

Magnetismo

LA PROPRIETÀ DI ALCUNI MATERIALI DI ATTRARRE LA LAMINA DI FERRO E DI TRASMETTERE TALE CAPACITÀ AD ALTRI, È DEFINITA MAGNETISMO ED È CONCENTRATA SOLO IN ALCUNE ZONE DEL MATERIALE, CHE VIENE DEFINITO MAGNETE, OVVERO I SUOI POLI MAGNETICI.

GILBERT FU IL PRIMO CON I SUOI ESPERIMENTI A NOTARE ALCUNE PROPRIETÀ:

- UN MAGNETE GENERA UN **CAMPO MAGNETICO** DI CUI PUÒ INSERIRE UN ALTRO MAGNETE NELLE VICINANZE, ATTRAVERSO UNA FORZA ATTRATTIVA O REPELSIVA A SECONDA DEI POLI CHE VENGONO AVVICINATI. I POLI POSSONO ESSERE POSITIVI O NEGATIVI E IN UN MAGNETE CI SONO SEMPRE DUE POLI DI SEGNO OPPOSTO. IN SEGUITO COULOMB NOTÒ CHE L'AMBIENTE DI TALE FORZA È INVERSAMENTE PROPORZIONALE AL QUADRATO DELLA DISTANZA TRA I MAGNETI, COE PER QUELLA ELETTROSTATICA, E QUINDI SI PUÒ SCRIVERE LA

LEGGE DI COULOMB PER LA FORZA MAGNETICA $F = K_m \frac{q_1^* q_2^*}{r^2}$, DOVE q_1^* E q_2^* SONO LE CARICHE MAGNETICHE

E K_m UNA COSTANTE CHE DIPENDE DAL MEZZO E DALLE UNITÀ DI MISURA USATE.

C'È COMunque UNA DIFFERENZA FONDAMENTALE TRA FORZA ELETTICA E MAGNETICA: MENTRE È POSSIBILE ISOLARE UNA CARICA O UNA MASSA ANCHE A LIVELLO ELEMENTARE, NON È MAI STATO POSSIBILE ISOLARE UN POLO MAGNETICO, CIÒ È UN MONOPOLO MAGNETICO: I POLI SI MANIFESTANO SEMPRE SOTTO FORMA DI **DIPOLI MAGNETICI**. ANCHE SE TAGLIAMO A METÀ UN MAGNETE, SULLA SEZIONE FATTA, CHE PRIMA NON AVEVA PROPRIETÀ MAGNETICHE, COMPARIRANNO DUE POLI DI SEGNO OPPOSTO.

- I MAGNETI MESCONO A TRASMETTERE LE LORO PROPRIETÀ MAGNETICHE AD ALTRI MATERIALI, CIÒ È LI **MAGNETIZZANO** FORMANDO QUINDI LE CALAMITE, O MAGNETI ARTIFICIALI O AGO MAGNETICO.

- L'AGO MAGNETICO LASCIATO LIBERO, TENDE A DISPORSI NELLA DIREZIONE E VERSO DEL CAMPO MAGNETICO ESISTENTE NEL PUNTO IN CUI SI TROVA, CHE È IL **CAMPO MAGNETICO TERRESTRE NATURALE**. L'AGO CIÒ È HA UN COMPORTAMENTO SIMILE AI DIPOLI ELETTICI IN PRESENZA DEL CAMPO \vec{E} .

DUNQUE, GLI ELEMENTI COSTITUTIVI DEI MAGNETI SONO I DIPOLI MAGNETICI CHE HANNO MASSA MAGNETICA NULLA E UN MOMENTO DI DIPLO MAGNETICO \vec{m} . INOLTRE, DATO CHE LA NON ISOLABILITÀ DEI POLI MAGNETICI È CONFERMATO ANCHE A LIVELLO ELEMENTARE, SI SUPPONE CHE GLI ATOMI E LE MOLECOLE, OLME A UNA STRUTTURA ELETTICA, ABBIANO ANCHE UN MOMENTO DI DIPLO MAGNETICO.

