Lavoro della Forza elettrica, Tensione e Potenziale

QUANDO SU UNA CARICA q_0 AGISCE UNA FORZA $\vec{F}$ DI QUALSIASI NATURA, POSSIAMO DEFINIRE SEMPRE UN CAMPO ELETTRICO $\vec{E}$, CHE SI INDICA ANCHE COL NOME DI CAMPO ELETTROMOTORE.

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \Rightarrow \vec{F} = q_0 \vec{E}}$$

IL LAVORO DELLA FORZA $\vec{F}$ PER UNO SPOSTAMENTO INFINITESIMO ds DELLA CARICA q_0 È:

$$dW = \vec{F}\, d\vec{s} = q_0 \vec{E}\, d\vec{s} = q_0 E \cos\theta\, ds = q_0 E_s\, ds$$

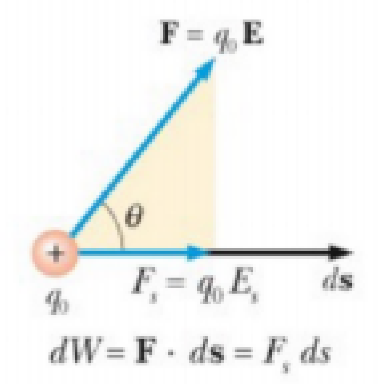


Figura 2.1 Lavoro della forza elettrica per uno spostamento elementare.

PER UNO SPOSTAMENTO FINITO DA A a B LUNGO UN PERCORSO C_1, IL LAVORO SI OTTIENE SUDDIVIDENDO IL PERCORSO IN UNA SERIE INFINITA DI SEGMENTI INFINITESIMI ds_i, CALCOLANDO PER OGNUNO PER OGNUNO $dW_i = \vec{F}_i\, d\vec{s}$ E INTEGRANDO:

$$W_1 = \int_{C_1} dW_1 = \int_{C_1} \vec{F}\, d\vec{s} = q_0 \int_{C_1} \vec{E}\, d\vec{s}$$

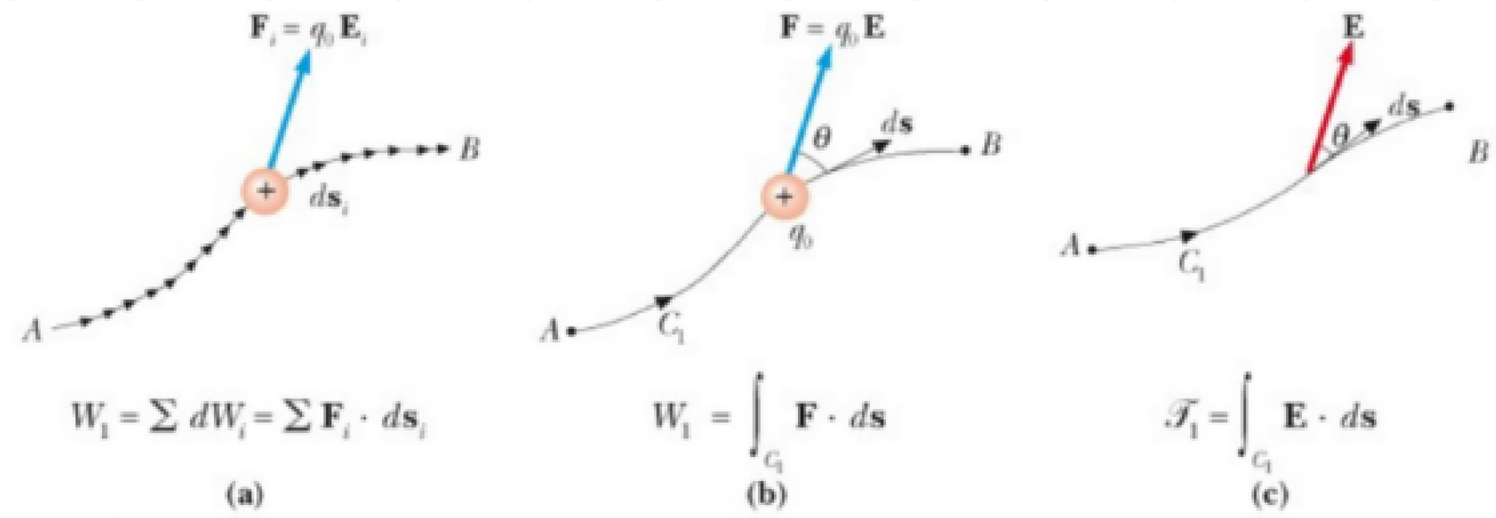


Figura 2.2 *Lavoro* della forza elettrica per lo spostamento lungo una linea spezzata (a), lungo una linea continua (b) e *tensione* del campo elettrico tra due punti A e B (c).

