Conduzione elettrica

QUANDO SI COLLEGANO DUE CONDUTTORI C_1 A POTENZIALE V_1 E C_2 A POTENZIALE V_2, QUESTI SI PORTANO ALLO STESSO POTENZIALE V E IL MOTO DEGLI ELETTRONI NEI CONDUTTORI DIVENTA ORDINATO: SI PORTANO, CIOÈ, DAL CONDUTTORE A POTENZIALE MINORE A QUELLO A POTENZIALE MAGGIORE.
IL FENOMENO È CAUSATO DALL'AZIONE DEL CAMPO ELETTROSTATICO $\vec{E}$ DOVUTO ALLA D.D.P. $V_2 - V_1$, CHE VIENE CHIAMATO CONDUZIONE ELETTRICA E IL FLUSSO DI ELETTRONI È DEFINITO CORRENTE ELETTRICA.
PER AVERE UNA CORRENTE MISURABILE, È NECESSARIO L'UTILIZZO DI UN GENERATORE DI FORZA ELETTROMOTRICE, OVVERO UN DISPOSITIVO CAPACE DI MANTENERE UNA D.D.P. COSTANTE E QUINDI, COLLEGATO A UNO O DUE CONDUTTORI, DI MANTENERE IL FLUSSO DI ELETTRONI PER PIÙ TEMPO, GENERANDO UNA CORRENTE CONTINUA.
IL DISPOSITIVO, O PILA, È FORMATO DA UN DISCO DI ZINCO CARICO NEGATIVAMENTE E UNO DI RAME CARICO POSITIVAMENTE, E UN TAMPONE IMBEVUTO DI ACIDO SOLFORICO.
LA D.D.P. TRA I DUE DISCHI HA UN VALORE COSTANTE, PROPRIO DI OGNI COPPIA DI MATERIALI, DEFINITO FORZA ELETTROMOTRICE. IL LAVORO NECESSARIO PER MANTENERE IL MOTO DI CARICHE VIENE OTTENUTO TRASFORMANDO L'ENERGIA CHIMICA DELLA PILA IN ENERGIA ELETTRICA.

Corrente elettrica

CONSIDERIAMO UNA REGIONE DI UN CONDUTTORE IN CUI SONO PRESENTI n^+ PORTATORI DI CARICA $+e$, SOTTOPOSTI AL CAMPO $\vec{E}$ DOVUTO AL GENERATORE DI fem, CHE QUINDI SI MUOVONO SOTTO L'AZIONE DELLA FORZA $\vec{F} = e\vec{E}$ CON UNA VELOCITÀ DI DERIVA $\vec{v}_d$ GENERANDO UNA CORRENTE.
DEFINIAMO INTENSITÀ DI CORRENTE MEDIA LA CARICA Δq CHE PASSA ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE NEL TEMPO Δt

$i_m = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ E INTENSITÀ DI CORRENTE ISTANTANEA $\boxed{i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}}$ $\left[\frac{C}{s} = A\right]$ AMPERE

CONSIDERIAMO UNA SUPERFICIE dA LA CUI NORMALE FORMA UN ANGOLO θ CON $\vec{E}$ E QUINDI CON $\vec{v}_d$ PARALLELA E CONCORDE AD $\vec{E}$ SE CARICHE SONO NEGATIVE.

ALLORA SI HA $dV = v_d \, \Delta t \, dA \cos\theta$ E $dq = n_+ e \, dV = n_+ e \, v_d \, \Delta t \, dA \cos\theta$

DEFINENDO $\boxed{\vec{J} = n_+ e \vec{v}_d}$ $\left[\frac{A}{m^2}\right]$ IL VETTORE DENSITÀ DI CORRENTE

SI HA $di = n_+ e \, v_d \, dA \cos\theta = J \, dA \cos\theta = \vec{J} \cdot \hat{n}$ E L'INTENSITÀ DI CORRENTE ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE FINITA È:

$$\boxed{i = \int_A \vec{J} \cdot \hat{n} \, dA = \phi(\vec{J})}$$

SE $\vec{J}$ È COSTANTE E PERPENDICOLARE AD A, SI HA $i = JA \Rightarrow J = \frac{i}{A}$

SE I PORTATORI DI CARICA SONO NEGATIVI, ESSI SI MUOVERANNO IN VERSO CONTRARIO AD $\vec{E}$ E SE $\vec{v}_-$ È LA LORO VELOCITÀ DI DERIVA, LA DENSITÀ DI CORRENTE È $\vec{J} = -n_- \cdot e_- \cdot \vec{v}_-$ CHE È PARALLELA E CONCORDE AD $\vec{E}$.
SE SI HANNO SIA PORTATORI DI CARICA NEGATIVA CHE POSITIVA, ALLORA SI HA $\vec{J} = n_+ \cdot q_+ \cdot \vec{v}_+ + n_- \cdot e_- \cdot \vec{v}_-$, DOVE I DUE TERMINI SONO CONCORDI.