Linee di Campo Magnetico e Legge di Gauss

IL CAMPO MAGNETICO, INDICATO CON \vec{B} , È CARATTERIZZATO DA LINEE DI CAMPO CHE SONO IN OGNI PUNTO TANGENTI E CONCORDI AL CAMPO E NON SI INCROCIANO MAI, IN QUANTO IL CAMPO \vec{B} È UNIVOCO IN OGNI PUNTO E NON PUÒ AVERE DUE DIREZIONI.

SE \vec{B} È UNIFORME LE LINEE SONO PARALLELE ED EQUIDISTANTI.

È POSSIBILE FORMULARE LA **LEGGE DI GAUSS** ANCHE PER \vec{B} .

LA STRUTTURA DIPOLARE, IN QUESTO CASO, COMPORTA CHE LA SOMMA DELLE IPOTETICHE CARICHE MAGNETICHE SIA NULLA, E QUINDI LA LEGGE SI SCRIVE:

$$\oint_A \vec{B} \cdot \hat{n} dA = 0 ; \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

LA LEGGE CI DICE QUINDI CHE \vec{B} È **SOLENOIDALE** E CHE OGNI LINEA DI CAMPO CHE ENTRA NELLA SUPERFICIE S DEVE NECESSARIAMENTE USCIRNE E QUINDI LE LINEE DI CAMPO SONO **LINEE CHIUSE**, SENZA INIZIO NÈ FINE, USCENTI DAL POLO NORD ED ENTRANTI NEL POLO SUD.

Forza magnetica su una carica in moto

PRENDIAMO UNA PARTICELLA DI MASSA m E CARICA q IMMERSA IN UN CAMPO MAGNETICO \vec{B} .

SE LA PARTICELLA È FERMA NON RISENTE DI ALCUNA FORZA; INFATTI L'INTERAZIONE MAGNETICA SI MANIFESTA SOLO TRA CARICHE IN MOTTO, COME OSSERVATO DA AMPERE.

SE INVECE LA PARTICELLA È IN MOTTO CON UNA VELOCITÀ \vec{v} CHE FORMA UN ANGOLO θ CON IL CAMPO \vec{B} , SU ESSA AGISCE LA **FORZA DI LORENTZ**

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow |\vec{F}| = q v B \sin \theta$$

LA FORZA È QUINDI ORTOGONALE AL PIANO CONTENENTE \vec{v} E \vec{B} E IL SUO VERSO È DETERMINATO DALLA REGOLA DELLA VITE SE q È POSITIVA ED È OPPOSTA SE q È NEGATIVA.

INOLTRE, DATO CHE \vec{F} È \perp A \vec{v} , SI HA CHE LA FORZA DI LORENTZ NON COMPIE LAVORO IN UNO SPOSTAMENTO, QUESTO PERCHÉ LA VELOCITÀ \vec{v} CAMBIA IN DIREZIONE MA NON IN MODULO.

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m v_Q^2 - \frac{1}{2} m v_P^2 = W = \int_P^Q \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_P^Q \vec{F} \cdot \vec{v} dt = 0.$$

LA FORZA ELETTRICA, INVECE, PUÒ COMPIERE LAVORO ED È PARALLELA AL CAMPO \vec{E} , MENTRE LA FORZA MAGNETICA È ORTOGONALE A \vec{B} .

$$\vec{B} = \frac{N}{C \frac{m}{s}} = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{V \cdot s}{A \cdot m^2} = [T] \text{ TESLA} \quad \text{UN SOTTOMULTIPLO È IL GAUSS } 1 G = 10^{-4} T$$

• CASO 1: \vec{B} UNIFORME E $\theta = \frac{\pi}{2}$

SE LA VELOCITÀ \vec{v} È PERPENDICOLARE AL CAMPO \vec{B} UNIFORME, SI HA CHE $\sin \theta = 1$, QUINDI:

$$F = q v B = m a_n = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{m v}{q B} = \frac{p}{q B} \Rightarrow B = \frac{m v}{q r}$$

