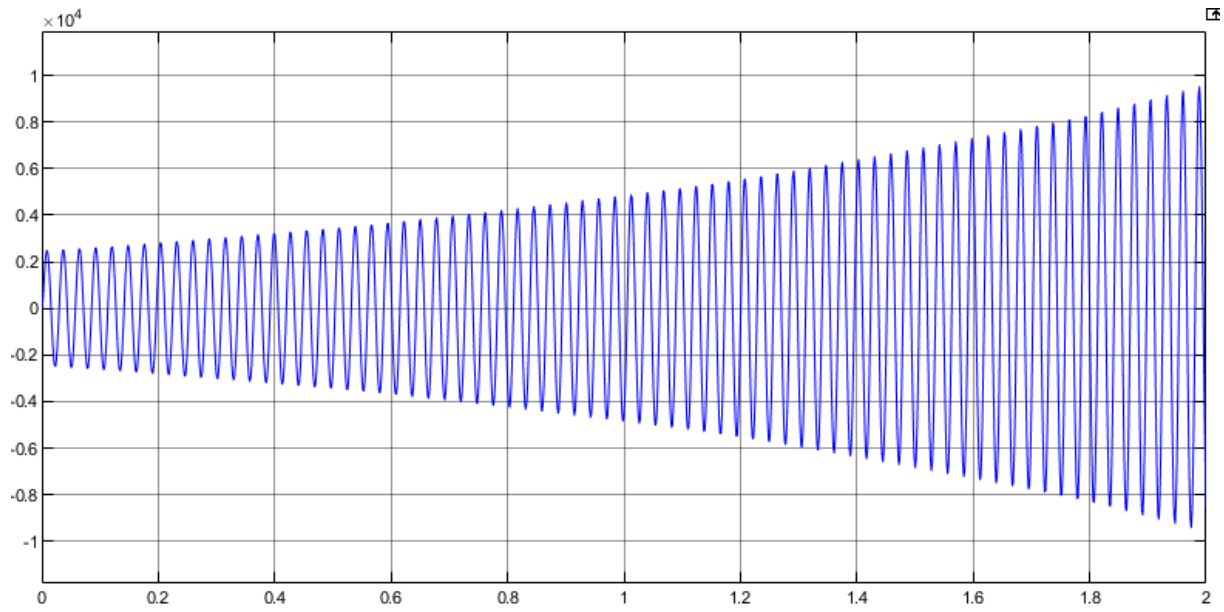


Figura 24. Velocidad para un $K_p = 62$

Se observa que al aumentar el valor de K_p se excede la ganancia crítica K_u por lo que las oscilaciones comienzan a crecer con el tiempo, por lo que el sistema se encuentra en la región de inestabilidad y oscila permanentemente.