DOVE ds È UN VETTORE ELEMENTARE TANGENTE ALLA CURVA C, L'INTEGRALE $\int_C \vec{E}\, d\vec{s}$ DATO DAL RAPPORTO $\frac{W_1}{q_0}$ DEFINISCE LA TENSIONE ELETTRICA TRA I DUE PUNTI A E B RELATIVA AL PERCORSO C.

$$\boxed{\mathcal{T}_1 (A \rightarrow B \text{ LUNGO } C_1) = \int_{C_1} \vec{E}\, d\vec{s} = \frac{W_1}{q_0}}$$

SE SI CONSIDERA UN ALTRO PERCORSO C_2 SI TROVA IN GENERALE UN LAVORO DIVERSO E QUINDI UN VALORE DIVERSO DELLA TENSIONE ELETTRICA, PUR ESSENDO A E B GLI STESSI.
PER UN PERCORSO CHIUSO, L'INTEGRALE DI LINEA È CHIAMATO CIRCUITAZIONE E IL LAVORO VALE

$$W = \oint_C \vec{F}\, d\vec{s} = \int_{C_1} \vec{F}\, d\vec{s} + \int_{-C_2} \vec{F}\, d\vec{s} = \int_{C_1} \vec{F}\, d\vec{s} - \int_{C_2} \vec{F}\, d\vec{s} = W_1 - W_2$$

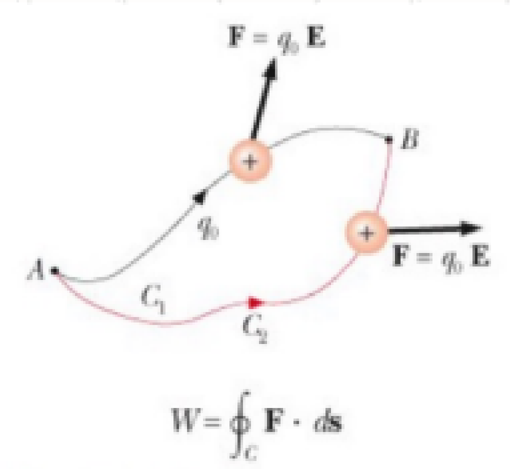


Figura 2.3 Lavoro della forza elettrica per lo spostamento lungo una traiettoria chiusa.

QUINDI IN GENERALE IL LAVORO PER UN PERCORSO CHIUSO È DIVERSO DA ZERO E POSSIAMO ANCHE SCRIVERE

$$\boxed{W = \oint_C \vec{F}\, d\vec{s} = q_0 \oint_C \vec{E}\, d\vec{s} = q_0 \mathcal{E}}$$

DOVE $\mathcal{E}$ È DEFINITA FORZA ELETTROMOTRICE (fem., NON È UNA FORZA) DEL CAMPO ELETTRICO RELATIVA AL PERCORSO. ESSA DIPENDE DALLE CARATTERISTICHE DEL CAMPO E DEL PERCORSO, MA NON DA q_0.

LA FORZA ELETTROSTATICA ($\neq$ ELETTRICA) È CONSERVATIVA E IL CAMPO ELETTROSTATICO È CONSERVATIVO, DUNQUE $\int_C \vec{E}\, d\vec{s}$ NON DIPENDENDO DAL PERCORSO EFFETTIVAMENTE SEGUITO, PUÒ ESSERE ESPRESSO COME DIFFERENZA DEI VALORI DI UNA FUNZIONE DELLE COORDINATE, DETTA POTENZIALE ELETTROSTATICO.

$$\boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{s}} = \left[\frac{J}{C}\right] = \text{Volt}$$

$V_B - V_A$ È LA DIFFERENZA DI POTENZIALE ELETTROSTATICO (D.D.P.)

DUNQUE IL LAVORO SVOLTO DALLA FORZA ELETTROSTATICA PER SPOSTARE q_0 DA A a B PUÒ ESSERE SCRITTO COME $W_{AB} = -q_0 (V_B - V_A) = -q_0\, \Delta V$.
INOLTRE AD OGNI FORZA CONSERVATIVA È ASSOCIATA UNA ENERGIA POTENZIALE E IL LAVORO DELLA FORZA CONSERVATIVA È PARI ALL'OPPOSTO DELLA VARIAZIONE DI ESSA.

QUINDI $\boxed{W_{AB} = -\Delta U_e = -(U_e(B) - U_e(A))}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\Delta U_e = q_0 \Delta V}$ U_e: ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

INOLTRE, PER UN PERCORSO CHIUSO IN UNA REGIONE IN CUI CI SIA UN CAMPO ELETTROSTATICO $\vec{E}$, ESSENDO ΔV NULLA IN QUANTO $A \equiv B$, SI HA CHE $\mathcal{E} = \oint \vec{E}\, d\vec{s} = 0$ E $W = q_0\, \mathcal{E} = 0$