CIO È LA PARTICELLA COMPIE UN ARCO DI CIRCONFERENZA O UNA CIRCONFERENZA COMPLETA DI **RAGGIO DI CURVATURA** r COSTANTE. IL MOTTO È **CIRCOLARE UNIFORME** CON VELOCITÀ v PARIA QUELLA INIZIALE A **VELOCITÀ ANGOLARE**

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{q B}{m}$$

DALLA DEFINIZIONE DI ACCELERAZIONE CENTRIFUGA $\vec{a}_c = \vec{\omega} \times \vec{v}$, SI HA:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} = m \vec{\omega} \times \vec{v} = -m \vec{v} \times \vec{\omega} \Rightarrow \vec{\omega} = -\frac{q}{m} \vec{B}$$

QUESTA FORMULA VALE ANCHE SE $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ E CI DICE CHE $\vec{\omega}$ È SEMPRE PARALLELO A \vec{B} : SE LA CARICA q È NEGATIVA ALLORA $\vec{\omega}$ È ANCHE CONCORDE A \vec{B} E DALLA PUNTA DI \vec{B} (*) IL MOTTO APPARE ANTICLOCKWISE, SE q È POSITIVA ALLORA $\vec{\omega}$ È DISCORDE E IL MOTTO APPARE CLOCKWISE.

SI DEFINISCE INOLTRE IL PERIODO E LA FREQUENZA: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{q B} m$ E $\nu = \frac{1}{T} = \frac{q B}{2\pi m}$

• CASO 2: \vec{B} UNIFORME E θ GENERICO

SE $\theta \neq \frac{\pi}{2}$, SCOMPONIAMO LA VELOCITÀ \vec{v} IN $\vec{v}_n = v \sin \theta \perp$ A \vec{B} , E $\vec{v}_p = v \cos \theta \parallel$ A \vec{B} . SI HA QUINDI:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} = q (\vec{v}_n + \vec{v}_p) \times \vec{B} = q \vec{v}_n \times \vec{B}$$

QUINDI NELLA DIREZIONE NORMALE A \vec{B} SI HA UN MOTTO CIRCOLARE UNIFORME COME IL CASO PRECEDENTE. IN QUELLA PARALLELA INVECE, DATO CHE NON C'È FORZA ($\vec{F}_p = q \vec{v}_p \times \vec{B} = 0$), LA VELOCITÀ \vec{v}_p È COSTANTE E IL MOTTO È RETTILINEO UNIFORME. L'UNIONE DEI DUE MOTI DÀ UN **MOTTO ELICOIDALE UNIFORME** IN CUI LO SPAZIO PERCORSO NEL PERIODO $T = \frac{2\pi}{\omega}$ È DEFINITO PASSO "PASSO DELL'ELICA" ED È $p = v_p T = \frac{2\pi m v \cos \theta}{q B}$

Forza Magnetica su un conduttore percorso da corrente

PRENDIAMO UN FILO PERCORSO DALLA CORRENTE i , CONTENENTE n PORTATORI DI CARICA $-e$, CON UNA VELOCITÀ DI DERIVA \vec{v}_d E UNA DENSITÀ DI CORRENTE $\vec{j} = -ne\vec{v}_d$.

SE IL CONDUTTORE È IMMERSO IN UN CAMPO MAGNETICO \vec{B} , OGNI ELETTRONE RISENTE DELLA FORZA DI LORENTZ $\vec{F}_L = -e\vec{v}_d \times \vec{B}$.

