



POLITECNICO
DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica
Meccanica delle Macchine Automatiche

ESPERIENZA DI LABORATORIO N.1
Analisi cinematica di un sistema Biella - Manovella

A.A. 2019/2020

Docente:
Prof. Giuseppe Quaglia

Autori:
Luca Pirini Casadei 264939
Gianmarco Santoro 265999
Alessandro Peripoli 265023

Sommario

Scopo dell'esercitazione	1
Definizione della nomenclatura utilizzata	1
1. Analisi cinematica	2
Posizione	3
Velocità	4
Accelerazione	4
2. Presentazione dei risultati	5
Analisi Adimensionale	6
3. Analisi al variare dei parametri	8
Analisi al variare del parametro $\lambda = r/l$	8
Analisi al variare del parametro $pe = e/r$	10
Analisi al variare della velocità angolare ω	13
ALLEGATI	15

Indice delle Figure

Figura 1 - Schema funzionale del sistema biella-manovella non centrato	1
Figura 2 - Simbologia e sistemi di riferimento	2
Figura 3 - Configurazione al punto morto superiore	3
Figura 4 - Angoli di biella β e posizione del piede di biella y	5
Figura 5 - Velocità angolari di biella β e velocità del piede di biella y	5
Figura 6 - Accelerazioni angolari di biella β e accelerazioni piede di biella y	6
Figura 7 - Alzata adimensionale	6
Figura 8 - Forma diagramma di velocità	7
Figura 9 - Forma diagramma accelerazioni	7
Figura 10 – Angolo del piede di biella β e la posizione del piede di biella y al variare del rapporto $\lambda = r/l$	8
Figura 11 – Velocità angolare della biella β e velocità del piede di biella y al variare del rapporto $\lambda = rl$	9
Figura 12 – Accelerazione angolare della biella β e accelerazione del piede di biella y al variare del rapporto $\lambda = r/l$	9
Figura 13 – Alzata adimensionale in funzione di $\lambda = r/l$	9
Figura 14 – Forma del diagramma Velocità in funzione di $\lambda = r/l$	10
Figura 15 – Forma del diagramma di Accelerazione in funzione di $\lambda = r/l$	10
Figura 16 – Angolo del piede di biella β e la posizione del piede di biella y al variare del rapporto $pe = e/r$	11
Figura 17 – Velocità angolare della biella β e velocità del piede di biella y al variare del rapporto $pe = e/r$	11
Figura 18 – Accelerazione angolare della biella β e accelerazione del piede di biella y al variare del rapporto $pe = e/r$	11
Figura 19 – Alzata adimensionale al variare del rapporto $pe = e/r$	12

Figura 20 – Forma del diagramma di velocità al variare del rapporto $pe = e/r$	12
Figura 21 – Forma del diagramma di accelerazione al variare del rapporto $pe = e/r$	12
Figura 22 - Angolo del piede di biella β e la posizione del piede di biella y al variare della velocità angolare ω	13
Figura 23 - Velocità angolare della biella β e velocità del piede di biella y al variare della velocità angolare ω	13
Figura 24 - Accelerazione angolare della biella β e accelerazione del piede di biella y al variare della velocità angolare ω	14
Figura 25 - Alzata adimensionale al variare della velocità angolare ω	14
Figura 26 - Forma del diagramma di velocità al variare della velocità angolare ω	14
Figura 27 - Forma del diagramma di accelerazione al variare della velocità angolare ω	15

Scopo dell'esercitazione

L'esercitazione si pone 3 principali obiettivi:

1. L'analisi cinematica di un sistema biella-manovella non centrato (figura 1) per determinare tutte le grandezze cinematiche (posizioni, velocità ed accelerazioni) al variare della posizione della manovella (definita dall'angolo di manovella α). Le grandezze note sono la velocità angolare ω di manovella (assunta costante) e le dimensioni del cinematismo (raggio di manovella r , lunghezza di biella l , eccentricità e).

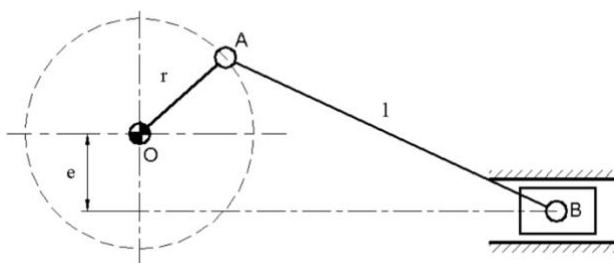


Figura 1 - Schema funzionale del sistema biella-manovella non centrato

2. Scrivere un programma Matlab per eseguire i calcoli dell'analisi cinematica e per fornire quindi in forma grafica gli andamenti delle velocità e accelerazioni. In particolare, le grandezze importanti per le quali è richiesto il calcolo al variare dell'angolo di manovella α sono:
 - Angolo del piede di biella;
 - Spostamento del piede di biella;
 - Velocità angolare della biella;
 - Accelerazione angolare della biella;
 - Velocità del piede di biella V_B ;
 - Accelerazione del piede di biella a_B .
3. Analisi parametrica delle grandezze cinematiche sopra specificate, al variare delle proporzioni del cinematismo, definite dal parametro adimensionale $p_l = l/r$, e dell'eccentricità dell'asse della guida, e , rispetto alla cerniera fissa O a cui è vincolata la manovella definita dal parametro adimensionale $p_e = e/r$.

Definizione della nomenclatura utilizzata

y	Posizione cedente
α	Posizione movente
h	Alzata massima cedente
t_a	Tempo di avanzamento

α_a	Angolo di avanzamento
$\tau = t/t_a$	Tempo adimensionale
$Y = \frac{y}{h}$	Alzata adimensionale
$Y' = \frac{\dot{y}}{h/t_a}$	Forma diagramma velocità
$Y'' = \frac{\ddot{y}}{h/t_a^2}$	Forma diagramma accelerazioni

La simbologia, i sistemi di riferimento ed i parametri del meccanismo sono riportati in figura 2:

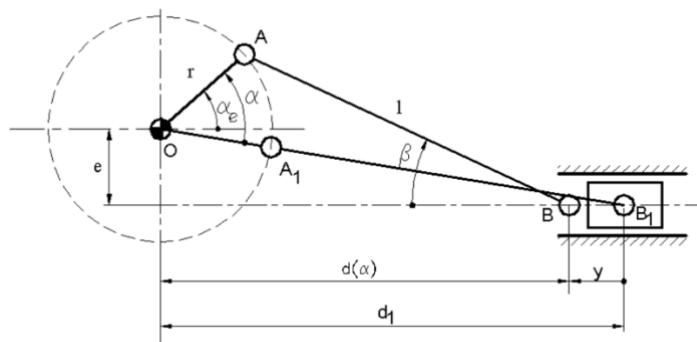


Figura 2 - Simbologia e sistemi di riferimento

1. Analisi cinematica

Il sistema biella-manovella non centrato ha un singolo grado di libertà, indicato con l'angolo α_e (figura 2). In alternativa si potrebbe utilizzare come coordinata lagrangiana anche l'angolo α , i risultati ottenuti sarebbero uguali.

Nello schema rappresentato in figura 2 i dati noti sono:

- r : raggio di manovella;
- l : lunghezza della biella;
- ω : velocità angolare della manovella (costante).
- e : eccentricità.

I valori numerici sono stati presi arbitrariamente facendoli poi variare al fine di valutare la reazione del sistema al loro cambiamento. Si vedranno in seguito i risultati ottenuti.

Per prima cosa troviamo l'angolo $\alpha_{e,1}$ ovvero l'angolo tra la biella e l'asse orizzontale quando il pistone è al punto morto superiore (figura 3):

Esercitazione 1: Analisi cinematica di un sistema Biella - Manovella

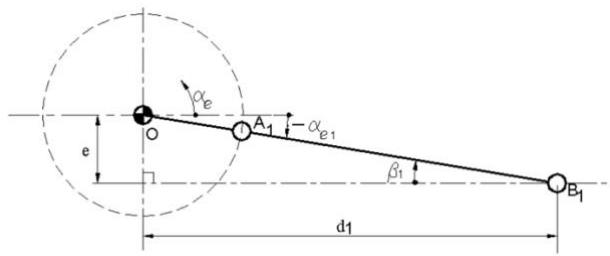
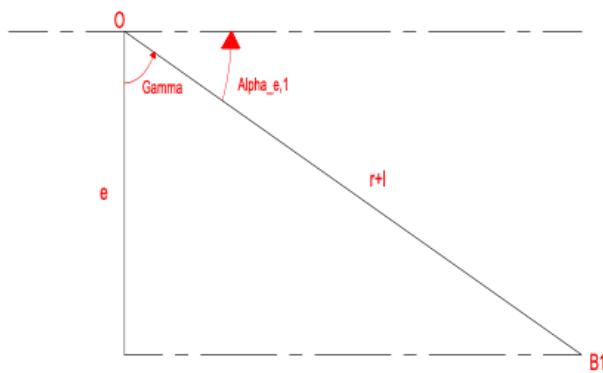


Figura 3 - Configurazione al punto morto superiore

È possibile ricavarlo attraverso semplici relazioni trigonometriche:



$$\cos \gamma = \frac{e}{r+l}$$

Da cui si ricava:

$$\gamma = \cos^{-1} \frac{e}{r+l}$$

$$\alpha_{e,1} = 90^\circ - \gamma = 90^\circ - \cos^{-1} \frac{e}{r+l}$$

$$\alpha = \alpha_e + \alpha_{e,1}$$

Posizione

Possiamo scrivere due relazioni:

- Vincolo cinematico tra gli angoli:

$$r \sin \alpha_e + e = l \sin \beta$$

$$\beta = \arcsin^{-1} \frac{r \sin \alpha_e + e}{l}$$

- Vincolo cinematico relativo alla posizione di B:

$$y = d_1 - r \cos \alpha_e - l \cos \beta$$

$$d_1 = (r + l) \sin \gamma$$

Velocità

Derivando le equazioni del vincolo cinematico tra gli angoli e relativo alla posizione di B è possibile ottenere le equazioni della velocità:

- Derivazione del vincolo relativo agli angoli:

$$r \dot{\alpha}_e \cos \alpha_e = l \dot{\beta} \cos \beta \quad \text{ricordando che } \dot{\alpha}_e = \omega$$

$$\dot{\beta} = \omega \frac{r \cos \alpha_e}{l \cos \beta}$$

- Derivazione del vincolo relativo alla posizione di B:

$$v = \dot{y} = \dot{\alpha}_e r \sin \alpha_e + \dot{\beta} l \sin \beta = \omega r \sin \alpha_e + \dot{\beta} l \sin \beta$$

Accelerazione

Derivando nuovamente è possibile trovare le accelerazioni:

- Derivata seconda del vincolo relativo agli angoli:

$$\ddot{\alpha}_e r \cos \alpha_e - \dot{\alpha}_e^2 r \sin \alpha_e = \ddot{\beta} l \cos \beta - \dot{\beta}^2 l \sin \beta$$

Il primo termine si annulla dal momento che $\ddot{\alpha}_e = \ddot{\omega} = 0$ (ω costante)

$$\text{Si ottiene allora: } \ddot{\beta} = \frac{\dot{\beta}^2 l \sin \beta - \omega^2 r \sin \alpha_e}{l \cos \beta}$$

- Derivata seconda relativa alla posizione di B:

$$a = \ddot{y} = -\ddot{\alpha}_e r \sin \alpha_e + \dot{\alpha}_e^2 r \cos \alpha_e + \ddot{\beta} l \sin \beta + \dot{\beta}^2 l \cos \beta$$

$$a = \ddot{y} = \omega^2 r \cos \alpha_e + \ddot{\beta} l \sin \beta + \dot{\beta}^2 l \cos \beta$$

2. Presentazione dei risultati

Una volta trovate le relazioni che descrivono la cinematica del sistema biella-manovella non centrato, si è passati alla scrittura di un programma Matlab che risolva le equazioni trovate e tracci i grafici dei risultati ottenuti in funzione dell'angolo di manovella, α_e . Si è considerata una velocità angolare pari a:

$$\omega = 10 \text{ rad/s}$$

I grafici che ne derivano sono:

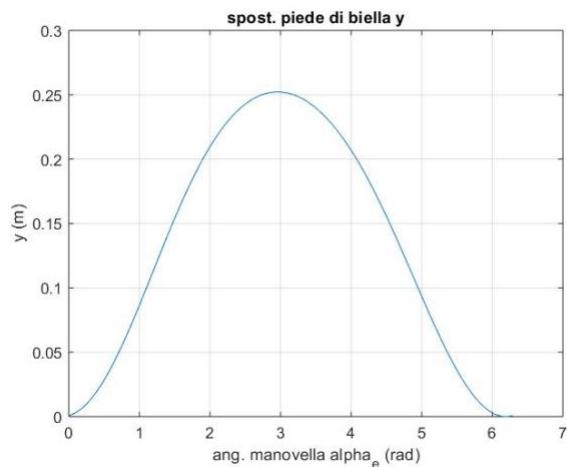
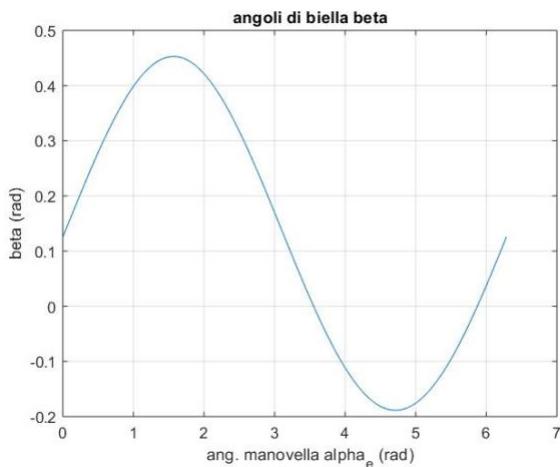


Figura 4 - Angoli di biella β e posizione del piede di biella y

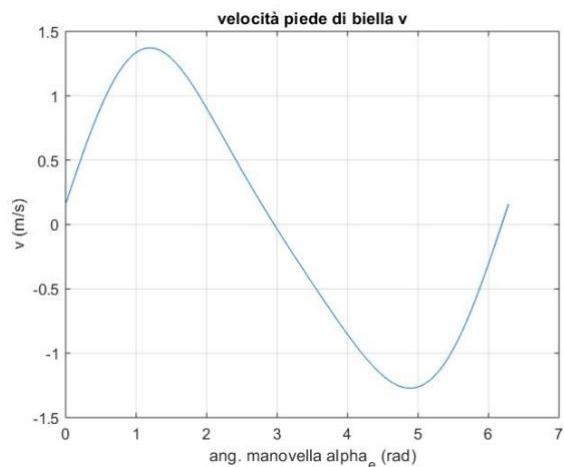
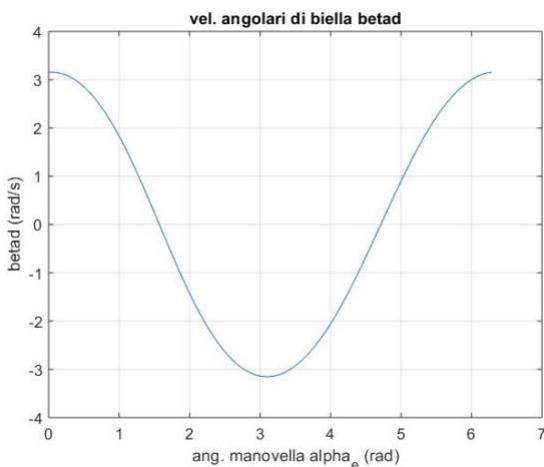


Figura 5 - Velocità angolari di biella $\dot{\beta}$ e velocità del piede di biella \dot{y}

Esercitazione 1: Analisi cinematica di un sistema Biella - Manovella

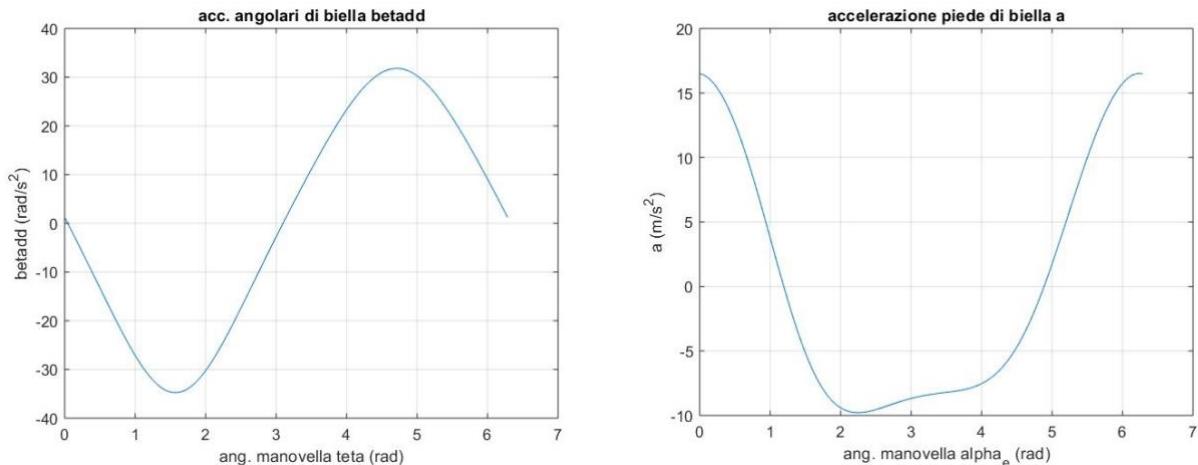


Figura 6 - Accelerazioni angolari di biella $\ddot{\beta}$ e accelerazioni piede di biella \ddot{y}

Analisi Adimensionale

Per la valutazione adimensionale del meccanismo è stata valutata l'alzata massima h del cedente (come il massimo della funzione y trovata precedentemente), il tempo di avanzamento t_a del cedente e il corrispondente angolo di manovella α_a , ottenendo:

$$h = \max(y) = 0.2522 \text{ m} \quad t_a = \frac{\pi}{\omega} = 0.314 \text{ s} \quad \alpha_a = \omega t_a = 3.142 \text{ rad}$$

Si noti che il tempo di avanzamento è il tempo che il meccanismo impiega a passare dal punto morto inferiore a quello superiore, per cui risulta metà del periodo.

Come indicato precedentemente le grandezze adimensionali sono definite:

Alzata adimensionale del cedente:

$$Y = \frac{y}{h};$$

Forma del diagramma di velocità:

$$\dot{Y} = \frac{\dot{y}}{h/t_a};$$

Forma del diagramma delle accelerazioni:

$$\ddot{Y} = \frac{\ddot{y}}{h/t_a^2}$$

Tempo adimensionale:

$$\tau = \frac{t}{t_a} = \frac{\alpha_e}{\alpha_a}$$

La velocità angolare della manovella è stata impostata sempre a $\omega = 10 \text{ rad/s}$.

Riportando le grandezze adimensionali in funzione del tempo adimensionale si ottengono i seguenti grafici:

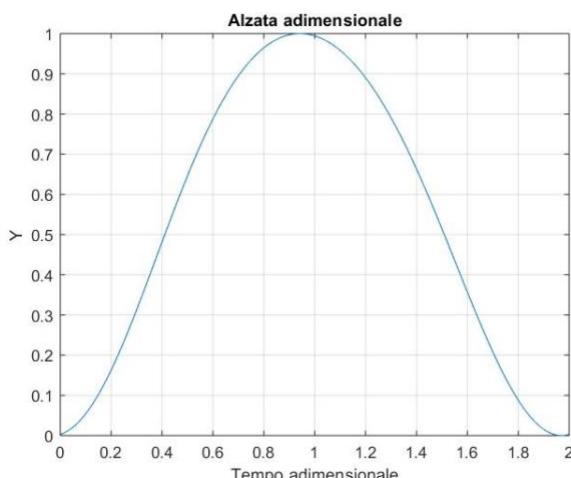


Figura 7 - Alzata adimensionale

Esercitazione 1: Analisi cinematica di un sistema Biella - Manovella

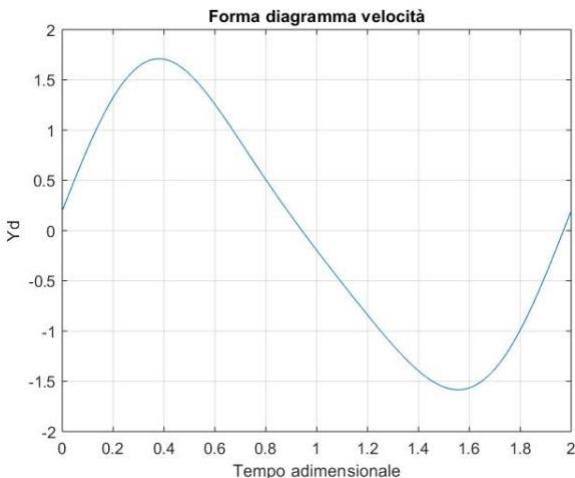


Figura 8 - Forma diagramma di velocità

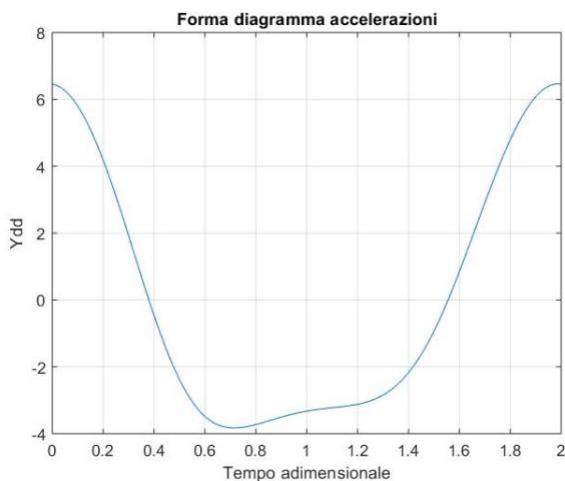


Figura 9 - Forma diagramma accelerazioni

A questo punto è stato implementato un codice per realizzare un'animazione del cinematismo. Il relativo listato è inserito negli allegati a fine relazione.

3. Analisi al variare dei parametri

In ultima analisi si propone un'analisi parametrica dimensionale in funzione di $p_l = \frac{l}{r}$, $p_e = \frac{e}{r}$ e della velocità angolare ω .

Per semplificare lo svolgimento di questa parte è stata creata una funzione Matlab che descriva la cinematica del meccanismo inserendo le specifiche del meccanismo in studio:

- r (raggio manolella);
- l (lunghezza biella);
- ω (velocità angolare);
- e (eccentricità).

Analisi al variare del parametro $\lambda = r/l$

Utilizzando la *function* creata per lo studio della cinematica, è possibile utilizzare un ciclo *for* per studiare la variazione delle grandezze cinematiche al variare delle proporzioni del meccanismo. In particolare del parametro adimensionale $\lambda = r/l$.