Calcolo del potenziale elettrostatico

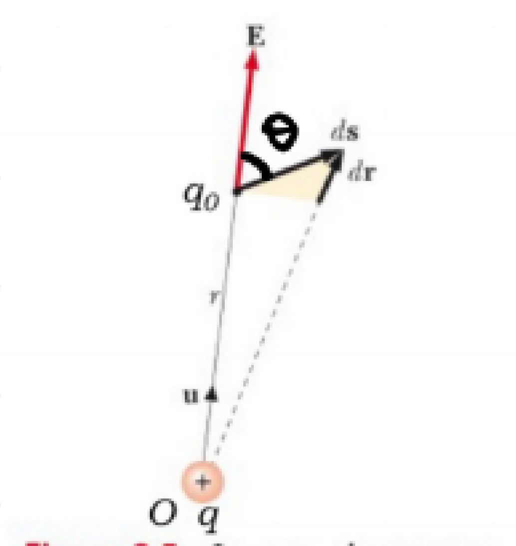


Figura 2.5 Lavoro elementare del campo elettrostatico **E** di una carica puntiforme.

$$dW = q_0 \vec{E}\, d\vec{s} = k q_0 q \frac{\hat{u}\, d\vec{s}}{r^2} = k q_0 q \frac{dr}{r^2} \Rightarrow \vec{E}\, d\vec{s} = k q \frac{dr}{r^2}$$

$$dr = \hat{u}\, d\vec{s} = ds \cos\theta$$

LA FUNZIONE INTEGRANDA ($\vec{E}\, d\vec{s}$) RISULTA COSÌ DIPENDERE SOLTANTO DA r E QUINDI POSSIAMO SCRIVERE PER UNO SPOSTAMENTO DA A a B.

$$\int_A^B \vec{E}\, d\vec{s} = kq \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = -\left(k\frac{q}{r_B} - k\frac{q}{r_A}\right)$$

$$W = q_0 \int_A^B \vec{E}\, d\vec{s} = -k\left(\frac{q q_0}{r_B} - \frac{q q_0}{r_A}\right)$$

$$\text{D.D.P.} = V_B - V_A = k\left(\frac{q}{r_B} - \frac{q}{r_A}\right)$$

$$\Delta U_e = U_e(B) - U_e(A) = \left(\frac{q q_0}{r_B} - \frac{q q_0}{r_A}\right)$$

IL POTENZIALE ELETTROSTATICO GENERATO DA q IN UN PUNTO A DISTANZA r E L'ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA DI q_0 NEL CAMPO DI q VALGONO:

$$\boxed{V(r) = -\int_\infty^r \vec{E}\, d\vec{s} = k\frac{q}{r}} \qquad \boxed{U_e(r) = q_0 V(r) = -q_0\int_\infty^r \vec{E}\, d\vec{s} = k\frac{q q_0}{r}}$$

Moto di una carica in un Campo Elettrostatico

SUPPONIAMO DI IMMETTERE UNA q PUNTIFORME, IN UNA ZONA DI SPAZIO IN CUI C'È UN CAMPO ELETTROSTATICO GENERATO DA UN SISTEMA DI CARICHE FERME CHE NON VENGONO PERTURBATE DALLA PRESENZA DI q.

LE FORZE IN GIOCO SONO: $q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{q}{m}\vec{E}$

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO:

$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$; $v(t) = v_0 + at$; $v^2(x) = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

SE $x_0 = 0$ E $v_0 = 0$ SI HA:

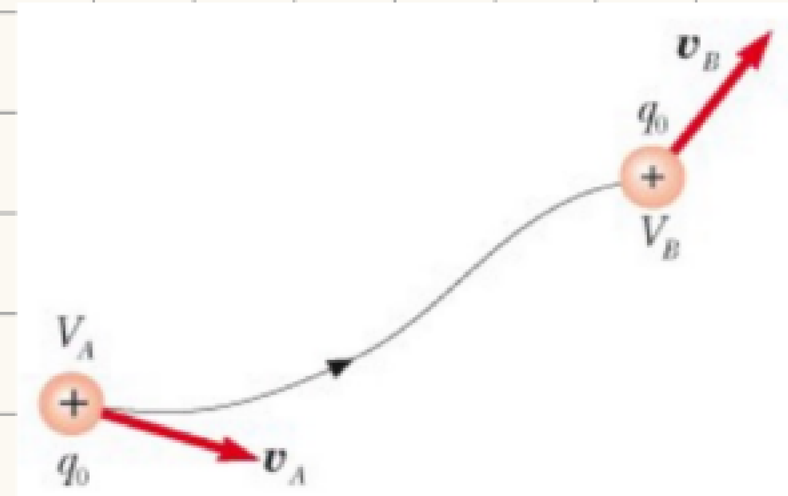
$x(t) = \frac{qE}{2m}t^2$; $v(t) = \frac{qE}{m}t$; $v^2(x) = \frac{2qE}{m}x$