CONVENZIONALMENTE SI ASSUME POSITIVO IL VERSO DELLA CORRENTE DELLE CARICHE POSITIVE, CIOÈ DAI PUNTI A POTENZIALE MAGGIORE A QUELLI A POTENZIALE MINORE.

Corrente stazionaria

CONSIDERIAMO UN VOLUME V DELIMITATO DA UNA SUPERFICIE CHIUSA Σ CHE HA VERSORE NORMALE DIRETTO VERSO L'ESTERNO E IN CUI PASSA UNA CORRENTE ELETTRICA.

SI HA CHE L'INTENSITÀ DI CORRENTE É: $i = \oint_A \vec{J} \cdot \hat{n} \, dA$

DOVE I CONTRIBUTI POSITIVI ALL'INTEGRALE SONO QUELLI PER CUI $\vec{J} \cdot \hat{n} > 0$, OVVERO ANCHE $\vec{J}$ PUNTA VERSO L'ESTERNO, DATI DA UNA CARICA POSITIVA CHE ESCE O UNA NEGATIVA CHE ENTRA.
QUELLI NEGATIVI SONO QUELLI PER CUI $\vec{J} \cdot \hat{n} < 0$, DATI DA UNA CARICA POSITIVA CHE ENTRA E UNA NEGATIVA CHE ESCE DA A.

IL PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA CARICA AFFERMA CHE $\boxed{i = \oint_A \vec{J} \cdot \hat{n} \, dA = -\frac{dq_{INT}}{dt}}$, DOVE $\frac{dq_{INT}}{dt}$ É LA VARIAZIONE NEL TEMPO DELLA CARICA q_{INT} AD A, E IL SEGNO MENO STA A SIGNIFICARE CHE SE L'INTEGRALE É COMPLESSIVAMENTE POSITIVO, LA CARICA INTERNA DIMINUISCE E QUINDI LA SUA DERIVATA É NEGATIVA (E VICEVERSA).

SE LA CARICA INTERNA NON VARIA, CIOÈ $\frac{dq_{INT}}{dt} = 0$, SI HA LA CONDIZIONE DI STAZIONARIETÀ $\boxed{\oint_A \vec{J} \cdot \hat{n} \, dA = 0}$

SCRIVENDO $dq_{INT} = \rho \, dV$ E USANDO IL T. DELLA DIVERGENZA, SI HA:

$$\oint_A \vec{J} \cdot \hat{n} \, dA = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \, dV = -\int_V \frac{d\rho}{dt} \, dV$$

CHE, DOVENDO VALERE $\forall V$, MI DÀ $\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{d\rho}{dt} = 0}$ DEFINITA EQUAZIONE DI CONTINUITÀ DELLA CORRENTE ELETTRICA

IN REGIME STAZIONARIO, QUINDI, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0}$, OVVERO $\vec{J}$ É SOLENOIDALE

SE PRENDIAMO UN CONDUTTORE SOLIDO E COME SUPERFICIE A CHIUSA QUELLA COMPOSTA DA DUE SEZIONI DI QUESTO, A_1 CON NORMALE $\hat{u}_1 = -\hat{n}$ E A_2 CON $\hat{u}_2 = \hat{n}$, E LA SUPERFICIE LATERALE IN CUI NON PASSA CORRENTE, SI HA, IN REGIME STAZIONARIO:

$$\oint_A \vec{J} \cdot \hat{n} \, dA = \oint_{A_1} \vec{J} \cdot \hat{n} \, dA_1 + \oint_{A_2} \vec{J} \cdot \hat{n} \, dA_2 = -\oint_{A_1} \vec{J} \cdot \hat{u}_1 \, dA_1 + \oint_{A_2} \vec{J} \cdot \hat{u}_2 \, A_2 = 0$$

$$\oint_{A_1} \vec{J} \cdot \hat{u}_1 \, dA_1 = \oint_{A_2} \vec{J} \cdot \hat{u}_2 \, dA_2 \Rightarrow \boxed{i_1 = i_2}$$

OVVERO IN REGIME STAZIONARIO L'INTENSITÀ DI CORRENTE È LA STESSA ATTRAVERSO OGNI SEZIONE DEL CONDUTTORE.