IN UN TRATTO dS DEL CONDUTTORE DI SEZIONE A CI SONO $nAdS$ ELETTRONI E LA FORZA RISULTANTE È:

$$\vec{F}_L = -AdSne\vec{v}_d \times \vec{B} = \underbrace{AdS}_{d\vec{L}} \vec{j} \times \vec{B} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_L = \vec{j} \times \vec{B}}$$

SE IL CONDUTTORE È FILIFORME SI HA $i = A\vec{j}$ E SE ORIENTIAMO $d\vec{S}$ COME \vec{j} SI HA:

$$\boxed{\vec{F} = i \int d\vec{S} \times \vec{B}} \quad \text{SECONDA LEGGE DI LAPLACE}$$

PER UN FILO CURVILINEO DI LUNGHEZZA FINITA E CORRENTE STAZIONARIA i :
$$\boxed{\vec{F} = i \int_P^Q d\vec{S} \times \vec{B}}$$

PER UN FILO RETTILINEO, CORRENTE STAZIONARIA E \vec{B} UNIFORME:
$$\boxed{\vec{F} = i \left(\int_P^Q d\vec{S} \right) \times \vec{B} = i \vec{L} \times \vec{B}}$$

PER UN FILO CURVILINEO CHE GIACE SU UN PIANO $\boxed{\vec{F} = i \vec{PQ} \times \vec{B}}$, CIOÈ NON DIPENDE DALLA FORMA DEL FILO MA SOLO DALLA SUA LUNGHEZZA.

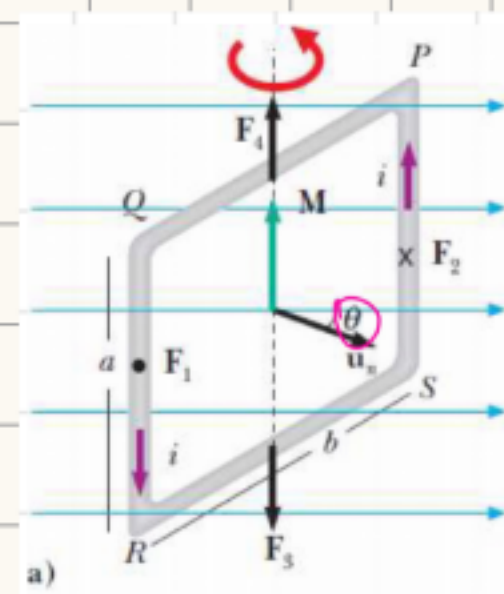
SE IL FILO COMPONE UN CIRCUITO CHIUSO, $\vec{PQ} = 0$ DUNQUE $\boxed{\vec{F} = 0}$

Momenti meccanici su circuiti piani

CONSIDERIAMO UNA SPIRA RETTANGOLARE DI LATI a E b PERCORSA DALLA CORRENTE i E CON VERSIONE NORMALE \hat{u}_n CHE FORMA UN ANGOLO θ CON IL CAMPO MAGNETICO \vec{B} UNIFORME IN CUI È IMMERSA LA SPIRA.

LE FORZE MAGNETICHE SUI LATI QP E RS SONO UGUALI E OPPOSITE E HANNO STESSA RETTA D'AZIONE, QUINDI FORMANO UNA COPPIA DI MOMENTO Nullo.

LE ALTRE DUE FORZE INVECE, OGNUNA DI VALORE iab FORMANO UNA COPPIA DI BRACCIO $b \sin \theta$ E IL LORO MOMENTO VALE:



$$M = b \sin \theta F = iab \sin \theta B = i \Sigma \sin \theta B$$

DEFINENDO $\boxed{\vec{m} = iA\hat{n}}$ $\left[Am^2 = \frac{\Sigma}{T} \right]$ IL MOMENTO MAGNETICO DELLA SPIRA, IL MOMENTO MECCANICO VALE

$$\boxed{\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}}$$

VERIFICHIAMO CHE LA FORMULA VALE ANCHE PER UN CIRCUITO PIANO DI FORMA QUALUNQUE IMMERSO IN UN \vec{B} UNIFORME. SIA Σ LA SUPERFICIE CHE HA IL CIRCUITO COME CONTORNO E DI NORMALE \hat{u}_n E SUDDIVIDIAMOLA IN DEI CIRCUITI INFINITESIMI DI AREA dA .

LE CORRENTI CHE PASSANO NEI LATI IN CONSEGUA A DUE CIRCUITI VICINI SI ELIDONO PERCHÈ UGUALI E OPPOSITE E RIMANGONO SOLO QUELLE SUL CONTORNO ESTERNO.