SE INVECE LA VELOCITÀ INIZIALE FORMA UN CERTO ANGOLO CON L'ASSE x, IL MOTO HA UNA COMPONENTE UNIFORMEMENTE ACCELERATA LUNGO L'ASSE x E UNA UNIFORMEMENTE ORTOGONALE ALL'ASSE x, LA CUI TRAIETTORIA È UNA PARABOLA. LA VARIAZIONE DI E_K DI q È:

$\boxed{\Delta E_K = \frac{1}{2}mv^2(x) - \frac{1}{2}mv_0^2 = ma(x - x_0) = qE(x - x_0) = F(x - x_0)}$ = LAVORO DELLA F (COSTANTE)

N.B. SE LA CARICA È POSITIVA IL CAMPO È ACCELERANTE, PER $-q$ CON LE STESSE CONDIZIONI INIZIALI È DECELERANTE MA PER $-q$ CHE SI MUOVE IN VERSO OPPOSTO È ACCELERANTE.

APPLICHIAMO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA TOTALE DEL SISTEMA.
QUANDO LA PARTICELLA CON CARICA q_0 E MASSA m PASSA DAL PUNTO A a B, POSSIAMO APPLICARE IL TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA.



$$\Delta E_K = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = W$$

$$W = -\Delta U_e = -[U_e(B) - U_e(A)] = -(q_0 V_B - q_0 V_A)$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 + q_0 V_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + q_0 V_B} = \text{CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA}$$

$$\boxed{E = E_K + U_e = \frac{1}{2} m v^2 + q_0 V = \text{cost}}$$

SCEGLIENDO OPPORTUNAMENTE IL SEGNO DELLA D.D.P. È POSSIBILE ACCELERARE LA PARTICELLA TRASFORMANDO L'ENERGIA POTENZIALE IN CINETICA.
UNA CARICA + È ACCELERATA SE $V_A > V_B$, UNA − LO È SE $V_A < V_B$.

QUANDO UNA CARICA ELEMENTARE VIENE ACCELERATA DALLA D.D.P. DI $1\,V$, ESSA ACQUISTA L'E_K PARI A:

$$e\,\Delta V = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,J \quad \text{ELETTRONVOLT (eV)}$$

$$1\,eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,J \Rightarrow 1\,J = 6{,}25 \cdot 10^{18}\,eV.$$

Campo elettrostatico come Gradiente del potenziale

OLTRE ALLA RELAZIONE INTEGRALE CHE LEGA IL POTENZIALE AL CAMPO ELETTROSTATICO ($V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\, d\vec{s}$) NE ESISTE UNA LOCALE CHE PERMETTE DI CONOSCERE IL CAMPO ELETTROSTATICO DI UNA REGIONE PARTENDO DAL POTENZIALE ELETTROSTATICO DI OGNI PUNTO NELLA STESSA REGIONE.
PER UNO SPOSTAMENTO $d\vec{r} = dx\,\hat{u}_x + dy\,\hat{u}_y + dz\,\hat{u}_z$ CHE UNISCE DUE PUNTI DI COORDINATE $A(x, y, z)$ e $B(x+dx, y+dy, z+dz)$, LA VARIAZIONE DEL POTENZIALE È:

$$dV = V(x+dx, y+dy, z+dz) - V(x, y, z) = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = -E_x\,dx - E_y\,dy - E_z\,dz.$$

PER IL T. DEL DIFFERENZIALE TOTALE: $dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$

$$\Rightarrow E_x = -\frac{\partial V}{\partial x},\; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y},\; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V = -\vec{\nabla} V} \text{ IN OGNI PUNTO.}$$

DOVE $\vec{\nabla}$ È L'OPERATORE "NABLA" $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{u}_x + \frac{\partial}{\partial y}\hat{u}_y + \frac{\partial}{\partial z}\hat{u}_z$

QUINDI $\vec{\nabla} V$ È UN VETTORE CHE MOLTIPLICATO SCALARMENTE PER LO SPOSTAMENTO $d\vec{s}$ MI DÀ LA VARIAZIONE DELLA FUNZIONE V IN CORRISPONDENZA DI QUELLO SPOSTAMENTO.

$$dV = -\vec{E}\, d\vec{s} = \vec{\nabla} V\, d\vec{s} \Rightarrow \boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{\nabla} V \cdot d\vec{s}} = \text{TEOREMA DEL GRADIENTE}$$

Superfici equipotenziali

: VISUALIZZAZIONE GRAFICA DELL'ANDAMENTO DEL POTENZIALE.
SONO SUPERFICI DELLO SPAZIO 3D NEI CUI PUNTI $V(x,y,z) = \text{cost}$.