Legge di Ohm

GLI ELETTRONI, DURANTE IL LORO MOTO, SUBISCONO CONTINUAMENTE URTI CON GLI IONI DEL RETICOLO CRISTALLINO: TRA UN URTO E IL SUCCESSIVO IL MOTO É LIBERO E LA TRAIETTORIA È RETTILINEA, DI LUNGHEZZA E DIREZIONE VARIABILE. POSSIAMO PERÒ DEFINIRE UN CAMMINO MEDIO l E UN TEMPO MEDIO τ, TALI CHE $\boxed{\tau = l/v}$, DOVE v È LA VELOCITÀ MEDIA DEGLI ELETTRONI.

SE APPLICHIAMO UN CAMPO ELETTROSTATICO ESTERNO $\vec{E}$, GLI ELETTRONI ASSUMONO UN'ACCELERAZIONE $\boxed{\vec{a} = -e\frac{\vec{E}}{m}}$ OPPOSTA AL CAMPO $\vec{E}$ E IL MOTO DIVENTA UNA PARABOLA.

SE DEFINIAMO v_i LA VELOCITÀ DI UN ELETTRONE SUBITO DOPO UN URTO E v_{i+1} QUELLA SUBITO PRIMA DEL SUCCESSIVO E v_d LA VELOCITÀ DI DERIVA CHE ASSUMONO PER LA PRESENZA DI $\vec{E}$, SI HA, FACENDO LA MEDIA SU UN GRAN NUMERO DI URTI:

$$\vec{v}_{i+1} = \vec{v}_i - \frac{e\vec{E}}{m}\tau \; ; \; \vec{v}_d = \frac{1}{N}\sum_i \vec{v}_i - \frac{e\vec{E}}{m}\tau$$

IL TERMINE $\frac{e\vec{E}}{m}$ È UGUALE PER OGNI ELETTRONE, QUINDI NON È VARIATO DALLA MEDIA, E INOLTRE $\sum_i \vec{v}_i = 0$ PERCHÉ DOPO OGNI URTO LA DISTRIBUZIONE DELLE VELOCITÀ È CASUALE, QUINDI:

$\boxed{\vec{v}_d = -\frac{e\vec{E}}{m}\tau = -\mu\vec{E}}$, DOVE $\boxed{\mu = \frac{e\vec{E}}{m}}$ È DEFINITA MOBILITÀ

LA DENSITÀ DI CORRENTE È $\vec{J} = -ne\vec{v}_d = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$, E DEFINENDO $\boxed{\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}}$ LA CONDUTTIVITÀ DEL MEZZO, PROPRIA DI OGNI MATERIALE, SI HA LA LEGGE DI OHM $\boxed{\vec{J} = \sigma\vec{E}}$

DEFINENDO INOLTRE $\boxed{\rho = \frac{1}{\sigma}}$ LA RESISTIVITÀ DEL MEZZO, LA LEGGE PUÒ ANCHE ESSERE SCRITTA $\boxed{\vec{E} = \rho\vec{J}}$

ESTENDENDO AL CASO DI PORTATORI DI ENTRAMBE LE CARICHE SI HA:

$$\vec{v}_+ = \frac{q_+\tau_+}{m_+}\vec{E} = \mu_+\vec{E} \quad ; \quad \vec{v}_- = \frac{q_-\tau_-}{m_-}\vec{E} = \mu_-\vec{E} \quad ; \quad \vec{J} = n_+ q_+ v_+ + n_- q_- v_-$$

$$\boxed{\sigma = \frac{n_+ q_+^2 \tau_+}{m_+} + \frac{n_- q_-^2 \tau_-}{m_-}}$$

LA POTENZA SPESA DALLA FORZA $\vec{F} = e\vec{E}$ PER MANTENERE e IN MOTO A VELOCITÀ $\vec{v}_d$ È:
$P = \vec{F}\vec{v}_d = e\vec{E}\cdot\vec{v}_d$.
SE CI SONO n PORTATORI DI CARICA PER UNITÀ DI VOLUME, LA POTENZA SPESA PER UNITÀ DI VOLUME È

$$P_V = ne\vec{E}\vec{v}_d = ne\vec{v}_d\vec{E} = \vec{J}\vec{E} = \sigma E^2 = \rho J^2 \Rightarrow \boxed{P_V = \sigma E^2 = \rho J^2}$$

