



**POLITECNICO
DI TORINO**

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica
Corso di Costruzioni di Macchine

MODELLAZIONE NUMERICA AGLI ELEMENTI FINITI LINEARI DI SCAMBIO TERMICO DI UN FLUIDO IN TRANSITO IN CONDOTTO

Autori:

Luca Pirini Casadei

Gianmarco Santoro

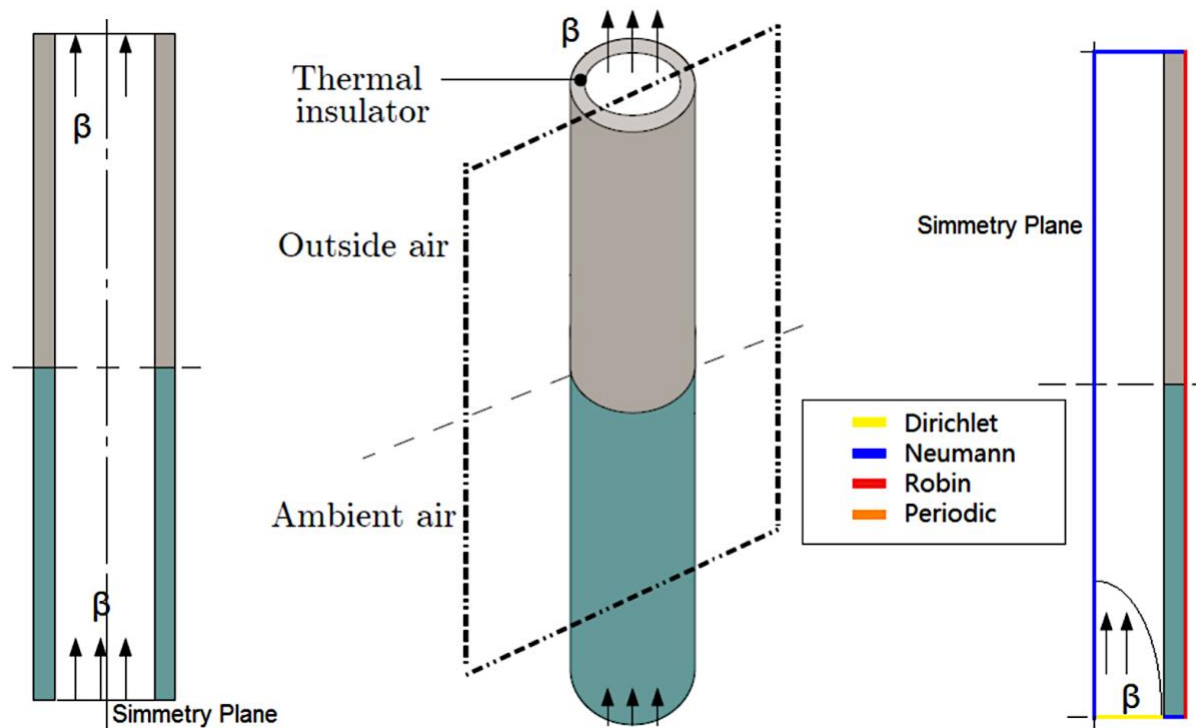
Alessandro Peripoli

Torino, 4 Luglio 2019

INTRODUZIONE

Questo lavoro progettuale si pone l'obiettivo di analizzare e quantificare, con metodi di calcolo e discretizzazione numerici assistiti dal calcolatore elettronico, un fenomeno termodinamico. Il fenomeno in questione riguarda un componente progettato nel corso di Applicazioni Avanzate di Fisica tecnica, nel quale è stato elaborato l'impianto e i vari componenti di una caldaia residenziale ad aria. In questo contesto e più nello specifico, ci si pone l'obiettivo di modellizzare, analizzare e simulare il flusso di scambio termico che sussiste tra i fumi (prodotti di combustione) in transito nella canna fumaria e i volumi che l'avvolgono. Questa tubazione è il componente che mette in comunicazione lo scambiatore di calore e l'ambiente, favorendo l'uscita dei prodotti di combustione. Una parte della canna fumaria sarà all'interno dell'abitazione e una parte sarà esterna pertanto scambierà direttamente con l'aria nell'ambiente.