- PER UN PUNTO PASSA UNA SOLA SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE $\Rightarrow$ V È UNA FUNZIONE UNIVOCA
- LE LINEE DI FORZA SONO $\perp$ ALLA SUPERFICIE IN OGNI PUNTO $\Rightarrow$ $\vec{E}$ NON PUÒ AVERE UNA COMPONENTE tg AD UNA SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE

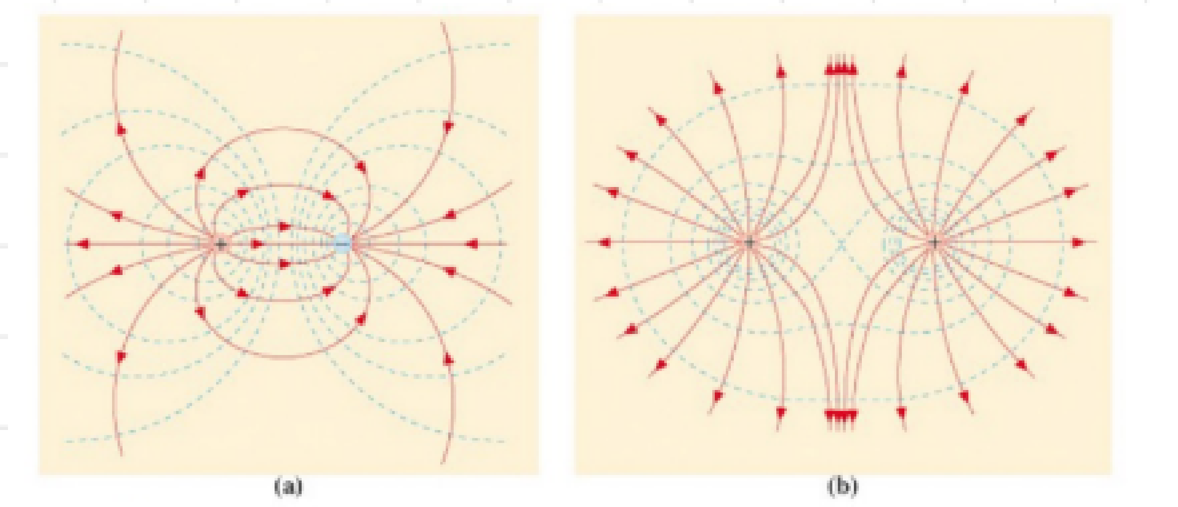


Figura 2.31 Linee di forza (rosse) e tracce delle superficie equipotenziali (tratteggiate azzurre) di un sistema di due cariche uguali di segno opposto (a) e dello stesso segno (b).

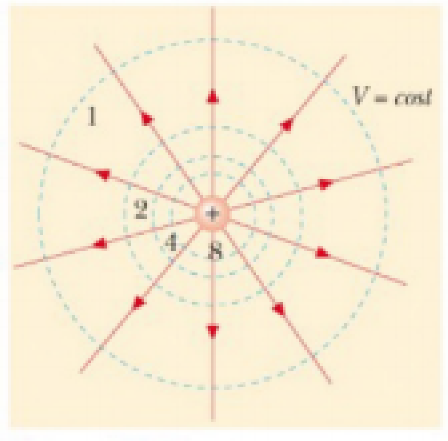
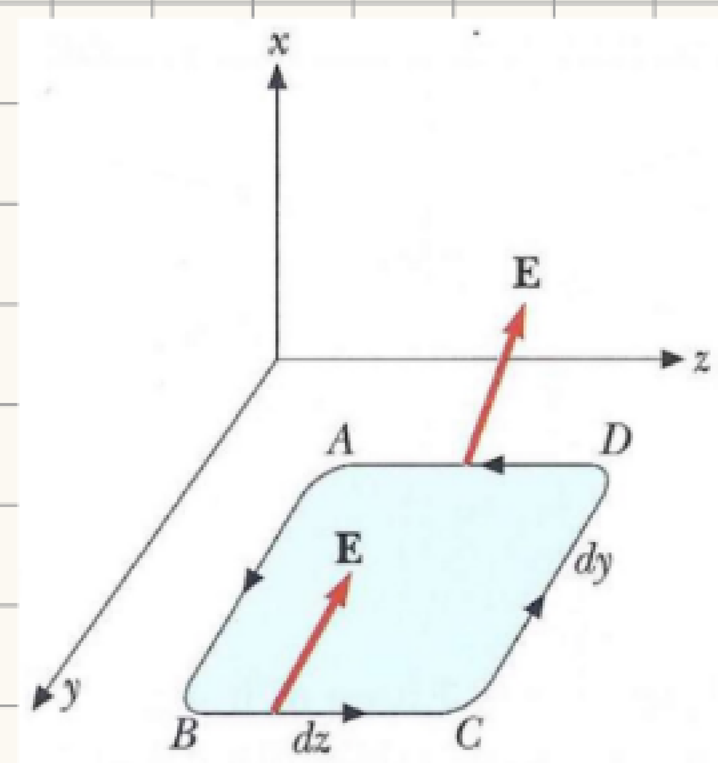


Figura 2.30 Linee di forza (rosse) e tracce delle superficie equipotenziali (tratteggiate azzurre) di una carica puntiforme.