OGNI CIRCUITO HA MOMENTO MAGNETICO $d\vec{m} = i dA \cdot \hat{n}$ E MOMENTO MECCANICO $d\vec{M} = d\vec{m} \times \vec{B}$.

IN TOTALE IL MOMENTO MECCANICO SARÀ:

$$\vec{M} = \int d\vec{M} = \int d\vec{m} \times \vec{B} = \int_A i dA \times \vec{B} = iA \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$$

IL MOMENTO \vec{M} TENDE A FAR RUOTARE LA SPIRA COSICCHÈ IL MOMENTO MAGNETICO \vec{m} SIA PARALLELO E UGUALE A \vec{B} . LA POSIZIONE CON $\theta = 0$ È QUELLA DI EQUILIBRIO STABILE, QUELLA CON $\theta = \pi$ È DI EQUILIBRIO INSTABILE.

Principio di equivalenza di Ampere

SUPPONIAMO DI RUOTARE LA SPIRA DALLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO INTORNO AD UN ASSE PARALLELO A \vec{M} DI UN ANGOLO θ PICCOLO COSICCHÉ $\sin \theta \simeq \theta$.

CONSIDERANDO I IL MOMENTO DI INERZIA DELLA SPIRA RISPETTO A TALE ASSE, DAL T. DEL MOMENTO ANGOLARE, SI HA:

$$M = -mB\theta = \frac{dL}{dt} = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

DOVE IL SEGNO MINUS STA AD INDICARE CHE \vec{M} TENDE SEMPRE A RIPORTARE LA SPIRA ALLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO.

SI HA QUINDI UN **MOTO OSCILLATORIO** DI EQUAZIONE $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 \theta = 0$, CON $\omega = \sqrt{\frac{mB}{I}}$

IL COMPORTAMENTO OSCILLATORIO DELLA SPIRA PERCORSA DA CORRENTE IN UN CAMPO \vec{B} UNIFORME, RICALCA QUELLO DI UN DIPOLO ELETTRICO IN UN CAMPO ELETTRICO ESTERNO ED È SIMILE A QUELLO DI UN AGO MAGNETICO IN UN CAMPO MAGNETICO. IL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA DI AMPERE, INFATTI, Afferma:

UNA SPIRA DI AREA dS PERCORSA DALLA CORRENTE i EQUIVALE, IN RELAZIONE AGLI EFFETTI CHE UN CAMPO \vec{B} ESTERNO ESERCITA SU ESSA, AD UN DIPOLO MAGNETICO $d\vec{m} = i dS \hat{n}$ PERPENDICOLARE AL PIANO DELLA SPIRA E ORIENTATO RISPETTO AL VERSO DELLA CORRENTE SECONDO LA REGOLA DELLA VITE.

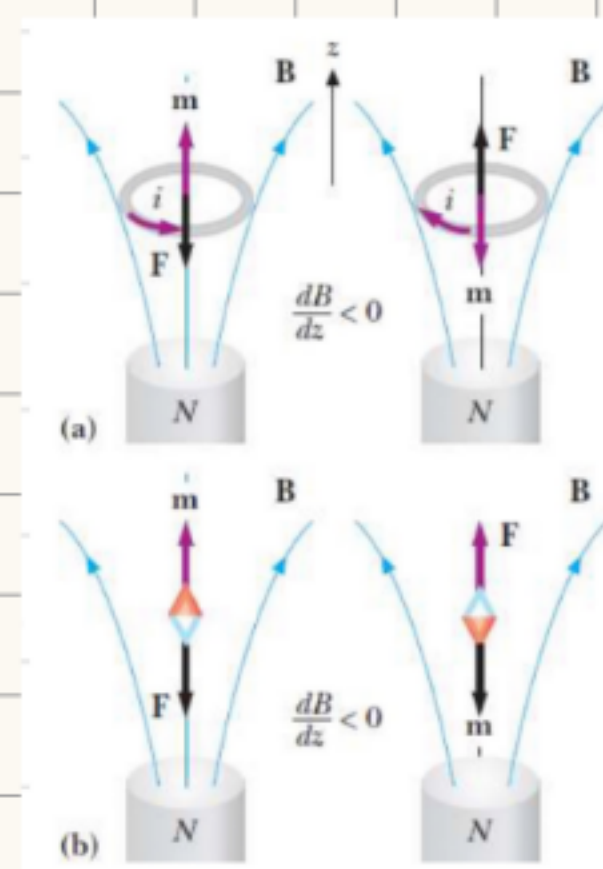
Energia potenziale di un dipolo magnetico