MODELLO FISICO E PARAMETRI



Il modello fisico seguito è quello di scambio termico convettivo-diffusivo. In particolare, all'interno dei fumi il calore è scambiato per convezione e conduzione, mentre nelle pareti metalliche vi sarà sola conduzione.

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \beta \cdot \nabla T \right) - \nabla \cdot (\lambda \nabla T) = 0$$

Dove:

- $\rho = \rho_{fumi}$
- $c = cp_{fumi}$

- $\beta = \beta_{parabolica}$
- $T = T(r, z, t)$; temperatura fumi nel condotto
- $\lambda = \lambda_{fumi}$

Di seguito descritti.

▪ PARAMETRI & CARATTERISTICHE DEL SISTEMA

• GEOMETRICI

- $L_1 = 6 \text{ m}$; lunghezza tratto interno edificio
- $L_2 = 3 \text{ m}$; lunghezza tratto esterno edificio
- $L_T = L_1 + L_2 \text{ m}$; lunghezza totale
- $r_e = 0.15 \text{ m}$; raggio esterno canna fumaria
- $s = 0.05 \text{ m}$; spessore lamiera canna fumaria
- $r_i = r_e - s = 0.1 \text{ m}$; raggio interno canna fumaria

• TEMPERATURE & COEFFICIENTI di SCAMBIO

- $T_{out} = -8 + 273 \text{ K}$; Temperatura dell'ambiente esterno
- $T_{amb} = 18 + 273 \text{ K}$; Temperatura ambiente interno all'abitazione
- $T_{fumi} = 316 + 273 \text{ K}$; Temperatura dei fumi in ingressi nella canna fumaria
- $T_{fumi,ext} = -8 + 273 \text{ K}$; Temperatura all'uscita della canna pari a quella ambientale, si suppone infatti che la lunghezza della canna fumaria sia tale per cui tutto lo scambio termico avvenga tutto all'interno della stessa
- $ha_{in} = 13.1 \frac{W}{m^2 K}$; Coefficiente convettivo aria interno alla casa
- $ha_{out} = 10 \frac{W}{m^2 K}$; Coefficiente convettivo aria esterno all'abitazione

• FUMI ($CH_4 + 2O_2 \Rightarrow CO_2 + 2H_2O$):

- $c_{pfumi} = 1029 \frac{J}{kg K}$; Calore specifico a pressione costante fumi
- $\rho_{fumi} = 0.69 \frac{kg}{m^3}$; Densità fumi
- $\lambda_{fumi} = 0.0395 \frac{W}{m K}$; Conducibilità termica fumi

• ACCIAIO

- $c_{acciaio} = 900 \frac{J}{kg K}$; Calore specifico acciaio
- $\rho_{acciaio} = 7900 \frac{kg}{m^3}$; Densità acciaio
- $\lambda_{acciaio} = 49.8 \frac{W}{m K}$; Conducibilità termica acciaio

• VELOCITÀ

- $\beta_{media} = 1.0262 \frac{m}{s}$; velocità fluido con profilo costante
- $\beta_{parabolica} = -\frac{3\beta_{media}}{r_i^2} x^2 + 3\beta_{media} \left[\frac{m}{s}\right]$; velocità del fluido con profilo parabolico, garantisce la stessa portata del profilo lineare. Dove x corrisponde alla coordinata r
- $\beta_{pareti} = 0 \frac{m}{s}$; è assunta un'ovvia velocità delle pareti del condotto pari a zero

PASSAGGIO A COORDINATE CILINDRICHE

Come semplificazione dello studio, si passa da un sistema di riferimento cartesiano ad uno con coordinate polari ed origine nell'asse di simmetria della canna fumaria (assunta come cilindro cavo), all'ingresso dei fumi. Questo passaggio è funzionale in quanto consente di sfruttare la simmetria assiale del nostro sistema. Infatti, ponendoci in un piano r-z per fare l'analisi, cioè imponendo un certo θ , si nota che al variare di questo parametro angolare l'analisi è la stessa avendo geometria e parametri termodinamici uguali su ogni piano attorno all'asse y. Per cui passando dal SdR con terna [x,y,z] al SdR con terna [θ ,r,z] possiamo studiare il problema 3D analizzandolo su un piano (2D), elidendo quindi il parametro θ al variare del quale i risultati sono gli stessi. Per cui l'equazione diventa in coordinate polari 2D:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \left(\beta_r - \frac{\mu}{r}, \beta_z \right) \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial r}, \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0$$