Le specifiche considerate per il meccanismo sono:

$$\begin{aligned} l &= 0.4 \text{ m;} \\ \omega &= 10 \text{ rad/s;} \\ e &= 0.08 \text{ m;} \\ r &= \lambda l. \end{aligned}$$

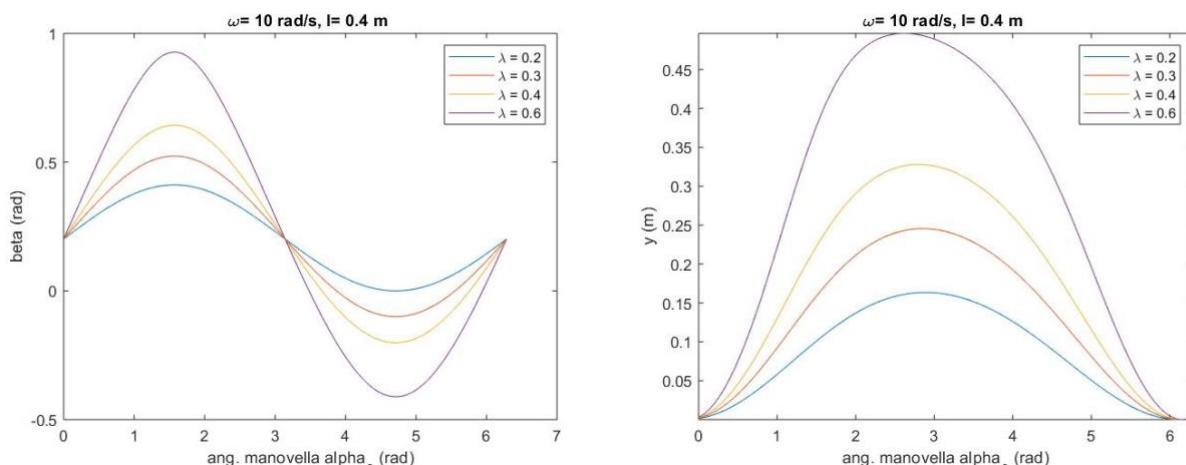


Figura 10 – Angolo del piede di biella β e la posizione del piede di biella y al variare del rapporto $\lambda = r/l$

Esercitazione 1: Analisi cinematica di un sistema Biella - Manovella

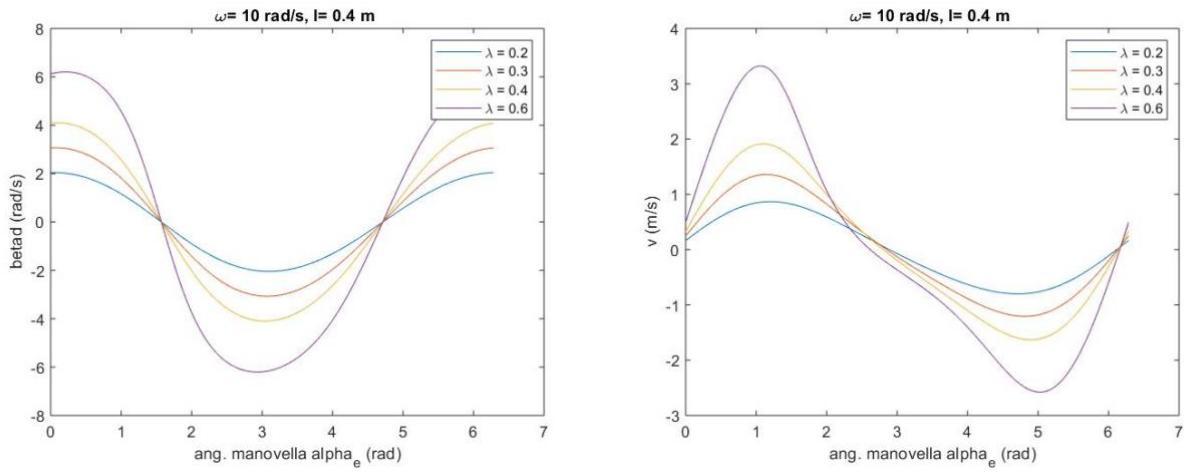


Figura 11 – Velocità angolare della biella $\dot{\beta}$ e velocità del piede di biella \dot{y} al variare del rapporto $\lambda = \frac{r}{l}$

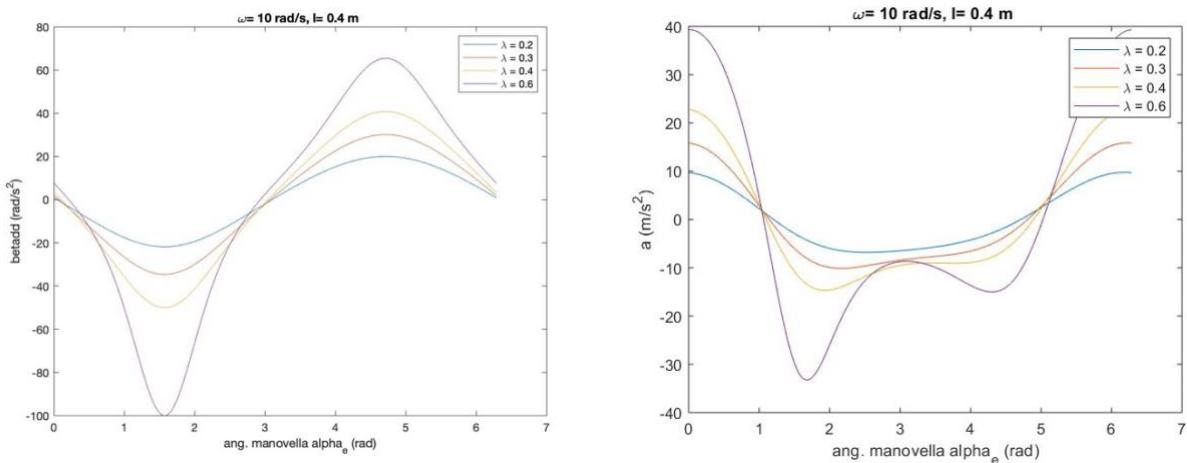


Figura 12 – Accelerazione angolare della biella $\ddot{\beta}$ e accelerazione del piede di biella \ddot{y} al variare del rapporto $\lambda = r/l$

Vediamo ora come variano i grafici adimensionali:

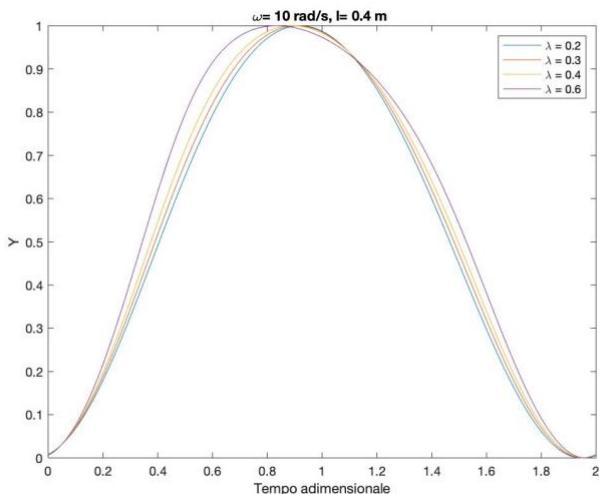


Figura 13 – Alzata adimensionale in funzione di $\lambda = r/l$

Esercitazione 1: Analisi cinematica di un sistema Biella - Manovella

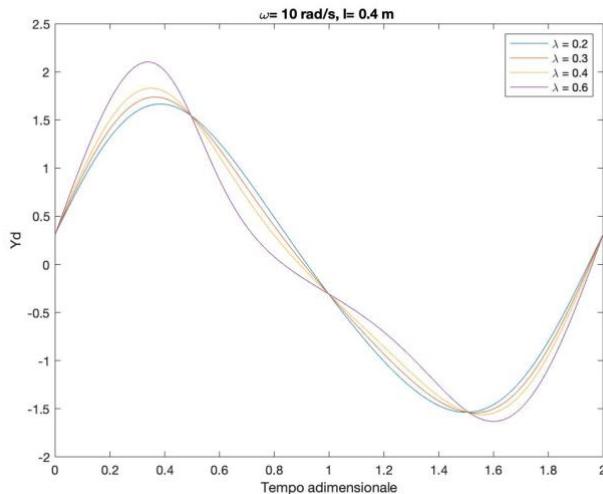


Figura 14 – Forma del diagramma Velocità in funzione di $\lambda = r/l$

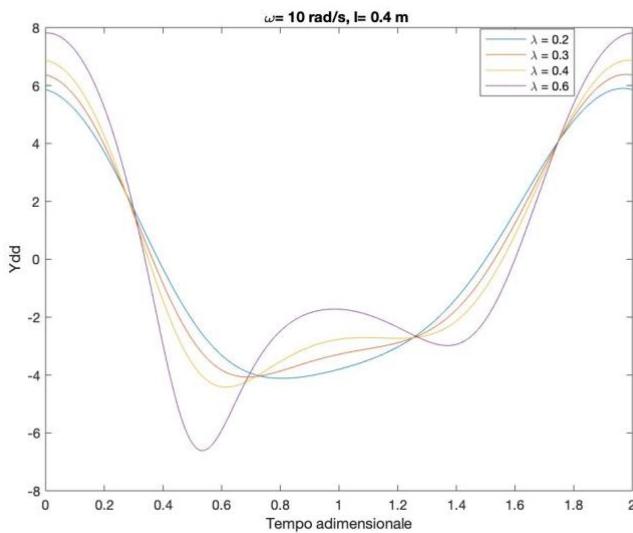


Figura 15 – Forma del diagramma di Accelerazione in funzione di $\lambda = r/l$

Si può osservare che se $\lambda \uparrow$ si ha:

- Un aumento dell'alzata, $h \uparrow$;
- Una diminuzione del rapporto tra il tempo di salita e il tempo di discesa, $t_s/t_d \downarrow$;
- Un aumento del coefficiente di accelerazione, $c_a \uparrow$;
- Un aumento del coefficiente di velocità, $c_v \uparrow$.

Analisi al variare del parametro $p_e = e/r$

Si è proceduto in maniera analoga a quanto fatto precedentemente. Le specifiche considerate sono le medesime:

$$\begin{aligned} l &= 0.4 \text{ m}; \\ \omega &= 10 \text{ rad/s}; \\ e &= 0.08 \text{ m}; \\ r &= e/p_e \end{aligned}$$

Esercitazione 1: Analisi cinematica di un sistema Biella - Manovella

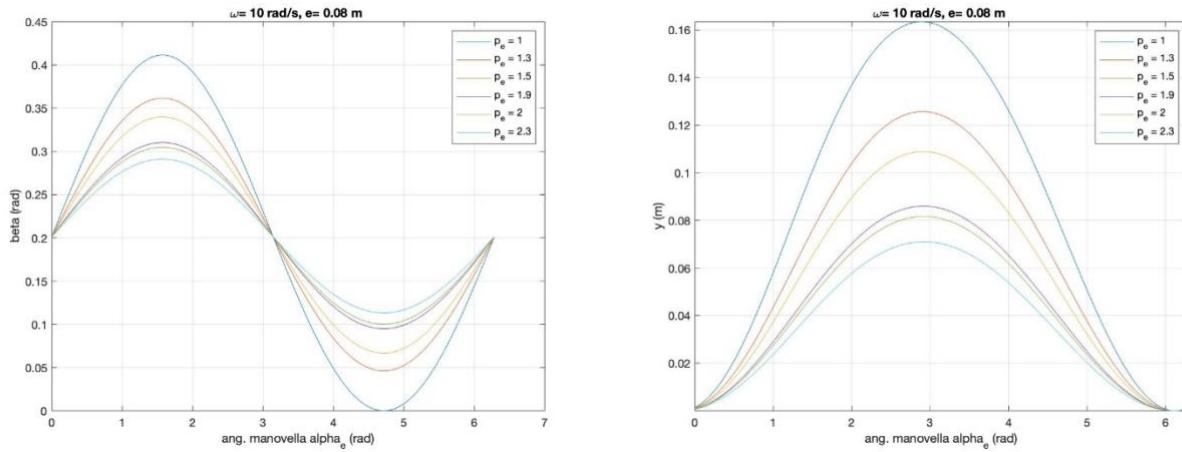


Figura 16 – Angolo del piede di biella β e la posizione del piede di biella y al variare del rapporto $p_e = e/r$

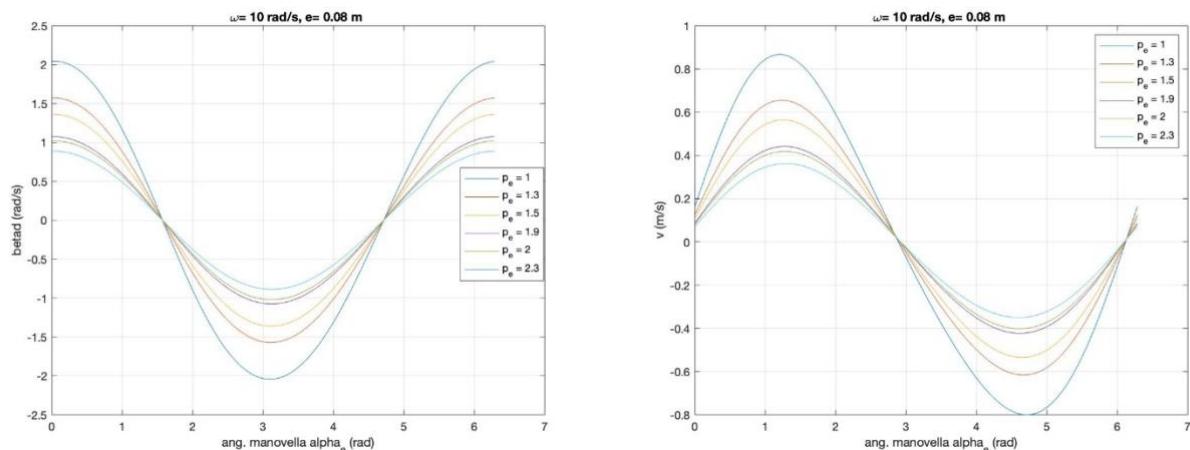


Figura 17 – Velocità angolare della biella $\dot{\beta}$ e velocità del piede di biella \dot{y} al variare del rapporto $p_e = e/r$

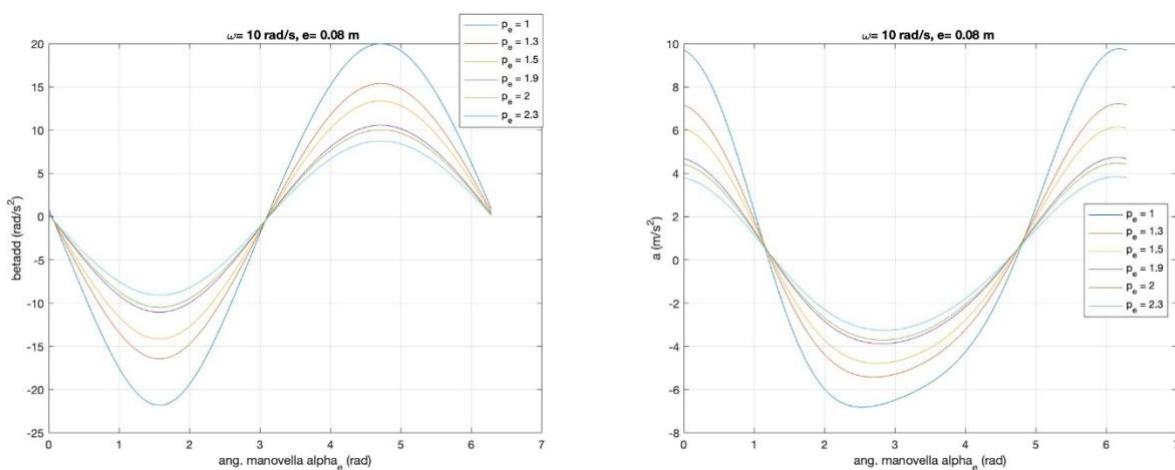


Figura 18 – Accelerazione angolare della biella $\ddot{\beta}$ e accelerazione del piede di biella \ddot{y} al variare del rapporto $p_e = e/r$

Esercitazione 1: Analisi cinematica di un sistema Biella - Manovella

Vediamo ora come variano i grafici adimensionali:

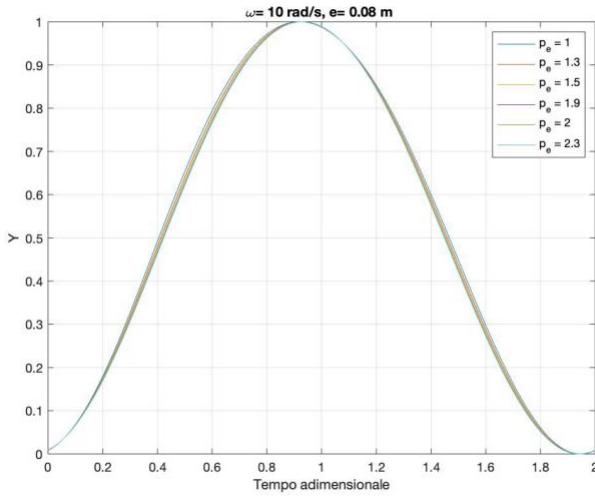


Figura 19 – Alzata adimensionale al variare del rapporto $p_e = e/r$

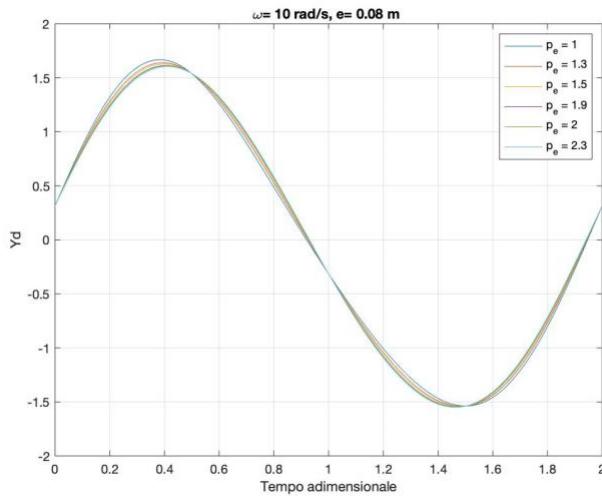


Figura 20 – Forma del diagramma di velocità al variare del rapporto $p_e = e/r$

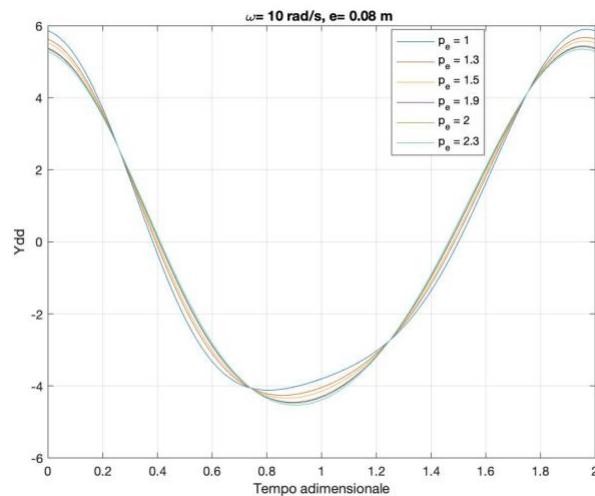


Figura 21 – Forma del diagramma di accelerazione al variare del rapporto $p_e = e/r$

Esercitazione 1: Analisi cinematica di un sistema Biella - Manovella

Si può osservare che se $p_e \uparrow$ si ha:

- Una diminuzione dell'alzata, $h \downarrow$;
- Una diminuzione lieve del coefficiente di accelerazione positivo, $c_{a,+} \downarrow$;
- Un aumento lieve del coefficiente di accelerazione negativo, $c_{a,-} \uparrow$;
- Una diminuzione lieve del coefficiente di velocità, $c_v \downarrow$.

Analisi al variare della velocità angolare ω

Si è proceduto in maniera analoga a quanto fatto precedentemente. Le specifiche considerate sono le medesime:

$$l = 0.4 \text{ m};$$

$$r = 0.15 \text{ m}$$

$$e = 0.08 \text{ m};$$

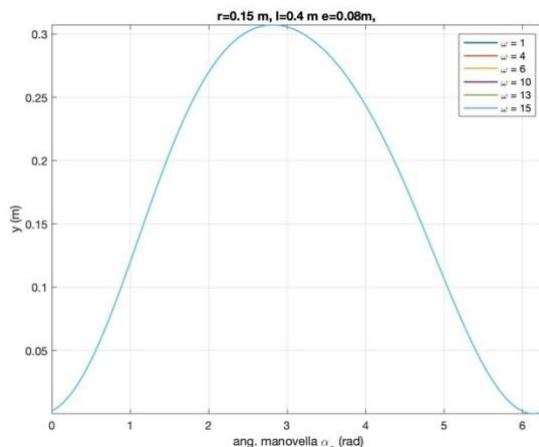
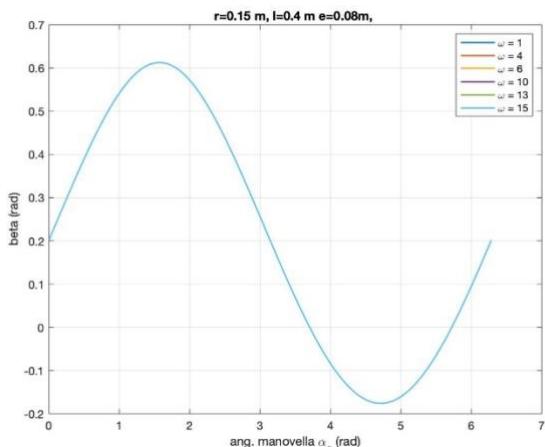


Figura 22 - Angolo del piede di biella β e la posizione del piede di biella y al variare della velocità angolare ω

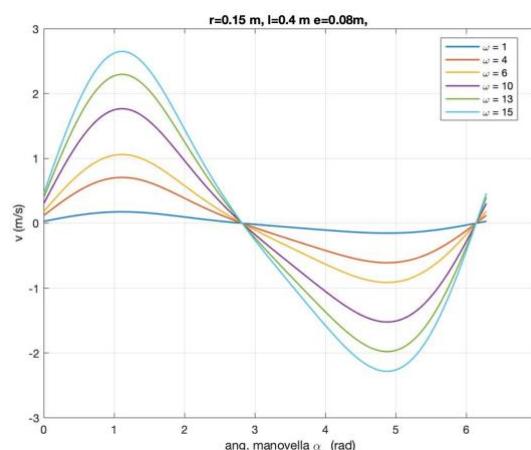
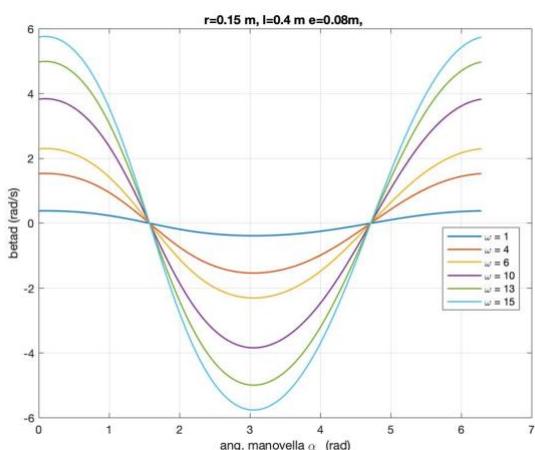


Figura 23 - Velocità angolare della biella $\dot{\beta}$ e velocità del piede di biella \dot{y} al variare della velocità angolare ω

Esercitazione 1: Analisi cinematica di un sistema Biella - Manovella

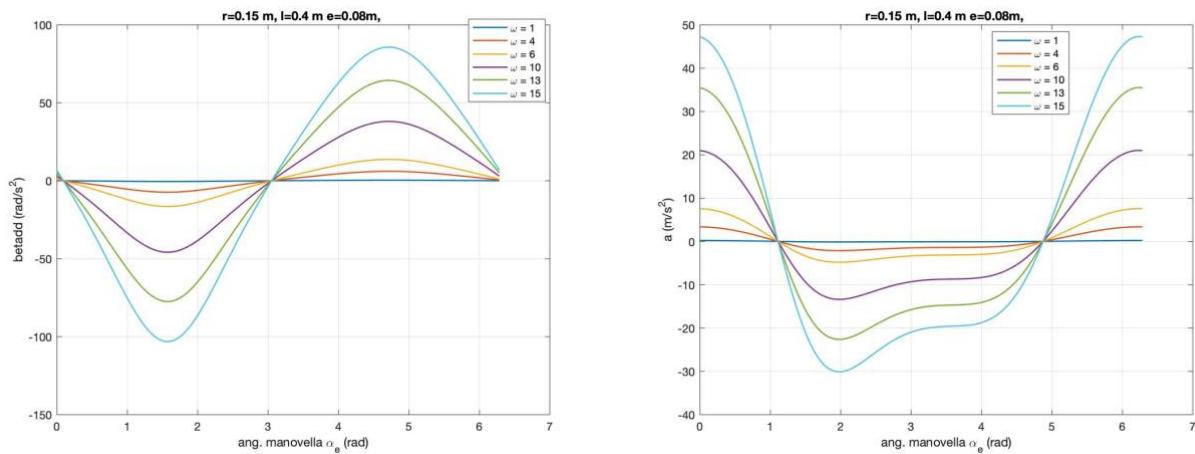


Figura 24 - Accelerazione angolare della biella $\ddot{\beta}$ e accelerazione del piede di biella \ddot{y} al variare della velocità angolare ω

Vediamo ora come variano i grafici adimensionali:

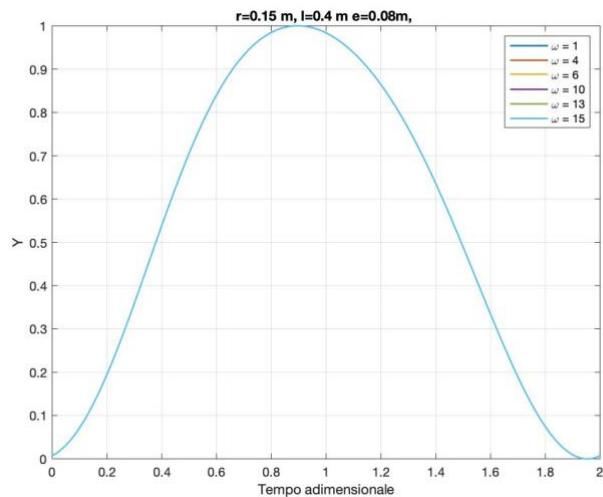


Figura 25 - Alzata adimensionale al variare della velocità angolare ω

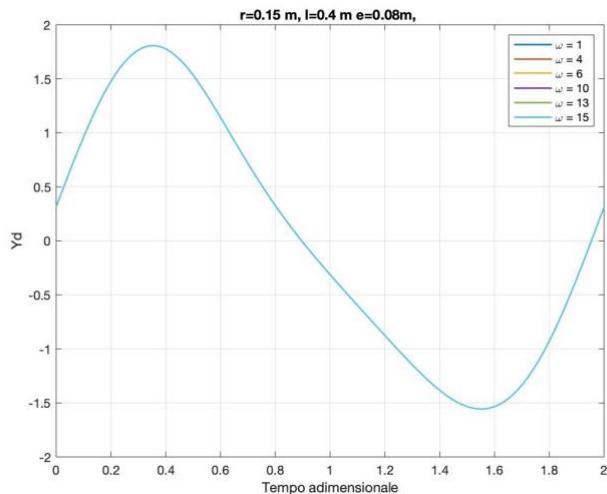


Figura 26 - Forma del diagramma di velocità al variare della velocità angolare ω

Esercitazione 1: Analisi cinematica di un sistema Biella - Manovella

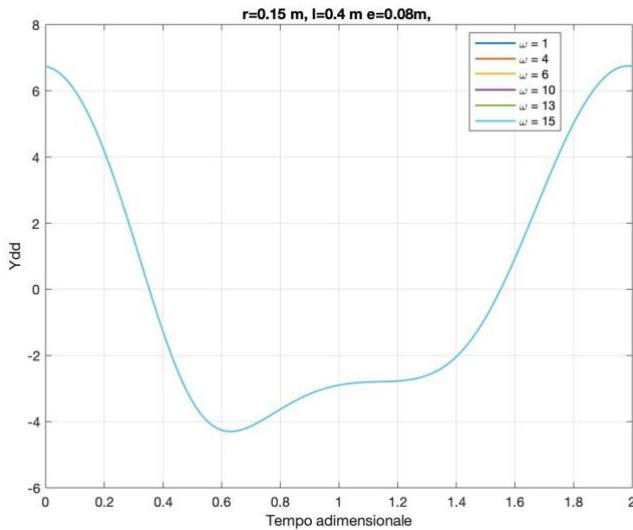


Figura 27 - Forma del diagramma di accelerazione al variare della velocità angolare ω

Si può osservare che aumentando ω su ha un aumento della velocità massima, y_{max} e dell'accelerazione massima e \ddot{y}_{max} .

