

Modelado y Simulación de Brazo Robótico de 2 Grados de Libertad

Proyecto de mecatrónica de un brazo robótico plano de 2 enlaces o “links”. Primero se modela el robot usando Solidworks y luego se exporta el modelo a Matlab usando la herramienta *Simscape multibody link* para que podamos construir el algoritmo de control y simular el comportamiento real del robot tanto gráficamente como usando el explorador de mecánica de Matlab.

Modelado del robot con SolidWorks

A continuación se mostrarán las piezas que componen al robot y el ensamblaje para construir el brazo robótico final.

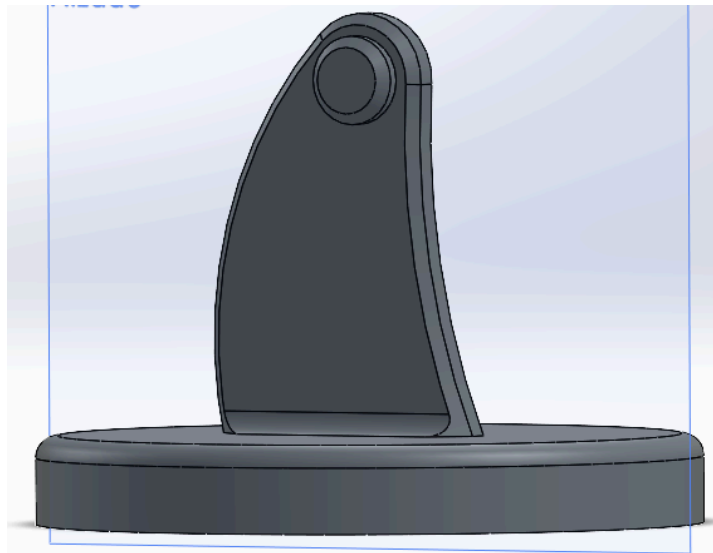


Figura 1. Pieza 1 del brazo robótico

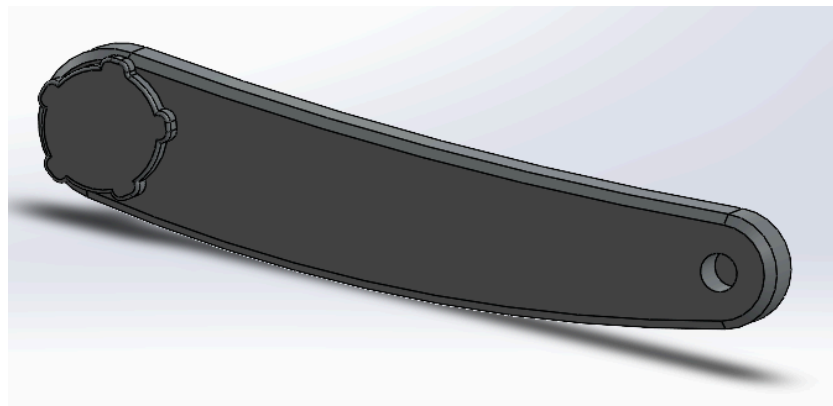


Figura 2. Pieza 2 del brazo robótico

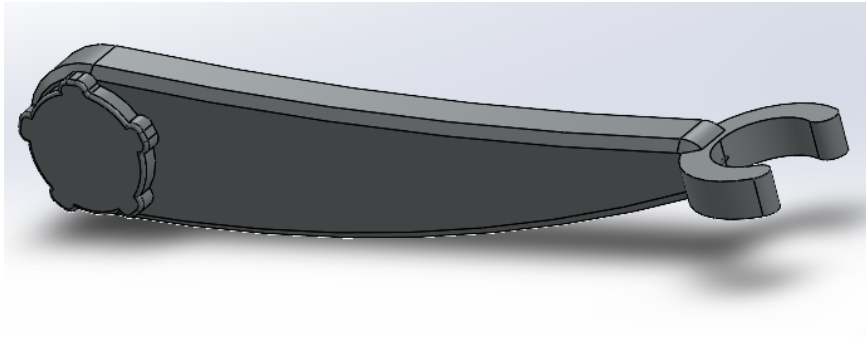


Figura 3. Pieza 3 del brazo robótico

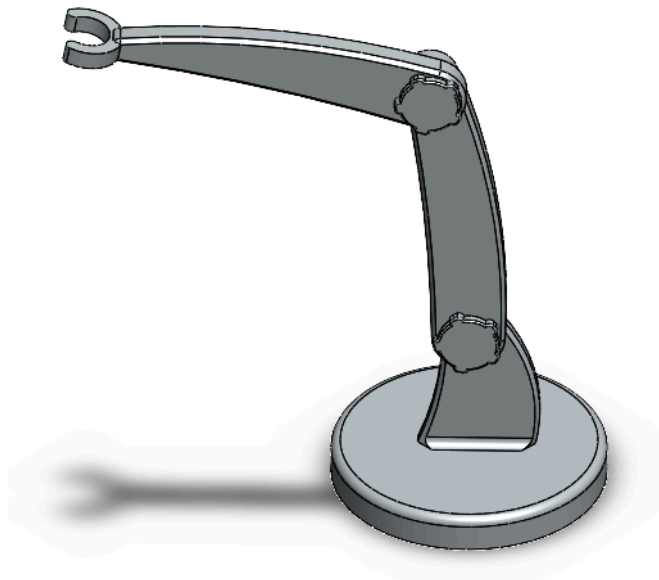
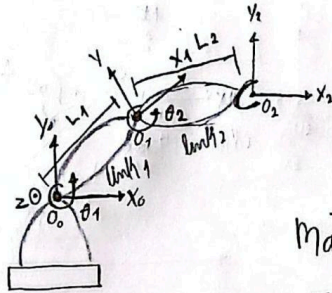


Figura 4. Modelo final del Brazo robótico con SolidWorks

Cinemática Directa y Cinemática Inversa del brazo robótico

Cinemática Directa

Cinemática Directa



Link	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1	0	L_1	0
2	θ_2	0	L_2	0

matriz D-H

$$A_{0-H} = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 d_1 & s\theta_1 d_2 & a_1 c\theta_1 \\ s\theta_1 & c\theta_1 d_1 & -c\theta_1 d_2 & a_1 s\theta_1 \\ 0 & s\alpha_1 & c\alpha_1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & L_1 c\theta_1 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & L_1 s\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_1^2 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & L_2 c\theta_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & L_2 s\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_0^2 = A_0^1 \cdot A_1^2$$