L'ENERGIA POTENZIALE PER UN DIPOLO MAGNETICO (SPIRA O AGO) È:

$$U_p = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -mB \cos \theta = -i \int B \cos \theta$$
 (MASSIMA PER $\theta = \pi$ E MINIMA PER $\theta = 0$)

È LEGATA AD \vec{M} TRAMITE $\vec{M} = -\frac{\partial U_p}{\partial \theta} = -mB \sin \theta$

SE IL CAMPO \vec{B} NON È UNIFORME, OLTRE AL MOMENTO MECCANICO $\vec{M} = \frac{\partial}{\partial \theta} (\vec{m} \cdot \vec{B})$, AGISCE LA FORZA $\vec{F} = -\nabla U_p = \nabla (\vec{m} \cdot \vec{B})$ CHE, SE \vec{m} È CONCORDE A \vec{B} , PORTA LA SPIRA NEI PUNTI IN CUI IL CAMPO MAGNETICO È MAGGIORE, MENTRE SE \vec{m} È DISCORDE A \vec{B} LA PORTA NEI PUNTI IN CUI IL CAMPO MAGNETICO È MINORE.



CONSIDERIAMO UN CIRCUITO C , ANCHE NON PIANO, PERCORSO DALLA CORRENTE i , SU CUI POGGIA UNA SUPERFICIE A E IMMERSO IN UN CAMPO \vec{B} , ANCHE NON UNIFORME.

SE SUDDIVIDIAMO A IN TANTI CIRCUITI INFINITESIMI dA , OGNUNO HA L'ENERGIA POTENZIALE

$dU_p = -d\vec{m} \cdot \vec{B} = i \vec{B} \cdot \hat{n} dA = -i d\phi(\vec{B})$, DOVE $\phi(\vec{B})$ [Wb = Tm², WEBER] È IL **FLUSSO** DI \vec{B} ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE.

INTEGRANDO SU TUTTA LA SUPERFICIE Σ , SI HA L'ENERGIA POTENZIALE DEL CIRCUITO:

$$U_p = -i \int_A \vec{B} \cdot \hat{n} dA = -i \phi(\vec{B})$$

A SEGUITO DI UNO SPOSTAMENTO RIGIDO O UNA DEFORMAZIONE, IL FLUSSO PUÒ CAMBIARE DA $\phi(\vec{B})$ A $\phi(\vec{B}) + d\phi(\vec{B})$ E DI CONSEGUENZA L'ENERGIA POTENZIALE DA $U_p = -i \phi(\vec{B})$ A $U_p + d(U_p) = -i (\phi(\vec{B}) + d\phi(\vec{B}))$, QUINDI $dU_p = -i d\phi(\vec{B})$.

NEL PROCESSO VIENE COMPIUTO IL LAVORO

$$dW = -dU_p = i d\phi(\vec{B}) \Rightarrow W = i \Delta \phi(\vec{B}) = i (\phi_2(\vec{B}) - \phi_1(\vec{B})).$$

RICORDANDO LA DEFINIZIONE DI GRADIENTE, SI HA $dW = i d\phi(\vec{B}) = i \Delta\phi(\vec{B}) \cdot d\vec{S} = \vec{F} \cdot d\vec{S}$; QUINDI IN UNA