Mentre nei grafici adimensionali non si ha nessuna variazione, essendo questi indipendenti da ω .

ALLEGATI

%% VIDEO

```

xO=0;
yO=0;
xB = r*cos(alpha_e)+l*cos(beta);
xA = r*cos(alpha_e);
yA=r*sin(alpha_e);
yB=-e;
lt=length(alpha_e)
passo=floor(lt/30)

figure(10)
j=0

for i=1:passo:lt
i;
j=j+1;
lineax=[xO xA(i) xB(i)];
lineay=[yO yA(i) yB];
plot(lineax,lineay,'o-')
axis equal
axis([-r-e 3*r+l -1.5*r 1.5*r])
M(j)=getframe           % congela lo stato all'istante j e lo fa per ogni istante di tempo
End

movie(M)                  %esegue il filmato

```



**POLITECNICO
DI TORINO**

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica
Meccanica delle Macchine Automatiche

ESPERIENZA DI LABORATORIO N.2

Sospensione posteriore di una bicicletta: analisi cinematica del meccanismo articolato e studio della dinamica

A.A. 2019/2020

Docente:
Prof. Giuseppe Quaglia

Autori:
Luca Pirini Casadei 264939
Gianmarco Santoro 265999
Alessandro Peripoli 265023

Sommario

Sospensione posteriore di una mountain-bike: analisi cinematica del meccanismo articolato e studio della dinamica della bicicletta	0
Scopo dell'esercitazione	0
Definizione delle grandezze note	2
1. Analisi cinematica.....	3
1.1 Geometria iniziale	3
1.2 Geometria	3
2. Analisi statica	4
3. Analisi dinamica	6
4. Analisi Simulink.....	8
4.1 Risultati della simulazione	8

Indice delle Figure

Figura 1 – Bicicletta biammortizzata in esame	0
Figura 2 – Dettaglio del meccanismo articolato	1
Figura 3 – Schema cinematico della sospensione.....	1
Figura 4 – Schema del meccanismo a seguito dello spostamento verticale del mozzo ruota	3
Figura 5 – Effetto del carico del ciclista sul sistema articolato, condizione di SAG	4
Figura 6 – Accorciamento e derivata geometrica in funzione di h	4
Figura 7 – Configurazioni notevoli del meccanismo articolato	5
Figura 8 – Modello e diagramma di corpo libero del sistema	6
Figura 9 – Diagramma a blocchi del sistema implementato su Simulink	8
Figura 10 – $\omega = \pi 2a sx & \pi a dx rads$; $\beta = 0.7$; $mn = 50 kg$	9
Figura 11 – $\omega = 2\pi a sx & 4\pi a dx rads$; $\beta = 0.7$; $mn = 50 kg$	9
Figura 12 – $\omega = \pi rads$; $\beta = 0.35 a sx & \beta = 0.7 a dx$; $mn = 50 kg$	10
Figura 13 – $\omega = \pi rads$; $\beta = 1.0 a sx & \beta = 1.3 a dx$; $mn = 50 kg$	10
Figura 14 – $\omega = \pi 2a sx & \pi a dx rads$; $\beta = 0.7$; $mn = 50 kg$	11
Figura 15 – $\omega = 2\pi a sx & 4\pi a dx rads$; $\beta = 0.7$; $mn = 50 kg$	11

Figura 16 – $\omega = \pi$ rads; $\beta = 0.35$ a sx & $\beta = 0.7$ a dx; $mn = 50$ kg	12
Figura 17 – $\omega = \pi$ rads; $\beta = 1.0$ a sx & $\beta = 1.3$ a dx; $mn = 50$ kg	12
Figura 18 – Diagrammi di Bode del sistema: $wn = \pi$; $\beta = 0.7$ a sx & $\beta = 0.35$ a dx	13
Figura 19 – Diagrammi di Bode del sistema: $wn = 2\pi$; $\beta = 0.7$ a sx & $\beta = 0.35$ a dx	13

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta

Sospensione posteriore di una mountain-bike: analisi cinematica del meccanismo articolato e studio della dinamica della bicicletta

Scopo dell'esercitazione

Questa esercitazione si propone di realizzare un modello matematico per lo studio della cinematica e della dinamica del retroreno della mountain-bike biammortizzata visibile in figura 1.

Il meccanismo è schematizzabile come un quadrilatero articolato, dove il membro superiore è incernierato ad un ammortizzatore pneumatico lineare con funzione di molla e smorzatore. L'accorciamento dell'ammortizzatore dipende dal movimento del quadrilatero il quale è legato allo spostamento, relativo al telaio, del mozzo della ruota posteriore della bicicletta.

Questo studio è propedeutico al calcolo delle caratteristiche dell'ammortizzatore, rigidezza e forza statica per equilibrare il peso del ciclista con un corretto funzionamento della sospensione, le quali dipendono da geometria e punti di vincolo.



Figura 1 – Bicicletta biammortizzata in esame

In figura 2 è indicata la notazione scelta per i punti caratteristici e la schematizzazione del meccanismo articolato.

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta



Figura 2 – Dettaglio del meccanismo articolato

In figura 3 è definito lo schema cinematico della sospensione, la simbologia, sistema di riferimento e relativa nomenclatura.

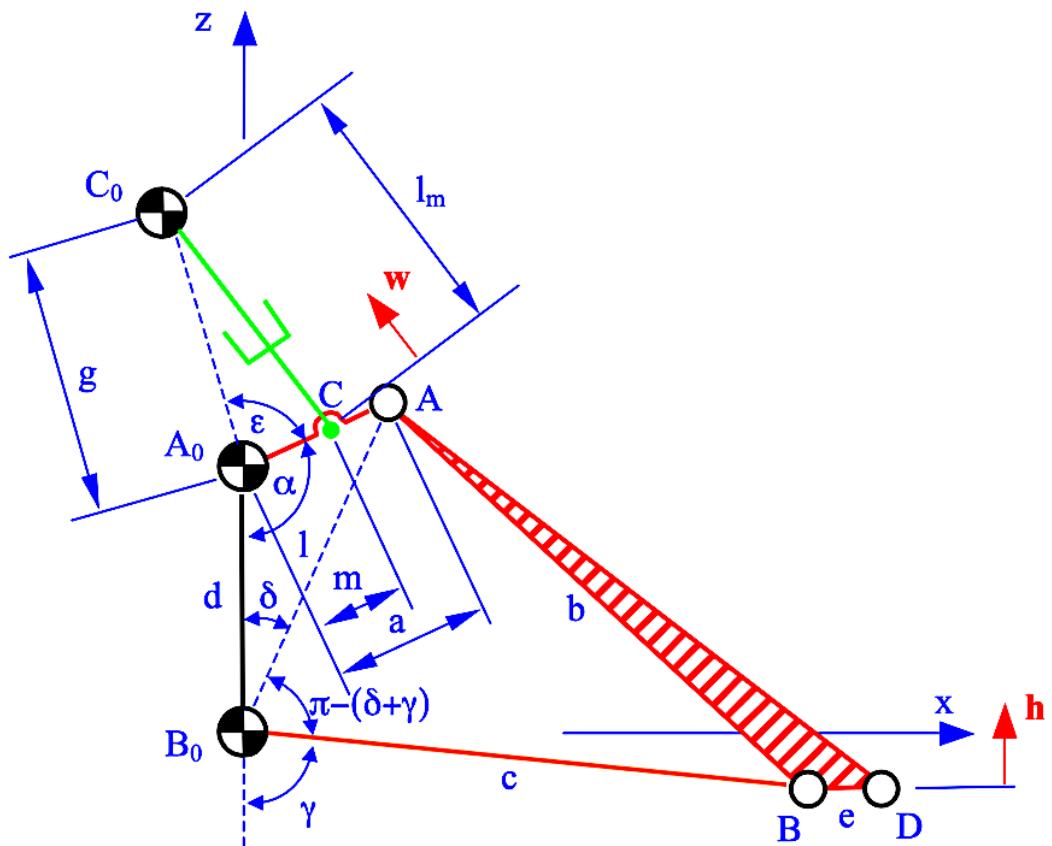


Figura 3 – Schema cinematico della sospensione

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta

Il sistema di riferimento per l'analisi, con assi X-Z rispettivamente orizzontale e verticale, è mobile, solidale al telaio della bicicletta, con l'origine coincidente alla cerniera B_0 . La geometria iniziale del sistema è con la molla a fondo corsa, ciò corrisponde alla bicicletta scarica, può avvenire quindi solo una compressione successiva, condizione indicata con il pedice "i".

Definizione delle grandezze note

- $A_0A = a = 90\text{mm}$
- $AB = b = 323\text{ mm}$
- $BB_0 = c = 320\text{ mm}$
- $B_0A_0 = d = 150\text{ mm}$
- $A_0C_0 = g = 153\text{ mm}$
- $A_0C = m = 55\text{ mm}$
- $BD = e = 50\text{ mm}$

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta

1. Analisi cinematica

Obiettivo dell'analisi cinematica è il calcolo, partendo dalla condizione di bici scarica, dell'accorciamento $w = w(h)$ dell'ammortizzatore, moto relativo mozzo-telaio, a seguito di uno spostamento h della ruota posteriore in direzione verticale.

Si esprimono, per comodità, le posizioni in funzione dell'angolo α .

L'analisi definisce la geometria iniziale ed in seguito la geometria nel campo di mobilità della sospensione.

1.1 Geometria iniziale

Note le lunghezze della configurazione iniziale, si ricavano α_i e ε_i applicando il teorema dei coseni. Il campo di valori dell'angolo α , variabile ausiliaria, risulta $\alpha_i < \alpha < \alpha_i + \Delta\alpha$; dove $\Delta\alpha$ è l'escurzione angolare che corrisponde ad uno spostamento verticale h di 50 mm.

1.2 Geometria

La sequenza di calcolo della geometria prevede il calcolo sequenziale di diverse grandezze correlate, tramite opportune relazioni goniometriche, in particolare:

$$l = l(\alpha) \rightarrow \delta = \delta(\alpha) \rightarrow \gamma = \gamma(\alpha) \rightarrow w = w(\alpha) \rightarrow h = h(\alpha)$$

Infine, combinando le ultime due relazioni si ricava l'evoluzione dell'accorciamento dell'ammortizzatore in funzione dello spostamento del mozzo della ruota:

$$w = w(h)$$

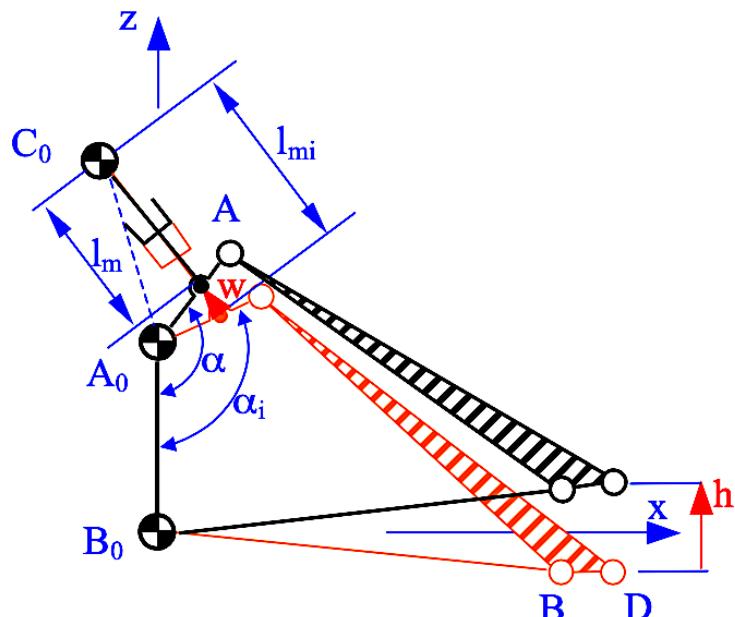


Figura 4 – Schema del meccanismo a seguito dello spostamento verticale del mozzo ruota

La derivata geometrica $\frac{dw(h)}{dh} = i_m$, utile per l'analisi dinamica della sospensione, è calcolata numericamente tramite codici MatLab.

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta

2. Analisi statica

Dalla condizione di bicicletta scarica, con l'applicazione del carico dovuto alla massa del ciclista, si raggiunge una nuova condizione di equilibrio statico, detta condizione di SAG. Si assume la ruota si sposti verticalmente relativamente al telaio di una entità h_{SAG} e la molla si comprima di w_{SAG} .

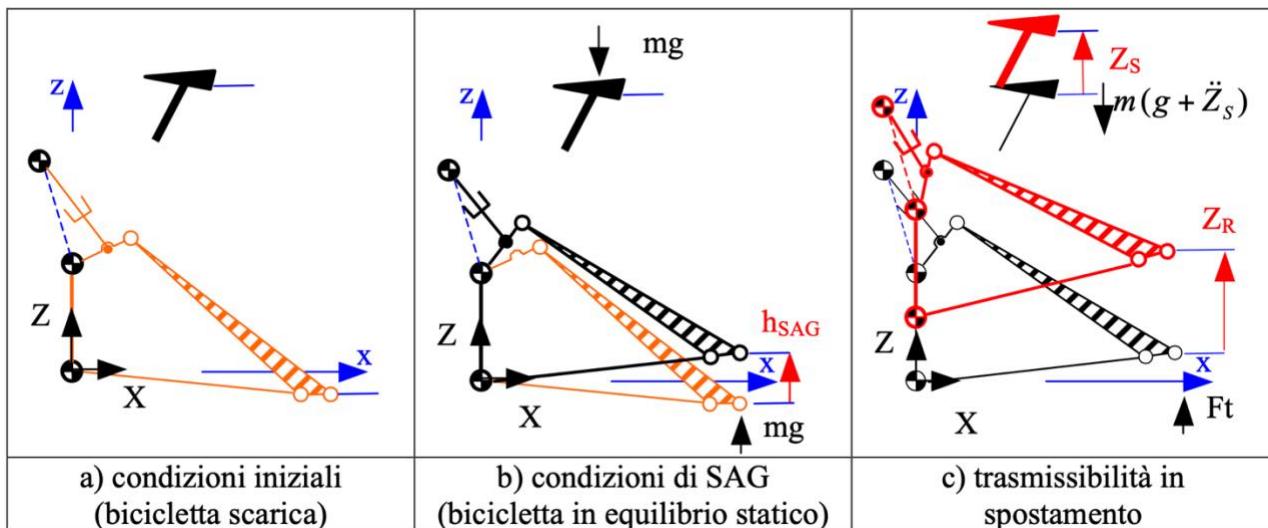


Figura 5 – Effetto del carico del ciclista sul sistema articolato, condizione di SAG

Ipotizzando un peso di ciclista e bicicletta gravanti sulla sospensione posteriore di circa 50 kg e relativa compressione di 5 mm della molla -parametri di progetto della sospensione- si sono rappresentati gli andamenti di Accorciamento e Derivata geometrica rispetto ad h .

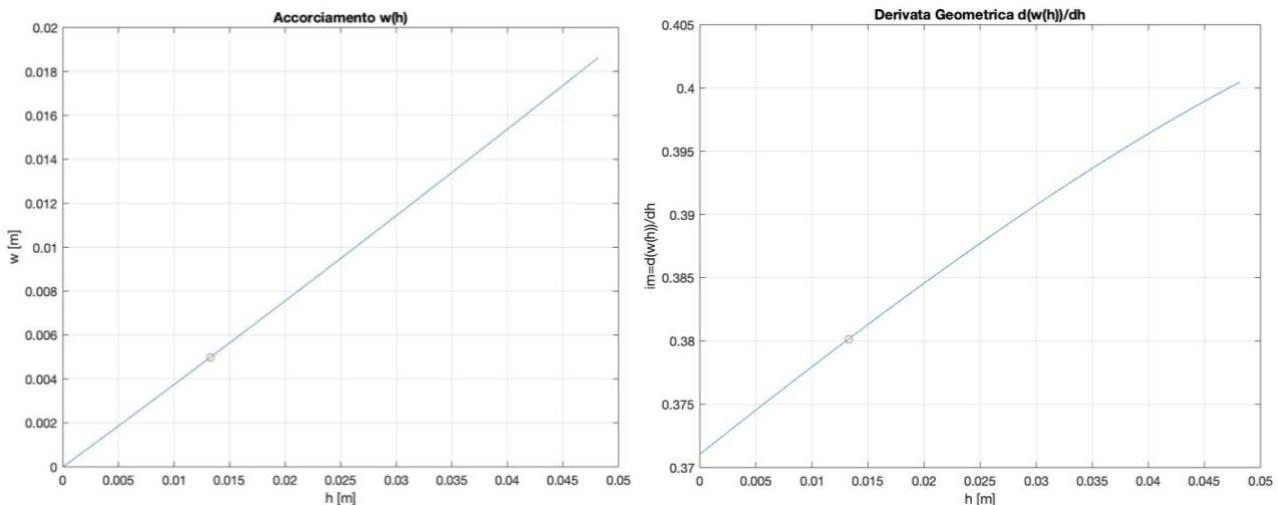


Figura 6 – Accorciamento e derivata geometrica in funzione di h

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta

Nello schema seguente è mostrato il meccanismo in tre configurazioni notevoli:

1. Condizione di bicicletta scarica (in basso)
2. SAG (intermedia)
3. Condizione di massima compressione (in alto)

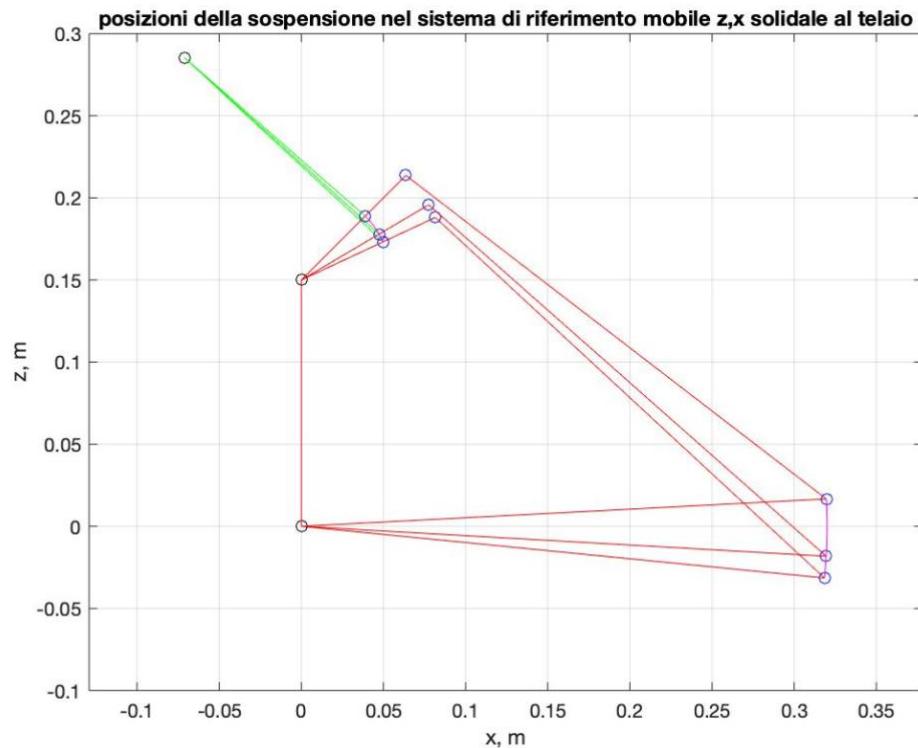


Figura 7 – Configurazioni notevoli del meccanismo articolato

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta

3. Analisi dinamica

A causa delle irregolarità del terreno, la ruota è sottoposta ad uno spostamento verticale assoluto pari a Z_R , mentre il telaio e la sella ad esso vincolato si spostano verticalmente di Z_S . La sospensione ha infatti funzione di filtro delle oscillazioni della ruota causate dall'irregolarità del terreno al fine di ridurre quelle della sella percepite dal ciclista.

Per lo studio si usa un modello della sola sospensione posteriore, sulla quale la sola frazione m della massa M del ciclista vi si scaricherà. Il modello equivalente è costituito dalla massa m sospesa su una molla equivalente ed uno smorzatore equivalente, rispettivamente di rigidezza k_{eq} e di coefficiente di smorzamento β_{eq} i cui valori dipendono dalla rigidezza k e smorzamento β della molla e dello smorzatore.

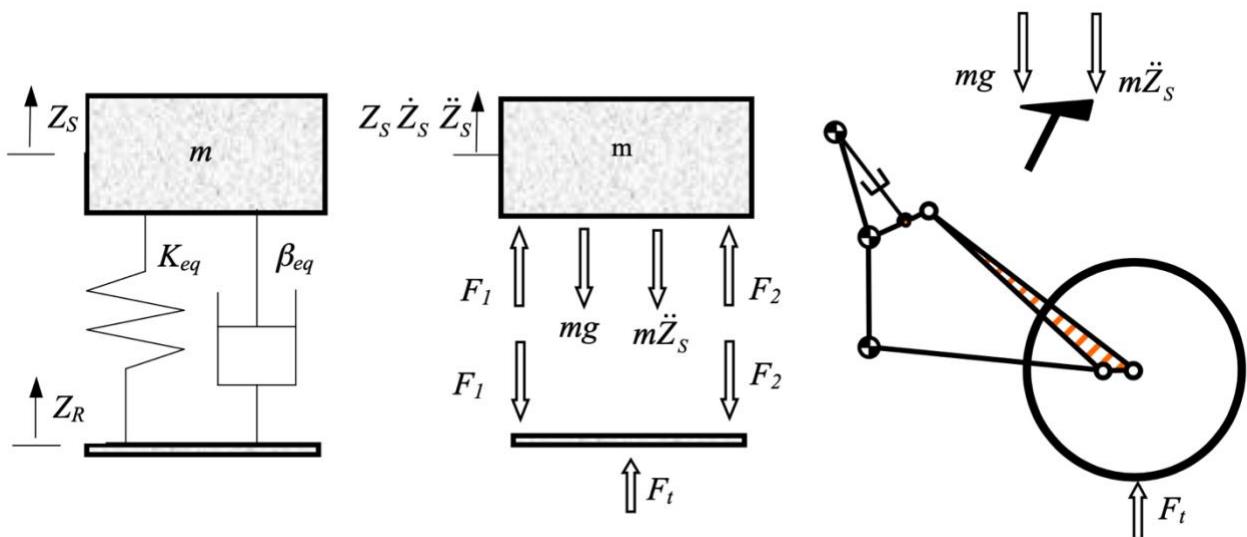


Figura 8 – Modello e diagramma di corpo libero del sistema

Dal diagramma di corpo libero si può scrivere l'equazione di equilibrio della massa:

$$m \ddot{Z}_s + mg = F_1 + F_2$$

Dove F_1 e F_2 sono la forza della molla e dello smorzatore equivalenti, utili nella descrizione del sistema. Per ottenere tali valori si ricorre al principio dei lavori virtuali. Trascurando la massa dei componenti della sospensione, si ottiene:

$$F_1 dh - F_m dw = 0$$

Per cui il lavoro per alzare la ruota è uguale al lavoro di compressione della molla.

$$F_1 = F_m \frac{dw}{dh} = F_m i_m$$

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta

Analogamente:

$$F_2 = F_s \frac{dw}{dh} = F_s i_m \quad \rightarrow \quad F_S = \beta \frac{dw}{dt} = \beta \frac{dw}{dh} \frac{dh}{dt} = \beta i_m \dot{h}$$

Da cui:

$$h = h_{SAG} + (Z_R - Z_S) \text{ e la sua derivata } \dot{h} = \dot{Z}_R - \dot{Z}_S$$

Tali equazioni rappresentano il sistema permettendo di implementare un modello Simulink non lineare. Questo impiega le relazioni input-output descritte per correlare il movimento della ruota Z_R a quello della sella Z_s .