con matlab obtenemos:

$$A_0^2 = \begin{bmatrix} c\theta_1\theta_2 & -s\theta_1\theta_2 & 0 & L_1 c\theta_1 + L_2 c\theta_1\theta_2 \\ s\theta_1\theta_2 & c\theta_1\theta_2 & 0 & L_1 s\theta_1 + L_2 s\theta_1\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

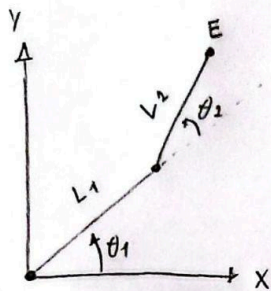
$$x = L_1 \cos\theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$y = L_1 \sin\theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

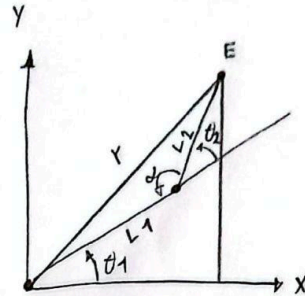
Figura 5. Cálculo de la cinemática directa

Cinemática Inversa

Cinemática Inversa



\Rightarrow



$$r^2 = x^2 + y^2$$

ley de cosenos: $r^2 = L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2 \cos \alpha$

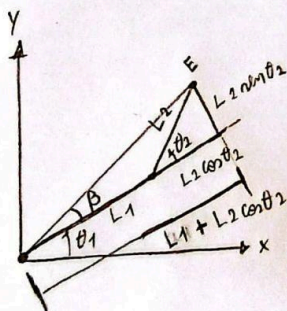
$$\cos \alpha = \frac{L_1^2 + L_2^2 - r^2}{2L_1L_2} = \frac{L_1^2 + L_2^2 - x^2 - y^2}{2L_1L_2}$$

$$\theta_2 = \pi - \alpha$$

$$\cos \theta_2 = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos \theta_2 = \frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}$$

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \right)$$

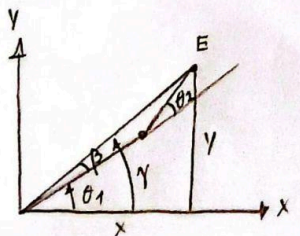


$$\sin \theta_2 = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2}$$

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{L_2 \sin \theta_2}{L_1 + L_2 \cos \theta_2} \right)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$$

$$\theta_1 = \gamma - \beta$$



$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{L_2 \sin \theta_2}{L_1 + L_2 \cos \theta_2} \right)$$