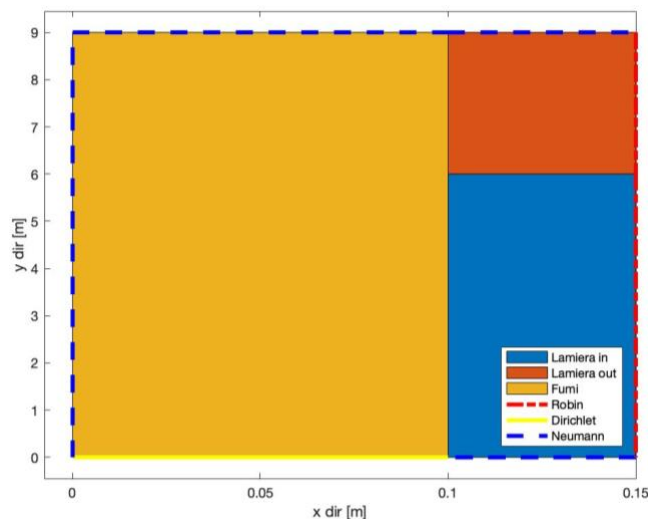
Dove:

- $\mu = \frac{\lambda}{\rho c}$
- $r =$ *coordinata radiale*
- $z =$ *coordinata longitudinale*
- β_r & β_z *le componenti di velocità, risulta nulla in direzione radiale*

DOMINIO & CONDIZIONI AL CONTORNO

Il dominio utilizzato, vedere figura sotto, è una sezione parziale del tubo tagliato rispetto all'asse y nel SdR cilindrico. Risulta quindi un dominio formato da 3 rettangoli che rappresentano rispettivamente i fumi in transito, la parete interna alla casa e quella che si affaccia sull'ambiente esterno. Ad ogni area sono state assegnate le caratteristiche sopra descritte. Sono state imposte diverse condizioni al contorno nei vari bordi, per cui si ha:

- Dirichlet nella sezione di ingresso dei fumi
- Neumann nell'asse di simmetria, nella sezione di uscita dei fumi e nei margini inferiore e superiore delle pareti della canna fumaria.
- Robin nell'interfaccia tra parete esterna del condotto e ambiente interno/esterno all'edificio.



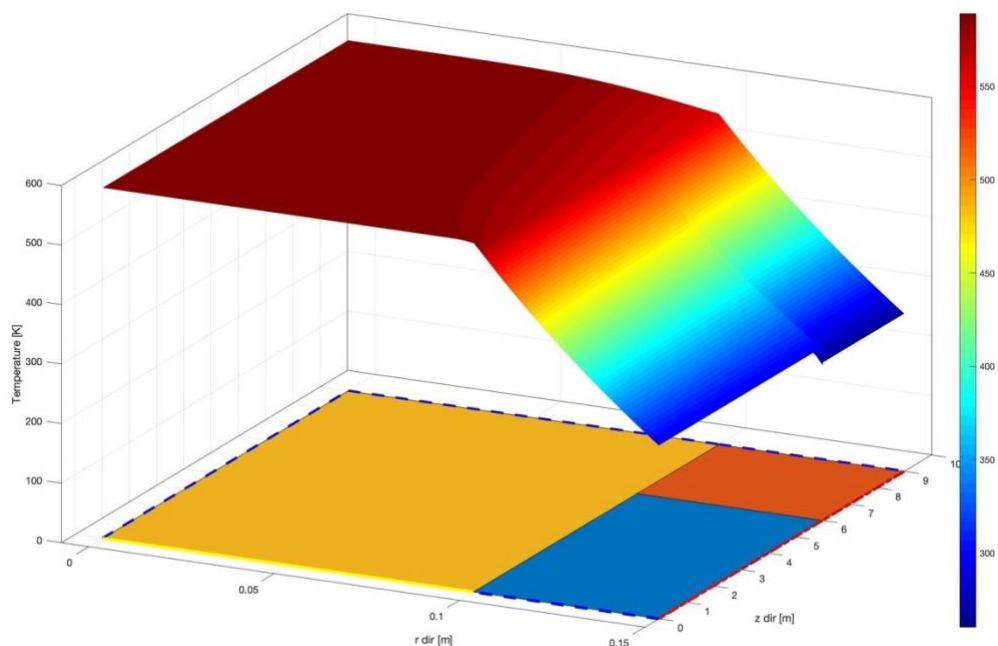
STAZIONARIO

Nello studio dello stazionario la condizione è quella di regime, raggiunta dopo un regime di transizione, nella quale i fumi scorrono all'interno della canna fumaria scambiando calore verso l'esterno.