4. Analisi Simulink

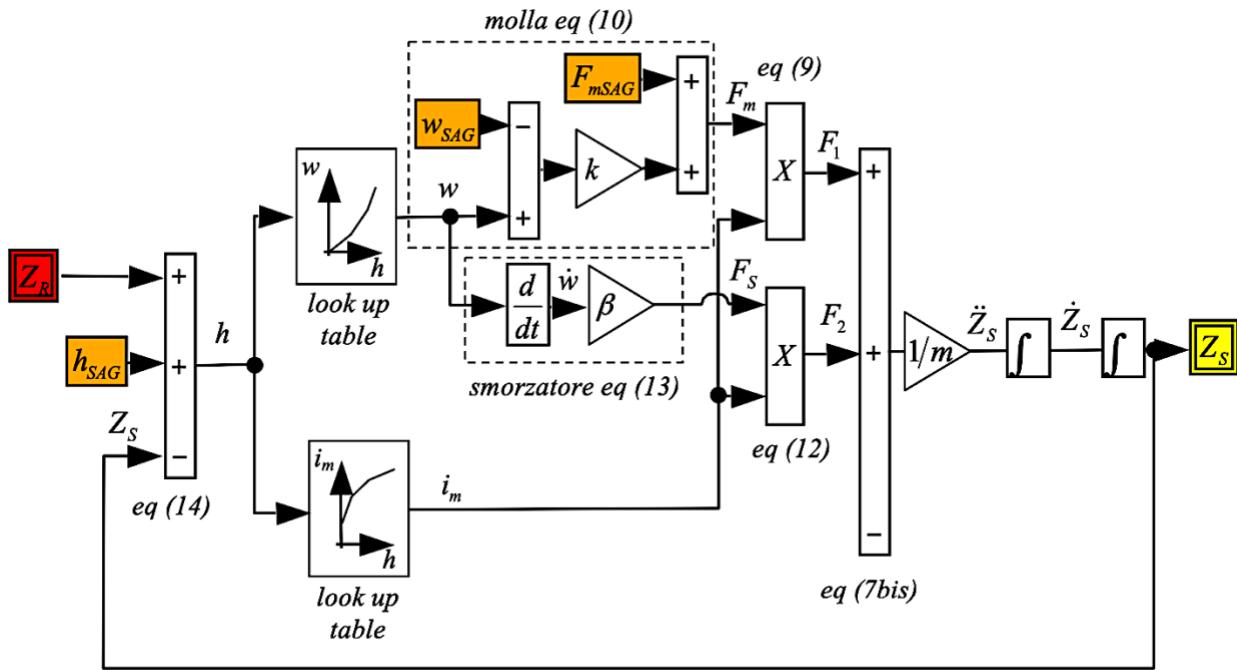


Figura 9 – Diagramma a blocchi del sistema implementato su Simulink

Nel diagramma si accede con h per determinare w tramite le relazioni della molla e smorzatore, mentre F_1 ed F_2 sono individuati mediante le correlazioni ricavate come descritto in precedenza. Il valore della rigidezza k e del coefficiente di smorzamento β si trova linearizzando l'equazione dinamica equivalente nell'intorno delle condizioni di SAG e imponendo appropriati valori di pulsazione propria e fattore di smorzamento.

4.1 Risultati della simulazione

Si riportano le analisi condotte con il modello Simulink implementato in precedenza. L'analisi è stata reiterata variando i parametri fisici di molla e smorzatore unitamente alla forma ed ampiezza del movimento della ruota. Non è stato variato il peso complessivo di ciclista e componenti della bici gravanti sul retrotreno in quanto considerato parametro di progetto. Le analisi condotte rappresentano lo spostamento della sella Z_s a seguito di un movimento della ruota Z_R .

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta

Analisi con spostamento a gradino di Z_R , variazione della pulsazione naturale propria della sospensione.

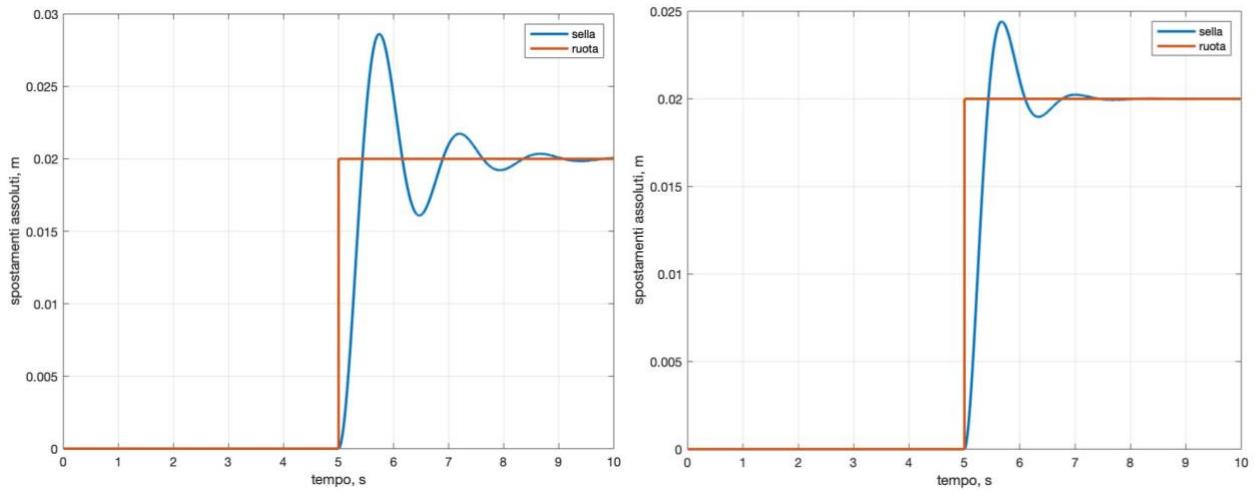


Figura 10 – $\omega = \frac{\pi}{2}(a_{sx})$ & $\pi(a_{dx})$ $\left[\frac{rad}{s} \right]$; $\beta = 0.7$; $mn = 50 \text{ kg}$

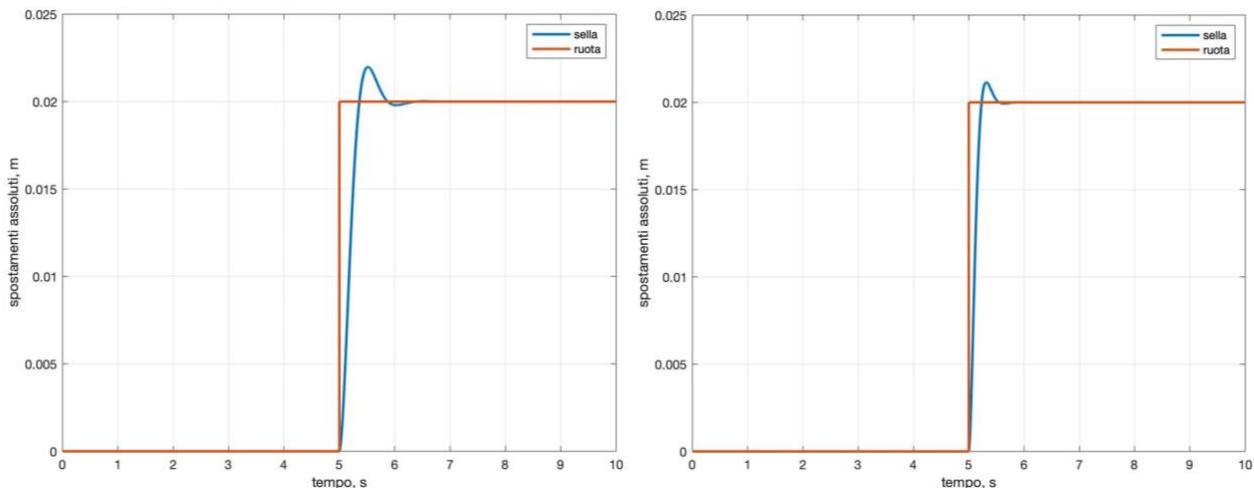


Figura 11 – $\omega = 2\pi(a_{sx})$ & $4\pi(a_{dx})$ $\left[\frac{rad}{s} \right]$; $\beta = 0.7$; $mn = 50 \text{ kg}$

Aumentando la pulsazione naturale si ha un sistema più rigido per cui si avranno meno oscillazioni con ampiezze inferiori. Inoltre il sistema risulta più pronto.

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta

Analisi con spostamento a gradino di Z_R , variazione del coefficiente di smorzamento della sospensione.

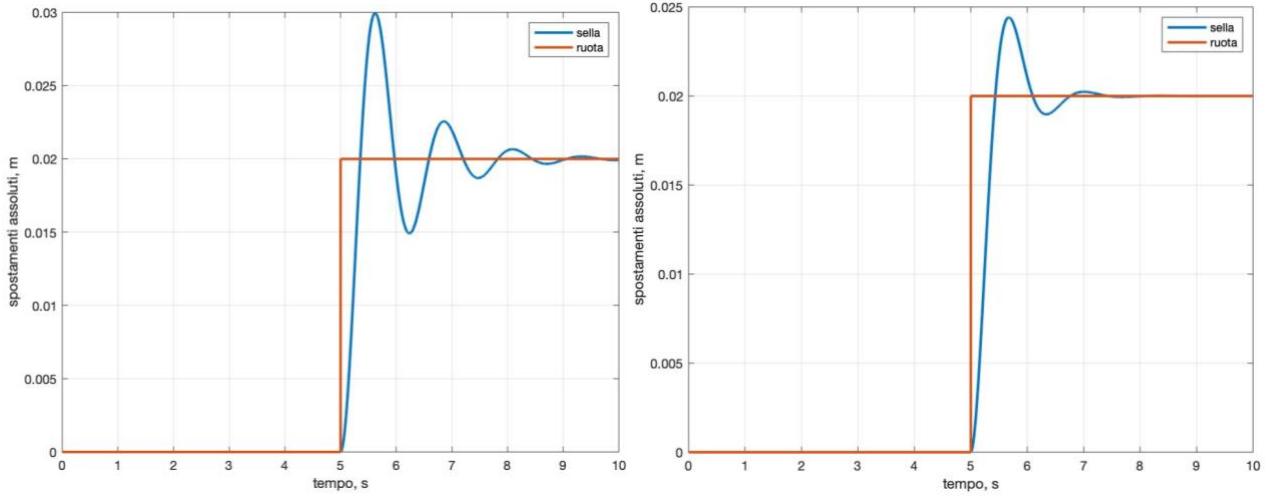


Figura 12 – $\omega = \pi \left[\frac{rad}{s} \right]$; $\beta = 0.35$ (a sx) & $\beta = 0.7$ (a dx); $mn = 50 \text{ kg}$

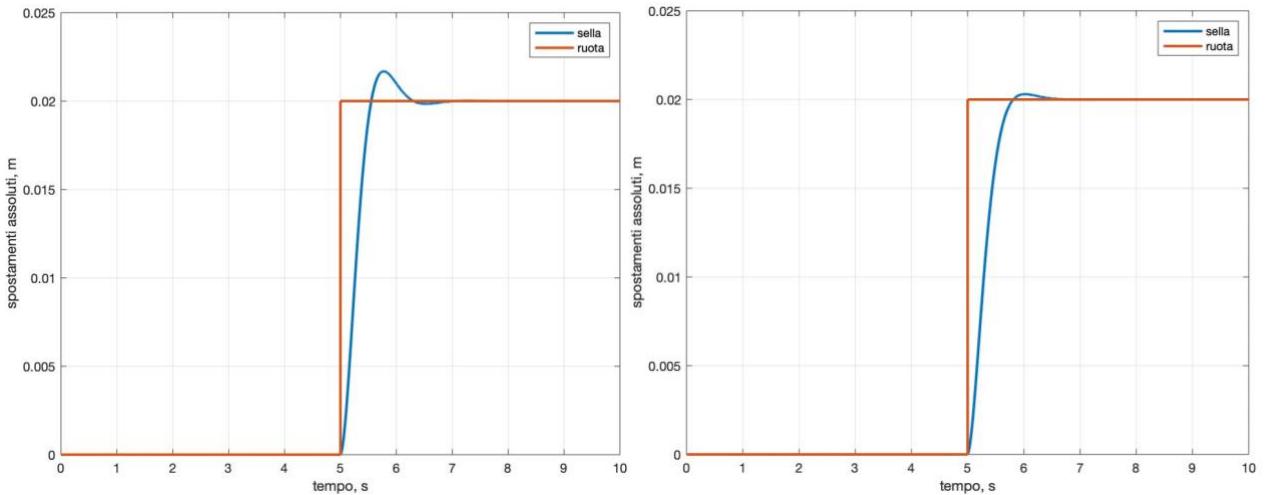


Figura 13 – $\omega = \pi \left[\frac{rad}{s} \right]$; $\beta = 1.0$ (a sx) & $\beta = 1.3$ (a dx); $mn = 50 \text{ kg}$

Aumentando il fattore di smorzamento si ha un sistema più lento però si riducono le sovraelongazioni e le oscillazioni per raggiungere il valore di regime.

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta

Analisi con spostamento sinusoidale a frequenza $1/2\pi Hz$ di Z_R , variazione della pulsazione naturale propria della sospensione.

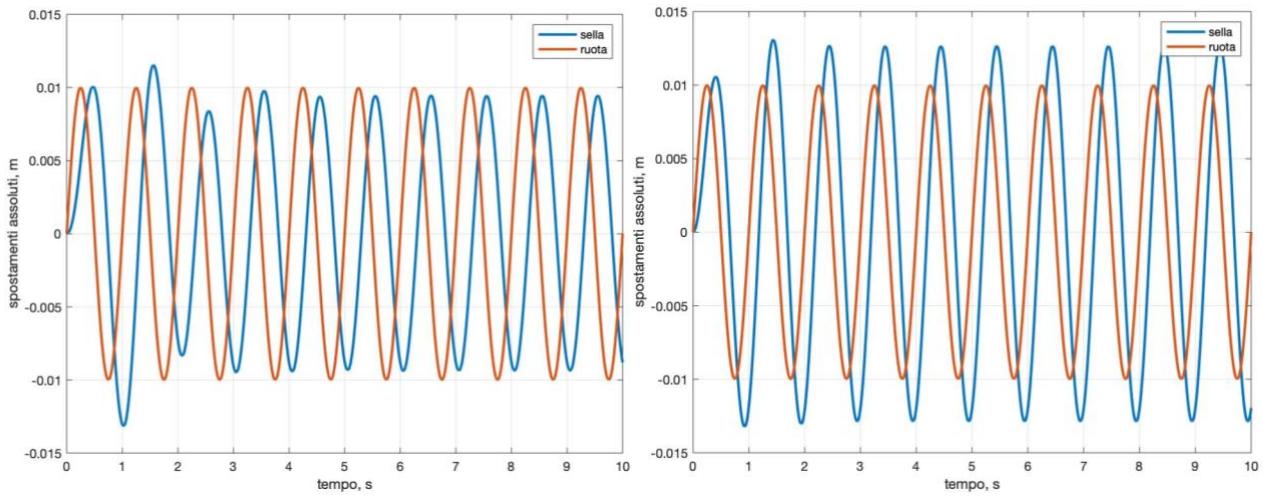


Figura 14 – $\omega = \frac{\pi}{2}(a_{sx})$ & $\pi(a_{dx})$ [$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$]; $\beta = 0.7$; $mn = 50 \text{ kg}$

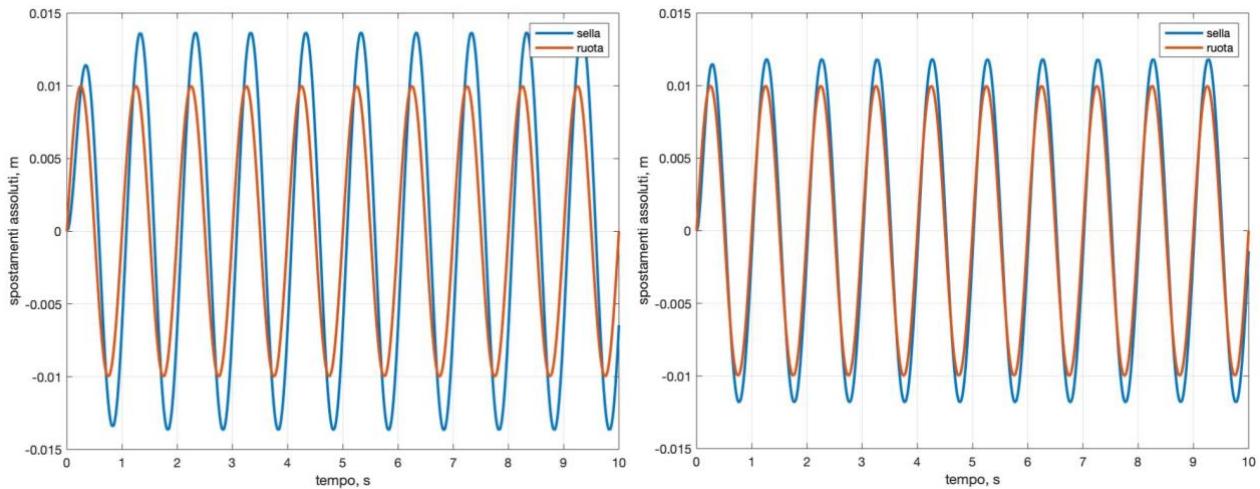
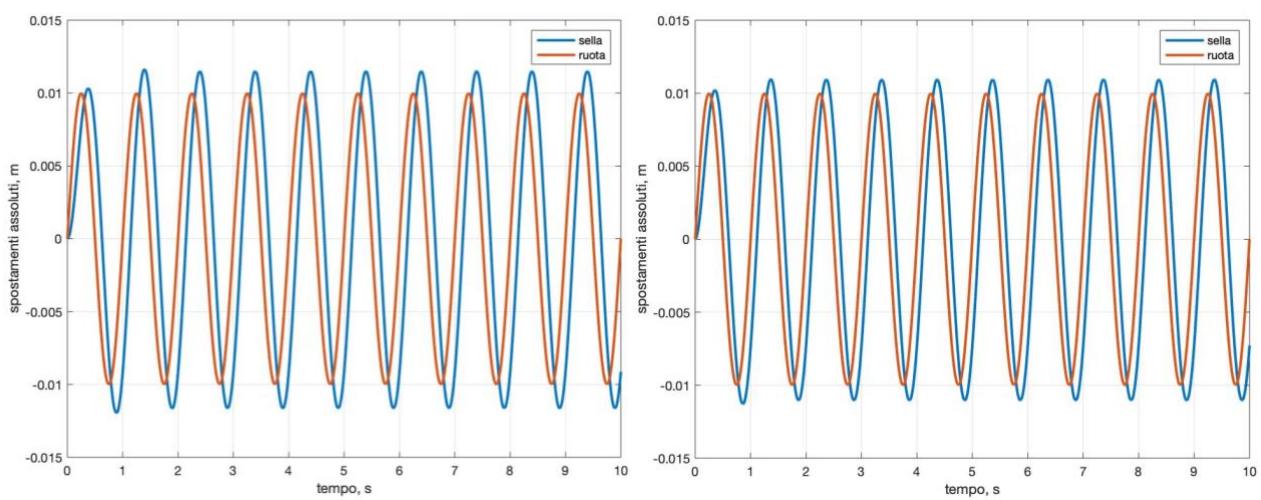
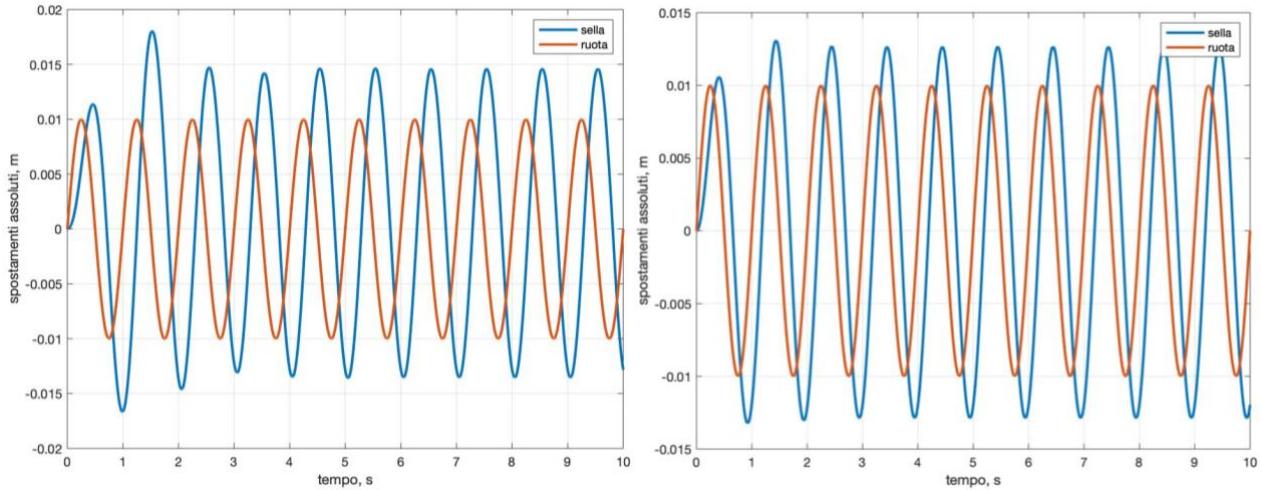


Figura 15 – $\omega = 2\pi(a_{sx})$ & $4\pi(a_{dx})$ [$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$]; $\beta = 0.7$; $mn = 50 \text{ kg}$

Aumentando la pulsazione propria del sistema il ritardo dello spostamento della sella a fronte di uno spostamento della ruota diminuisce, le ampiezze invece aumentano.

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta

Analisi con spostamento sinusoidale a frequenza $1/2\pi Hz$ di Z_R , variazione del coefficiente di smorzamento della sospensione.



Aumentando il coefficiente di smorzamento si ha una diminuzione delle oscillazioni, essendo il picco di risonanza inferiore.

Esercitazione 2 - Sospensione posteriore di una bicicletta

Analisi della risposta in frequenza del sistema dinamico con ingresso sinusoidale.

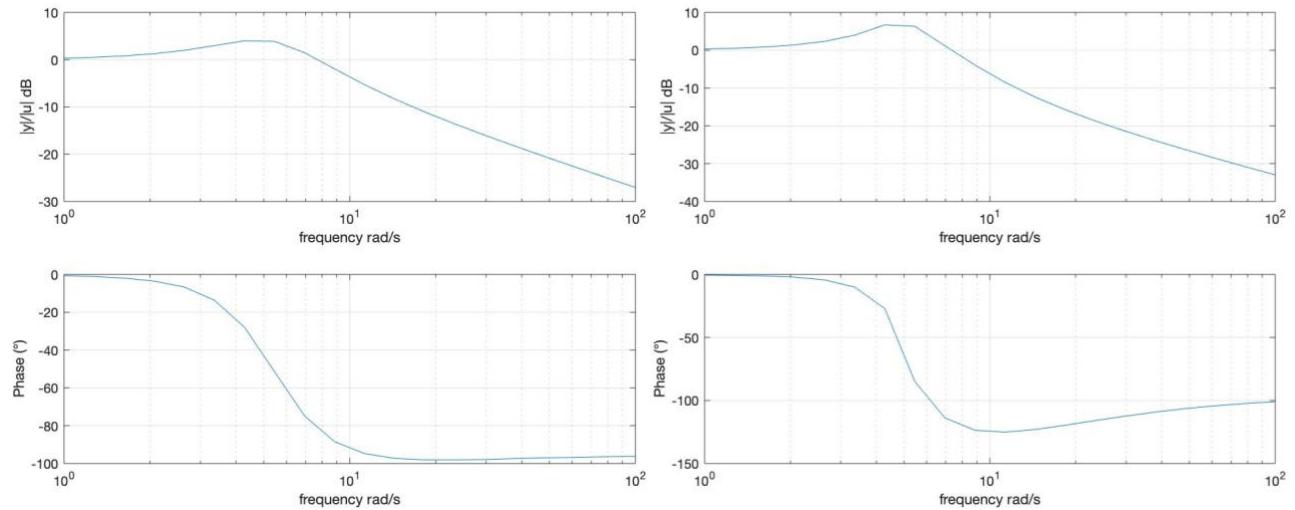


Figura 18 – Diagrammi di Bode del sistema: $wn = \pi$; $\beta = 0.7$ (a sx) & $\beta = 0.35$ (a dx)

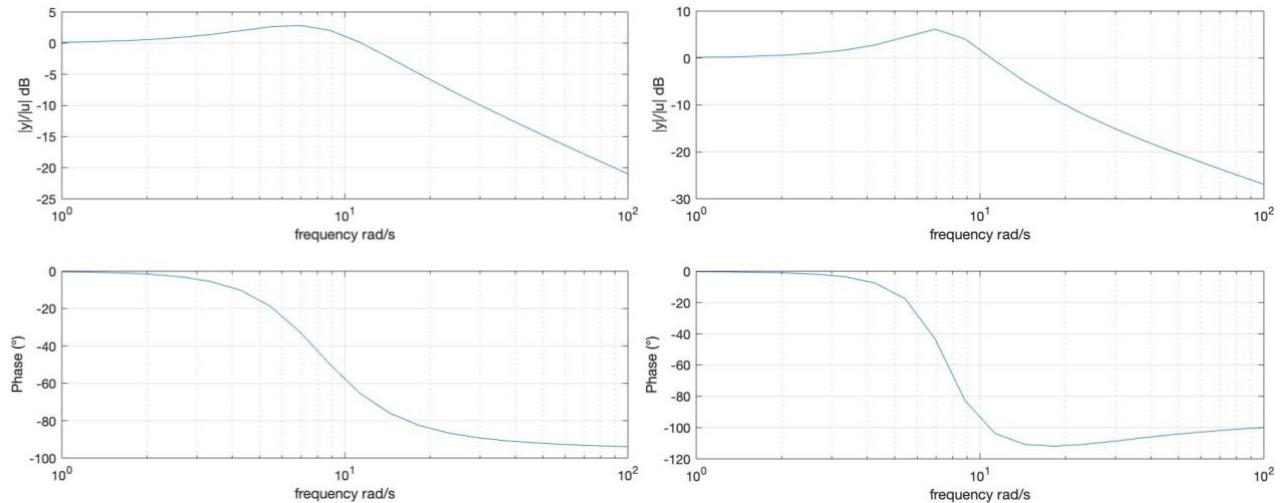


Figura 19 – Diagrammi di Bode del sistema: $wn = 2\pi$; $\beta = 0.7$ (a sx) & $\beta = 0.35$ (a dx)

Considerazioni:

- Risposta al gradino:
 - Diminuendo il fattore di smorzamento del sistema si ha un numero maggiore di oscillazioni prima che si stabilizzi. Unitamente a questo si ha una diminuzione dell'ampiezza di oscillazione/sovraelongazione.
 - Effetto analogo a quanto sopra si ha diminuendo la pulsazione propria del sistema.
- Risposta alla sinusoide:
 - Aumentando la pulsazione naturale del sistema lo sfasamento tra movimento della ruota e quello della sella diminuisce, ma aumenta l'ampiezza di oscillazione della sella fino a tendere ad andare in fase verso una frequenza di 4π circa dove anche le ampiezze tendono a riavvicinarsi.
 - Per oscillazioni piccole si ha anche una breve fase transitoria.
 - Aumentando il coefficiente di smorzamento si ha un contenimento dell'oscillazione della sella e un piccolo miglioramento sullo sfasamento, però più moderato rispetto a quanto avviene aumentando la pulsazione propria.
- Diagrammi di Bode:
 - Aumentando la pulsazione naturale del sistema il picco di risonanza si sposta verso frequenze più alte.
 - Diminuendo il fattore di smorzamento del sistema si ha un'amplificazione dell'ampiezza di oscillazione.