LA LEGGE DI OHM PER UN CONDUTTORE METALLICO HA UN'ALTRA FORMA.
PRENDIAMO UN CONDUTTORE METALLICO CILINDRICO DI ALTEZZA h E SEZIONE A, AI CUI ESTREMI È APPLICATA UNA D.D.P. $V = V_A - V_B$ CON UN GENERATORE DI f.e.m., GRAZIE A CUI IL CONDUTTORE È SEDE DI UN CAMPO ELETTRICO $\vec{E}$ E ATTRAVERSATO DA UNA CORRENTE DI DENSITÀ $\vec{J} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \sigma\vec{E}$.
IN REGIME STAZIONARIO, LA CORRENTE HA LA STESSA INTENSITÀ IN OGNI SEZIONE E VALE:

$$i = JA = \frac{EA}{\rho} \Rightarrow E = \frac{\rho}{A}i$$

IL CAMPO ELETTRICO $\vec{E}$ E LA D.D.P. V SONO LEGATI DA $V = \int_A^B \vec{E}\,d\vec{s} = Eh$, E QUINDI $V = \frac{\rho}{A}hi$.

DEFINENDO $\boxed{R = \frac{\rho h}{A}}$ $\left[\frac{V}{A} = \underset{\text{OHM}}{\Omega}\right]$ LA RESISTENZA DEL CONDUTTORE, SI HA CHE LA LEGGE DI OHM PER I CONDUTTORI METALLICI SI SCRIVE $\boxed{V = Ri}$. SE LA SEZIONE DEL CONDUTTORE È VARIABILE, R SI DEFINISCE: $R = \int_A^B \frac{\rho\,dA}{A}$.

DEFINIAMO INOLTRE $\boxed{G = \frac{1}{R} = \frac{A}{\rho h} = \frac{\sigma E}{h}}$ $\left[\underset{\text{SIEMENS}}{S} = \Omega^{-1}\right]$ LA CONDUTTANZA.

LA RESISTIVITÀ SI MISURA IN $[\Omega\cdot m]$ E LA CONDUTTIVITÀ IN $\left[\Omega^{-1}m^{-1} = \frac{S}{m}\right]$
LA RESISTIVITÀ, E QUINDI ANCHE LA RESISTENZA, SONO FUNZIONI LINEARI DELLA TEMPERATURA TRAMITE IL COEFFICIENTE TERMICO α, E VALGONO: $\rho = \rho_{20}(1+\alpha\Delta T)$ E $\boxed{R_T = (1+\alpha T)}$

LA POTENZA SPESA PER FAR CIRCOLARE LA CORRENTE i IN UN TRATTO DI CONDUTTORE LUNGO dh DI SEZIONE Σ È

$$P = P_\varepsilon A\,dh = \rho J^2\,dh\,A = \rho\frac{i^2}{A^2}A\,dh = \frac{\rho\,dh}{A}i^2 = Ri^2 \Rightarrow \boxed{P = Ri^2}$$

IL LAVORO NECESSARIO È QUINDI $W = \int_0^t P\,dt = \int_0^t Ri^2\,dt$ E SE LA CORRENTE È COSTANTE NEL TEMPO, SI HA:
$\boxed{W = Ri^2 t}$

QUESTO LAVORO È NECESSARIO PER VINCERE LA RESISTENZA OPPOSTA DAL RETICOLO CRISTALLINO AL MOTO ORDINATO DELLE CARICHE E VIENE ASSORBITO DAL CONDUTTORE PORTANDO UN AUMENTO DI ENERGIA INTERNA E QUINDI DI TEMPERATURA.

IL FENOMENO DI RISCALDAMENTO DEL CONDUTTORE PER PASSAGGIO DI CORRENTE È CHIAMATO EFFETTO JOULE.

SE IL CONDUTTORE È TERMICAMENTE ISOLATO, IL METALLO SI FONDE.

SE INVECE È IN CONTATTO TERMICO CON L'AMBIENTE, LA SUA TEMPERATURA AUMENTA FINO A UNO STATO DI EQUILIBRIO IN CUI IL LAVORO ELETTRICO VIENE CEDUTO ALL'AMBIENTE SOTTO FORMA DI CALORE.