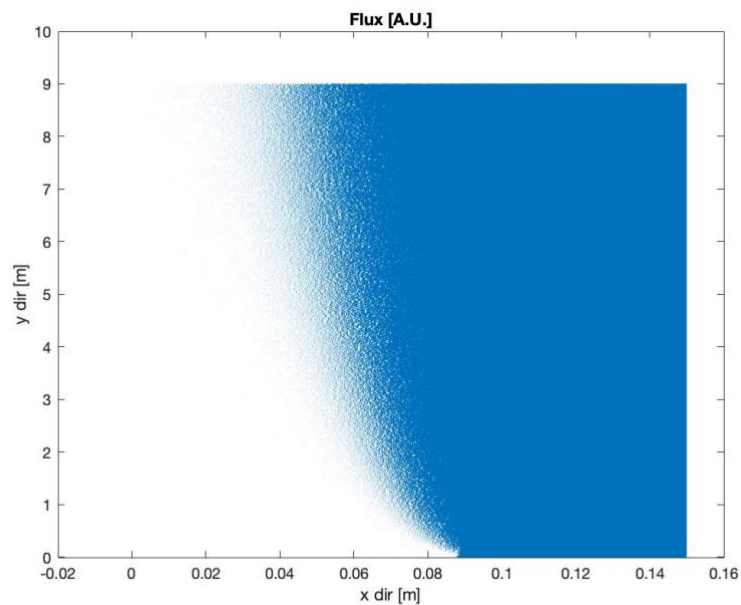
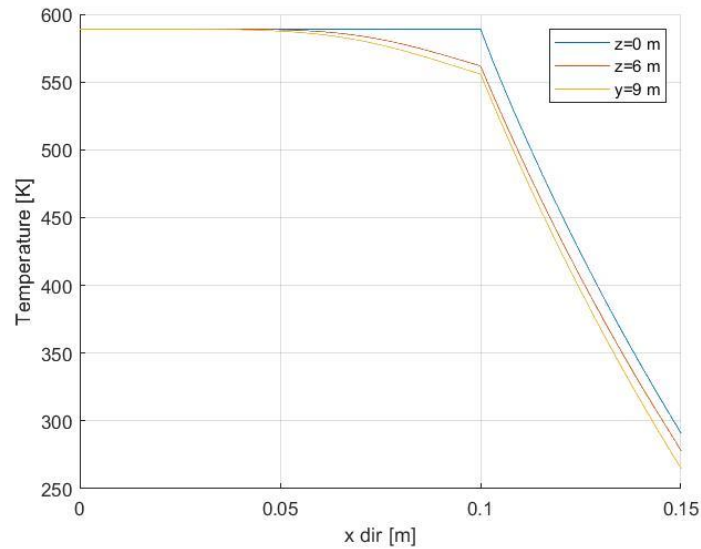
La discretizzazione nello spazio richiede la costruzione di una matrice di rigidezza, sulla base della quale viene poi ricavata la soluzione tramite metodo di eliminazione di Gauss. Per la costruzione della matrice di rigidezza si studia separatamente ogni triangolo della Mesh: i vertici incogniti contribuiscono alla costruzione della matrice, mentre quelli appartenenti al bordo di Dirichlet, noti, definiscono i valori del termine noto. I nodi di Robin forniscono invece un doppio contributo: alla matrice e al termine noto. Si tenga inoltre conto che i termini della matrice di rigidezza devono conteggiare sia il contributo diffusivo che di trasporto.

Per quanto riguarda la finezza della mesh, è stato scelto un valore che ottimizzi due parametri costo computazionale e precisione dei risultati. È stato scelto un valore di $10^{-5.5}$ che indica la dimensione massima del triangolo più grande della griglia. Questo valore fornisce risultati accurati in un tempo di elaborazione ragionevole. Tuttavia, per una migliore qualità del grafico del flusso termico è stata adottata una finezza pari a 10^{-6} .

Ricavata dunque la temperatura dei fumi all'interno del condotto e delle pareti metalliche (porzione interna ed esterna della canna fumaria) si ottiene la soluzione grafica che descrive la distribuzione di temperatura.



