Campo Elettromagnetico

OERSTED FU IL PRIMO A STUDIARE LA RELAZIONE TRA FENOMENI ELETTRICI E MAGNETICI, OSSERVANDO CHE UN AGO MAGNETICO E UNA LIMATURA DI FERRO, IN PRESENZA DI UN FILO PERCORSO DA CORRENTE, SI ORIENTANO CON IL LORO MOMENTO MAGNETICO $\vec{m}$ PARALLELO AL CAMPO MAGNETICO $\vec{B}$ PRODOTTO DAL FILO.

SUCCESSIVAMENTE AMPERE NOTÒ CHE ANCHE DUE FILI PERCORSI DA CORRENTE INTERAGISCONO E AFFERMÒ CHE LE AZIONI MAGNETICHE SONO LA MANIFESTAZIONE DELL'INTERAZIONE TRA CARICHE ELETTRICHE IN MOVIMENTO. L'INTERAZIONE TRA UN CIRCUITO PERCORSO DA CORRENTE E UN MAGNETE È INVECE IL RISULTATO DELLE INTERAZIONI TRA GLI ELETTRONI LIBERI IN MOTO NEL CONDUTTORE E LE MICROCORRENTI (AMPERIANE) PRESENTI NEL MATERIALE MAGNETIZZATO, LE QUALI CAUSANO L'INTERAZIONE ANCHE TRA DUE MAGNETI.

FARADAY PROVÒ CHE UN CAMPO MAGNETICO VARIABILE NEL TEMPO PRODUCE UN CAMPO ELETTRICO NON CONSERVATIVO CHE IN OPPORTUNI DISPOSITIVI PUÒ DAR LUOGO AD UNA FORZA ELETTROMOTRICE E AD UNA CORRENTE IN UN CIRCUITO CHIUSO.
SI HA UN RISULTATO ANALOGO ANCHE DAL MOTO RELATIVO TRA UN CIRCUITO E UN CAMPO MAGNETICO COSTANTE.

INFINE, MAXWELL OSSERVÒ, SPECULARMENTE, CHE ANCHE CAMPI ELETTRICI VARIABILI NEL TEMPO PRODUCONO CAMPI MAGNETICI E INTUÌ CHE CAMPO ELETTRICO E CAMPO MAGNETICO SONO DUE ENTITÀ CHE NON POSSONO ESISTERE SEPARATAMENTE, DUNQUE LI RIUNÌ SOTTO L'UNICO CONCETTO DI CAMPO ELETTROMAGNETICO

Legge di Faraday

ATTRAVERSO DEGLI ESPERIMENTI, FARADAY NOTÒ CHE IN UNA SPIRA COMPARE UNA CORRENTE INDOTTA QUANDO C'È UN MOTO RELATIVO TRA LA SPIRA E IL CAMPO MAGNETICO $\vec{B}$ PRODOTTO, O DA UN'ALTRA SPIRA O DA UN MAGNETE PERMANENTE. DATO CHE PER AVERE CORRENTE IN UN CIRCUITO SI DEVE AVERE UN GENERATORE DI FORZA ELETTROMOTRICE, SI HA CHE TALE MOTO RELATIVO PRODUCE ANCHE UNA FORZA ELETTROMOTRICE INDOTTA $\mathcal{E}_i$
QUESTA SI GENERA ANCHE IN UN CIRCUITO SOTTOPOSTO A UN CAMPO MAGNETICO VARIABILE NEL TEMPO.
IL FENOMENO SI ESPRIME MATEMATICAMENTE TRAMITE LA LEGGE DI FARADAY.

$$\boxed{\mathcal{E}_i = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}} \qquad (\mathcal{E}_i = \text{fem})$$

LA FORZA ELETTROMOTRICE INDOTTA SI COMPORTA COME LA fem DI UN GENERATORE, DUNQUE È UGUALE ALLA D.D.P. TRA I POLI DEL GENERATORE QUANDO NON PASSA CORRENTE.

SE R È LA RESISTENZA DEL CIRCUITO, LA CORRENTE È $\boxed{i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}}$

SE ABBIAMO UN CIRCUITO CON RESISTENZA R E UN GENERATORE DI fem $\mathcal{E}$ INTERESSATO DA UNA VARIAZIONE DEL CAMPO $\vec{B}$ NEL TEMPO, LA $\mathcal{E}_i$ SI SOMMA A $\mathcal{E}$, CIOÈ

$$\boxed{i = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_i}{R} = \frac{\mathcal{E} - \frac{d\phi(\vec{B})}{dt}}{R}}$$

INOLTRE LA VARIAZIONE $\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$ DEL FLUSSO MAGNETICO CONCATENATO CON UNA LINEA CHIUSA Γ, DÀ ORIGINE A UN CAMPO ELETTRICO INDOTTO $\vec{E}_i$ NON CONSERVATIVO IN QUANTO LA SUA fem È NON NULLA:

$$\mathcal{E}_i = \oint_\Gamma \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt}\oint_{\Sigma} \vec{B}\cdot\hat{u}_n \, d\Sigma$$