Rotore del Campo elettrostatico



CONSIDERIAMO UN RETTANGOLO INFINITESIMO ABCD NEL PIANO YZ DI AREA $dA_x = dy\,dz$ E CALCOLIAMO LA CIRCUITAZIONE DI $\vec{E}$ LUNGO QUESTO PERCORSO.

$$d\Gamma_x(\vec{E}) = \vec{E}(AB)\,\vec{AB} + \vec{E}(BC)\,\vec{BC} + \vec{E}(CD)\,\vec{CD} + \vec{E}(DA)\,\vec{DA} =$$

$$= (CD = -AB,\ DA = -BC) = [\vec{E}(AB) - \vec{E}(CD)]\,dy\,\hat{u}_y + [\vec{E}(BC) - \vec{E}(DA)]\,dz\,\hat{u}_z =$$

$$= [\vec{E}_y(z) - \vec{E}_y(z+dz)]\,dy + [\vec{E}_z(y+dy) - \vec{E}_z(y)]\,dz.$$

FACENDO LO SVILUPPO SI HA $E_z(y+dy) - E_z(y) = \frac{\partial E_z}{\partial y}dy$ e $E_y(z+dz) - E_y(z) = \frac{\partial E_y}{\partial z}dz$

QUINDI $d\Gamma_x(\vec{E}) = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)dy\,dz = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)d\Sigma_x$

CONSIDERANDO ALTRI RETTANGOLI NEI PIANI XY E XZ SI HA:

$$d\Gamma_y(\vec{E}) = \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)d\Sigma_y \quad e \quad d\Gamma_z(\vec{E}) = \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)d\Sigma_z$$

IN GENERALE, CONSIDERIAMO UNA SUPERFICIE dA A CUI È ASSOCIATO UN VETTORE $dA\cdot\hat{n}$ NORMALE AD ESSA, SI HA LA SUA SCOMPOSIZIONE IN: $dA\cdot\hat{n} = dA_x\cdot\hat{u}_x + dA_y\cdot\hat{u}_y + dA_z\cdot\hat{u}_z$.
LA CIRCUITAZIONE $d\Gamma(\vec{E})$ LUNGO dA SARÀ LA SOMMA DELLE CIRCUITAZIONI LUNGO LE SUE PROIEZIONI, OVVERO

$$d\Gamma(\vec{E}) = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)dA_x + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)dA_y + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)dA_z$$

DEFINENDO IL ROTORE DEL CAMPO VETTORIALE COME $\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E} = \text{rot}\,\vec{E}}$, CHE HA COMPON. CARTESIANE DATE

$$\text{rot}\,\vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{u}_x & \hat{u}_y & \hat{u}_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\hat{u}_x + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\hat{u}_y + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\hat{u}_z$$

SI HA CHE LA CIRCUITAZIONE TOTALE È $d\Gamma(\vec{E}) = (\vec{\nabla}\times\vec{E})\cdot dA\cdot\hat{n}$

Teorema di Stokes

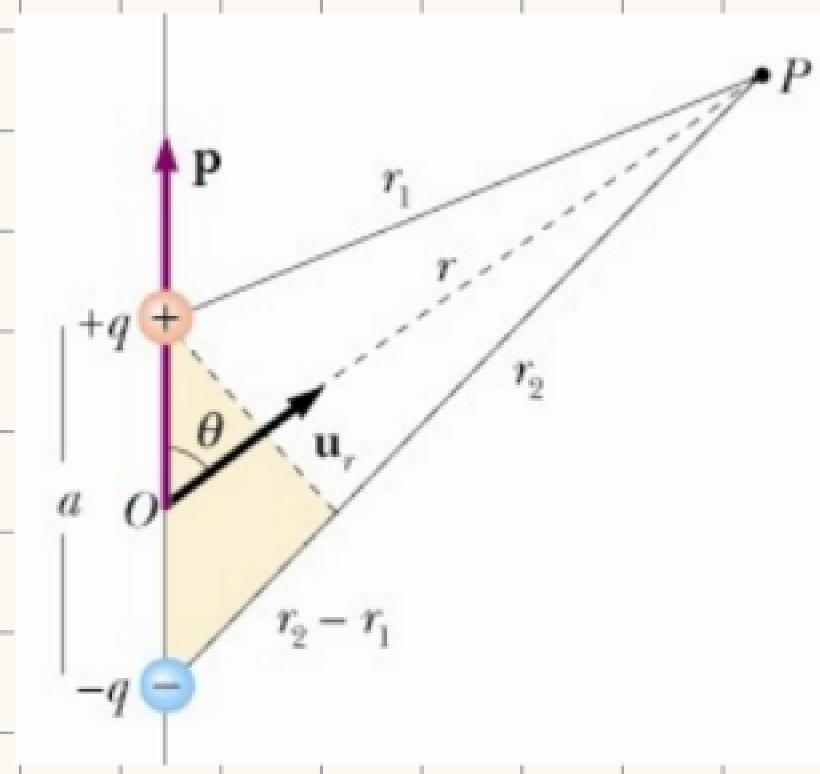
LA CIRCUITAZIONE DI UN CAMPO VETTORIALE LUNGO UNA LINEA CHIUSA $\mathcal{C}$ È PARI AL FLUSSO DEL ROTORE DEL CAMPO ATTRAVERSO UNA QUALSIASI SUPERFICIE Σ CHE ABBIA $\mathcal{C}$ COME CONTORNO E ORIENTATA RISPETTO AD ESSA SECONDO LA REGOLA DELLA VITE.