Figura 6. Cálculo de la cinemática inversa

Modelado del robot con Matlab y Simulink

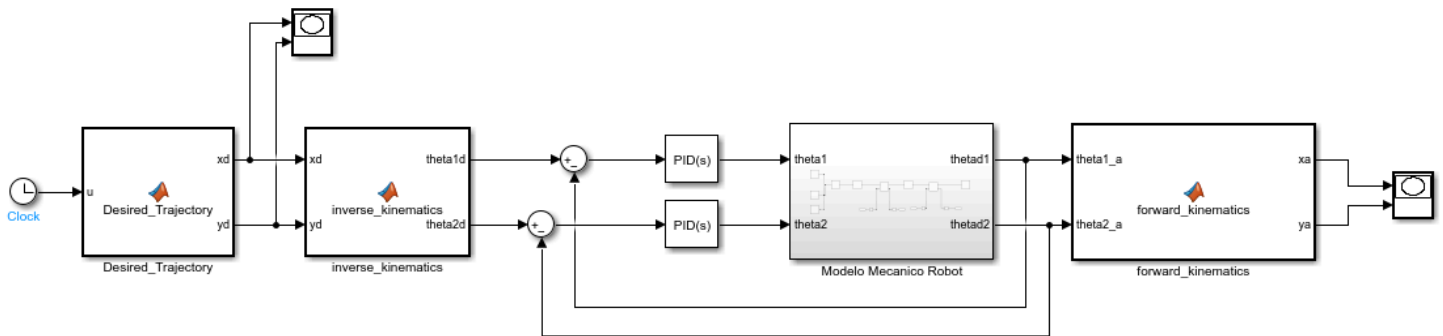


Figura 7. Diagrama de bloques del algoritmo de control del robot

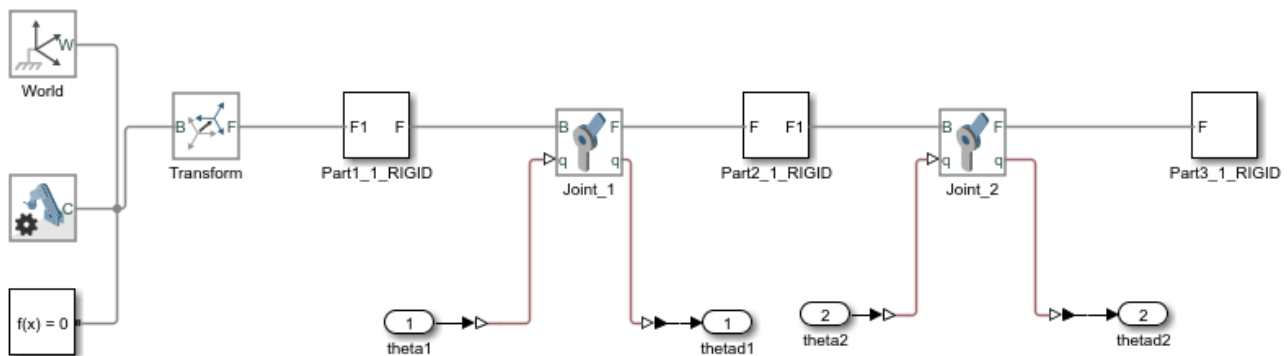


Figura 8. Modelo mecánico del robot en Simulink

Como se puede observar en el diagrama de la **Figura 7**, hay una señal de Reloj que nos ayuda a dar una variable de tiempo para determinar la trayectoria deseada de nuestro robot respecto al tiempo.

- **Bloque Desired_Trajectory**

Este primer bloque corresponde a inicializar la trayectoria deseada.