Σ → SUPERFICIE CHE POGGIA SU Γ

Legge di Lenz

IL SEGNO MENO NELLA LEGGE DI FARADAY HA UN SIGNIFICATO PRECISO:

L'EFFETTO DELLA $\mathcal{E}_i$ È SEMPRE TALE DA OPPORSI ALLA CAUSA CHE HA GENERATO IL FENOMENO

INFATTI, SE IN UN CIRCUITO PASSA UNA CORRENTE INDOTTA, QUESTA HA VERSO TALE CHE IL FLUSSO DEL SUO CAMPO MAGNETICO SI OPPONE ALLA VARIAZIONE DEL FLUSSO PRIMARIO ϕ.
SE ESSO AUMENTA $(d\phi/dt > 0)$, LA $\mathcal{E}_i$ È NEGATIVA E LA CORRENTE INDOTTA SI OPPONE ALL'AUMENTO DI ϕ CHE QUINDI CRESCE PIÙ LENTAMENTE; SE ϕ DIMINUISCE $(d\phi/dt < 0)$, LA $\mathcal{E}_i$ È POSITIVA E LA CORRENTE INDOTTA GENERA UN AUTOFLUSSO CHE FA DIMINUIRE PIÙ LENTAMENTE ϕ.

Cause dell'induzione elettromagnetica

IL FENOMENO OSSERVATO DA FARADAY È DEFINITO INDUZIONE ELETTROMAGNETICA E PUÒ DERIVARE DA DIVERSE CAUSE:

1) MOTO RIGIDO (TRASLAZIONE SE $\vec{B}$ NON È UNIFORME O ROTAZIONE SE $\vec{B}$ È UNIFORME OPPURE NO) DI UN CIRCUITO INDEFORMABILE IN UN CAMPO COSTANTE.

2) DEFORMAZIONE DEL CIRCUITO IN UN CAMPO $\vec{B}$ (UNIFORME O NO) COSTANTE.

3) VARIAZIONE NEL TEMPO DI $\vec{B}$ PER SPOSTAMENTO DELLA SUA SORGENTE E CON CIRCUITO FISSO.

4) VARIAZIONE NEL TEMPO DI $\vec{B}$ PER VARIAZIONE DELL'INTENSITÀ DI CORRENTE CHE LO GENERA E CON CIRCUITO FISSO.

1) MOTO TRASLATORIO DI UN CONDUTTORE IN UN CAMPO MAGNETICO COSTANTE

DIMOSTRIAMO CHE ALL'ORIGINE DEL FENOMENO DI INDUZIONE C'È LA FORZA DI LORENTZ
PRENDIAMO IL MOTO TRASLATORIO DI UNA SPIRA CON VELOCITÀ $\vec{v}$ IN UN CAMPO $\vec{B}$ COSTANTE.
SUGLI ELETTRONI DI CONDUZIONE AGISCE LA FORZA DI LORENTZ E IL CAMPO ELETTROMOTORE È

$$\vec{E}_i = \frac{\vec{F}}{-e} = \vec{v} \times \vec{B}$$

IL LAVORO PER LO SPOSTAMENTO DI UN TRATTO INFINITESIMO ds DI SPIRA È $d\mathcal{E}_i = \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{s}$

E LA $\mathcal{E}_i$ È: $\boxed{\mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = \oint \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{s}} = \oint d\vec{s} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \vec{B}$ ($d\vec{r}$ → SPOSTAMENTO)

$d\vec{s} \times d\vec{r} = dA'\hat{n}$ È L'AREA DEL PARALLELOGRAMMA DESCRITTO DA $d\vec{s}$ NELLO SPOSTAMENTO, QUINDI:
$d\vec{s} \times d\vec{r} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \hat{n}\, dA' = d\phi'$ => FLUSSO ATTRAVERSO IL PARALLELOGRAMMA.
CONSIDERANDO LA TRASLAZIONE DI TUTTA LA SPIRA, SI HA:

$$d\phi_t(\vec{B}) = \int d\phi' = \oint d\vec{s} \times d\vec{r} \cdot \vec{B} = \int_{dA_e} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dA'$$

dA_e → AREA TOTALE DESCRITTA

$d\phi_t$ ↓ FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO TAGLIATO NELLA TRASLAZIONE.

DETTO $\phi_1(\vec{B})$ IL FLUSSO CONCATENATO AL CIRCUITO NELLA POSIZIONE INIZIALE E $\phi_2(\vec{B})$ QUELLO NELLA POSIZIONE FINALE, IL FLUSSO TOTALE DEVE ESSERE NULLO PERCHÉ $\vec{B}$ È SOLENOIDALE:
$\phi_2(\vec{B}) - \phi_1(\vec{B}) + d\phi_t(\vec{B}) = 0$, E LA VARIAZIONE DI FLUSSO ATTRAVERSO LA SPIRA È:
$d\phi(\vec{B}) = \phi_2(\vec{B}) - \phi_1(\vec{B}) = -d\phi_t(\vec{B})$.