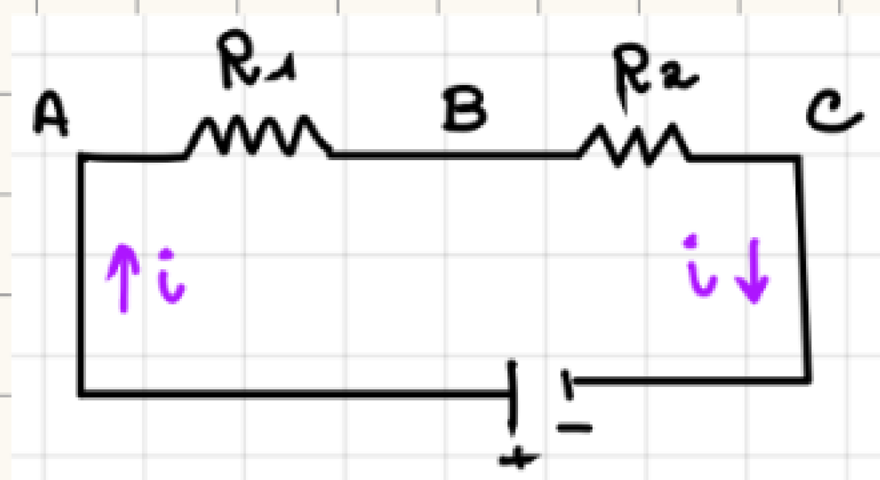
Resistori

SONO CONDUTTORI OHMICI CARATTERIZZATI DA UN PARTICOLARE VALORE DI RESISTENZA E UN VALORE MASSIMO DELLA POTENZA CHE PUÒ ESSERE IN ESSI DISSIPATA SENZA CAUSARE ALTERAZIONI IRREVERSIBILI.

PIÙ RESISTORI POSSONO ESSERE COLLEGATI TRA LORO GENERANDO DUE TIPI DI COLLEGAMENTI

1) IN SERIE

SONO COLLEGATI A UN SOLO ESTREMO E LA CORRENTE CHE SCORRE NEI DUE RESISTORI È LA STESSA. DUNQUE SI HA:



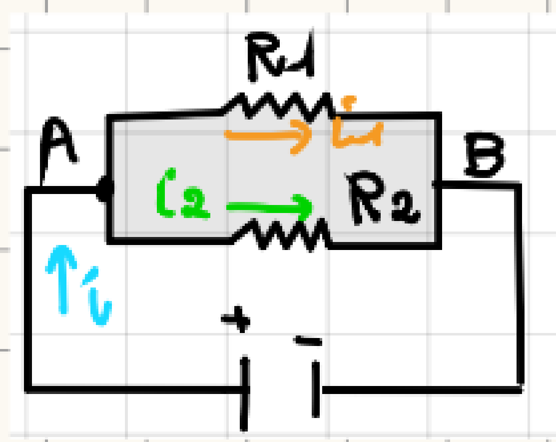
$$V_A - V_B = R_1 i \;;\; V_B - V_C = R_2 i \Rightarrow V_A - V_C = (R_1+R_2)\,i = R_{eq}\, i \Rightarrow \boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$$

LA POTENZA TOTALE SPESA È $P = (V_A - V_C)\,i = (R_1+R_2)\,i^2 \Rightarrow \boxed{P = R_{eq}\, i^2 = P_1 + P_2}$

2) IN PARALLELO

SONO COLLEGATI A ENTRAMBI GLI ESTREMI E L'ELEMENTO IN COMUNE È LA D.D.P. $V = V_A - V_B$.

SONO ATTRAVERSATI DA DUE CORRENTI DIVERSE i_1 E i_2 CHE SONO LE DIRAMAZIONI DI i NEL PUNTO A. PER IL PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA CARICA, SI HA CHE $i = i_1 + i_2$, PER CUI



$$i = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{V}{R_{eq}} \Rightarrow \boxed{R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \Rightarrow V = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\, i$$

LE CORRENTI i_1 E i_2 VALGONO $i_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{R_2}{R_1+R_2}\, i$, $i_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{R_1}{R_1+R_2}\, i$