Al fine di distinguere l'andamento della temperatura nelle tre sezioni di interesse: ingresso, passaggio interno-esterno ed uscita, si raffigurano i relativi andamenti di temperatura tramite linee di livello. Si raffigura inoltre l'andamento del flusso di scambio termico in un apposito grafico.



Le temperature medie rilevate nelle sezioni di interesse sono:

Le Temperature medie calcolate in tre sezioni differenti (ingresso, sezione intermedia, uscita) sono, nel caso stazionario:
 535.523790 K in z=0.000000 m
 526.108866 K in z=6.000000 m
 521.494501 K in z=9.000000 m

EVOLUTIVO

Per lo studio del sistema evolutivo si è considerato il dominio inizialmente in stato di quiete, ovvero nello stato iniziale in cui il flusso di fumo non scorre. A seguito dell'accensione della caldaia il fumo inizia ad uscire e scaldare le pareti e l'intero sistema. Si avrà quindi un transitorio dopo il quale si arriverà ad una condizione di equilibrio. Ciò implica che la soluzione dell'evolutivo, dopo il transitorio, dovrà essere equivalente alla soluzione dello stazionario. Per questo si

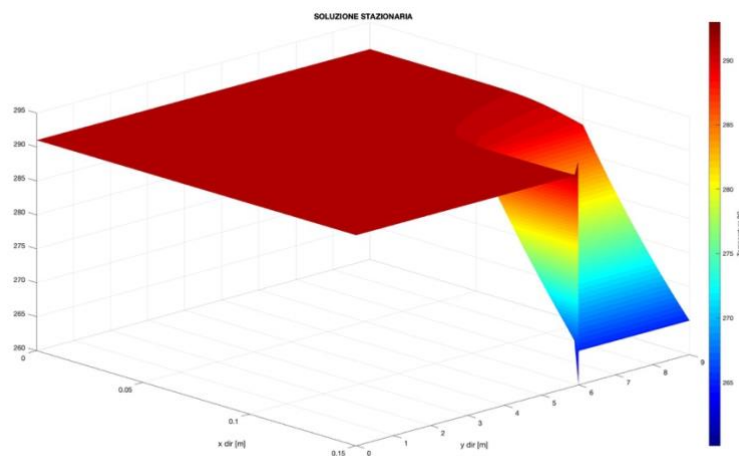
dimostrerà in seguito che la temperatura media della sezione in uscita nel primo caso, stazionario e nel secondo, evolutivo, sarà la medesima.

Per studiare questo tipo di comportamento si ha una dipendenza sia dal tempo che dallo spazio. Si procede per gradi, integrando prima rispetto allo spazio e, successivamente, rispetto al tempo. In questo modo è possibile trovare la soluzione per ogni istante di tempo, potendo osservare l'andamento della temperatura durante il transitorio.

La discretizzazione in spazio è stata eseguita analogamente a quanto fatto in precedenza creando una funzione che calcoli la matrice di rigidezza. Ovviamente questa funzione risulta differente rispetto alla precedente. In particolare, questa volta otteniamo in output due vettori dei termini noti, oltre alla matrice di rigidezza (D). I due vettori dei termini noti sono b_{var} e b_{const} e sono rispettivamente il vettore dovuto al contributo del bordo di Dirichlet e il vettore dovuto al contributo dei nodi di Robin. È sorta la necessità di dividere il vettore dei termini noti perché in questo modo è possibile variare il valore della temperatura sul bordo in ingresso moltiplicando semplicemente per la temperatura che abbiamo istante per istante. Ovviamente per fare ciò è stato necessario imporre il valore di Dirichlet del bordo in ingresso pari a 1. A questo punto la soluzione stazionaria iniziale si può ricavare risolvendo il sistema:

$$D x = b_{const} + b_{var} * T_{ambiente}$$

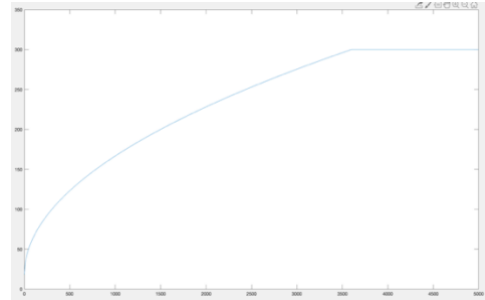
La cui soluzione grafica risulta:



Si noti che la temperatura è su gran parte del dominio pari a quella ambiente, mentre nell'ultimo tratto si ha un gradiente dovuto al fatto che il tubo è affacciato verso l'esterno, dove la temperatura è -8°C . Si ha quindi un flusso termico verso l'esterno che fa calare la temperatura.