**POLITECNICO
DI TORINO**

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica
Meccanica delle Macchine Automatiche

ESPERIENZA DI LABORATORIO N.3

Camme: leggi del moto

A.A. 2019/2020

Docente:

Prof. Giuseppe Quaglia

Autori:

Luca Pirini Casadei 264939

Gianmarco Santoro 265999

Alessandro Peripoli 265023

Sommario

INTRODUZIONE	1
NOMENCLATURA.....	1
STUDIO ANALITICO DI UN SISTEMA CAMMA-PUNTERIA CON LEGGE DI ACCELERAZIONE COSTANTE NON SIMMETRICA.....	2
LEGGI DEL MOTO (GRANDEZZE IN FUNZIONE DEL TEMPO)	2
DIAGRAMMA DELLE ALZATE (GRANDEZZE GEOMETRICHE)	4
GRANDEZZE ADIMENSIONALI.....	5
CALCOLO DI UN SISTEMA SECONDO LA PROCEDURA DI SCELTA (O DI PROGETTO) USUALE PER I COMPONENTI COMMERCIALI ASSEGNATA UNA LEGGE AD ACCELERAZIONE COSTANTE SIMMETRICA	8
GRANDEZZE IN FUNZIONE DEL TEMPO.....	9
GRANDEZZE IN FUNZIONE DELL'ANGOLO	9
CALCOLO DI UN SISTEMA SECONDO LA PROCEDURA DI SCELTA (O DI PROGETTO) USUALE PER I COMPONENTI COMMERCIALI ASSEGNATA UNA LEGGE AD ACCELERAZIONE TRAPEZOIDALE MODIFICATA	12

Indice delle Figure

FIGURA 1-LEGGE DELL'ACCELERAZIONE COSTANTE A TRATTI ASIMMETRICA.....	2
FIGURA 2- ALZATA, VELOCITÀ E ACCELERAZIONE IN FUNZIONE DEL TEMPO.....	6
FIGURA 3-ALZATA, VELOCITÀ E ACCELERAZIONE IN FUNZIONE DELL'ANGOLO DELLA CAMMA.....	6
FIGURA 4 - ALZATA, VELOCITÀ E ACCELERAZIONE ADIMENSIONALIZZATE.....	7
FIGURA 5 - GRANDEZZE IN FUNZIONE DEL TEMPO AL VARIARE DELLA VELOCITÀ ANGOLARE	9
FIGURA 6 - GRANDEZZE IN FUNZIONE DELL'ANGOLO AL VARIARE DELLA VELOCITÀ ANGOLARE	10
FIGURA 7 - GRANDEZZE ADIMENSIONALI AL VARIARE DELLA VELOCITÀ ANGOLARE	10
FIGURA 8 - DIAGRAMMI DELLE FORME ADIMENSIONALI, NEL CASO DI ACCELERAZIONE TRAPEZOIDALE MODIFICATA CON I DATI INDICATI IN SEGUITO.....	12
FIGURA 9 - DIAGRAMMA DELL'ACCELERAZIONE, VELOCITÀ E SPOSTAMENTO IN FUNZIONE DEL TEMPO	14
FIGURA 11 - DIAGRAMMA DELL'ACCELERAZIONE, VELOCITÀ E SPOSTAMENTO IN FUNZIONE DELL'ANGOLO DI CAMMA.....	15
FIGURA 10 – COEFFICIENTE DI COPPIA	15

Introduzione

Obiettivo dell'esercitazione è comprendere il legame esistente tra spostamento, velocità ed accelerazione del cedente in funzione del tempo e dell'angolo α del movente.

A questo scopo si introducono le grandezze adimensionali, dette forme, dei diagrammi di spostamento, velocità ed accelerazione. Tali diagrammi sono fondamentali per lo studio di un meccanismo in quanto sono questi che si ritrovano sui cataloghi. È quindi sulla base di essi che si svolgono le analisi opportune e si valutano le diverse soluzioni possibili che portano al dimensionamento dei motori.

Sono proposte tre attività relative alla scelta di sistemi a camma. I primi due esercizi sono riferiti a una legge di accelerazione costante e non simmetrica: nel primo la legge di accelerazione si è assunta come dato di progetto e si sono ricavate le forme adimensionali; nel secondo si è seguita la procedura usuale di progettazione di componenti commerciali. In questa sono note le forme dei diagrammi di spostamento, velocità ed accelerazione e si sono determinate le rispettive leggi in funzione del tempo e dell'angolo di camma.

Nell'ultima parte si è eseguita sempre la procedura di progetto a partire da una diversa legge delle accelerazioni, si è infatti adottata una legge trapezoidale modificata.

Nomenclatura

Si elenca in seguito la nomenclatura utilizzata per descrivere le grandezze studiate:

- y : Alzata (coordinata del cedente);
- h : Alzata massima;
- t : Tempo;
- s : Pedice di salita, ovvero per raggiungere $y=h$;
- d : Pedice di discesa, ovvero per raggiungere $y=0$;
- α : Angolo del movente (coordinata del movente);
- ω : Velocità angolare del movente (in generale presa costante);

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

Studio analitico di un sistema camma-punteria con legge di accelerazione costante non simmetrica.

Nell'esempio sviluppato nel seguito si è ipotizzato di voler realizzare un sistema a camma con punteria dotata di moto con accelerazione costante a tratti, non simmetrica. L'obiettivo è la definizione delle relazioni tra le grandezze in funzione del tempo, le grandezze geometriche e le grandezze adimensionali.

Leggi del moto (grandezze in funzione del tempo)

Affinché al termine della fase di salita ($t=t_s$) la punteria risulti ferma ($v = 0$) è necessario che l'area sottesa dal diagramma di accelerazione sia nulla.

Esistono dunque due tratti, uno con accelerazione positiva ($\ddot{y} > 0$), l'altro con accelerazione negativa ($\ddot{y} < 0$), per ricavare velocità e spostamenti ($\dot{y}(t), y(t)$) si dovrà integrare separatamente su questi due tratti.

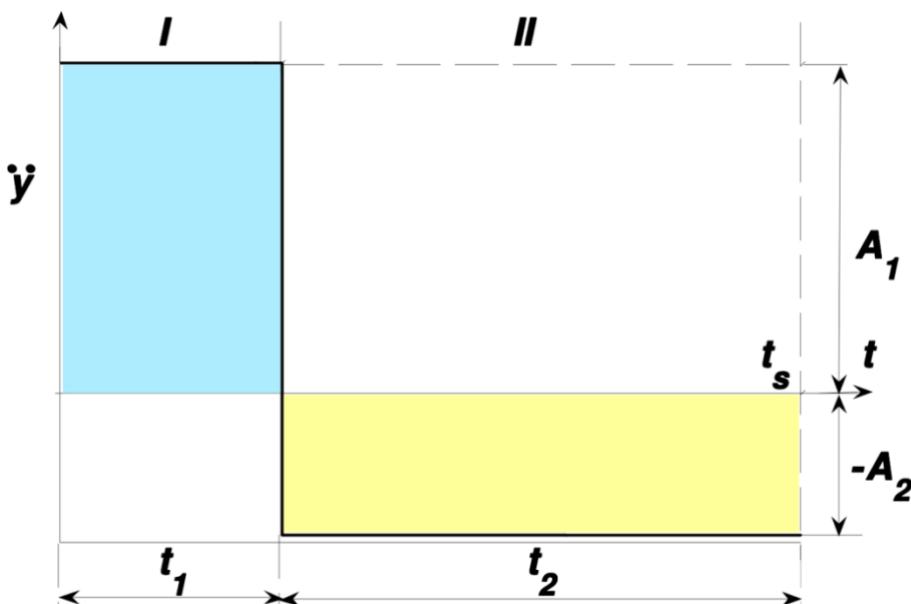


Figura 1-Legge dell'accelerazione costante a tratti asimmetrica

Essendo l'accelerazione non simmetrica il tratto ad accelerazione positiva sarà diverso da quello ad accelerazione negativa. In particolare, il tempo t_1 sarà un multiplo intero di t_2 :

$$t_2 = n t_1 \quad \text{con } n \geq 1$$

$$t_s = (n + 1) t_1$$

I dati di progetto sono:

- $n = 2$
- $t_s = 0,1 \text{ s}$ → Tempo di salita
- $\alpha_s = 2 \text{ rad}$ → Angolo di salita

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

- $h = 0,005 \text{ m} \rightarrow$ Alzata massima

Il valore di n è stato preso in modo arbitrario nel range di $n = 2 \div 8$. In seguito, sono rappresentati anche i grafici al variare di questo parametro.

La legge di accelerazione che ne deriva è:

$$\text{1° tratto} \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad \rightarrow \quad \ddot{y}_1 = A_1$$

$$\text{2° tratto} \quad t_1 \leq t \leq t_2 \quad \rightarrow \quad \ddot{y}_2 = -A_2$$

Integrando le precedenti espressioni si ottengono quelle della velocità \dot{y} in funzione del tempo:

$$\ddot{y} = \frac{d\dot{y}}{dt} \quad \rightarrow \quad d\dot{y} = \ddot{y} dt \quad \rightarrow \quad \int_{\dot{y}(0)=0}^{\dot{y}} d\dot{y} = \int_0^t \ddot{y} dt$$

$$\text{1° tratto} \quad 0 \leq t \leq t_1$$

$$\int_{\dot{y}(0)=0}^{\dot{y}_1(t)} d\dot{y}_1 = \int_0^t A_1 dt \quad \rightarrow \quad \dot{y}_1(t) = A_1 t$$

$$\dot{y}_1(t_1) = A_1 \frac{t_s}{n+1} \quad (\text{questo è il valore che viene preso come valore iniziale del tratto successivo})$$

$$\text{2° tratto} \quad t_1 \leq t \leq t_2$$

$$\int_{\dot{y}_1(t_1)}^{\dot{y}_2(t)} d\dot{y}_2 = \int_{t_1}^t -A_2 dt \quad \rightarrow \quad \dot{y}_2(t) = A_1 \frac{t_s}{n+1} - A_2 \left(t - \frac{t_s}{n+1} \right) = -A_2 t + (A_1 + A_2) \frac{t_s}{n+1}$$

Ora si devono ricavare i valori di A_1 e A_2 , a tale proposito si impone che la velocità alla fine del tratto di salita sia nulla:

$$\dot{y}_2(t_s) = -A_2 t_s + (A_1 + A_2) \frac{t_s}{n+1} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{A_1}{A_2} = n$$

Integrando nuovamente si ottengono le espressioni delle alzate h :

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} \quad \rightarrow \quad dy = \dot{y} dt \quad \rightarrow \quad \int_{y(0)=0}^y dy = \int_0^t \dot{y} dt$$

$$\text{1° tratto} \quad 0 \leq t \leq t_1$$

$$\int_{y_1(0)=0}^{y_1(t)} dy_1 = \int_0^t A_1 t dt \quad \rightarrow \quad y_1(t) = \frac{A_1 t^2}{2}$$

$$y_1(t_1) = \frac{A_1 \left(\frac{t_s}{n+1} \right)^2}{2} \quad (\text{questo è il valore che viene preso come valore iniziale del tratto successivo})$$

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

2° tratto $t_1 \leq t \leq t_2$

$$\int_{y_1(t_1)}^{y_2(t)} dy_2 = \int_{t_1}^t \left[-A_2 t + (A_1 + A_2) \frac{t_s}{n+1} \right] dt \quad \rightarrow \quad y_2(t) = \frac{-A_2 t^2}{2} + \frac{t_s t (A_1 + A_2)}{n+1} - \frac{t_s^2 (A_1 + A_2)}{2(n+1)^2}$$

Si impone la condizione in cui alla fine della fase di salita l'alzata è pari all'alzata massima, h:

$$y_2(t_s) = h \quad \rightarrow \quad \frac{-A_2 t_s^2}{2} + \frac{t_s^2 (A_1 + A_2)}{n+1} - \frac{t_s^2 (A_1 + A_2)}{2(n+1)^2} = h$$

Mettendo ora a sistema il rapporto tra A_1 e A_2 e l'espressione di h:

$$\begin{cases} \frac{A_1}{A_2} = n \\ \frac{-A_2 t_s^2}{2} + \frac{t_s^2 (A_1 + A_2)}{n+1} - \frac{t_s^2 (A_1 + A_2)}{2(n+1)^2} = h \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A_1 = \frac{2h(n+1)}{t_s^2} \\ A_2 = \frac{2h(n+1)}{n t_s^2} \end{cases}$$

Si assume che la velocità angolare del movente (camma) sia costante, assunzione corretta siccome nei sistemi a camma la velocità del movente è normalmente costante. Per cui:

$$\alpha = \omega t$$

E quindi: $\omega = \frac{\alpha_s}{t_s} = 20$

Diagramma delle alzate (grandezze geometriche)

Sostituendo $\alpha = \omega t$ nell'espressione della legge delle alzate $y(t)$ si ricava la legge delle alzate in funzione dell'angolo α , $y(\alpha)$. Tale legge definisce la cinematica dell'accoppiamento camma-punteria, poiché ad ogni valore dell'angolo α del movente corrisponde un valore della posizione y del cedente. Tale legge è definita dalla coppia cinematica camma-punteria e dipende dalle forme rispettive e dalle condizioni di vincolo.

Questa volta passiamo dall'alzata all'accelerazione quindi dobbiamo derivare:

- Alzata geometrica:

1° tratto $0 \leq t \leq t_1$:

$$y_1(\alpha) = \frac{A_1 \alpha^2}{2 \omega^2} = B_1 \frac{\alpha^2}{2} \quad \text{con: } B_1 = \frac{A_1}{\omega^2}$$

2° tratto $t_1 \leq t \leq t_2$:

$$y_2(\alpha) = -\frac{B_2 \alpha^2}{2} + \frac{\alpha_s \alpha (B_1 + B_2)}{n+1} - \frac{\alpha_s^2 (B_1 + B_2)}{2(n+1)^2} \quad \text{con: } B_2 = \frac{A_2}{\omega^2}$$

- Velocità geometrica:

1° tratto $0 \leq t \leq t_1$:

$$y'_1(\alpha) = B_1 \alpha$$

2° tratto $t_1 \leq t \leq t_2$:

$$y'_2(\alpha) = -B_2 \alpha + \frac{\alpha_s (B_1 + B_2)}{n+1}$$

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

- Accelerazione geometrica:

1° tratto $0 \leq t \leq t_1$:

$$y_1''(\alpha) = B_1$$

2° tratto $t_1 \leq t \leq t_2$:

$$y_2'' = -B_2$$

Grandezze adimensionali

La rappresentazione tramite grandezze adimensionali della cinematica del sistema camma-punteria è orientata ad ottenere una rappresentazione valida non solo in uno specifico caso, ma per un'intera famiglia di curve dello stesso tipo.

A tal proposito definiamo le seguenti grandezze:

- Tempo o angolo adimensionale: $\tau = \frac{t}{t_s} = \frac{\alpha}{\alpha_s}$ $0 \leq \tau \leq 1$
- Alzata adimensionale: $Y = \frac{y}{h}$ $0 \leq Y \leq 1$
- Velocità adimensionale: $Y' = \frac{\dot{y}}{h/t_s} = \frac{y'}{h/\alpha_s}$
- Accelerazione adimensionale: $Y'' = \frac{\ddot{y}}{h/t_s^2} = \frac{y''}{h/\alpha_s^2}$

Sostituendo y, \dot{y}, \ddot{y} e i valori di A_1 e A_2 , risulta:

$$Y_1 = (n+1)\tau_1^2$$

$$Y_2 = \frac{-(n+1)}{n}\tau_2^2 + \frac{2(n+1)}{n}\tau_2 - \frac{1}{n}$$

$$Y'_1 = 2(n+1)\tau_1$$

$$Y'_2 = \frac{2(n+1)}{n} - \frac{2(n+1)}{n}\tau_2$$

$$Y''_1 = 2(n+1)$$

$$Y''_2 = -\frac{2(n+1)}{n}$$

Implementando le relazioni trovate in un codice Matlab è possibile ricavare i grafici delle funzioni studiate. Si è inoltre studiata la variazione di tali grafici in funzione del parametro ‘n’, il quale identifica grado di asimmetria. Più ‘n’ è elevato più t_2 è grande rispetto a t_1 , essendo $t_2 = n t_1$. In seguito si mostrano i risultati ottenuti.

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

- Grandezze in funzione del tempo

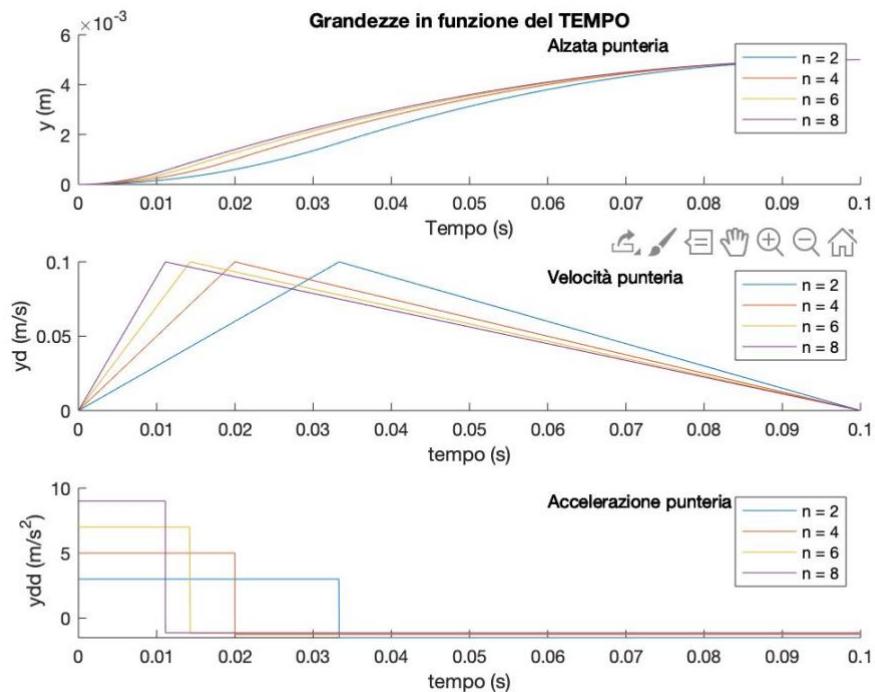


Figura 2- Alzata, velocità e accelerazione in funzione del tempo

- Grandezze in funzione dell'angolo α della camma:

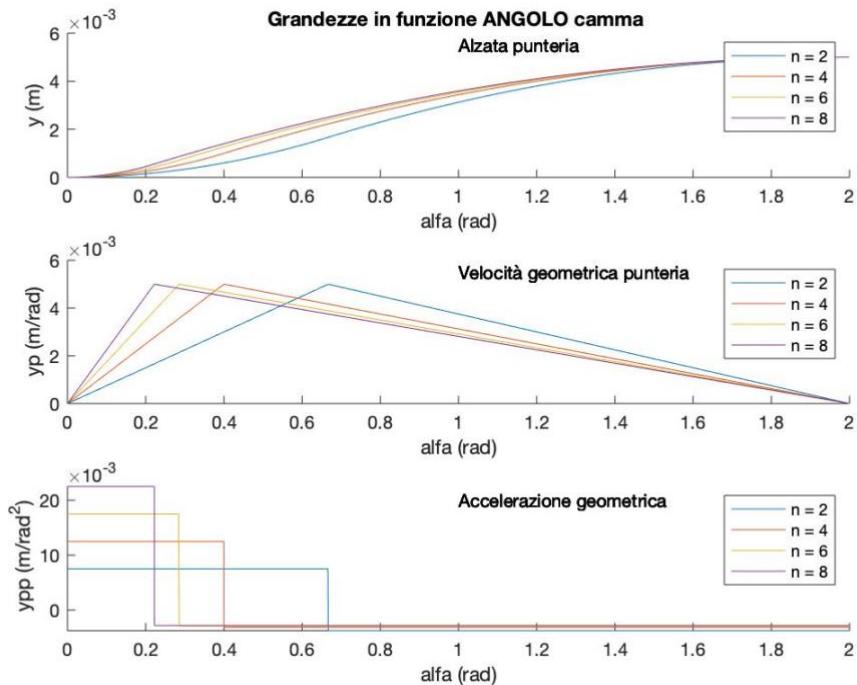


Figura 3-Alzata, velocità e accelerazione in funzione dell'angolo della camma

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

- Grandezze adimensionali:

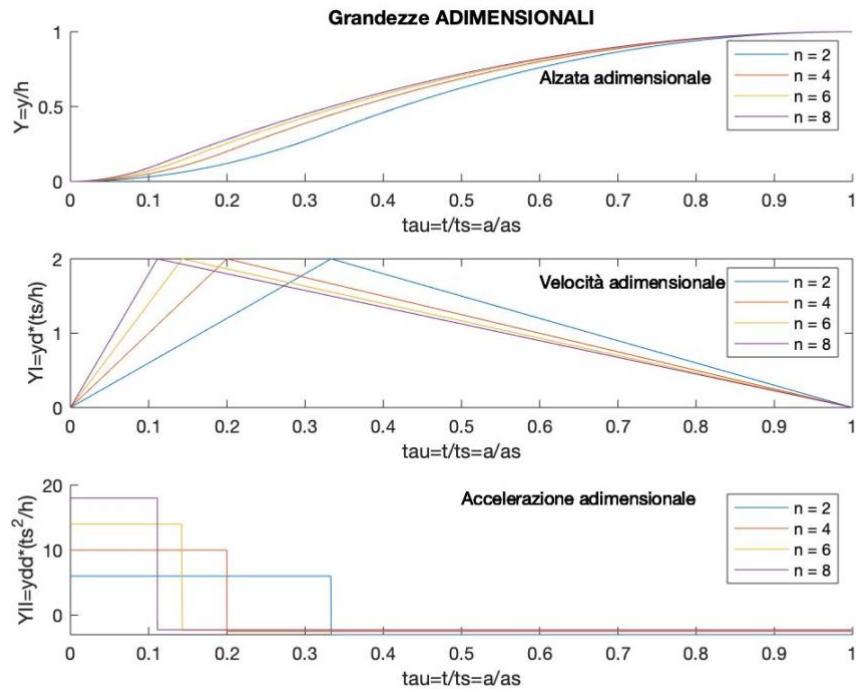


Figura 4 - Alzata, velocità e accelerazione adimensionalizzate

Si nota come l'aumento di n comporti un incremento del coefficiente positivo di accelerazione, e questo può risultare problematico perché porta con sé un aumento delle inerzie.

Per quanto riguarda il coefficiente di velocità esso si mantiene immutato aumentando n , tuttavia si registra dopo un tempo più breve.

Calcolo di un sistema secondo la procedura di scelta (o di progetto) usuale per i componenti commerciali assegnata una legge ad accelerazione costante simmetrica

In questo caso sono note le forme dei diagrammi di spostamento, velocità ed accelerazione (grandezze adimensionali) per una specifica forma della legge del moto, si considerano le forme trovate nel punto precedente. Si richiede di determinare da queste le corrispondenti leggi in funzione del tempo ed in funzione dell'angolo di camma.

Il procedimento è inverso a quanto fatto prima. Ricordiamo le grandezze adimensionali:

$$Y_1 = (n+1)\tau_1^2 \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad [\text{accelerazione adimensionale}]$$

$$Y_2 = \frac{-(n+1)}{n} \tau_2^2 + \frac{2(n+1)}{n} \tau_2 - \frac{1}{n} \quad t_1 \leq t \leq t_2$$

$$Y'_1 = 2(n+1)\tau_1 \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad [\text{Velocità adimensionale}]$$

$$Y'_2 = \frac{2(n+1)}{n} - \frac{2(n+1)}{n} \tau_2 \quad t_1 \leq t \leq t_2:$$

$$Y''_1 = 2(n+1) \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad [\text{Alzata adimensionale}]$$

$$Y''_2 = -\frac{2(n+1)}{n} \quad t_1 \leq t \leq t_2:$$

I parametri noti sono:

$$h = 0,005 \text{ m} \quad [\text{Alzata}]$$

$$\alpha_s = \frac{\pi}{3} \quad [\text{Angolo di salita}]$$

$$\omega_1 = 100 \text{ rad/s} \quad [\text{Velocità di rotazione angolare}]$$

$$\omega_2 = 200 \text{ rad/s}$$

Si richiede di produrre i grafici delle grandezze calcolate in funzione del tempo e dell'angolo per i due valori di velocità, ω_1 e ω_2 .

Il tempo di salita, t_s , si può facilmente ricavare girando la formula della velocità angolare, ω :

$$t_s = \frac{\alpha_s}{\omega} \quad \text{per:} \quad \omega_1 \rightarrow t_s = 0,015$$

$$\omega_2 \rightarrow t_s = 0,0052$$

Ricordando che le grandezze adimensionali sono definite:

$$Y = \frac{y}{h}$$

$$Y' = \frac{\dot{y}}{h/t_s} = \frac{y''}{h/\alpha_s}$$

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

$$Y'' = \frac{\ddot{y}}{h/t_s^2} = \frac{y''}{h/\alpha_s^2}$$

È possibile, girando semplicemente le formule ricavare le grandezze in funzione del tempo e dell'angolo della camma.