QUINDI $\mathcal{E}_i = \oint \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{d\phi_t(\vec{B})}{dt} = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$ => SI OTTIENE LA LEGGE

SE $\phi_2 = \phi_1$ => $\vec{B}$ UNIFORME => NON C'È fem INDOTTA.

3-4) CAMPI ELETTRICI INDOTTI DA VARIAZIONI TEMPORALI DI CAMPO MAGNETICO

IN QUESTO CASO NON C'È MOTO DEGLI ELETTRONI DI CONDUZIONE, QUINDI NON AGISCE LA FORZA DI LORENTZ.

RIPARTIAMO DA $\oint_\Gamma \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt}\int_A \vec{B}\cdot\hat{n}\,dA$ E PORTIAMO DENTRO LA $\frac{d}{dt}$

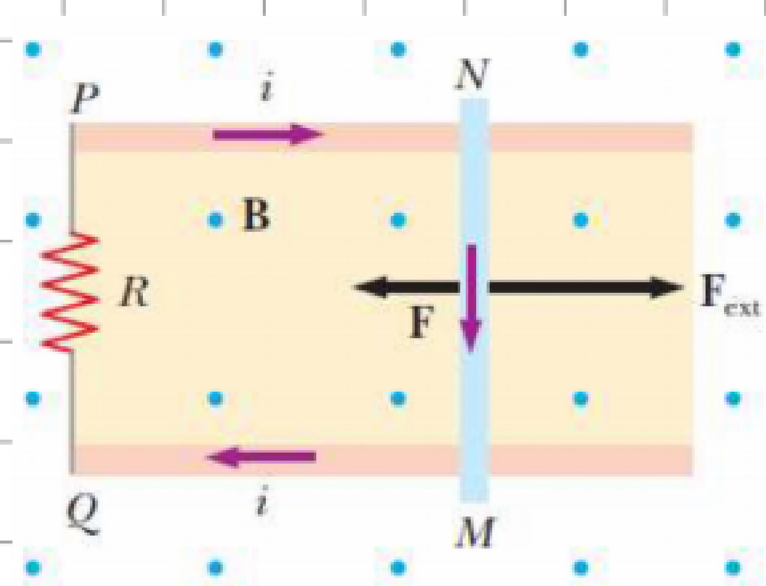
$$\oint_\Gamma \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = -\int_A \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\hat{n}\,dA$$

|| STOKES

$$\int_A \vec{\nabla}\times\vec{E}_i\cdot\hat{n}\,dA = -\int_A \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\hat{n}\,dA \xrightarrow[\text{PER OGNI }\Sigma]{\text{DEVE VALERE}} \boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E}_i = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$

È UNA DELLE EQ. DI MAXWELL.

Attrito elettromagnetico



PRENDIAMO UN CIRCUITO RETTANGOLARE $(a\times b)$ COSTITUITO DA DUE CONDUTTORI PARALLELI, A SX UN CONDUTTORE DI RESISTENZA R, A DX UNA BARRETTA CONDUTTRICE MOBILE DI RESISTENZA r, IMMERSO TUTTO IN UN CAMPO $\vec{B}$ UNIFORME, COSTANTE E ORTOGONALE.

LA fem È $\mathcal{E}_i = \int_M^N \vec{v}\times\vec{B}\,d\vec{s} \overset{\vec{v}\perp\vec{B}}{=} -vBb$

LA CORRENTE CHE CIRCOLA È $i = \frac{\mathcal{E}_i}{R+r}$

SULLA SBARRETTA AGISCE LA FORZA MAGNETICA $\boxed{\vec{F} = i\,\overrightarrow{NM}\times\vec{B} = -\frac{B^2+b^2}{r+R}\vec{v}}$ CHE È DI TIPO VISCOSO ED È DEFINITA RESISTENZA DI ATTRITO ELETTROMAGNETICO.

PER VINCERLA SI DEVE APPLICARE UNA FORZA ESTERNA UGUALE E OPPOSTA E UNA POTENZA

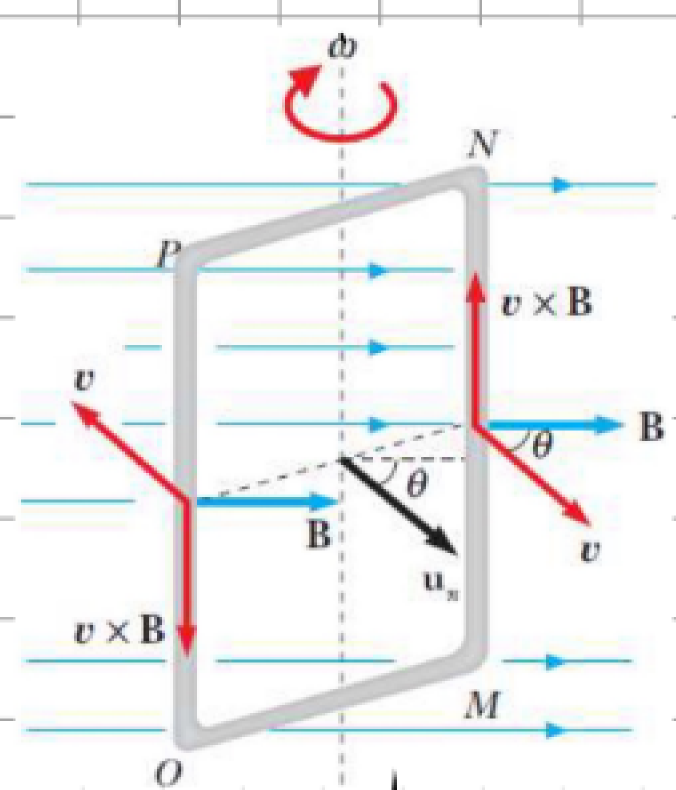
$$P = \vec{F}_{EXT}\cdot\vec{v} = \frac{B^2+b^2}{r+R}v^2 = (r+R)\,i^2 = \mathcal{E}_i\,i \Rightarrow \boxed{P = \mathcal{E}_i\,i}$$