La trayectoria deseada elegida tiene una forma circular y está dada por la siguiente expresión paramétrica:

$$x = 1 + 0.5 * \sin((2 * \pi / 5) * t + \pi / 2)$$

$$y = 1 + 0.5 * \cos((2 * \pi / 5) * t + \pi / 2)$$

Si usamos una calculadora gráfica como Desmos, la gráfica de la trayectoria se verá de la siguiente forma:

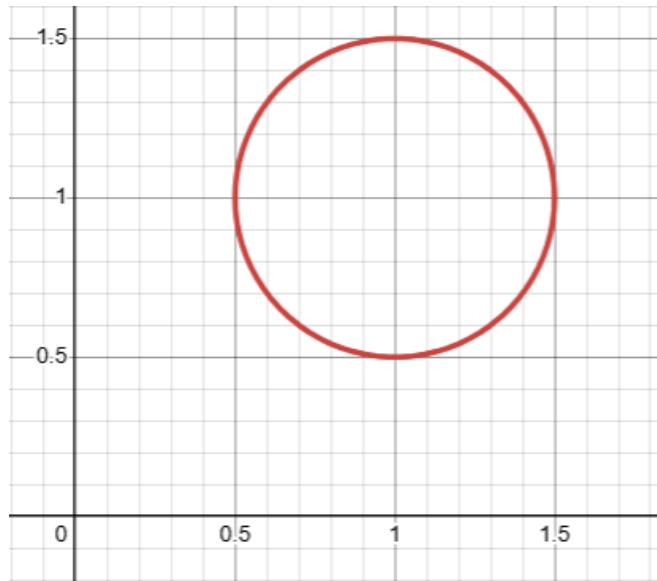


Figura 9. Forma de la trayectoria deseada para $t = [0, 10]$

La trayectoria deseada es en un plano, ya que se trata de un robot planar, por lo que tenemos dos variables como salida: xd y yd

```
function [xd,yd] = Desired_Trajectory(u)
    xd=1+0.5*sin((2*pi/5)*u+pi/2);
    yd=1+0.5*cos((2*pi/5)*u+pi/2);
```

Como se puede observar en el código, ambas variables tienen la misma entrada u que es el tiempo reloj antes mencionado.

- **Bloque inverse_kinematics**

El siguiente bloque corresponde a la Cinemática Inversa del robot. Dicho bloque obtiene la trayectoria deseada xd y yd y nos da como resultado una posición angular del robot para seguir su trayectoria en un tiempo determinado.

Las posiciones angulares son θ_{1d} y θ_{2d} . Estas dos posiciones angulares son accionadas por un motor. Estos motores pueden ser de paso a paso o un servomotor.

Dichos motores deben ser controlados por un controlador.

```
function [theta1d,theta2d] = inverse_kinematics(xd,yd)
    l1=1;
    l2=1;
    theta2d=acos((xd^2+yd^2-l1^2-l2^2)/(2*l1*l2));
    theta1d=atan(yd/xd)-atan((l2*sin(theta2d))/(l1 + l2*cos(theta2d)));
```

- **Control del robot**

El control de robot, específicamente el control de los motores, se realiza a través de los controladores PID. Dichos controladores tomarán la señal de error y la intentarán eliminar para obtener una trayectoria lo más parecida posible a la trayectoria deseada de la **Figura 9**. La señal de error es creada sustrayendo la posición angular deseada (θ_{1d} y θ_{2d}), que es la salida generada por el motor del modelo mecánico. Las posiciones angulares provienen de la cinemática inversa. Dichos controladores fueron sintonizados usando la función de *Automated tuning (PID Tuner App)* de simulink.

- **Bloque forward_kinematics**

El bloque final corresponde a la Cinemática Directa del robot. Dicho bloque se utiliza para la visualización. El bloque toma la posición angular del robot y nos da la posición del efector final del brazo robótico respecto al tiempo.

```
function [xa,ya] = forward_kinematics(thetal_a,theta2_a)
l1=1;
l2=1;
xa=l1*cos(thetal_a)+l2*cos(thetal_a+theta2_a);
ya=l1*sin(thetal_a)+l2*sin(thetal_a+theta2_a);
```