Grandezze in funzione del tempo

$$y = Y h \quad [\text{Alzata punteria}]$$

$$\dot{y} = Y' h/t_s \quad [\text{Velocità punteria}]$$

$$\ddot{y} = Y'' h/t_s^2 \quad [\text{Accelerazione punteria}]$$

Grandezze in funzione dell'angolo

$$y = Y h \quad [\text{Alzata punteria}]$$

$$\dot{y} = Y' h/\alpha_s^2 \quad [\text{Velocità geometrica punteria}]$$

$$\ddot{y} = Y'' h/\alpha_s^2 \quad [\text{Accelerazione geometrica punteria}]$$

Anche in questo caso si è realizzato un codice Matlab per calcolare le grandezze e produrre i relativi grafici, per entrambe le velocità angolari. Si mostrano in seguito i grafici ottenuti:

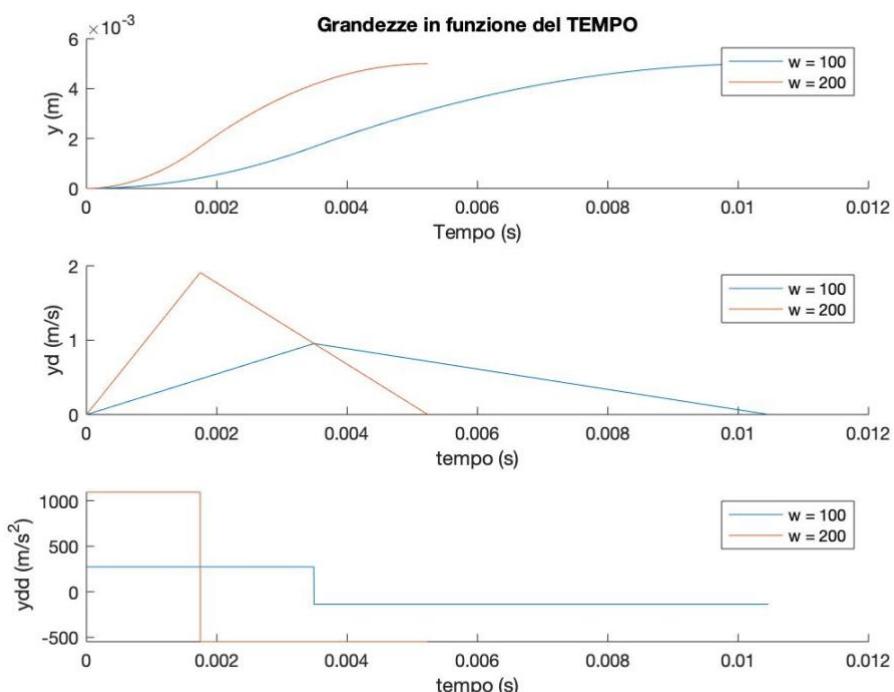


Figura 5 - Grandezze in funzione del tempo al variare della velocità angolare

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

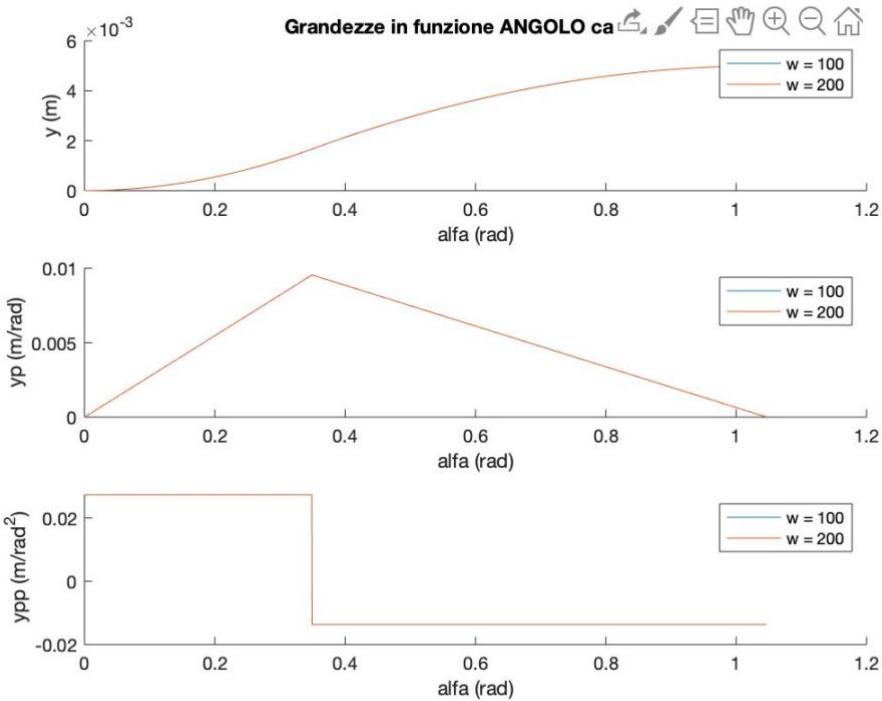


Figura 6 - Grandezze in funzione dell'angolo al variare della velocità angolare

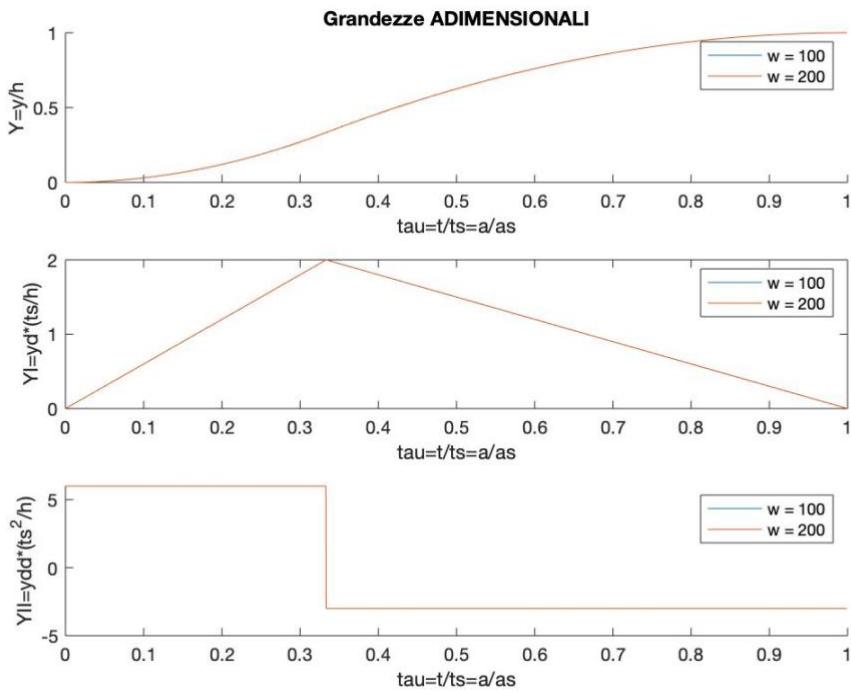


Figura 7 - Grandezze adimensionali al variare della velocità angolare

Si noti che le grandezze in funzione dell'angolo e quelle adimensionali non variano al variare della velocità angolare, mentre le grandezze in funzione del tempo dipendono fortemente dal valore di ω . Infatti, se aumentiamo o diminuiamo la velocità di rotazione cambia il tempo di salita (t_s) e quindi

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

varia il grafico in funzione del tempo. Con la ω_2 che è più grande della ω_1 il tempo di salita sarà inferiore e ne risulterà un'alzata più rapida. Invece le grandezze in funzione dell'angolo della camma non risentono della variazione della velocità angolare, essendo α_s indipendente da ω . Un discorso analogo vale per le grandezze adimensionali. La τ è calcolata dividendo il tempo per il tempo di salita e quindi varia tra 0 e 1, variando ω la sua variazione è sempre in questo intervallo e quindi il grafico non varia.

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

Calcolo di un sistema secondo la procedura di scelta (o di progetto) usuale per i componenti commerciali assegnata una legge ad accelerazione trapezoidale modificata

In questo caso sono note le forme dei diagrammi di spostamento, velocità e accelerazione (grandezze adimensionali) per una specifica forma della legge del moto. Da queste si richiede di determinare le corrispondenti leggi in funzione dell'angolo di camma. La legge dell'accelerazione trapezoidale modificata è la seguente:

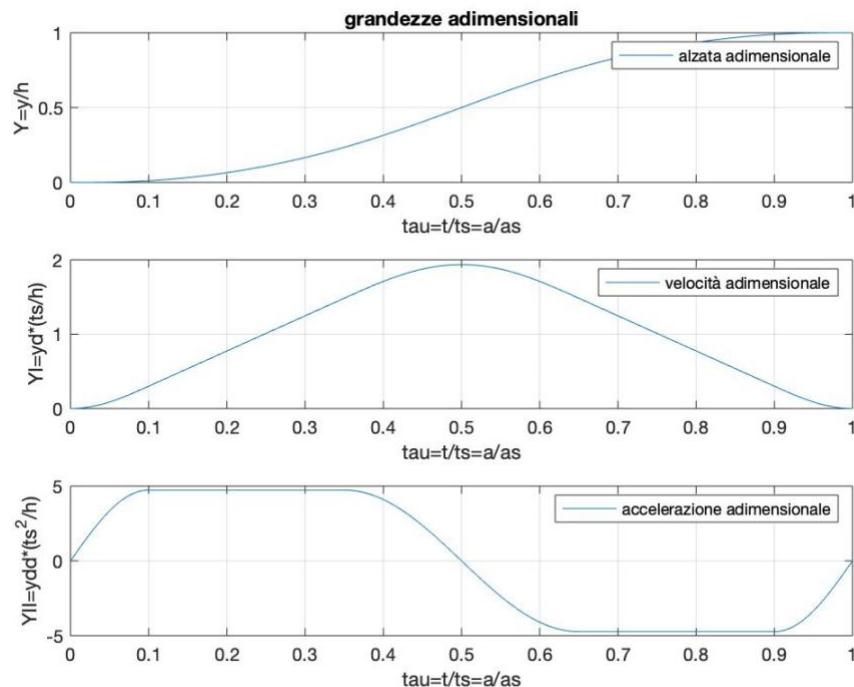


Figura 8 - Diagrammi delle forme adimensionali, nel caso di accelerazione trapezoidale modificata con i dati indicati in seguito

Le espressioni analitiche di tale legge sono funzioni definite a tratti, in seguito si analizzano le espressioni analitiche delle grandezze adimensionali per ogni tratto:

- **1° tratto:** accelerazione sinusoidale

$$0 \leq \tau \leq \frac{a}{2}$$

Accelerazione adimensionale:

$$Y'' = \frac{dY'}{d\tau} = C_a \sin\left(\frac{\pi}{a} \tau\right)$$

Velocità adimensionale:

$$Y' = \frac{dY}{d\tau} = C_a \left[\frac{a}{\pi} - \frac{a}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{a} \tau\right) \right]$$

Alzata adimensionale:

$$Y = C_a \left[\frac{a}{\pi} \tau - \left(\frac{a}{\pi}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{a} \tau\right) \right]$$

Jerk adimensionale:

$$Y''' = \frac{dY''}{d\tau} = C_a \frac{\pi}{a} \cos\left(\frac{\pi}{a} \tau\right)$$

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

- **2° tratto:** accelerazione costante

Accelerazione adimensionale:

$$\frac{a}{2} \leq \tau \leq \frac{1-c}{2}$$

$$Y'' = \frac{dY'}{d\tau} = C_a$$

Velocità adimensionale:

$$Y' = \frac{dY}{d\tau} = C_a \left[\tau + a \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \right) \right]$$

Alzata adimensionale:

$$Y = C_a \left[\frac{\tau^2}{2} + a \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \right) \tau + a^2 \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{\pi^2} \right) \right]$$

Jerk adimensionale:

$$Y''' = \frac{dY''}{d\tau} = 0$$

- **3° tratto:** accelerazione cosinusoidale

Accelerazione adimensionale:

$$\frac{1-c}{2} \leq \tau \leq \frac{1+c}{2}$$

$$Y'' = \frac{dY'}{d\tau} = C_a \cos \left[\frac{\pi}{c} \left(\tau - \frac{1-c}{2} \right) \right]$$

Velocità adimensionale:

$$Y' = \frac{dY}{d\tau} = C_a \left\{ \frac{a}{\pi} + \frac{b}{2} + \frac{c}{\pi} \sin \left[\frac{\pi}{c} \left(\tau - \frac{1-c}{2} \right) \right] \right\}$$

Alzata adimensionale:

$$Y = C_a \left\{ \left(\frac{a}{\pi} + \frac{b}{2} \right) \tau + \left(\frac{c}{\pi} \right)^2 + a^2 \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{\pi^2} \right) - \frac{(1-c)^2}{8} - \left(\frac{c}{\pi} \right)^2 \cos \left(\frac{\pi}{c} \left(\tau - \frac{1-c}{2} \right) \right) \right\}$$

Jerk adimensionale:

$$Y''' = \frac{dY''}{d\tau} = -C_a \frac{\pi}{c} \sin \left[\frac{\pi}{c} \left(\tau - \frac{1-c}{2} \right) \right]$$

- **4° tratto:** accelerazione costante

Accelerazione adimensionale:

$$\frac{1+c}{2} \leq \tau \leq 1 - \frac{a}{2}$$

$$Y'' = \frac{dY'}{d\tau} = -C_a$$

Velocità adimensionale:

$$Y' = \frac{dY}{d\tau} = C_a \left[-\tau + \frac{a}{\pi} + 1 - \frac{a}{2} \right]$$

Alzata adimensionale:

$$Y = C_a \left[-\frac{\tau^2}{2} + \left(\frac{a}{\pi} + 1 - \frac{a}{2} \right) \tau + (2c^2 - a^2) \left(\frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{8} \right) - \frac{1}{4} \right]$$

Jerk adimensionale:

$$Y''' = \frac{dY''}{d\tau} = 0$$

- **5° tratto:** accelerazione sinusoidale

$$1 - \frac{a}{2} \leq \tau \leq 1$$

Accelerazione adimensionale:

$$Y'' = \frac{dY'}{d\tau} = C_a \sin \left(\frac{\pi}{a} (\tau - 1) \right)$$

Velocità adimensionale:

$$Y' = \frac{dY}{d\tau} = C_a \left[\frac{a}{\pi} - \frac{a}{\pi} \cos \left(\frac{\pi}{a} (\tau - 1) \right) \right]$$

Alzata adimensionale:

$$Y = C_a \left[\frac{a}{\pi} \tau + \frac{2(c^2 - a^2)}{\pi^2} + \frac{(1-a)^2 - c^2}{4} - \left(\frac{a}{\pi} \right)^2 \sin \left[\frac{\pi}{a} (\tau - 1) \right] \right]$$

Jerk adimensionale:

$$Y''' = \frac{dY''}{d\tau} = C_a \frac{\pi}{a} \cos \left(\frac{\pi}{a} (\tau - 1) \right)$$

Il valore di C_a si trova imponendo che la forma del diagramma delle alzate nell'ultimo tratto raggiunga il valore unitario. E il suo valore risulta:

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

$$C_a = \frac{1}{\frac{a}{\pi} + \frac{2(c^2 - a^2)}{\pi^2} + \frac{(1-a)^2 - c^2}{4}}$$

Si è supposto di avere una **camma di seconda specie**, con cedente a bilanciere. Per cui l'alzata y corrisponde ad una rotazione espressa in radianti.

Sono noti:

- $h = \frac{\pi}{n}$ [rad] [alzata massima] con: $n = 4$
- $\alpha_s = \frac{\pi}{4}$ [rad] [angolo di salita]
- $\omega = 50$ [rad/s] [velocità angolare della camma]
- $a = 0,2$ [tratto con accelerazione sinusoidale]
- $b = 0,5$ [tratto con accelerazione costante]
- $c = 0,3$ [tratto con accelerazione cosinusoidale]

Si noti che i valori di a, b, c sono stati presi in maniera arbitraria, è possibile variarli per far variare le forme adimensionali.

Il tempo di salita vale: $t_s = \frac{\alpha_s}{\omega} = 0,0157$ [s]

E quindi le grandezze in funzione del tempo si possono calcolare a partire da quelle adimensionali:

Accelerazione in funzione del tempo: $\ddot{y} = \frac{h}{t_s^2} Y''$

Velocità in funzione del tempo: $\dot{y} = \frac{h}{t_s} Y'$

Alzata punteria: $y = Y h$

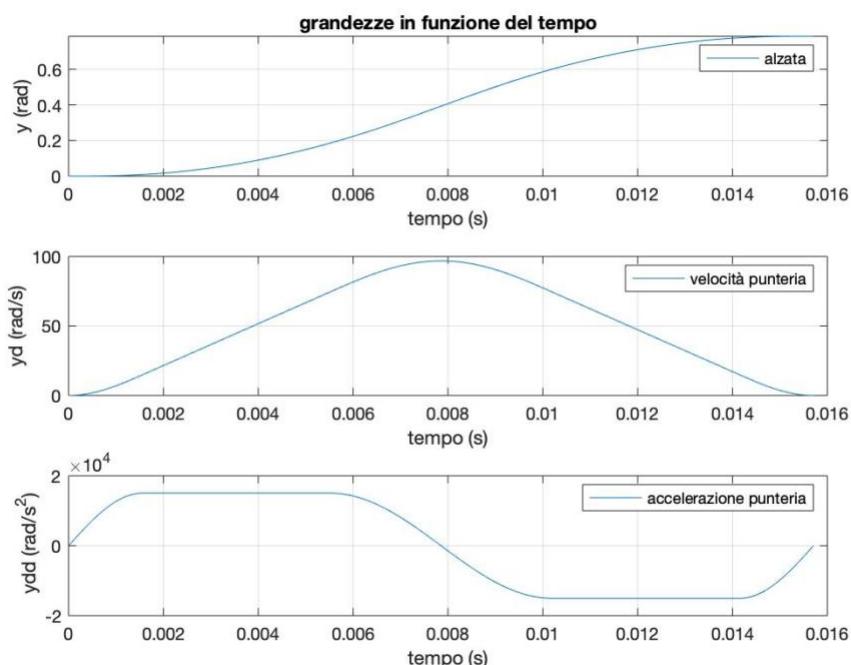


Figura 9 - Diagramma dell'accelerazione, velocità e spostamento in funzione del tempo

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

Mentre le grandezze in funzione dell'angolo di camma risultano:

Accelerazione geometrica:

$$\ddot{y} = \frac{h}{\alpha_s^2} Y''$$

Velocità geometrica:

$$\dot{y} = \frac{h}{\alpha_s} Y'$$

Alzata punteria:

$$y = Y h$$

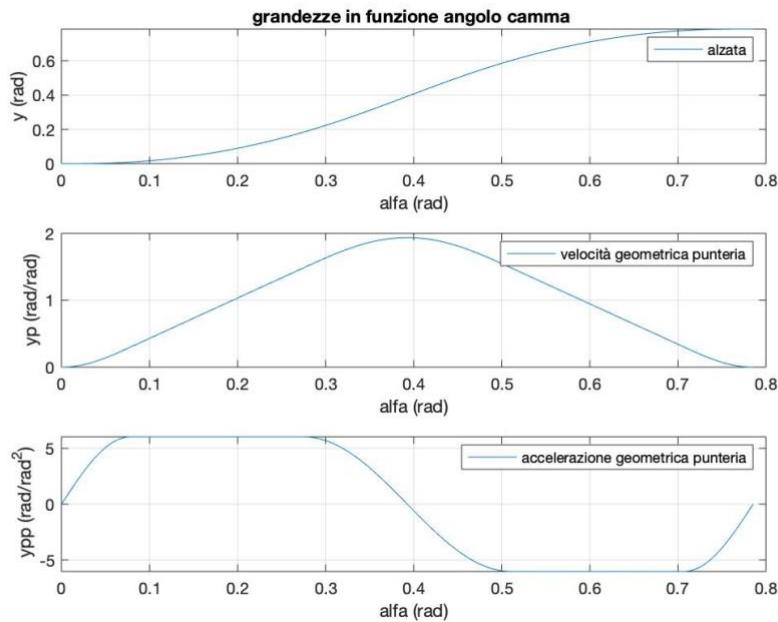


Figura 10 - Diagramma dell'accelerazione, velocità e spostamento in funzione dell'angolo di camma

È interessante studiare il grafico del prodotto tra la velocità adimensionale e accelerazione adimensionale:

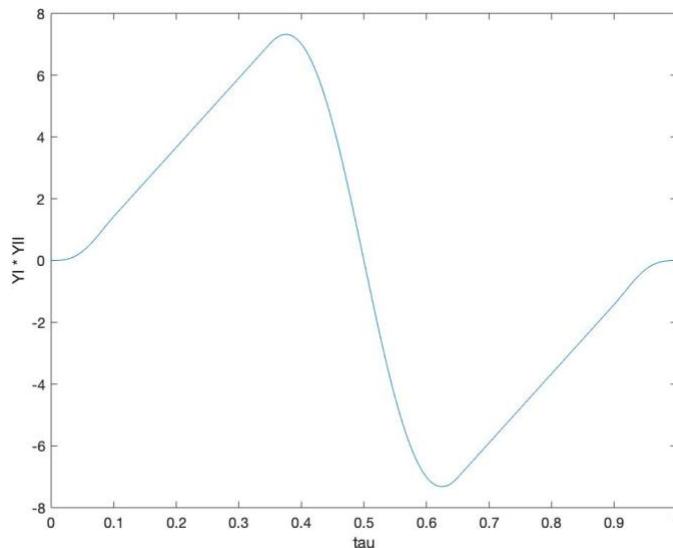


Figura 11 – Coefficiente di coppia

Esercitazione 3: Camme: leggi del moto

È possibile identificare il coefficiente di coppia, C_k :

$$c_k = \max(Y' Y'') = 7,32$$

Il coefficiente di coppia è importante in quanto è proporzionale alla coppia massima richiesta.

$$C_{max} = \frac{m h^2}{t_s^3} c_k$$

È necessario quindi che c_k sia il più basso possibile. Per fare ciò è conveniente utilizzare leggi in cui i massimi di Y' e Y'' siano sfasati, in modo che risulti $c_k < c_a c_v$.



POLITECNICO
DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica
Meccanica delle Macchine Automatiche

ESPERIENZA DI LABORATORIO N.4

Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

A.A. 2019/2020

Docente:

Prof. Giuseppe Quaglia

Autori:

Luca Pirini Casadei 264939

Gianmarco Santoro 265999

Alessandro Peripoli 265023

Sommario

INTRODUZIONE	1
REALIZZAZIONE DI ‘FUNCTIONS’ PER LE FORME DELLE LEGGI DI ALZATA, VELOCITÀ ED ACCELERAZIONE E REALIZZAZIONE DEI GRAFICI DI TALI FORME	2
SINTESI DI UN MECCANISMO A CAMMA PIANA CON PUNTERIA A ROTELLA CENTRATA TRASLANTE	6
RISULTATI OTTENUTI	11
VARIAZIONE DELLA FORMA DI ACCELERAZIONE	14
VARIAZIONE DEL RAGGIO DELLA ROTELLA	16
VARIAZIONE DEL RAGGIO DI BASE	17
VARIAZIONE DEI PARAMETRI PER UNA DATA FORMA.....	19

Indice Figure

FIGURA 1 - GENERICA LEGGE DI MOTO ALTERNATIVO INTERMITTENTE	1
FIGURA 2 - FORMA DI ALZATA, VELOCITÀ ED ACCELERAZIONE PER UNA LEGGE AD ACCELERAZIONE COSTANTE A TRATTI.....	2
FIGURA 3 - FORMA DI ALZATA, VELOCITÀ ED ACCELERAZIONE PER UNA LEGGE AD ACCELERAZIONE CICLOIDALE.....	3
FIGURA 4- FORMA DI ALZATA, VELOCITÀ ED ACCELERAZIONE PER UNA LEGGE AD ACCELERAZIONE BIARMONICA	3
FIGURA 5- FORMA DI ALZATA, VELOCITÀ ED ACCELERAZIONE PER UNA LEGGE AD ACCELERAZIONE POLINOMIALE 3-4-5	3
FIGURA 6 - FORMA DI ALZATA, VELOCITÀ ED ACCELERAZIONE PER UNA LEGGE AD ACCELERAZIONE TRAPEZOIDALE MODIFICATA.....	4
FIGURA 7 - EFFETTO DELLA VARIAZIONE DI τv E $\tau \ddot{v}$ NEL DIAGRAMMA DELL'ACCELERAZIONE COSTANTE A TRATTI.....	4
FIGURA 8 - EFFETTO DELLA VARIAZIONE DI ‘a’ E ‘c’ NEL DIAGRAMMA DELL'ACCELERAZIONE TRAPEZOIDALE MODIFICATA	5
FIGURA 9 - SCHEMA DI PROCESSO DI PROGETTAZIONE	6
FIGURA 10 - RAPPRESENTAZIONE DELLA PUNTERIA IN UN ISTANTE GENERICO	7
FIGURA 11 - RAPPRESENTAZIONE DELLE VELOCITÀ	8
FIGURA 12 -SCHEMATIZZAZIONE DELLE ACCELERAZIONI	9
FIGURA 13 - SCHEMA PER LA DETERMINAZIONE DEL PROFILO EFFETTIVO DAL PROFILO PRIMITIVO	10
FIGURA 14 - PROFILO CAMMA OTTENUTO.....	11
FIGURA 15 – RAGGIO DI CURVATURA E ANGOLO DI PRESSIONE IN FUNZIONE DELL'ANGOLO DI CAMMA.....	12
FIGURA 16 - FORME DELLE LEGGI DEL MOTO	12
FIGURA 17 - DIAGRAMMA DELL'ALZATA, VELOCITÀ E ACCELERAZIONE IN FUNZIONE DEL TEMPO PERCHÉ L'ALZATA È NULLA?.....	13
FIGURA 18 - DIAGRAMMA DELL'ALZATA, VELOCITÀ E ACCELERAZIONE IN FUNZIONE DELL'ANGOLO	13
FIGURA 19 - CONFRONTO SINTESI GRAFICA CON SINTESI ANALITICA	14
FIGURA 20 - PROFILO CAMMA CON FORMA DI ACCELERAZIONE BIARMONICA	14
FIGURA 21 - RAGGIO DI CURVATURA IN FUNZIONE DELL'ANGOLO DI CAMMA CON ACCELERAZIONE BIARMONICA	15
FIGURA 22 - INGRANDIMENTO DEL GRAFICO DEL RAGGIO DI CURVATURA	15
FIGURA 23 - FORMA DI LEGGE DEL MOTO E AD ANGOLO DI PRESSIONE CON ACCELERAZIONE BIARMONICA.....	16
FIGURA 24 - PROFILO CAMMA AUMENTANDO IL RAGGIO DELLA ROTELLA	16
FIGURA 25 - RAGGI DI CURVATURA AUMENTANDO IL RAGGIO DELLA ROTELLA	17
FIGURA 26 - FORME DI LEGGI DEL MOTO AUMENTANDO IL RAGGIO DELLA ROTELLA.....	17
FIGURA 27 - ANGOLO DI PRESSIONE DIMINUENDO IL RAGGIO DI BASE.....	18
FIGURA 28 - INGRANDIMENTO DEL RAGGIO DI CURVATURA DIMINUENDO IL RAGGIO DI BASE	18
FIGURA 29 - FORMA DI LEGGE DEL MOTO DIMINUENDO IL RAGGIO DI BASE	19
FIGURA 30 - VARIAZIONE DEL PROFILO DELLA CAMMA AL MODIFICARSI DEL TEMPO DI SALITA, T_s	19
FIGURA 31 - VARIAZIONE DEL PROFILO DELLA CAMMA AL MODIFICARSI DEL TEMPO DI ARRESTO, T_i	20
FIGURA 32 - VARIAZIONE DEL PROFILO DELLA CAMMA AL MODIFICARSI DEL TEMPO DI DISCESA, T_d	20
FIGURA 33 - VARIAZIONE DEL PROFILO DELLA CAMMA AL MODIFICARSI DEL TEMPO DI RIPOSO, T_r	20

Introduzione

Lo scopo dell'esercitazione è realizzare la sintesi di un sistema a camma. Per sintesi si intende la definizione delle caratteristiche geometriche di un meccanismo in grado di produrre la legge del moto desiderata partendo da un movente dotato di velocità uniforme.