- **Ganancia crítica $K_u = 61.3$**

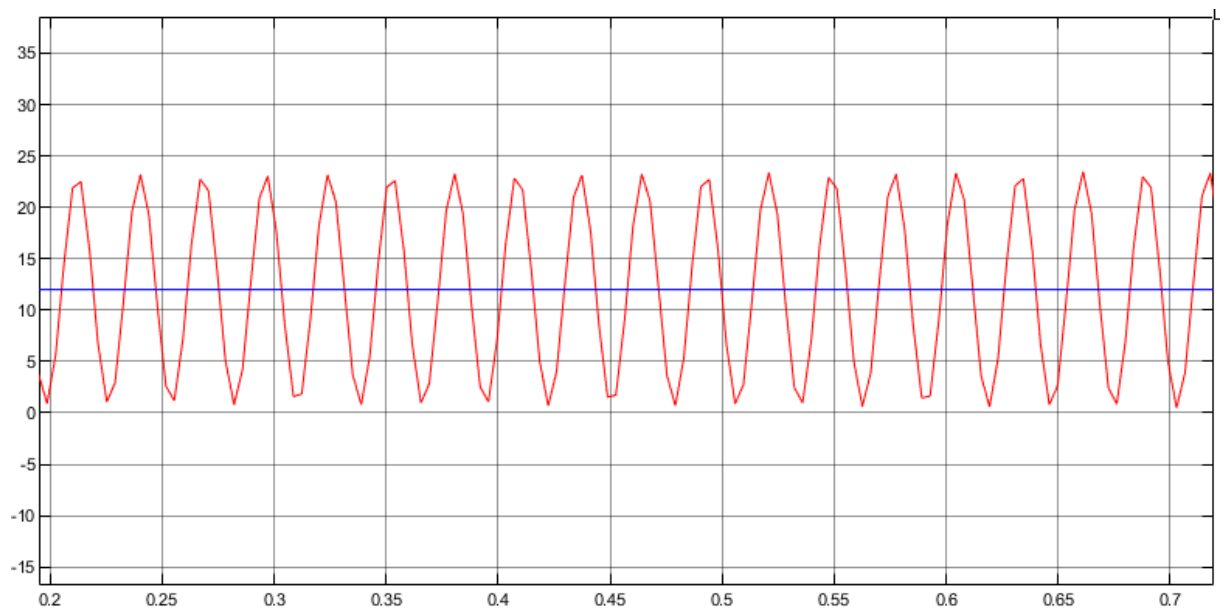


Figura 25. Ganancia crítica del sistema

Cuando el sistema oscila de manera constante podemos decir que estamos en la ganancia crítica del sistema, en este caso $Ku = 61.3$

Posteriormente obtenemos el período crítico Pu con ayuda de la gráfica de la **Figura 25**. Estudiamos dos crestas de la respuesta y obtenemos el tiempo donde está el pico más alto.