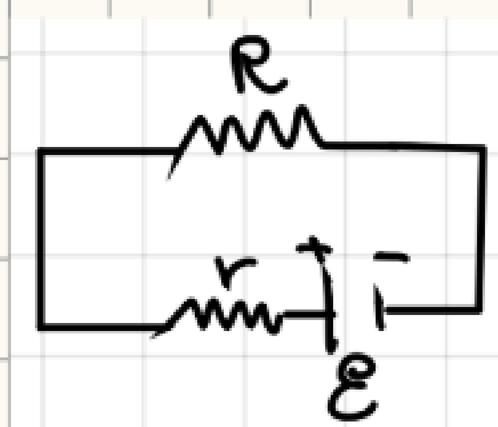
LA POTENZA SPESA È: $P = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 = R_1 \frac{V^2}{R_1^2} + R_2 \frac{V^2}{R_2^2} = V^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{V^2}{R_{eq}}$

$$\Rightarrow \boxed{P = \frac{V^2}{R_{eq}} = R_{eq}\, i^2}$$

Circuito elettrico

UN CIRCUITO ELETTRICO È COSTRUITO COLLEGANDO AGLI ESTREMI A E B DEL RESISTORE UN GENERATORE DI FORZA ELETTROMOTRICE CHE MANTIENE LA D.D.P. $V_A - V_B$ COSTANTE E CHE SI OPPONE ALLA PERDITA DI ENERGIA CHE IL PASSAGGIO DI CORRENTE PROVOCA PER L'EFFETTO JOULE.

IL LAVORO NECESSARIO PER FAR CIRCOLARE LA CORRENTE i ATTRAVERSO LA RESISTENZA ESTERNA R E QUELLA INTERNA DEL GENERATORE CHE QUINDI COMPIE UN LAVORO PARI A



$\boxed{W_{gen} = \varepsilon q = \varepsilon i t = (R + r)\, i^2 t}$ DOVE ε È DEFINITA FORZA ELETTROMOTRICE.

QUINDI ALL'INTERNO DEL GENERATORE È PRESENTE UN CAMPO ELETTROMOTORE DI ORIGINE NON ELETTROSTATICA, IL CUI INTEGRALE DI LINEA, ε, È NON NULLO E QUINDI È NON CONSERVATIVO.

LA SORGENTE DEL CAMPO E_{em} È L'ENERGIA INTERNA CHE IL GENERATORE TRASFORMA PER FORNIRE LAVORO.

LA POTENZA ELETTRICA FORNITA DAL GENERATORE È QUINDI $\boxed{P_{gen} = (R+r)\,i^2 = \mathcal{E}\, i}$

DA QUESTA SI PUÒ SCRIVERE LA LEGGE DI OHM PER UN CIRCUITO ELETTRICO.

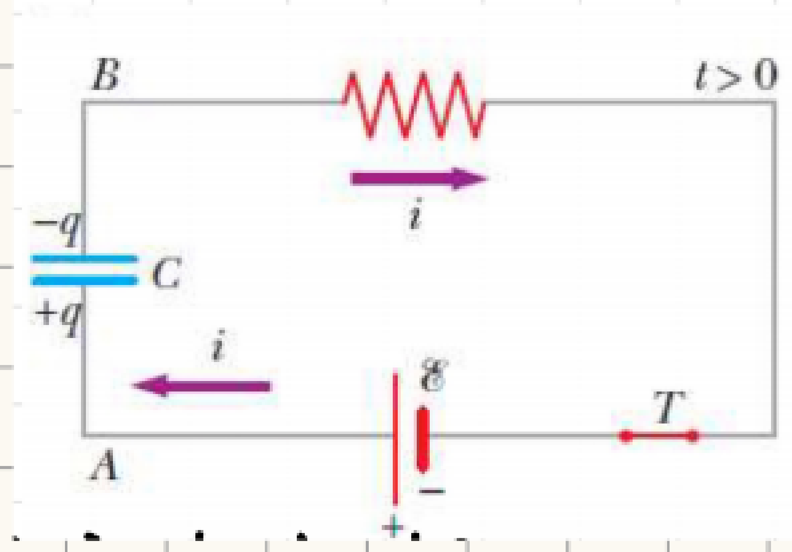
$$\boxed{\mathcal{E} = (R+r)\,i \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{(R+r)}}$$

$\mathcal{E}$ È CHIAMATA ANCHE TENSIONE ED È LA D.D.P. TRA I POLI DEL GENERATORE MISURATA QUANDO NON CIRCOLA CORRENTE.

Circuito RC

È UN CIRCUITO COMPOSTO DA UN GENERATORE DI RESISTENZA r TRASCURABILE E fem $\mathcal{E}$, UNA RESISTENZA R E UN CONDENSATORE C, PERCORSO DA UNA CORRENTE DI INTENSITÀ VARIABILE NEL TEMPO E USATO PER CARICARE / SCARICARE UN CONDENSATORE.