Le specifiche di progetto per i moti alternativi intermittenti sono, usualmente, le seguenti:

- h alzata massima
- t_s tempo di salita
- t_i tempo di arresto (intermedio)
- t_d tempo di discesa
- t_r tempo di riposo

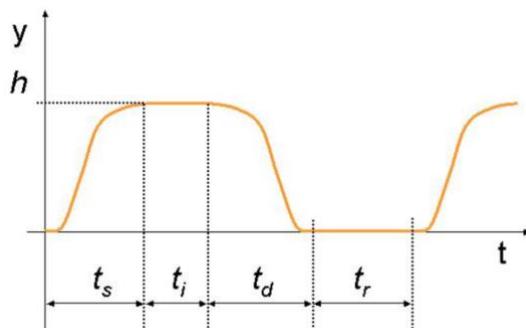


Figura 1 - Generica legge di moto alternativo intermittente

L'esercitazione si divide in due attività: nella prima si sono realizzate delle funzioni su Matlab per creare le forme di alzata, velocità ed accelerazione per varie leggi di accelerazione differenti. Una volta create tutte le functions si sono creati i rispettivi grafici e si è studiato come variano al variare dei parametri caratteristici di ognuna delle leggi in esame.

Nella seconda attività si è eseguita la sintesi di un meccanismo a camma piano con punteria a rotella centrata traslante. Si sono seguiti tutti i passaggi logici che permetto di trovare la geometria ottimale della camma a partire da delle specifiche definite. Si è eseguita sia la sintesi analitica che quella grafica, in modo da poter confrontare queste due tipologie di progettazione.

Realizzazione di ‘functions’ per le forme delle leggi di alzata, velocità ed accelerazione e realizzazione dei grafici di tali forme

A seconda delle specifiche dell’applicazione che si sta progettando verrà determinato il tipo di legge più adatto, tuttavia in generale si fa riferimento ad alcune tipologie “standard”. Le più utilizzate sono:

- Legge ad accelerazione costante e adimensionale generalizzata: presenta un primo tratto ad accelerazione positiva e costante, seguito da un tratto ad accelerazione nulla ed infine un’ultima parte ad accelerazione costante negativa. In questo tipo di legge si possono variare due parametri, τ_v e τ_w , i quali modificano le caratteristiche (in particolare i due coefficienti di accelerazione e di velocità). In seguito si analizzerà la loro influenza.
- Legge cicloidale adimensionale: è una legge che dipende dal seno quindi ha un andamento armonico.
- Legge biarmonica adimensionale: è una legge che dipende dalla combinazione di due funzioni armoniche.
- Legge polinomiale 3-4-5: è una legge formata da polinomio a coefficienti costanti in cui compare il tempo adimensionale, τ , con gli esponenti 3-4-5.
- Legge trapezoidale modificata: è una legge che elimina le discontinuità del diagramma dell’accelerazione costante con l’introduzione di brevi tratti di raccordo utilizzando funzioni sinusoidali. È costituito da una successione di sei tratti di cui 4 hanno un andamento sinusoidale mentre i restanti 2 sono ad accelerazione costante. Ovviamente variando il tempo dedicato ai vari tratti di raccordo variano i coefficienti di accelerazione e velocità. Verrà quindi analizzato in seguito questo aspetto.

Per ognuna di queste leggi si è creata una ‘functions’ in Matlab che calcoli le forme di alzata (Y), velocità (Y') ed accelerazione (Y'') e si sono realizzati i relativi grafici.

In seguito si riportano i risultati ottenuti:

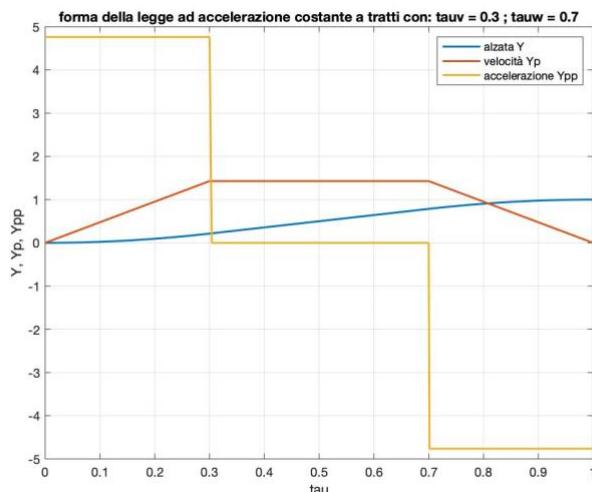


Figura 2 - Forma di alzata, velocità ed accelerazione per una legge ad accelerazione costante a tratti

Esercitazione 4 - Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

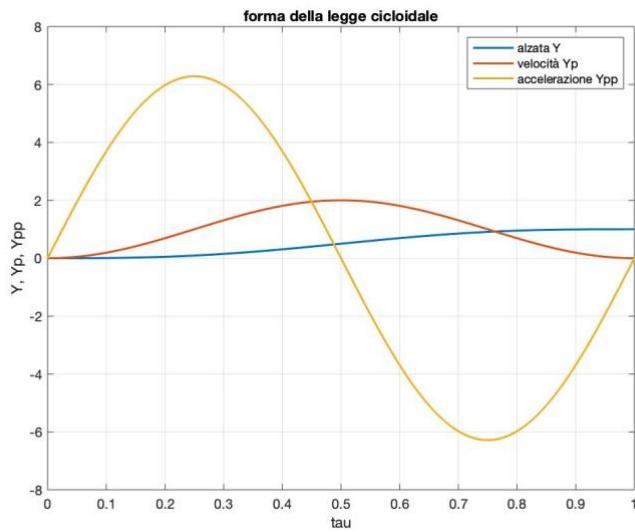


Figura 3 - Forma di alzata, velocità ed accelerazione per una legge ad accelerazione cicloidale

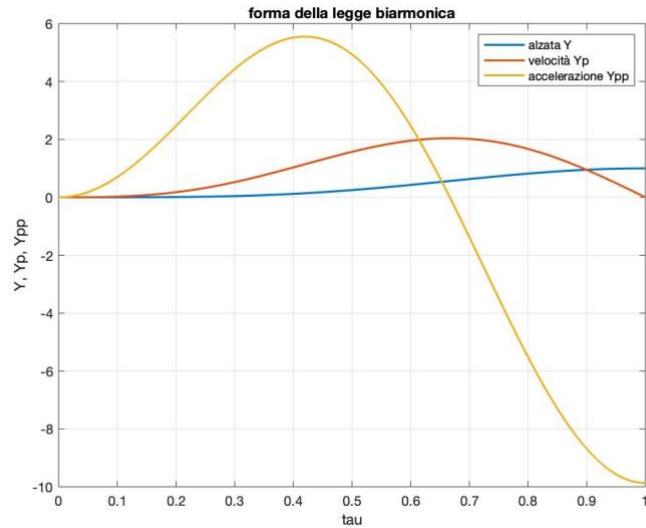


Figura 4- Forma di alzata, velocità ed accelerazione per una legge ad accelerazione biarmonica

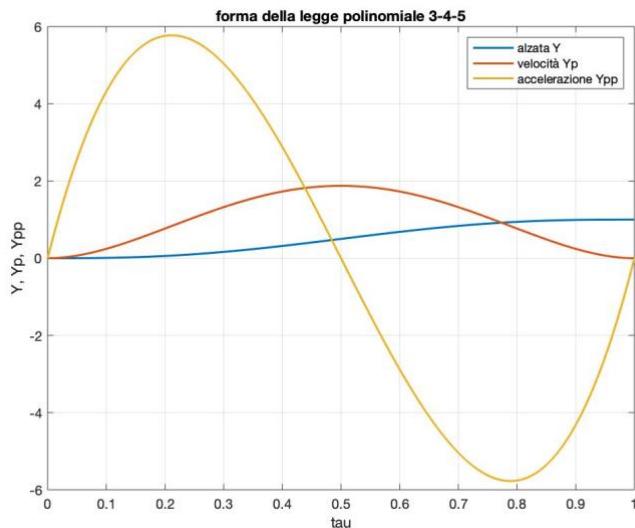


Figura 5- Forma di alzata, velocità ed accelerazione per una legge ad accelerazione polinomiale 3-4-5

Esercitazione 4 - Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

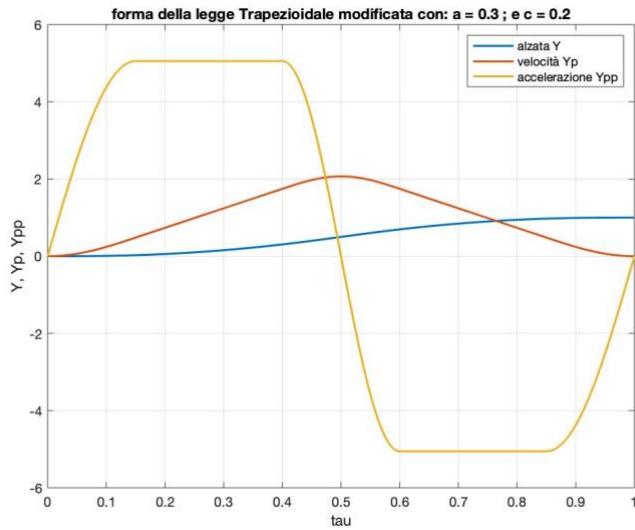


Figura 6 - Forma di alzata, velocità ed accelerazione per una legge ad accelerazione trapezoidale modificata

Come anticipato in precedenza per le leggi di accelerazione costante a tratti e di accelerazione trapezoidale modificata è possibile variare alcuni parametri per ottenere dei diversi coefficienti di accelerazione e velocità.

Per quanto riguarda la legge ad accelerazione costante a tratti è possibile variare il tempo τ_v , ovvero il tratto in cui l'accelerazione è positiva e il tempo τ_w , ovvero la fine del tratto con accelerazione nulla. Si è quindi creato un grafico in cui viene fatto variare τ_v mantenendo τ_w costante e un altro grafico in cui viene fatto il ragionamento inverso.

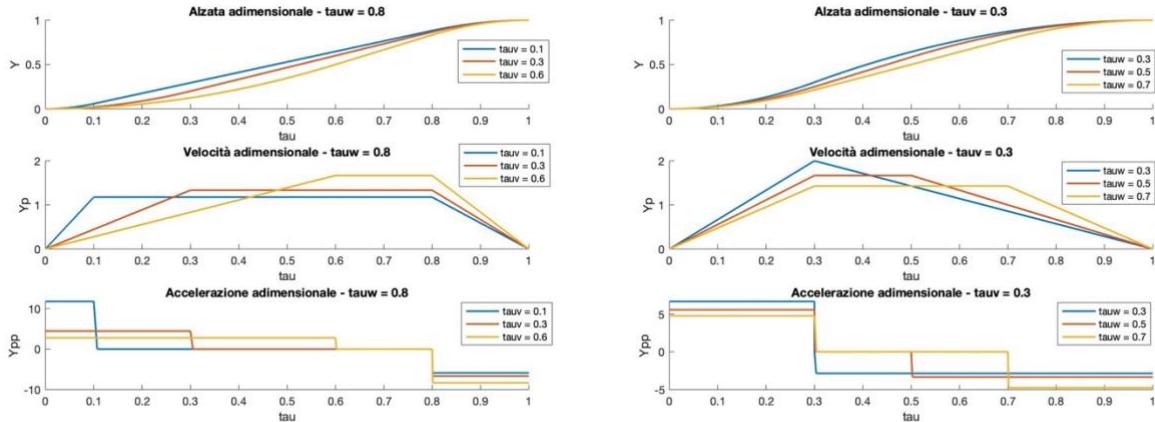


Figura 7 - Effetto della variazione di τ_v e τ_w nel diagramma dell'accelerazione costante a tratti

Si noti che sia al diminuire di τ_v che di τ_w il coefficiente di accelerazione positivo aumenta mentre quello negativo diminuisce. Questo comportamento è positivo perché il coefficiente di accelerazione negativo è quello che tende a staccare la punteria dalla camma, è quindi utile quando si hanno problemi di distacco camma-punteria. Tuttavia se diminuiamo troppo τ_v il coefficiente di accelerazione positivo diventa troppo elevato. Bisogna quindi trovare il giusto compromesso.

Esercitazione 4 - Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

Per quanto riguarda il coefficiente di velocità si ha che aumenta all'aumentare di τ_v mentre diminuisce all'aumentare di τ_w .

Si è eseguito uno studio analogo per la legge trapezoidale modificata. In questo caso vi sono tre parametri che definiscono la curva:

- a: tratto sinusoidale;
- b: tratto costante;
- c: tratto cosinusoidale.

Tuttavia soltanto ‘a’ e ‘c’ sono discriminanti, il terzo si ricava dopo aver definito gli altri due dalla relazione:

$$b = 1 - (a + c)$$

Anche in questo caso si sono creati due grafici in cui viene variato un parametro mantenendo l'altro costante.

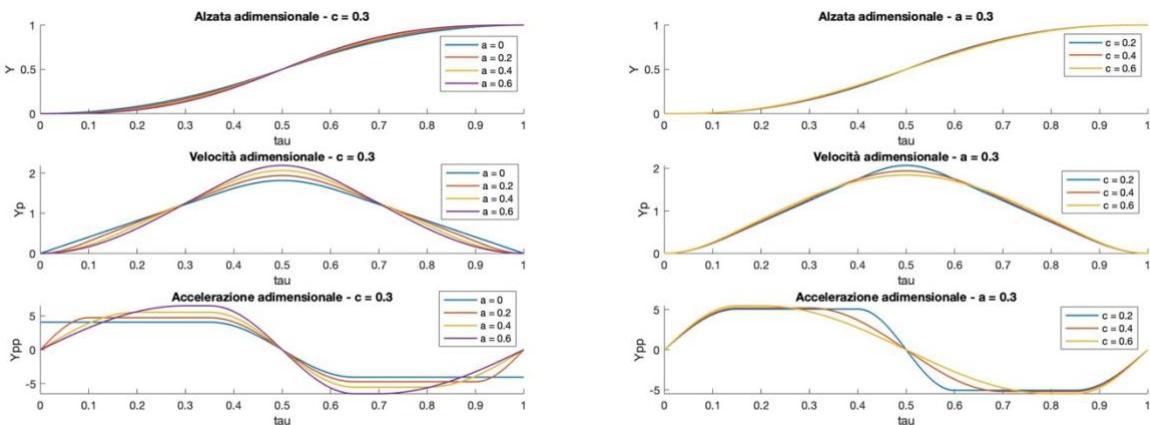


Figura 8 - Effetto della variazione di ‘a’ e ‘c’ nel diagramma dell’accelerazione trapezoidale modificata

Si nota che al variare del tratto cosinusoidale ‘c’ non si ha una variazione sensibile del coefficiente di accelerazione, tuttavia varia la pendenza del tratto di transizione da accelerazione positiva a negativa. Il coefficiente di velocità invece diminuisce all'aumentare di ‘c’.

L'aumento del parametro ‘a’ comporta un simultaneo incremento sia del coefficiente di accelerazione che di quello di velocità. Tuttavia, se questo diventa troppo piccolo, si ha un incremento di velocità iniziale più brusco e una discontinuità nelle accelerazioni che porterebbe a vibrazioni.

In queste due leggi è quindi possibile variare questi parametri per ottenere le caratteristiche più idonee per il meccanismo che si sta studiando.

Sintesi di un meccanismo a camma piana con punteria a rotella centrata traslante

In questa attività si è sviluppato un programma di sintesi di un meccanismo a camma piana con punteria a rotella centrata traslante.

Si parte da un set di specifiche h, ts, ti, td, tr assegnate per arrivare alla determinazione del profilo della camma ottimale.

A tal proposito la prima scelta effettuata riguarda la forma di legge del moto più opportuna per i tratti di salita e discesa. Il desiderio è quello di limitare:

- Accelerazioni massime (positive e negative)
- Velocità
- Coppia motrice
- Vibrazioni

La soluzione scelta risulta normalmente il miglior compromesso tra tutte le precedenti esigenze. Una volta scelta la forma di legge del moto si sono calcolate le grandezze geometriche in funzione dell'angolo della camma, α . A questo punto si è passati alla sintesi vera e propria, in cui viene definita la geometria della camma per rispettare le specifiche richieste.

Il processo di sintesi può essere eseguito in due modi:

- Sintesi grafica: si ipotizza la camma ferma e la punteria che ruota intorno ad essa assumendo le posizioni che dovrebbe avere nel funzionamento reale (inversione cinematica). Il profilo della camma risulta l'inviluppo di queste posizioni, più posizioni si disegnano più il profilo è preciso.
- Sintesi analitica: grazie ai potenti mezzi di calcolo di cui disponiamo oggigiorno si riesce, senza grossi problemi, a determinare le coordinate del profilo mediante un calcolo analitico in forma chiusa.

Nella figura seguente si riassumono i passaggi logici per la determinazione del profilo della camma:

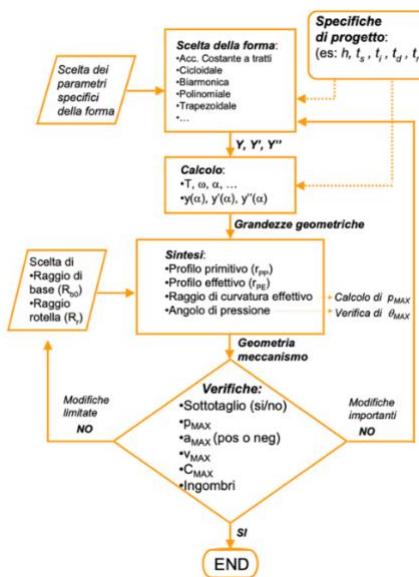


Figura 9 - Schema di processo di progettazione

Esercitazione 4 - Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

Dopo che si è eseguita la sintesi e quindi si è determinata la geometria del meccanismo si deve verificare che vengano superate alcune verifiche, tra cui: sottotaglio, pressioni massime non troppo elevate, accelerazione velocità e coppie massime entro certi limiti. Se vengono rispettate la camma è stata progettata correttamente. In caso contrario bisogna rivedere alcune scelte, prima fra tutte la scelta del raggio di base e il raggio di rotella. Se variando questi non si riesce comunque a superare le verifiche bisogna ritornare alla scelta della forma di legge del moto e ripetere i passaggi.

Il processo di sintesi è stato eseguito sia in forma grafica che in forma analitica per poter poi fare un confronto.

Per quanto riguarda la sintesi analitica viene eseguita a partire dallo studio del profilo primitivo, ipotizzando, in prima battuta, di avere il raggio della rotella pari a zero ($R_r = 0$) e ragionando in termini di inversione cinematica.

All'istante generico la punteria ha subito una rotazione angolare α e il punto di contatto punteria-camma è passato da A a C.

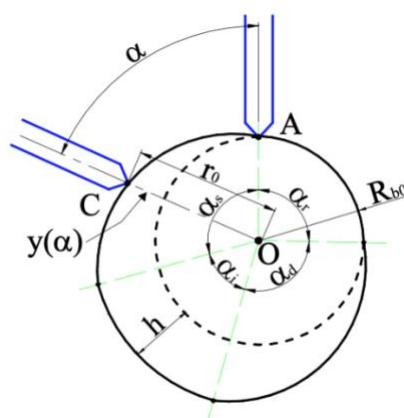


Figura 10 - Rappresentazione della punteria in un istante generico

Notare che si utilizza la convenzione in cui i simboli con il pedice '0' sono riferiti alle grandezze positive, mentre quelle senza pedici sono riferite alle grandezze effettive.

Con riferimento alla Figura 10 si osserva che il raggio del profilo primitivo si può esprimere come:

$$r_0 = R_{b,0} + y(\alpha)$$

Per quanto riguarda il calcolo dell'angolo di pressione θ e del raggio di curvatura ρ_0 sono stati eseguiti mediante alcune considerazioni sulla cinematica del sistema in oggetto. Si sono perciò eseguiti alcune schematizzazioni delle velocità e accelerazioni (Figura 11 - 12). La nomenclatura utilizzata è la seguente:

- S spinta normale al profilo;
- K punto che rappresenta il centro di curvatura istantaneo del profilo;
- $i - j$ sistema di riferimento mobile solidare al telaio (ruota di velocità ω attorno alla camma);

Esercitazione 4 - Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

- v_a velocità assoluta;
- v_r velocità relativa;
- v_t velocità di trascinamento.

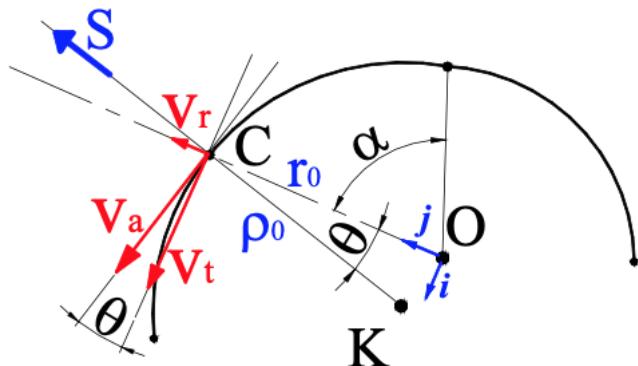


Figura 11 - Rappresentazione delle velocità

La velocità relativa e quella di trascinamento possono essere espresse in funzione di ω , y e r_0 :

$$v_t = \omega r_0$$

$$v_r = \dot{y} = \omega y'$$

E quindi:

$$v_a = \sqrt{v_t^2 + v_r^2} = \omega \sqrt{r_0^2 + y'^2} = \omega \sqrt{(R_{b,0} + y)^2 + y'^2}$$

$$\tan \theta = \frac{v_r}{v_t} = \frac{\omega y'}{\omega r_0} = \frac{y'}{R_{b,0} + y}$$

Da cui si ricava l'angolo di pressione:

$$\theta = \arctg \left(\frac{y'}{r_0} \right) \quad [\text{angolo di pressione}]$$

Per la determinazione del raggio di curvatura del profilo primitivo si studiano le accelerazioni, schematizzate in Figura 12, dove:

- a_t accelerazione di trascinamento;
- a_r accelerazione relativa;
- a_c accelerazione di Coriolis
- ρ_0 raggio di curvatura primitivo
-

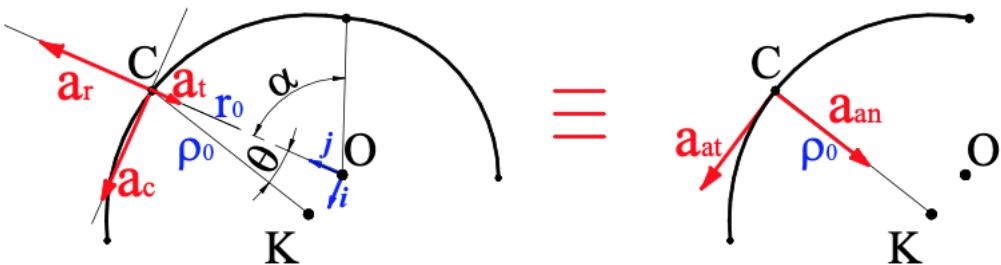


Figura 12 -Schematizzazione delle accelerazioni

Il modulo delle componenti dell'accelerazione vale:

$$\begin{aligned} a_t &= \omega^2 r_0 \\ a_r &= \ddot{y} = y'' \omega^2 \\ a_c &= 2 \dot{y} \omega = 2 y' \omega^2 \end{aligned}$$

Se ora si scomponete l'accelerazione in una componente normale, a_{an} ed una tangenziale al profilo, a_{at} si ottiene:

$$a_{an} = a_t \cos \theta - a_r \cos \theta + a_c \sin \theta \quad \text{con: } \cos \theta = \frac{v_t}{v_a} \quad \sin \theta = \frac{v_r}{v_a}$$

Sostituendo si ottiene:

$$a_{an} = \frac{(a_t - a_r) v_t + a_c v_r}{v_a}$$

Tuttavia a_{an} è l'accelerazione centripeta e quindi può essere scritta come rapporto fra la velocità lungo la traiettoria al quadrato e il raggio di curvatura ($a_{an} = \frac{v_a^2}{\rho_0}$).