LA POTENZA MECCANICA IMPIEGATA PER FAR AVVENIRE IL MOVIMENTO VIENE RITROVATA COME POTENZA ELETTRICA DISSIPATA NELLE RESISTENZE DEL CIRCUITO.

IL SISTEMA PUÒ ESSERE VISTO COME UN GENERATORE CON RESISTENZA INTERNA r E ESTERNA R.

SE NELLA LEGGE DI FARADAY CI FOSSE IL SEGNO + AVREMMO CHE IL MOTO DELLA SBARRETTA CONTINUEREBBE GRAZIE ALLA FORZA $\vec{F}$. MA COSÌ AVREMMO UN GENERATORE CHE FORNISCE POTENZA ELETTRICA SENZA RICEVERE LA STESSA QUANTITÀ SOTTO ALTRA FORMA, CONTRO IL PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA. È QUESTO IL SIGNIFICATO ENERGETICO DELLA LEGGE DI LENZ.

Generatore di corrente sinusoidale



PRENDIAMO UNA SPIRA RETTANGOLARE CHE RUOTA CON VELOCITÀ ANGOLARE ω COSTANTE IMMERSA IN UN CAMPO MAGNETICO $\vec{B}$ UNIFORME, COSTANTE E ORIZZONTALE CHE FORMA UN ANGOLO θ CON LA NORMALE ALLA SPIRA. DA FARADAY

$$\phi(\vec{B}) = \int_A \vec{B}\cdot\hat{n}\,dA = BA\cos\theta = BA\cos\omega t$$

$$\boxed{\mathcal{E}_i = -\frac{d}{dt}\phi(\vec{B}) = \omega BA \operatorname{sen}\omega t}$$

$\Rightarrow$ LA fem HA UN'ANDAMENTO SINUSOIDALE CON VALORE MASSIMO $\mathcal{E}_{MAX} = \omega BA$

SE COLLEGHIAMO LA SPIRA A UN CIRCUITO, CON RESISTENZA TOTALE R SI $\boxed{i} = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{\omega BA}{R}\operatorname{sen}\omega t$

E LA POTENZA ELETTRICA SPESA È $\boxed{P_e} = \mathcal{E}_i\,i = \frac{\omega^2B^2A^2}{R}\operatorname{sen}^2\omega t = \frac{\mathcal{E}^2_{MAX}}{R}\operatorname{sen}^2\omega t$

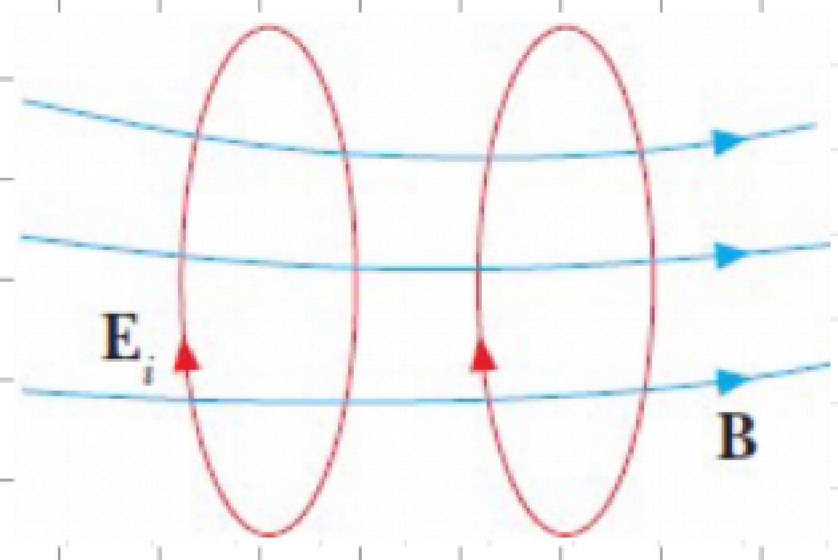
PER MANTENERE LA ROTAZIONE CONTRO IL MOMENTO MECCANICO DELLE FORZE MAGNETICHE CHE TENDE A RIPORTARE IL MOMENTO MAGNETICO DELLA SPIRA $m = iA$ PARALLELO E CONCORDE A $\vec{B}$, DEVE ESSERE FORNITA LA STESSA QUANTITA' DI POTENZA MECCANICA.