- CARICA DI UN CONDENSATORE



INIZIALMENTE SI HA L'INTERRUTTORE T APERTO, CHE NON FA CIRCOLARE CORRENTE. QUANDO A $t=0$ VIENE CHIUSO, IL GENERATORE COMINCIA A PRENDERE CARICHE NEGATIVE DALL'ARMATURA DI C COLLEGATA AL POLO POSITIVO PER PORTARLE NELL'ALTRA, COSICCHÈ, IN TOTALE UNA AVRÀ UNA CARICA $+q$ E L'ALTRA $-q$. IL PROCESSO CONTINUA FINCHÈ LA CARICA NON RAGGIUNGE IL VALORE MASSIMO $q_0 = C\mathcal{E}$, DOVE $\mathcal{E}$ È LA fem DEL GENERATORE MA ANCHE LA D.D.P. TRA LE ARMATURE DEL CONDENSATORE.

ALL'ISTANTE PIÙ GENERICO VALGONO LE RELAZIONI:

DDP AI CAPI DEL CONDENSATORE

$$\mathcal{E} = V_R + V_C = R\,i(t) + \frac{q(t)}{C} \qquad\qquad i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

DDP AI CAPI DEL RESISTORE

$$R\,\frac{dq(t)}{dt} = \mathcal{E} - \frac{q(t)}{C} = \frac{C\mathcal{E} - q(t)}{C} \Rightarrow \frac{dq(t)}{q(t) - C\mathcal{E}} = -\frac{dt}{RC}$$

INTEGRANDO SI HA $\int_0^q \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\int_0^t \frac{dt}{RC} \Rightarrow \ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC}$

OVVERO:

$$\boxed{\begin{aligned} q(t) &= C\mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) & i(t) &= \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}} \\ V_C(t) &= \frac{q}{C} = \mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) & V_R(t) &= R\,i(t) = \mathcal{E}\, e^{-\frac{t}{RC}} \end{aligned}}$$

LA POTENZA EROGATA DAL GENERATORE È $\quad P_{gen} = \mathcal{E}\, i = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}}$

QUELLA DISSIPATA NELLA RESISTENZA È $\quad P_R = R\, i^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\, e^{-\frac{2t}{RC}}$

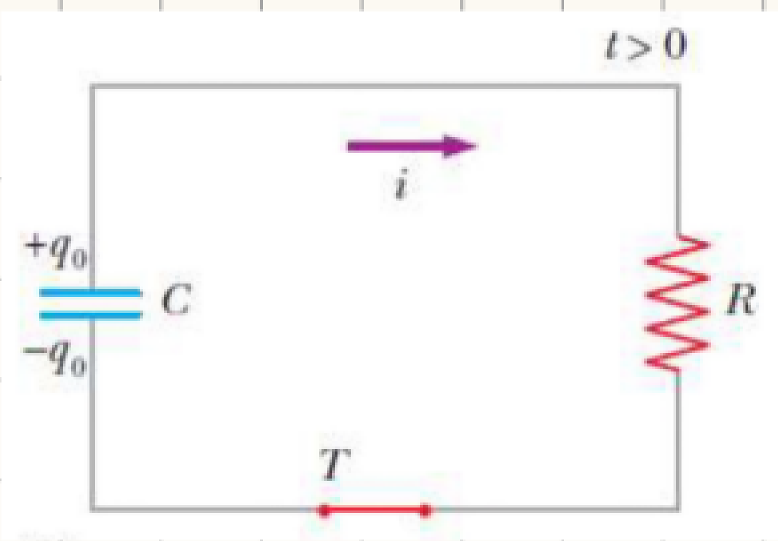
LA POTENZA PER CARICARE IL CONDENSATORE È $\quad P_C = V_C \frac{dq}{dt} = V_C\, i = P_{gen} - P_R$

IL LAVORO FORNITO DAL GENERATORE È $\quad W_{gen} = \int_0^\infty P_{gen}\, dt = \int_0^\infty \frac{\mathcal{E}^2}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}} = C\mathcal{E}^2$

QUELLO CONSUMATO DALLA RESISTENZA È $\quad W_R = \int_0^\infty P_R\, dt = \frac{1}{2} C\mathcal{E}^2$

L'ENERGIA ELETTROSTATICA FINALE DEL CONDENSATORE È $\quad \Delta U_e = \int_0^\infty P_C\, dt = \frac{1}{2} C\mathcal{E}^2$