$$\boxed{\oint_{\mathcal{C}} \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_{\Sigma} (\vec{\nabla}\times\vec{E})\cdot\hat{n}\, dA}$$

DATO CHE IL CAMPO ELETTRICO È CONSERVATIVO, LA SUA CIRCUITAZIONE È NULLA LUNGO OGNI $\mathcal{C}$ E QUINDI PER IL TEOREMA SI HA CHE:

$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0}$ IL CAMPO ELETTRICO È IRROTAZIONALE.

Dipolo elettrico



UNA CARICA $+q$ E UNA CARICA $-q$ POSTE A DISTANZA "a" FORMANO UN DIPOLO ELETTRICO CHE È CARATTERIZZATO DA UN MOMENTO DI DIPOLO ELETTRICO $\boxed{\vec{p} = q\vec{a}}$ $[C\cdot m]$ CON $\vec{a}$ DIRETTO DALLA CARICA $-$ A QUELLA $+$.

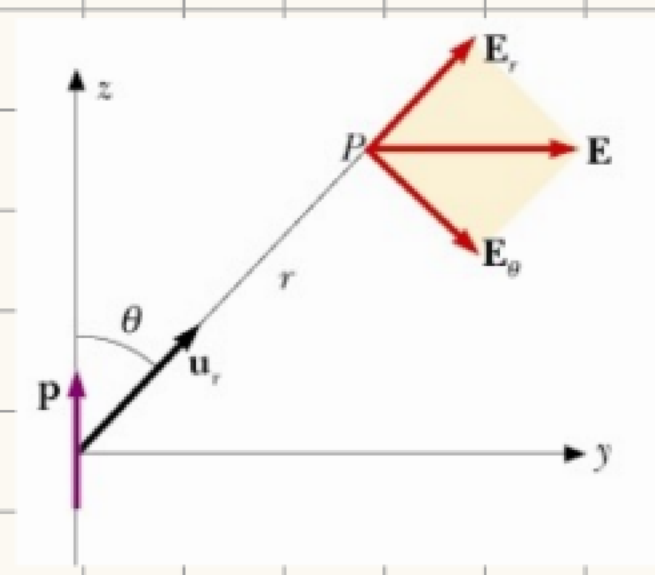
IL POTENZIALE GENERATO DAL DIPOLO IN UN PUNTO P È LA SOMMA DI QUELLI SINGOLI:

$$\boxed{V(P) = Kq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = Kq\,\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}}$$

APPLICANDO UN' APPROSSIMAZIONE DI DIPOLO $(r \gg a)$ SI HA CHE $r_2 - r_1 = a\cos\theta$ E $r_1 r_2 = r^2$, QUINDI:

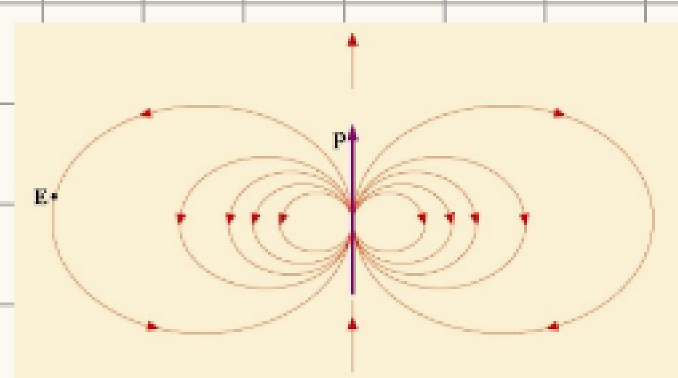
$$\boxed{V(P) = \frac{q a\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

IN COORDINATE SFERICHE, CON POLO NEL CENTRO DEL DIPOLO E ASSE UGUALE A QUELLO DEL DIPOLO, SI HA IL CAMPO ELETTRICO DEL DIPOLO