TRASLAZIONE RIGIDA AGISCE LA FORZA $\vec{F} = i \Delta\phi(\vec{B}) = \left\{ F_x = i \frac{\partial\phi(\vec{B})}{\partial x}; F_y = i \frac{\partial\phi(\vec{B})}{\partial y}; F_z = i \frac{\partial\phi(\vec{B})}{\partial z} \right\}$

E IN UNA **ROTAZIONE RIGIDA** SI HA $dW = M d\theta = -dV_p = -\frac{\partial V_p}{\partial \theta} d\theta$, CIOÈ $M = -\frac{\partial V_p}{\partial \theta} = i \frac{\partial\phi(\vec{B})}{\partial \theta}$

Moto in campo elettrico + campo magnetico

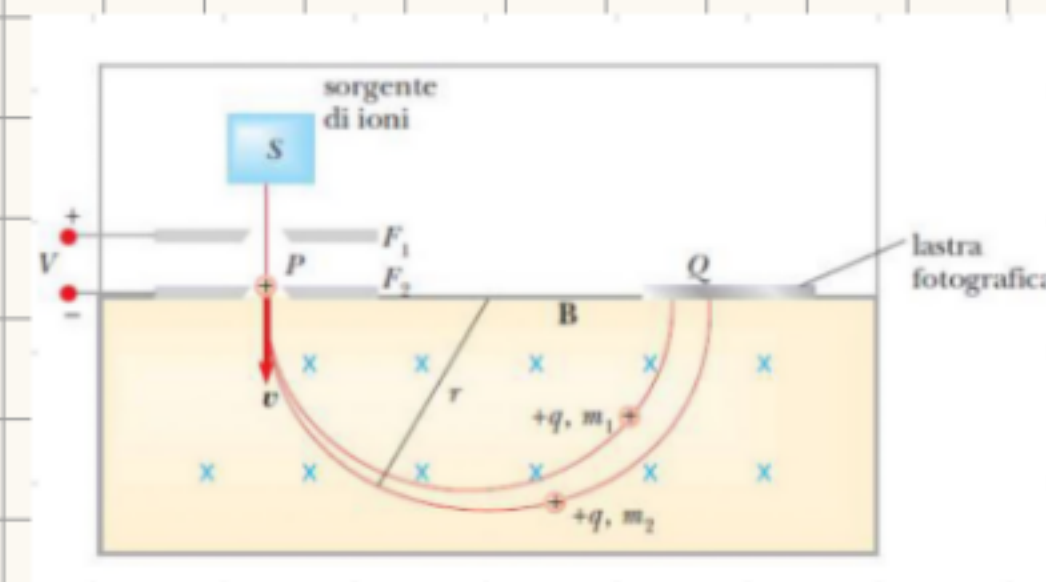
LA FORZA CHE AGISCE SU UNA CARICA IN MOTO IN UNA REGIONE IN CUI AGISCE SIA UN CAMPO ELETTRICO CHE UN CAMPO MAGNETICO È SEMPRE DEFINITA FORZA DI LORENTZ E VALE:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Spettrometro di massa

È UNO STRUMENTO CHE CONSENTE LA SEPARAZIONE DI IONI AVENTI DIVERSO RAPPORTO CARICA SU MASSA, COME AD ESEMPIO GLI ISOTOPI, ATOMI CHE HANNO STESSO NUMERO DI PROTONI MA DIVERSO NUMERO DI NEUTRONI.

• **SPETTROMETRO DI DELPSTER:** È COMPOSTO DA UNA SORGENTE DI IONI CHE VENGONO CONVOGLIATI ATTRAVERSO DUE FENDITURE F_1 E F_2 TRA CUI C'È UNA D.D.P. V DELL'ORDINE DI $10^3 V$ E CHE ENTRANO IN UNA REGIONE CONTENENTE SOLO UN CAMPO MAGNETICO \vec{B} UNIFORME CON LA STESSA ENERGIA, OVVERO $E_k = \frac{1}{2} m v^2 = qV$, E PERCORRENDO UNA TRAIETTORIA CIRCOLARE DI RAGGIO r PARI A:



$$r = \frac{mv}{qB} \Rightarrow v = \frac{qB}{m} r \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \frac{q^2 B^2}{m} r^2 = qV \Rightarrow r = \sqrt{\frac{2mV}{qB^2}}$$