$$\boxed{P_m} = M\omega = (mB\,\text{sen}\,\theta)\,\omega = iA\,\omega B\,\text{sen}\,\omega t = \frac{\mathcal{E}^2_{max}}{R}\,\text{sen}^2\,\omega t$$

IL VALORE MEDIO DELLA POTENZA É $P_m = \frac{\mathcal{E}^2_{max}}{2R}$ E COINCIDE CON QUELLA CHE SAREBBE EROGATA DA UN GENERATORE DI CORRENTE CONTINUA CON UNA fem EFFICACE, TALE CHE

$$\frac{\mathcal{E}^2_{EFF}}{R} = \frac{\mathcal{E}^2_{max}}{2R} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{EFF} = \frac{\mathcal{E}_{max}}{\sqrt{2}}}$$

Correnti di Foucalt



QUANDO UN CAMPO MAGNETICO É VARIABILE ALL'INTERNO DI UN CONDUTTORE METALLICO, IL CAMPO ELETTRICO INDOTTO GENERA DELLE CORRENTI CONCATENATE ALLE LINEE DI $\vec{B}$, CHE POSSONO ESSERE MOLTO INTENSE DATO CHE LA RESISTIVITA' DEI METALLI É PICCOLA, E SONO CHIAMATE CORRENTI PARASSITE O DI FOUCALT. ESSE SI MANIFESTANO ANCHE QUANDO UNA MASSA METALLICA É IN MOTO IN UN CAMPO MAGNETICO COSTANTE, DOVUTE ALLA FORZA DI LORENTZ SUGLI ELETTRONI, E RALLENTANO IL MOTO: É PER QUESTO CHE VIENE UTILIZZATO TALE EFFETTO PER ESEMPIO NEI FRENI ELETTROMAGNETICI DELLE METROPOLITANE.

Legge di Felici

QUANDO UNA SPIRA DI RESISTENZA R SI MUOVE IN UN CAMPO MAGNETICO $\vec{B}$, LA CORRENTE INDOTTA SARÀ: $i = -\frac{1}{R}\frac{d\phi(t)}{dt}$ PER FARADAY.

NELL'INTERVALLO TEMPORALE TRA t_1 E t_2 NELLA SPIRA FLUISCE LA CARICA

$$\boxed{q = \int_{t_1}^{t_2} i\,dt = -\frac{1}{R}\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi = \frac{\phi_1 - \phi_2}{R}}$$

QUESTA É CONOSCIUTA COME LEGGE DI FELICI E DA' UN METODO SEMPLICE DI MISURA DELL'INTENSITA' DEL CAMPO MAGNETICO.
LA CARICA DIPENDE SOLO DAL VALORE INIZIALE E FINALE DEL FLUSSO.

Autoinduzione

PER LA LEGGE DI AMPÉRE - LAPLACE, UN CIRCUITO DI FORMA QUALUNQUE PRODUCE IL CAMPO MAGNETICO

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\oint_\Gamma \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

IL FLUSSO DI QUESTO CAMPO, CONCATENATO CON IL CIRCUITO STESSO, É DEFINITO AUTOFLUSSO ED É DATO DA

$$\phi(\vec{B}) = \int_A \left(\int_\Gamma \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}\right)\cdot \hat{n}\,dA \xrightarrow{\text{O ANCHE}} \boxed{\phi(\vec{B}) = L\,i}$$

DOVE $L\,[H]$ É CHIAMATO COEFFICIENTE DI AUTOINDUZIONE O INDUTTANZA E DIPENDE DALLA FORMA DEL CIRCUITO E DALLE PROPRIETÀ MAGNETICHE DEL MEZZO. SI MISURA $\left[H = \frac{Wb}{A} = \frac{V\,s}{A} = \Omega \cdot s\right]$

SE IL FLUSSO CONCATENATO COL CIRCUITO CAMBIA NEL TEMPO (LA CORRENTE NON É COSTANTE O SI CAMBIA FORMA DEL CIRCUITO) PER LA LEGGE DI FARADAY VIENE INDOTTA UNA FORZA ELETTROMOTRICE DI AUTOINDUZIONE

$$\boxed{\mathcal{E}_L = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Li) = -L\frac{di}{dt}}$$

UN CIRCUITO TALE CHE $L \neq 0$ SI DICE INDUTTIVO.
UN TRATTO DI CIRCUITO IN CUI É CONCENTRATA L SI DICE INDUTTORE E LA SUA PRESENZA IMPEDISCE ALLA CORRENTE DI VARIARE ISTANTANEAMENTE IN QUANTO LA VARIAZIONE GENERA UNA fem $\mathcal{E}_L$ CHE SI OPPONE ALLA VARIAZIONE STESSA.