Resultados simulación

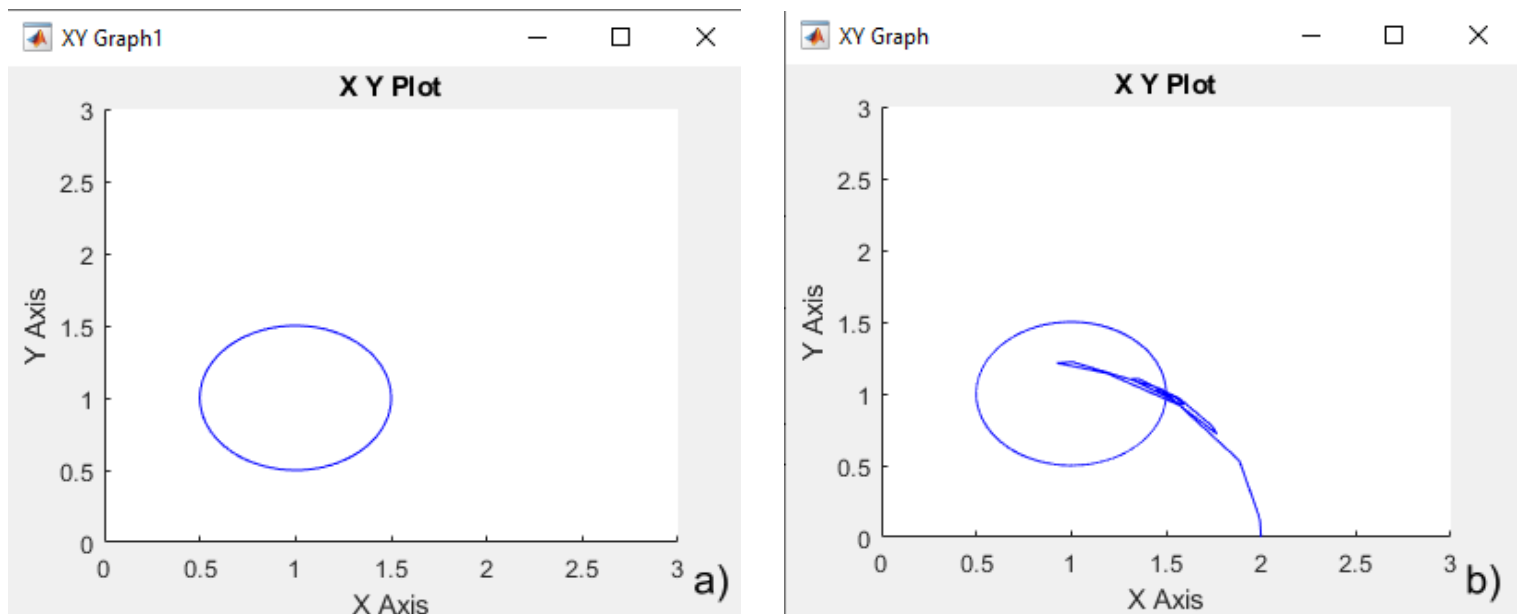


Figura 10. Resultados de la simulación. **a)** Trayectoria deseada; **b)** Trayectoria final del robot (salida del sistema)

Como observamos en la **Figura 10b**, los controladores PID permiten que el robot realice una trayectoria bastante similar a la trayectoria deseada de la **Figura 10a**.

En la trayectoria final del robot se observa que existe un gran “*Jerk*” (tasa de cambio de la aceleración). Sin embargo, a pesar de esto, la referencia es muy similar a la trayectoria deseada.

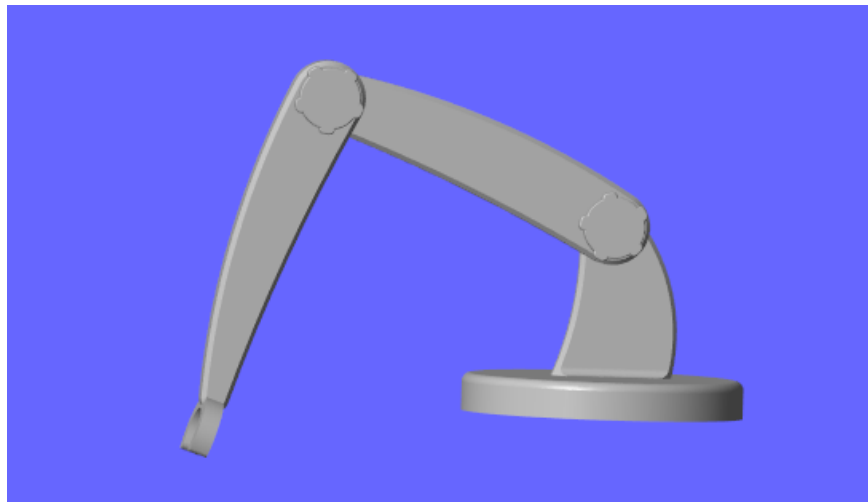


Figura 11. Modelo del brazo robótico en Matlab

Para ver el movimiento del brazo robótico, hacer click en el siguiente enlace:
<https://youtu.be/IvltNLjfZPE>