- *Cresta 1* = 0.1569s

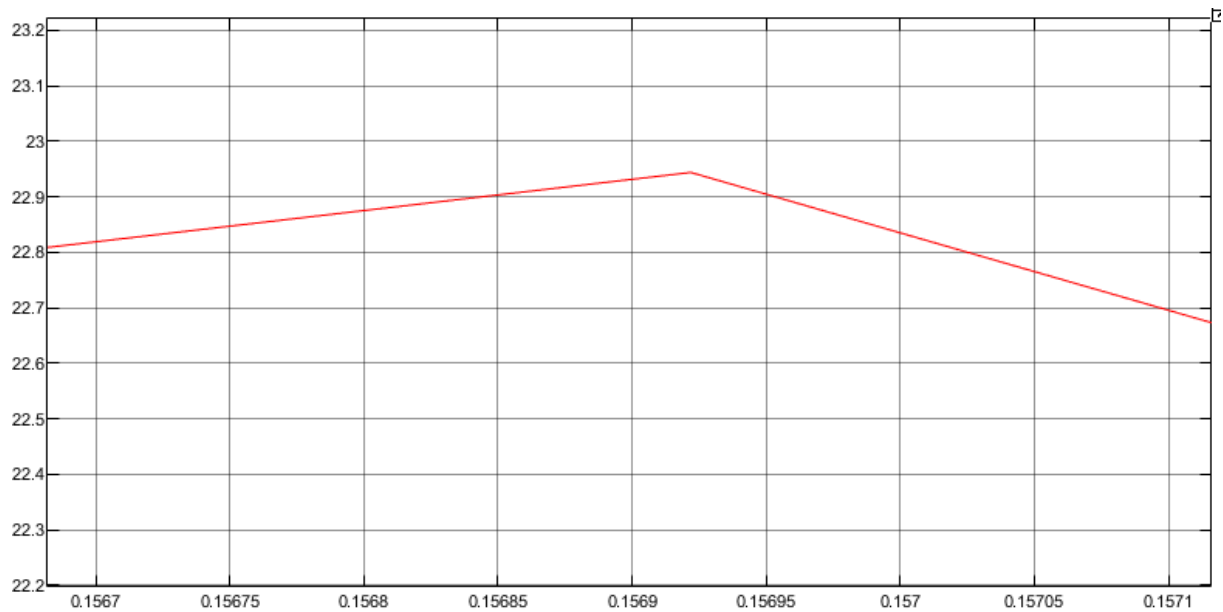


Figura 26. Pico más alto de la cresta 1

- *Cresta 2* = 0.1836s

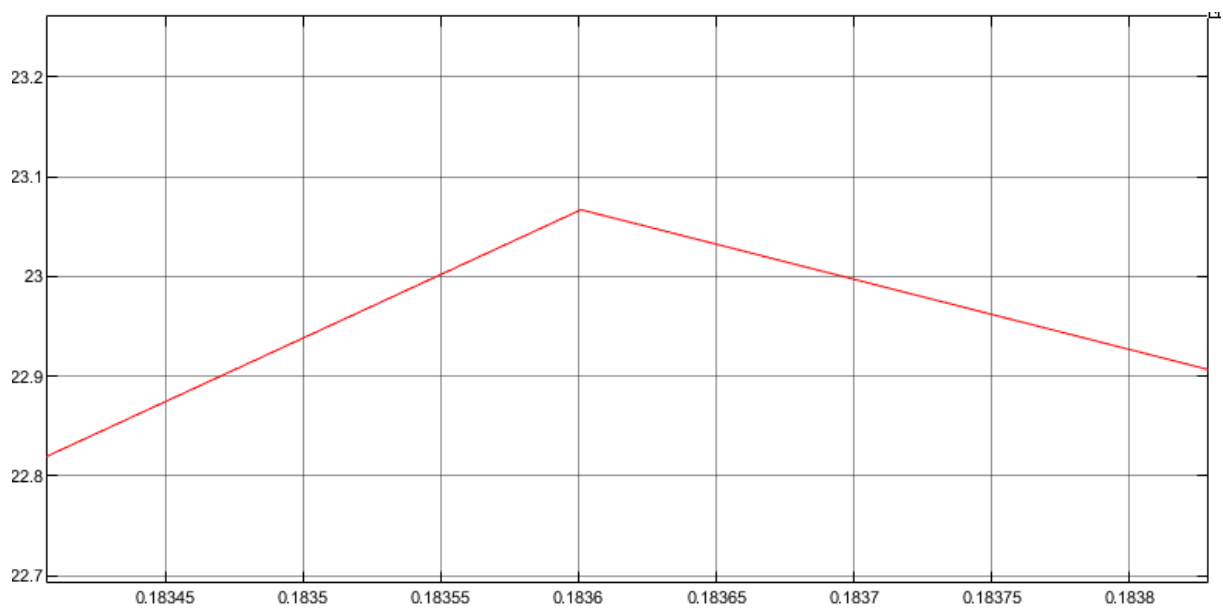


Figura 27. Pico más alto de la cresta 2

Período Crítico: $P_u = \text{Cresta 2} - \text{Cresta 1} = 0.1836s - 0.1569s = 0.0267s$

Vamos ahora a emplear las muy conocidas reglas empíricas de Ziegler y Nichols para sintonizar un controlador PI para el motor DC. Las reglas de ZN generan una respuesta con razón de amortiguamiento de $\frac{1}{4}$ frente a perturbaciones en la carga.

Control	K_p	τ_i	τ_d
P	$0.5K_u$	∞	0
PI	$0.45K_u$	$\frac{1}{1.2}P_u$	0
PID	$0.6K_u$	$0.5P_u$	$0.125P_u$

Figura 28. Reglas de Ziegler y Nichols para sintonizar un PID

Control PI

$$K_u = 61.3$$

$$P_u = 0.0267$$

$$K_p = 0.45 * K_u = (0.45) * (61.3) = 27.58$$

$$T_i = 1/1.2 * P_u = 1/1.2 * 0.0267 = 0.0223s$$

Con los resultados obtenidos el controlador PI.