• **SPETTROMETRO DI BRAIN BRIDGE:** È STRUTTURATO COSÌ IL PRECEDENTE, MA DOPO LA FENDITURA F_2 SI HA UN SELEZIONE DI VELOCITÀ CHE CONSISTE NEL FAR PASSARE GLI IONI ATTRAVERSO UNA REGIONE CONTENENTE SIA UN CAMPO MAGNETICO CHE UN CAMPO ELETTRICO ORTOGONALI TRA LORO. POSSONO PASSARE SOLO QUELLI LA CUI VELOCITÀ SODDISFA

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \Rightarrow \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{E}}{B} \text{ ED È ORTOGONALE A ENTRAMBI.}$$

SI OTTIENE COSÌ UN FASCIO DI IONI CON STESSA VELOCITÀ, E NON STESSA ENERGIA CINETICA, CHE ENTRA IN UN'ALTRA REGIONE IN CUI C'È SOLO UN CAMPO MAGNETICO \vec{B}_0 PERCORRENDO UNA TRAIETTORIA DI RAGGIO

$$r = \frac{mv}{qB_0} = \frac{mE}{qB_0 B}$$

Ciclotrone

È uno strumento composto da due cavità metalliche semicilindriche a forma di D maiuscola, D_1 e D_2 , tra cui viene applicata una d.d.p. alternata $V = V_0 \sin \omega_{RF} t$ detta **RADIOFREQUENZA**, immerse in un campo magnetico \vec{B} uniforme e ortogonale.

Quando uno ione viene emesso dalla sorgente posizionata tra D_1 e D_2 , viene accelerato dalla d.d.p. e entra in D_1 , il cui campo elettrico è nullo, e viene deviato dalla forza di Lorentz compiendo una semicirconferenza di raggio

$$r_1 = \frac{m v_1}{q B}, \text{ dove } v_1 \text{ si ricava da } \frac{1}{2} m v_1^2 = q V.$$

Dopo un tempo $t_1 = \frac{\pi m}{q B}$ esce da D_1 ed entra in D_2 . Se nel frattempo la V ha cambiato di segno, lo ione viene di nuovo accelerato tra D_1 e D_2 e si ha:

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + q V = 2 q V.$$

All'interno di D_2 lo ione compie un'altra semicirconferenza di raggio $r_2 = \frac{m v_2}{q B} > r_1$ in un tempo $t_2 = t_1$. Questo ci dice che il tempo di percorrenza di un'orbita circolare in un campo magnetico non dipende dalla velocità della particella.

Se nel tempo t_2 , V ha di nuovo cambiato segno, il processo si ripete e continua finché lo ione non raggiunge il raggio massimo R , definito dalle dimensioni del magnete, a cui corrispondono

$$v_{\max} = \frac{q R}{m} B \quad \text{e} \quad E_{k, \max} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{q^2 R^2}{2 m} B^2$$

Dal momento che ad ogni giro lo ione acquista l'energia cinetica $2 q V$, il numero di giri per raggiungere $E_{k, \max}$ e il tempo necessario sono:

$$N = \frac{E_{k, \max}}{2 q V} = \frac{q R^2 B^2}{4 m V} \quad t = N T_{RF} = N \frac{2 \pi m}{q B} = \frac{\pi R^2 B}{2 V}$$

La condizione di funzionamento è che il tempo t impiegato a percorrere mezzo giro sia pari al semi periodo della radiofrequenza

$$T_{RF} = \frac{2 \pi}{\omega_{RF}} = 2 t = \frac{2 \pi m}{q B} \Rightarrow \omega_{RF} = \frac{q B}{m} = \omega$$

Dove ω_{RF} è la **PULSAZIONE DI CICLOTRONE** che deve essere pari alla velocità angolare degli ioni.