Circuiti RL

CONTENGONO UN GENERATORE DI fem $\mathcal{E}$ DI RESISTENZA TRASCURABILE, UN INDUTTORE L E UNA RESISTENZA R. LE VARIAZIONI DI CORRENTE SONO DATE INIZIALMENTE DALLA CHIUSURA E L'APERTURA DELL'INTERRUTTORE T, DANDO LUOGO ALLA fem $\mathcal{E}_L$. PER LA LEGGE DI OHM, QUINDI:

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_L = Ri \Rightarrow \mathcal{E} = L\frac{di}{dt} + Ri$$

SEPARANDO LE VARIABILI E INTEGRANDO, SI HA:

$$\frac{di}{\mathcal{E}-Ri} = \frac{dt}{L} \Rightarrow \ln(\mathcal{E}-Ri) = -\frac{R}{L}t + cost \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}-Ri = A\,e^{-\frac{Rt}{L}}}$$

DOVE A É UNA COSTANTE CHE SI DETERMINA DALLE CONDIZIONI INIZIALI.

a) CHIUSURA DEL CIRCUITO: QUANDO SI CHIUDE L'INTERRUTTORE AL TEMPO $t=0$, LA CORRENTE DEVE RIMANERE NULLA COME PRIMA, PERCHÉ NON SI PUÒ AVERE UNA VARIAZIONE BRUSCA PER LA PRESENZA DELL'INTERRUTTORE. QUINDI DA $i=0$ A $t=0$ SI TROVA $A=1$ E LA CORRENTE SARÀ

$$\boxed{i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-e^{-\frac{Rt}{L}}\right) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)} \qquad \tau = \text{COSTANTE DI TEMPO } \frac{L}{R}$$

i TENDE AL VALORE ASINTOTICO $i_\infty = \frac{\mathcal{E}}{R}$

LA fem DI AUTOINDUZIONE É $\mathcal{E}_L = -L\frac{di}{dt} = -\mathcal{E}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

LA DIFFERENZA $i_\infty - i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{\mathcal{E}_L}{R} = \boxed{i_L} \rightarrow$ EXTRA CORRENTE DI CHIUSURA

b) APERTURA DEL CIRCUITO: APRIAMO IL CIRCUITO ALL'ISTANTE $t=0$, QUANDO LA CORRENTE HA IL VALORE DI REGIME $i_\infty = \frac{\mathcal{E}}{R}$. IPOTIZZIAMO CHE LA RESISTENZA CAMBI VALORE IN R'. ALLORA SI HA PER $t=0$

$$A = \mathcal{E} - R' i_\infty = \mathcal{E} - R'\frac{\mathcal{E}}{R} = \mathcal{E}\left(1-\frac{R'}{R}\right)$$

. DUNQUE LA CORRENTE É, PER $\tau' = \frac{L}{R'}$

$$\boxed{i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R'}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau'}}\right) + \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{\tau'}} \simeq \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{\tau'}}}$$

$R' \gg R$ E t PICCOLO

LA fem $\mathcal{E}_L$ É $\mathcal{E}_L = -L\frac{di}{dt} = \frac{R'}{R}\mathcal{E}\,e^{-\frac{t}{\tau'}}$ A CUI CORRISPONDE L'EXTRACORRENTE DI APERTURA

$$i_L = \frac{\mathcal{E}_L}{R'} = i(t)$$

Energia magnetica

IN UN CIRCUITO RL LA LEGGE DI OHM È DATA DA $\mathcal{E}+\mathcal{E}_L = Ri \Rightarrow \mathcal{E} = L\frac{di}{dt}+Ri$

LA POTENZA EROGATA DAL GENERATORE È $\mathcal{E}i = Ri^2 + Li\frac{di}{dt}$

IL LAVORO È $\mathcal{E}i\,dt = \boxed{\mathcal{E}\,dq} = \boxed{Ri^2\,dt} + \boxed{Li\,di} \Rightarrow$ BILANCIO ENERGETICO

LAVORO FATTO DAL GENERATORE PER SPOSTARE LA CARICA dq

LAVORO SPESO PER FAR CIRCOLARE LA CORRENTE E TRASFORMATO IN CALORE (EFFETTO JOULE)

LAVORO CONTRO LA fem $\mathcal{E}_L$ PER FAR AUMENTARE LA CORRENTE DA i A $i+di$

NELL'INTERVALLO A SEGUITO DELLA CHIUSURA IN CUI LA CORRENTE PASSA DA 0 AL VALORE $i(t)$, IL GENERATORE OLTRE AL LAVORO $Ri^2\,dt$ DEVE FARNE UN ALTRO.

$$W = \int_0^i Li\,di = \frac{1}{2}Li^2$$

CHE NON DIPENDE DAL MODO IN CUI VARIA LA CORRENTE, MA SOLO DALLO STATO INIZIALE E FINALE.
SI PUÒ DEFINIRE QUINDI UN'ENERGIA INTRINSECA DELLA CORRENTE PARI A

$\boxed{U_L = \frac{1}{2}Li^2}$, LA CUI VARIAZIONE MI DÀ IL W FATTO DAL GENERATORE CONTRO $\mathcal{E}_L$.