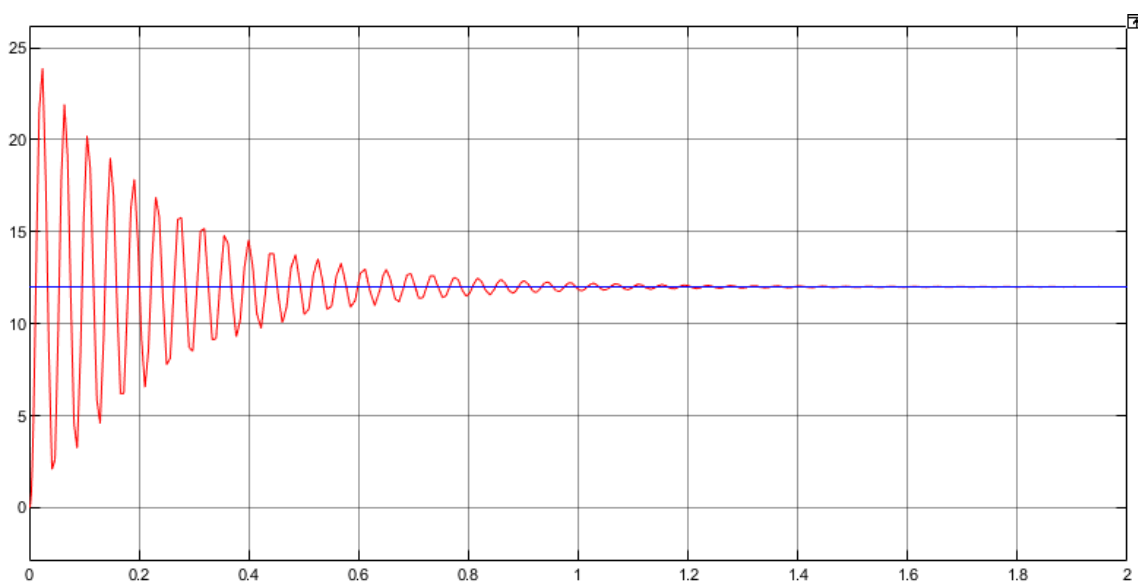


Figura 29. Posición del motor DC con PI sintonizado

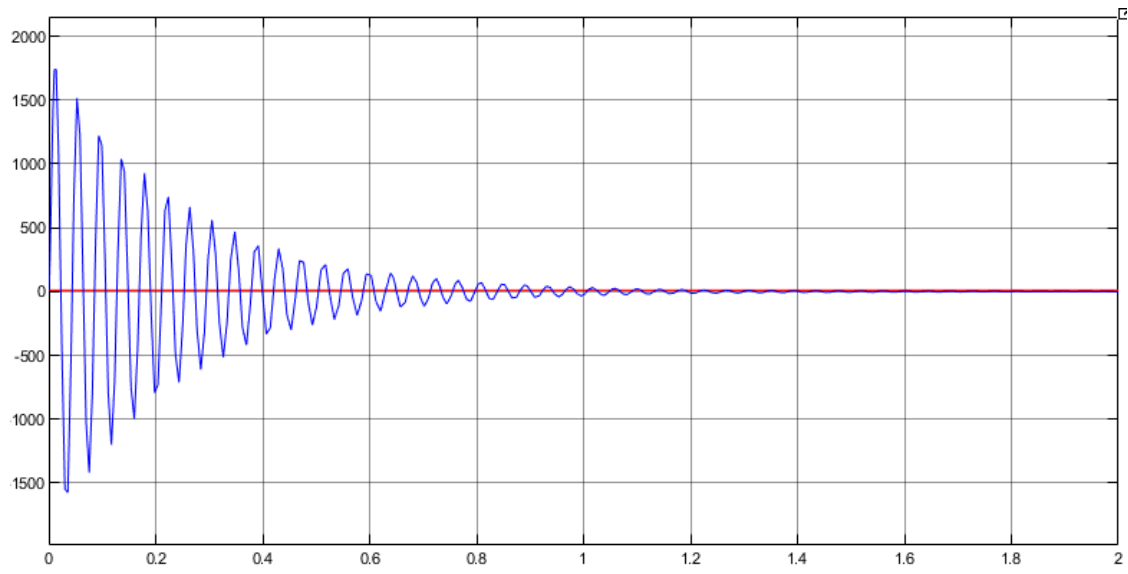


Figura 30. Velocidad del motor DC con PI sintonizado

Observamos como la acción integradora del controlador PI elimina el error de estado estacionario y la respuesta oscila cerca del *set-point* que, como se observa en la **Figura 29** corresponde a los 12V de entrada del escalón, hasta eventualmente estabilizarse.