A questo punto si è discretizzato rispetto il tempo. A tale scopo si è deciso la funzione che descrive il crescere della temperatura dei fumi durante il transitorio. Si è scelta una crescita parabolica, partendo dal valore di $T_{ambiente}$ ed arrivando dopo un tempo ($t_{transitorio}$) alla temperatura T_{fumi} , ovvero quella a regime. La funzione trovata avrà quindi la seguente forma:

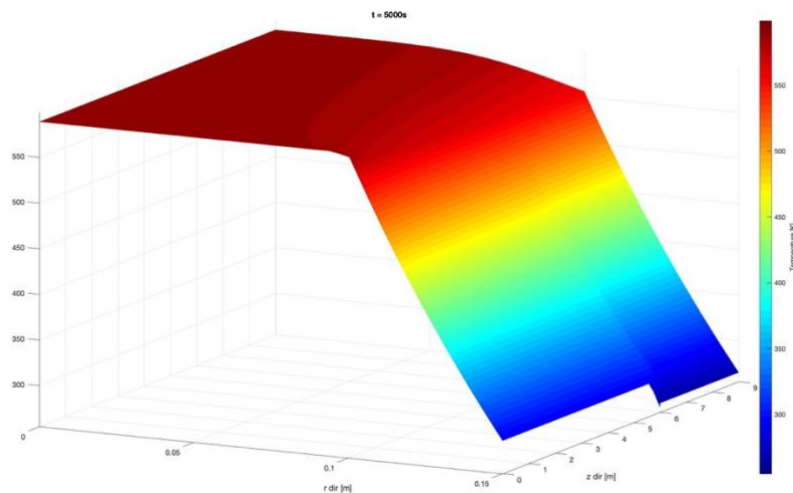
$$\begin{cases} f(t) = T_{amb} & \text{se } t = 0 \\ f(t) = \sqrt{\frac{(T_{fumi} - T_{amb})^2}{t_{transitorio}}} \cdot t + T_{amb} & \text{se } t < t_{transitorio} \\ f(t) = T_{fumi} & \text{se } t > t_{transitorio} \end{cases}$$



A questo punto si è proceduto al calcolo della matrice di massa, creando una funzione apposita. Da notare anche che in input vuole, oltre alla mesh, anche il raggio interno. Questo perché è necessario ricercare i nodi di Dirichlet nel bordo di ingresso e bisogna quindi conoscere il raggio interno del tubo.

Per quanto riguarda il transitorio si è considerato che per andare a regime, partendo da uno stato di quiete, il sistema impiega un ora perché la temperatura dei fumi raggiunga la temperatura a regime. Invece lo studio è stato eseguito per 4000 s. E' stato scelto questo tempo perché è quello che ci mette il sistema per arrivare alle condizioni stazionarie. L'intervallo temporale di integrazione invece è stato scelto pari a 100 s.

In seguito si riporta la soluzione ottenuta dopo 4000 s:



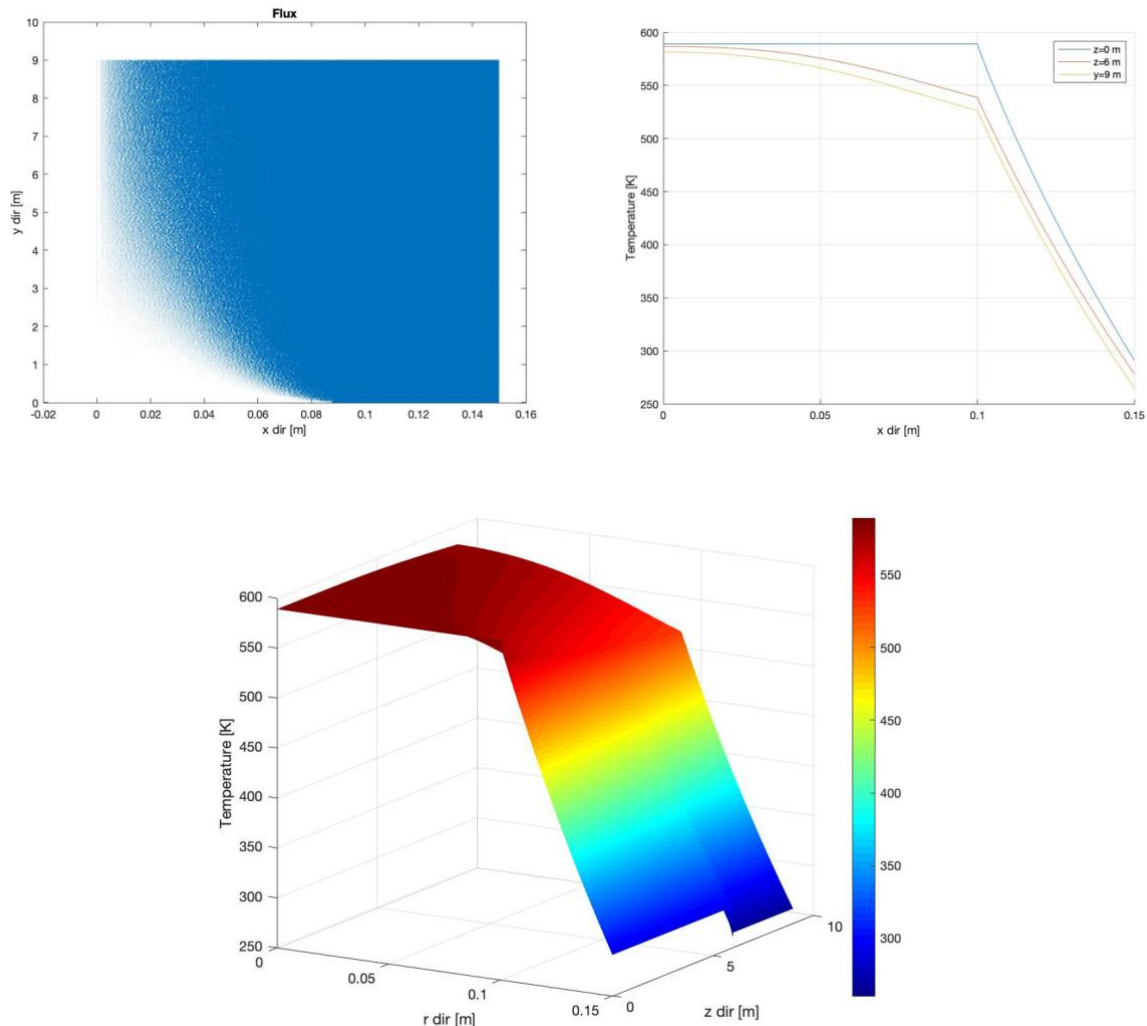
Che risulta uguale al profilo di temperatura trovato nel caso stazionario. A prova di ciò, sono state calcolate le temperature medie in 3 sezioni differenti e confrontate con quello del caso stazionario. Le tre sezioni di interesse sono: in ingresso, intermedia (nel punto in cui il tubo passa da interno ad esterno) e in uscita. Le temperature medie che ne risultano sono:

Le Temperature medie calcolate in tre sezioni differenti (ingresso, sezione intermedia, uscita) sono, dopo il transitorio:
 535.596975 K in z=0.0000002 m
 526.2287152 K in z=6.0000004 m
 521.5283175 K in z=9.0000006 m

Risultano uguale al caso stazionario e quindi il sistema evolutivo converge allo stazionario.

STUDIO SENSITIVITA'

Si è scelto di variare un parametro caratteristico del sistema per vedere come si modifica il profilo di temperatura all'interno della canna fumaria. Il parametro scelto è la velocità lungo z , che è stata ridotta da 1,0262 m/s a 0,2 m/s. Ciò che ci si aspetta è uno scambio maggiore dei fumi con l'ambiente esterno e quindi una temperatura in uscita minore. In seguito si mostrano i risultati ottenuti:



Dal primo grafico si nota infatti che il flusso di scambio termico risulta maggiore rispetto al caso precedente. Inoltre, il profilo di temperatura risulta più basso e il gradiente nello spessore del tubo ha una pendenza inferiore se rapportato allo studio precedente. Quindi i risultati hanno confermato le aspettative.

Inoltre, la temperatura media nella sezione di uscita è diminuita al valore di 503 K.