QUESTA ENERGIA È DEFINITA ENERGIA MAGNETICA PERCHÉ LOCALIZZABILE IN UNO SPAZIO IN CUI ESISTE UN CAMPO MAGNETICO E VI CORRISPONDE UNA DENSITÀ DI ENERGIA MAGNETICA

$$\boxed{u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2}\mu_0 H^2 = \frac{1}{2}HB}$$

E IN UN VOLUME dV, $dU_m = u_m\,dV = \frac{B^2}{2\mu_0}dV \Rightarrow \boxed{U_m = \int_V \frac{B^2}{2\mu_0}dV}$

Induzione mutua

SI DEFINISCE IL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO PRODOTTO DA UN PRIMO CIRCUITO, ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHE POGGIA SUL SECONDO CIRCUITO:

$$\phi_{1,2} = \int_{A_2} \vec{B}_1\cdot\hat{n}\,dA_2$$

DATO CHE $B_1 \propto i_1 \Rightarrow \phi_{1,2} = M_{1,2}\,i_1$, DOVE $M_{1,2}$ È UN COEFFICIENTE CHE DIPENDE DA FATTORI GEOMETRICI E DALLE PROPRIETÀ MAGNETICHE DEL MEZZO.

ANALOGAMENTE SI DEFINISCE IL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO PRODOTTO DAL SECONDO CIRCUITO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHE POGGIA SUL PRIMO CIRCUITO:

$$\phi_{2,1} = M_{2,1}\,i_2$$

SI DIMOSTRA CHE $M_{1,2} = \frac{\phi_{1,2}}{i_1} = \frac{\phi_{2,1}}{i_2} = M_{2,1}$, E QUINDI $\boxed{\phi_{1,2} = M i_1 \text{ e } \phi_{2,1} = M i_2}$

DOVE M [HENRY $H = \frac{V\cdot s}{A}$] È CHIAMATO INDUTTANZA MUTUA. FISSATO IL VERSO DELL'AUTOFLUSSO $L_1 i_1$ IN UN CIRCUITO, LEGATO A QUELLO DELLA CORRENTE SECONDO LA REGOLA DELLA VITE, IL FLUSSO $M i_2$ PUÒ ESSERE CONCORDE O DISCORDE ALL'AUTOFLUSSO: SE È CONCORDE M È POSITIVO, ALTRIMENTI È NEGATIVO.
I CIRCUITI PER CUI $M \neq 0$ SI DICONO ACCOPPIATI.

LE fem INDOTTE NEI DUE CIRCUITI PER LA VARIAZIONE DI CORRENTE NELL'ALTRO SONO, PER FARADAY:

$$\boxed{\mathcal{E}'_1 = -\frac{d\phi_{2,1}}{dt} = -M\frac{di_2}{dt}} \qquad \boxed{\mathcal{E}'_2 = -\frac{d\phi_{1,2}}{dt} = -M\frac{di_1}{dt}}$$

CHE DEVONO SOVRAPPORSI A QUELLE DI AUTOINDUZIONE DI CIASCUN CIRCUITO

$$\mathcal{E}''_1 = -L_1\frac{di_1}{dt} \quad \text{E} \quad \mathcal{E}''_2 = -L_2\frac{di_2}{dt}$$

E QUINDI PER LA LEGGE DI OHM (SE IL PRIMO CIRCUITO HA UN GENERATORE E L'ALTRO NO)

$$\varepsilon(t) - L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} = R_1 i_1$$
$$-L\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt} = R_2 i_2$$

Energia magnetica di circuiti accoppiati

STATO INIZIALE: $i_1=0$, $i_2=0$ $\Rightarrow$ POI PORTO i_1 AL VALORE DI REGIME MENTRE $i_2=0$ E SI SPENDE IL LAVORO $U_1 = \frac{1}{2}L_1 i_1^2$. POI PORTO i_2 A REGIME MENTRE i_1 RIMANE INVARIATA: IL GENERATORE DEL SECONDO CIRCUITO SPENDE IL LAVORO $U_2 = \frac{1}{2}L_2 i_2^2$ MENTRE IL PRIMO DEVE LAVORARE CONTRO $\mathcal{E}'_1$ E IL

LAVORO É: $U_{2,1} = -\int \mathcal{E}'_1 i_1\, dt = \int M_{2,1}\frac{di_2}{dt} i_1 = M_{2,1} i_1 i_2$

E IL LAVORO TOTALE É $\frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M_{2,1} i_1 i_2$

SE AVESSIMO PORTATO PRIMA i_2 A REGIME, TENENDO $i_1=0$, AVREMMO AVUTO IL LAVORO

$$\frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M_{1,2} i_1 i_2$$

DATO CHE LO STATO INIZIALE E FINALE NEI DUE CASI È LO STESSO, DEVE ESSERLO ANCHE IL LAVORO, OVVERO $M_{1,2} = M_{2,1} = M$.