• SCARICA DI UN CONDENSATORE



CONSIDERIAMO UN CIRCUITO COMPOSTO DA UN CONDENSATORE INIZIALMENTE CARICO CON CARICA q_0, UNA RESISTENZA R E UN INTERRUTTORE T.
QUANDO T È APERTO, IL CONDENSATORE HA UN POTENZIALE $V_0 = \frac{q_0}{C}$ E UN'ENERGIA ELETTROSTATICA $U_e = \frac{q_0^2}{2C}$.
AL TEMPO $t=0$ SI CHIUDE L'INTERRUTTORE E GLI ELETTRONI SI MUOVERANNO DALL'ARMATURA A POTENZIALE MINORE A QUELLA A POTENZIALE MAGGIORE.
ALL'ISTANTE t GENERICO VALE:

$$V_C + V_R = 0 \Rightarrow \frac{q(t)}{C} + R\,i(t) = 0 \qquad i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q(t)}{RC}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC} \Rightarrow \int_{q_0}^{q} \frac{dq}{q} = -\int_0^t \frac{dt}{RC} \Rightarrow \ln\frac{q}{q_0} = -\frac{t}{RC}$$

OVVERO:

$$\boxed{\begin{aligned} q(t) &= q_0\, e^{-\frac{t}{RC}} \\ V_C(t) &= \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-\frac{t}{RC}} = V_0\, e^{-\frac{t}{RC}} \\ i(t) &= -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{V_C(t)}{R} \end{aligned}}$$

→ NEL PROCESSO DI SCARICA LA CARICA DIMINUISCE, QUINDI LA DERIVATA È NEGATIVA

LA POTENZA DISSIPATA SU R È
$$P_R = R i^2 = \frac{V_0^2}{R} e^{-\frac{2t}{RC}}$$

L'ENERGIA DISSIPATA TOTALE È
$$W_R = \int_0^\infty P_R\, dt = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{1}{2} C V_0^2$$
PARI CIOÈ ALL'ENERGIA INIZIALE DI C.

Leggi di Kirchoff

UNA RETE ELETTRICA È COMPOSTA DA NODI, CHE SONO I PUNTI IN CUI CONVERGONO ALMENO 3 CONDUTTORI, I QUALI SONO COLLEGATI TRA LORO DA RAMI, IN CUI POSSONO ESSERCI COMPONENTI ATTIVI (GENERATORI) E PASSIVI (RESISTORI). I CAMMINI CHE PARTONO DA UN NODO E VI RITORNANO SONO DETTI MAGLIE.

LE LEGGI DI KIRCHOFF PERMETTONO UN'ANALISI DI QUESTI RETI:

1) LEGGE DEI NODI: LA SOMMA DELLE CORRENTI CHE CONFLUISCONO IN UN NODO, CONSIDERANDO QUELLE CHE ENTRANO CON UN SEGNO E QUELLE CHE ESCONO CON QUELLO OPPOSTO, DEVE ESSERE NULLA: $\boxed{\sum_k i_k = 0}$.
È UNA GENERALIZZAZIONE DELLA CONSERVAZIONE DELLA CARICA IN CONDIZIONE DI STAZIONARIETÀ PER CUI LA CORRENTE È LA STESSA IN TUTTE LE SEZIONI DEL CONDUTTORE.

2) LEGGE DELLE MAGLIE: FISSANDO ARBITRARIAMENTE IL VERSO DI PERCORRENZA DI UNA MAGLIA E NOTO IL VERSO DELLA CORRENTE IN OGNI RAMO DELLA STESSA, VALE $\boxed{\sum_k R_k i_k = \sum_k \mathcal{E}_k}$, DOVE $R_k i_k$ SONO LE DDP AI CAPI DEI RESISTORI R_k NEI RAMI DELLA MAGLIA E $\mathcal{E}_k$ LE fem DEI GENERATORI PRESENTI NELLA MAGLIA.

REGOLE DEI SEGNI

- SE NEL RAMO K-ESIMO LA CORRENTE i_k È CONCORDE AL VERSO DI PERCORRENZA SCELTO NELLA MAGLIA, ALLORA IL FATTORE $R_k i_k$ È POSITIVO; ALTRIMENTI È NEGATIVO.

- SE NEL GENERATORE LA CORRENTE VA DAL POLO NEGATIVO AL POLO POSITIVO, ALLORA LA fem $\mathcal{E}_k$ VIENE PRESA POSITIVA; ALTRIMENTI È NEGATIVA.