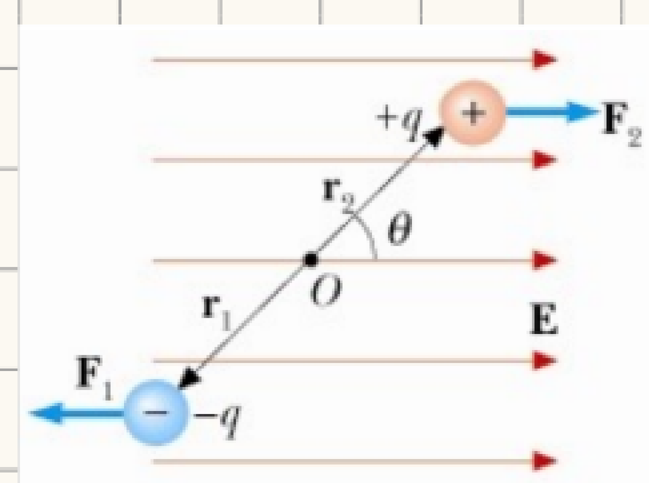
$$\vec{E} = E_r\cdot\hat{r} + E_\theta\cdot\hat{\theta}, \text{ CON } E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \text{ E } E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\theta} = \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$\vec{E} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(2\cos\theta\,\hat{r} + \sin\theta\,\hat{\theta}\right)$$



LE LINEE DI FORZA DI UN DIPOLO NELLO SPAZIO

SE IL CAMPO $\vec{E}$ È UNIFORME, LE FORZE AGENTI SU OGNI CARICA DEL DIPOLO FORMANO UNA COPPIA PERCHÉ SONO UGUALI E OPPOSTE E HANNO MOMENTO NULLO.
TALE MOMENTO, CALCOLATO RISPETTO AL CENTRO DEL DIPOLO È:



$$\vec{M} = \vec{r}_1\times\vec{F}_1 + \vec{r}_2\times\vec{F}_2 = (r_2 - r_1)\times\vec{F} = \vec{a}\times q\vec{E} = q\vec{a}\times\vec{E} = \vec{p}\times\vec{E} = -pE\sin\theta\,\hat{n}_z$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{M} = \vec{p}\times\vec{E} = -pE\sin\theta\,\hat{n}_z}$$

TALE MOMENTO TENDE A RUOTARE $\vec{p}$ FINO A PORTARLO PARALLELO E CONCORDE AD $\vec{E}$, IN UNA POSIZIONE DI EQUILIBRIO CHE È STABILE PERCHÉ VI RITORNA QUANDO VIENE PERTURBATO.

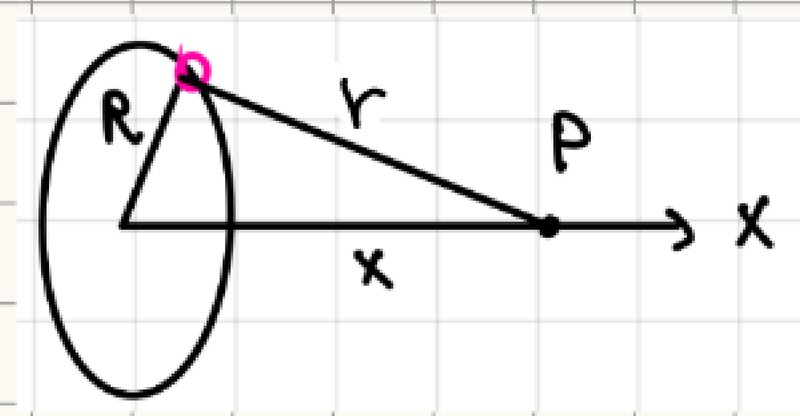
IL LAVORO COMPIUTO PER RUOTARE IL DIPOLO DALL'ANGOLO θ_0 A θ È:

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta} M\, d\theta = -pE\int_{\theta_0}^{\theta} \sin\theta\, d\theta = pE\cos\theta - pE\cos\theta_0 = -\Delta U_e$$

QUINDI L'ENERGIA ELETTROSTATICA DEL DIPOLO È $\boxed{U_e = -pE\cos\theta \Rightarrow \vec{U}_e = -\vec{p}\cdot\vec{E}}$

Potenziale di un anello carico

$$V(P) = \int_{ANELLO} dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{\lambda\, dl}{r} = \frac{\lambda}{\cancel{4}_2\pi\varepsilon_0}\,\frac{\cancel{2\pi}R}{r} = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0 r}$$



$$\boxed{V(P) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0 r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}}$$

$\left(q = \lambda 2\pi R\ ,\ r = \sqrt{x^2+R^2}\right)$

Potenziale di un disco carico

ISOLANDO UNA CORONA CIRCOLARE DI RAGGIO r, SUPERFICIE $d\Sigma = 2\pi r\,dr$ E CARICA $dq = \sigma 2\pi r\,dr$
E USANDO LA PRECEDENTE:

$$dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}} = \frac{\sigma\,\cancel{2\pi}\,r\,dr}{\cancel{4\pi}_2\,\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}} = \frac{\sigma r}{2\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}} \Rightarrow \boxed{V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r}{\sqrt{x^2+R^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{x^2+R^2}-x\right)}$$

D.D.P. tra due piani indefiniti carichi

$$\boxed{\underset{\substack{\text{PIANO}\\ +\sigma}}{V_1} - \underset{\substack{\text{PIANO}\\ -\sigma}}{V_2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\underset{\text{DISTANZA TRA I DUE PIANI}}{h}}$$