QUINDI SI DEFINISCE ENERGIA MAGNETICA PER CIRCUITI ACCOPPIATI

$$\boxed{U_m = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2}$$

SE SPOSTIAMO I DUE CIRCUITI E MANTENIAMO i_1 E i_2 COSTANTI, SI HA UNA VARIAZIONE dM DELL'INDUTTANZA MUTUA E LA VARIAZIONE DI ENERGIA MAGNETICA SARÀ $\boxed{dU_m = i_1 i_2 M}$

LE fem INDOTTE SARANNO $\mathcal{E}'_1 = -i_2\frac{dM}{dt}$, $\mathcal{E}'_2 = -i_1\frac{dM}{dt}$, MENTRE IL LAVORO DEI GENERATORI É

$$dW_1 = -\mathcal{E}'_i\, i_1\, dt = i_1 i_2\, dM, \quad dW_2 = i_1 i_2\, dM \Rightarrow \boxed{dW_{GEN} = 2\, dU_m}$$

IL LAVORO MECCANICO PER LO SPOSTAMENTO DEI CIRCUITI É $\boxed{dW_{mecc} = dU_m}$

SE $dM>0$, I GENERATORI EROGANO LAVORO CHE VA IN AUMENTO DI ENERGIA MAGNETICA E LAVORO MECCANICO COMPIUTO DALLE FORZE DEL CAMPO.
SE $dM<0$, I GENERATORI ASSORBONO ENERGIA PROVENIENTE DALLA RIDUZIONE DI ENERGIA MAGNETICA E DAL LAVORO MECCANICO COMPIUTO DALL'ESTERNO CONTRO LE FORZE DEL CAMPO.

PER UNO SPOSTAMENTO FINITO, $W_{GEN} = 2 i_1 i_2 \Delta M$, $W_{mecc} = i_1 i_2 \Delta M$.

Legge di Ampere-Maxwell

FORMA DIFFERENZIALE

La legge di Ampere-Maxwell afferma che $\oint_\Gamma \vec{B}\, d\vec{s} = \mu_0 i = \mu_0 \int_A \vec{J} \cdot \hat{n}\, dA$ $\quad (\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J})$

quest'ultima soddisfa il principio di conservazione della carica solo in condizioni stazionarie.

Infatti, calcolando la divergenza ad entrambi i membri si ha:

LA DIV. DI UN ROTORE È 0

$$\mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$$

Infatti $\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0}$ è la forma locale del **principio di conservazione della carica** elettrica nei processi non dipendenti dal tempo.

Nel caso in cui la densità di carica vari nel tempo, si ha **l'equazione di continuità della corrente elettrica**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$

Quindi il vettore $\vec{J}$ non è solenoidale, il che va in contrasto con la legge di Ampere. Maxwell risolse la questione: utilizzò la forma locale della legge di Gauss per il campo elettrico, ovvero:

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}} \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \varepsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \underbrace{\left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)}_{\vec{J}_{TOT}} = 0$$

$\vec{J}_{TOT}$ così ha divergenza nulla

Quindi **l'equazione di Ampère-Maxwell** si riscrive

$$\boxed{\begin{aligned} &\oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \oint_A \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) \cdot \hat{n}\, dA = \mu_0 (i + i_s) \\ &\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = \mu_0 (\vec{J} + \vec{J}_s) \end{aligned}}$$

NON C'È NESSUN MOTO DI CARICA

dove $\boxed{\vec{J}_s = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$ è definita **densità di corrente di spostamento nel vuoto**

mentre $\boxed{i_s = \int_A \vec{J}_s \cdot \hat{n}\, dA = \varepsilon_0 \int_A \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \hat{n}\, dA = \varepsilon_0 \frac{\partial \phi(\vec{E})}{dt}}$ è la **corrente di spostamento nel vuoto**

Se non ci sono correnti di conduzione $(i = 0)$ ma ci sono variazioni di campo elettrico nel tempo, esiste un campo $\vec{B}$ determinato dalla legge precedente

$$\boxed{\oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{s} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\phi(\vec{E})}{dt} = \frac{1}{c^2} \frac{d\phi(\vec{E})}{dt}}$$

simile alla legge di Faraday $\oint_\Gamma \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$

Se lo spazio è riempito di dielettrici, conviene usare il **vettore induzione elettrica $\vec{D}$** per cui vale $\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho}$.

QUINDI SI HA CHE $\vec{J}_{TOT} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ E LA LEGGE DI AMPERE MAXWELL É

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \hat{n}\, dA = \mu_0 \left(\vec{J} + \vec{J}_s \right)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = \mu_0 \left(\vec{J} + \vec{J}_s \right)$$

DOVE $\boxed{\vec{J}_s = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$ É LA DENSITA' DI CORRENTE DI SPOSTAMENTO NEL MEZZO

E $\boxed{i_s = \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \hat{n}\, dA = \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{D})}$ É LA CORRENTE DI SPOSTAMENTO NEL MEZZO

SE INFINE SI AGGIUNGE LA CORRENTE AMPERIANA $\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M}$ E SI USA IL VETTORE $\vec{H} = \frac{B}{\mu_0} - \vec{M}$, SI HA CHE LA LEGGE SI SCRIVE, IN FORMA DIFFERENZIALE

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$