Uguagliando le due espressioni di a_{an} si può, con qualche semplice passaggio algebrico, esplicitare l'espressione del raggio di curvatura ρ_0 :

$$\rho_0 = \frac{[y'^2 + r_0^2]^{\frac{3}{2}}}{r_0^2 - r_0 y'' + 2 y'^2} \quad [\text{raggio di curvatura del profilo primitivo}]$$

Si osserva che il raggio di curvatura dipende dalle grandezze geometriche e dal raggio del cerchio di base.

Il profilo effetti si ricava osservando che rotella e camma si toccano sulla normale comune (punto P) su una retta con inclinazione θ , nota (Figura 13)

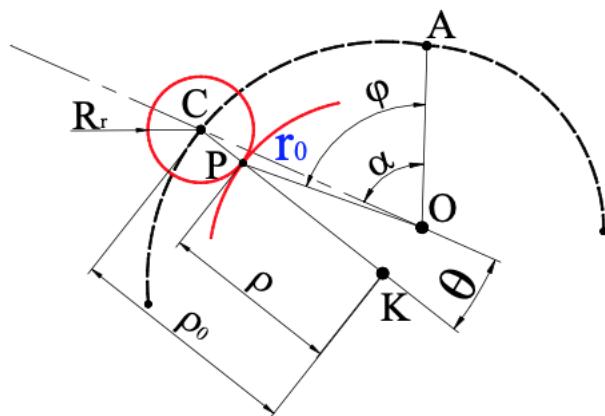


Figura 13 - Schema per la determinazione del profilo effettivo dal profilo primitivo

Si ha che il raggio di curvatura del profilo effettivo è:

$$\rho = \rho_0 - R_r$$

Con alcune considerazioni geometriche è possibile esprimere il profilo effettivo della camma in coordinate polari. Infatti, con riferimento alla Figura 13, si applica il teorema di Carnot al triangolo CPO:

$$r^2 = R_r^2 + r_0^2 - 2R_r r_0 \cos \theta$$

E si osserva che: $R_r \sin \theta = r \sin(\alpha - \varphi)$

E quindi, in definitiva si ha:

- $r = \sqrt{R_r^2 + r_0^2 - 2R_r r_0 \cos \theta}$ [Raggio del profilo effettivo]
- $\varphi = \alpha - \arcsin \left[\frac{R_r \sin \theta}{r_{PE}} \right]$ [angolo del profilo effettivo]

Risultati ottenuti

In seguito vengono definite le specifiche di riferimento che la camma deve rispettare:

Alzata: $h = 0,015 \text{ m}$

Durata della fase di salita: $t_s = 0,2 \text{ s}$

Durata della fase di discesa: $t_d = 0,2 \text{ s}$

Durata della fase di arresto: $t_i = 0,04 \text{ s}$

Durata della fase di riposo: $t_r = 0,5 \text{ s}$

Come anticipato in precedenza la prima scelta progettuale consiste nella scelta del raggio di base e nel raggio della rotella. Dopo varie prove si è visto che i valori ottimali sono:

raggio rotella = 0,01 m

raggio di base = 0,07 m

per quanto riguarda la forma dell'accelerazione si è deciso di utilizzare un'accelerazione cicloideale in quanto risulta quella che garantisce i raggi di curvatura superiori e quindi pressioni di contatto inferiori.

Si riportano in seguito i risultati ottenuti:

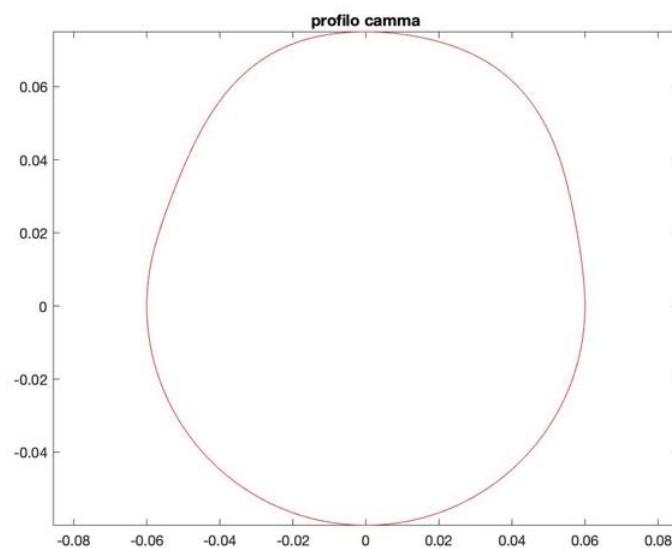


Figura 14 - Profilo camma ottenuto

Esercitazione 4 - Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

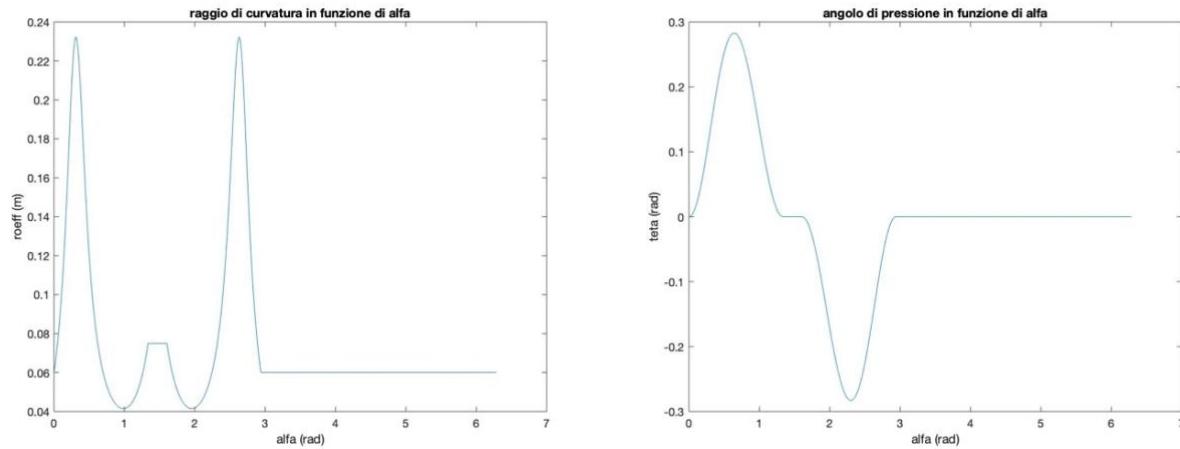


Figura 15 – raggio di curvatura e angolo di pressione in funzione dell'angolo di camma

Si noti che il raggio di curvatura è grande, il valore minimo che raggiunge è 0,041 m, per cui le pressioni massime di contatto saranno contenute. Inoltre è sempre positivo per cui non incorre nel rischio di sottotaglio.

Per le camme a punteria si assume come angolo di pressione massimo, θ_{max} , un angolo pari a 30° per la fase di salita e 50° per la fase di discesa. Nel tratto di discesa la condizione è meno gravosa perché le forze di attrito si invertono e quindi non si può verificare l'impuntamento. Si noti che il valore dell'angolo di pressione massimo risulta 16° sia in salita che in discesa per cui un valore accettabile.

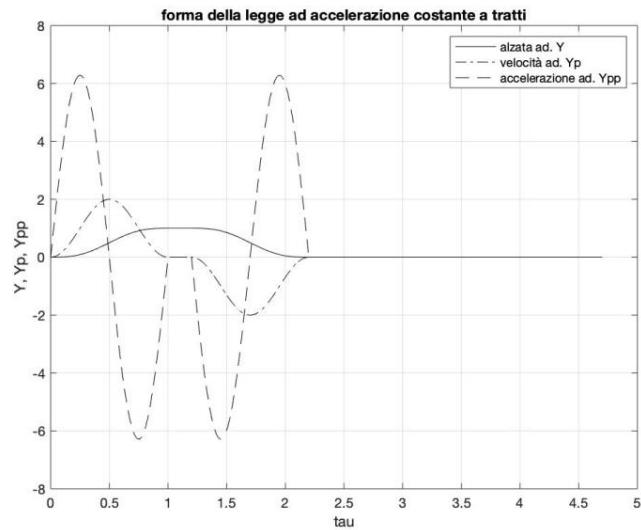


Figura 16 - Forme delle leggi del moto

Esercitazione 4 - Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

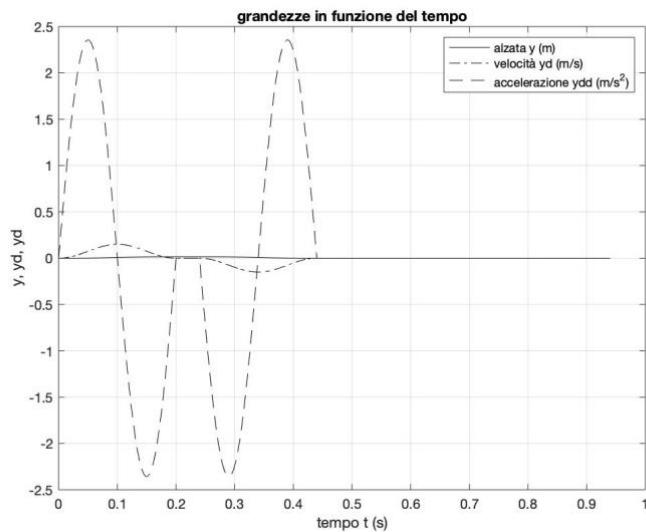


Figura 17 - Diagramma dell'alzata, velocità e accelerazione in funzione del tempo

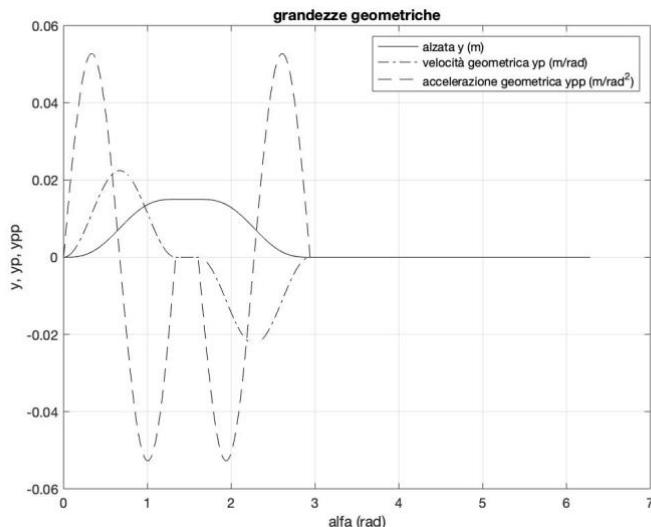


Figura 18 - Diagramma dell'alzata, velocità e accelerazione in funzione dell'angolo

Si nota che nella Figura 17 l'alzata non è nulla ma essendo notevolmente più piccola rispetto all'accelerazione si dovrebbe fare uno zoom per apprezzare tale grafico.

Dal grafico delle forme delle leggi del moto si possono verificare i coefficienti di velocità ed accelerazione, in particolare:

$$c_{a,+} = c_{a,-} = 2,35$$

$$c_v = 0,16$$

Che risultano risultati accettabili, in particolare il coefficiente di velocità è molto basso quindi la potenza richiesta bassa. Il coefficiente di accelerazione è invece quello che determina le inerzie del meccanismo.

Si è inoltre eseguita mediante un codice su Matlab la sintesi grafica. Si riporta il confronto fra la sintesi grafica ottenuta e la sintesi analitica fatta in precedenza:

Esercitazione 4 - Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

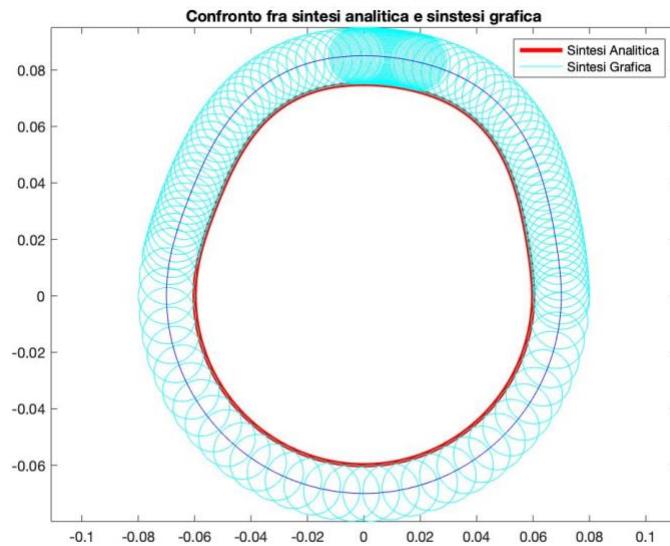


Figura 19 - Confronto sintesi grafica con sintesi analitica

Il risultato, come si può notare è lo stesso.

Ora si analizza come cambiano i risultati variando i parametri di progetto.

VARIAZIONE DELLA FORMA DI ACCELERAZIONE

Per prima cosa si è variata la forma della legge di accelerazione nel tratto di salita e discesa. Si è passati da una forma cicloidale a una forma biarmonica. Il profilo della camma ottenuto è simile:

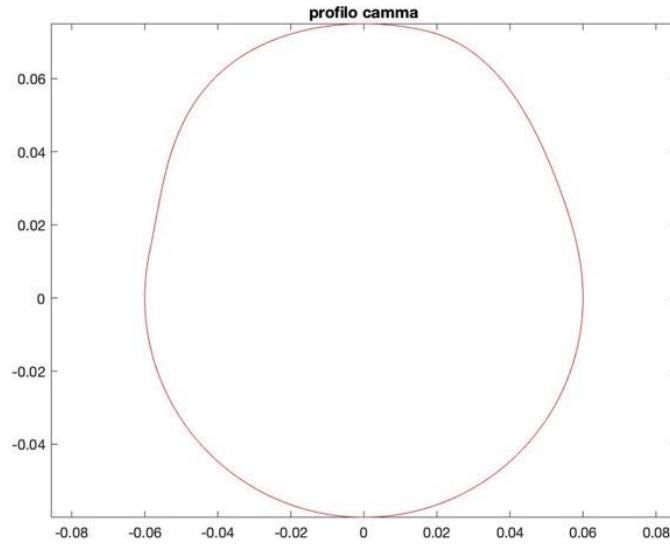


Figura 20 - Profilo camma con forma di accelerazione biarmonica

Tuttavia cambiano notevolmente i coefficienti di accelerazione e velocità, l'angolo di pressione e il raggio di curvatura:

Esercitazione 4 - Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

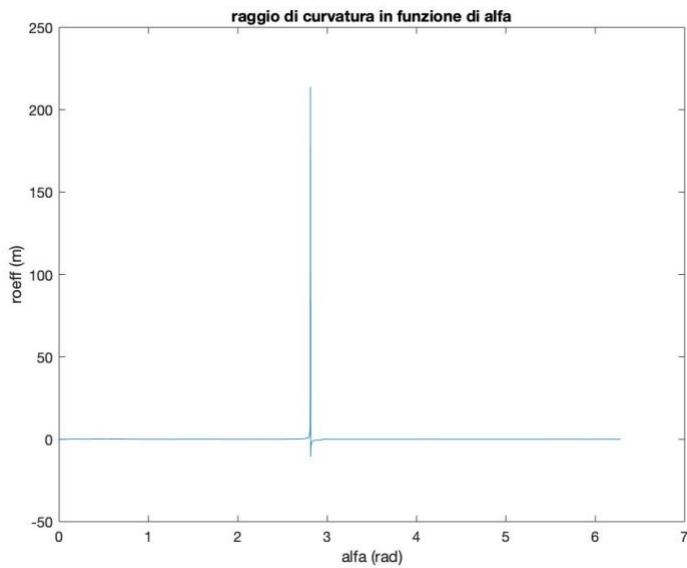


Figura 21 - Raggio di curvatura in funzione dell'angolo di camma con accelerazione biammonica

Si nota subito che questa volta il profilo della camma ha un tratto con raggio negativo. Nel passaggio tra raggio positivo a raggio negativo ρ va a un valore molto grande per poi scendere a un valore molto basso. Questi due valori non sono di interesse perché sono dovuti al flesso presente sul profilo della camma per passare da una concavità positiva ad una negativa.

Per poter analizzare meglio il grafico ottenuto si esegue uno zoom nell'intorno dei valori di ρ significativi. In questo modo si varia la scala dei valori delle ordinate ed è possibile analizzare meglio i risultati ottenuti:

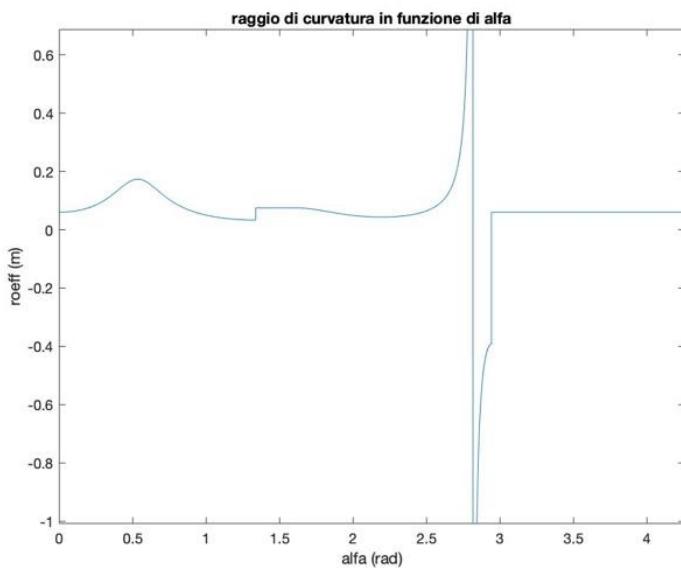


Figura 22 - Ingrandimento del grafico del raggio di curvatura

Esercitazione 4 - Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

È una situazione ancora accettabile perché i raggi di curvatura, nonostante siano più piccoli rispetto ai precedenti, risultano ancora abbastanza grandi per non avere pressioni di contatto troppo elevate.

In seguito si mostrano gli altri grafici ottenuti:

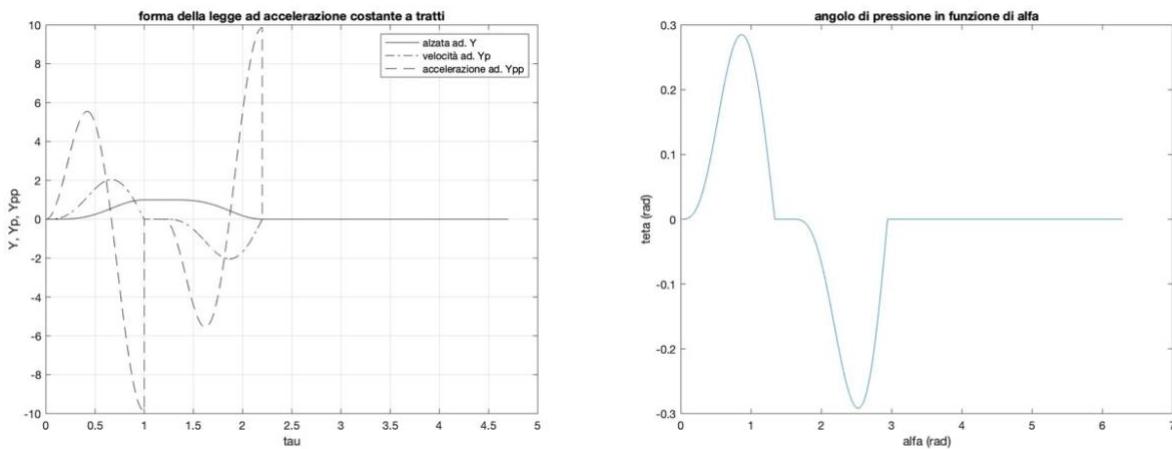


Figura 23 - Forma di legge del moto e ad angolo di pressione con accelerazione biarmonica

Si nota subito che il coefficiente di accelerazione è nettamente superiore rispetto al precedente, raggiunge quasi un valore pari a 10. Invece per quanto riguarda l'angolo di pressione è rimasto invariato. Infatti esso dipende principalmente dal raggio di base.

VARIAZIONE DEL RAGGIO DELLA ROTELLA

Si è analizzato cosa succede se si aumenta il raggio della rotella a 0,05 m.

Il profilo della camma che ne risulta è più piccolo

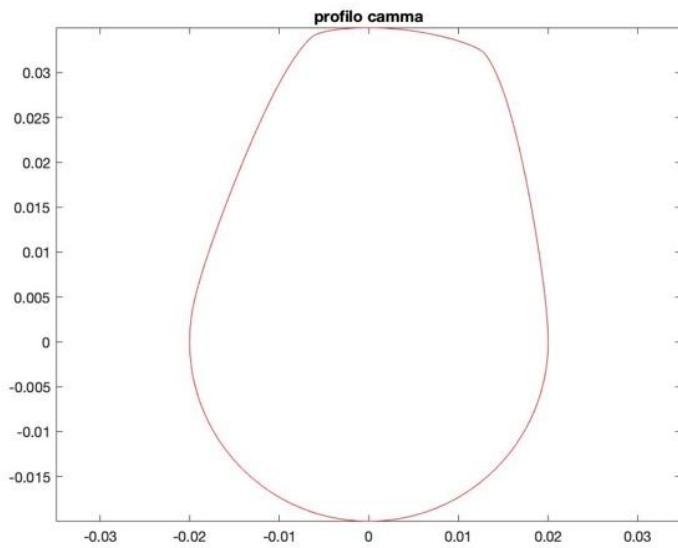


Figura 24 - Profilo camma aumentando il raggio della rotella

Si notano anche punti con cuspidi, ovvero con raggi di raccordo piccoli. Questo comportamento si nota anche analizzando il grafico del raggio di curvatura, in cui i raggi di curvatura molto piccoli:

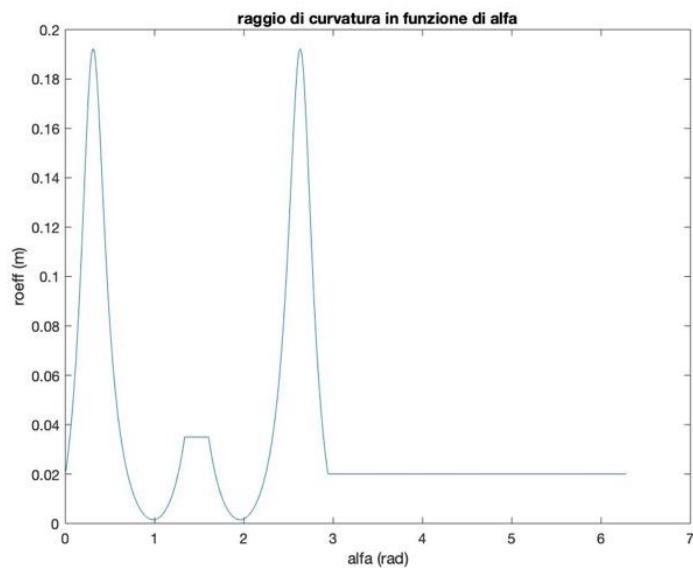


Figura 25 - Raggi di curvatura aumentando il raggio della rotella

L'angolo di pressione è rimasto invariato mentre sono notevolmente aumentati i coefficienti di accelerazione e velocità:

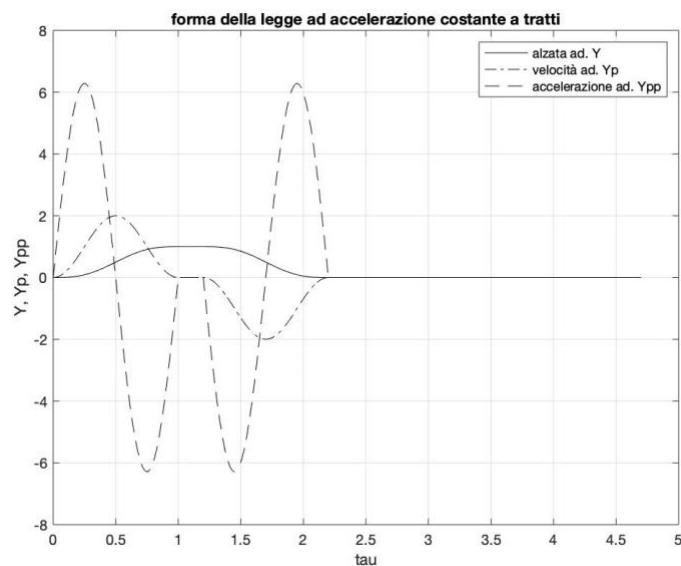


Figura 26 - Forme di leggi del moto aumentando il raggio della rotella

VARIAZIONE DEL RAGGIO DI BASE

In questo caso si è diminuito il raggio di base, portandolo a un valore pari a 0,01 m. Si è potuto notare in questo modo come l'angolo di pressione dipenda fortemente da questo parametro.

Esercitazione 4 - Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

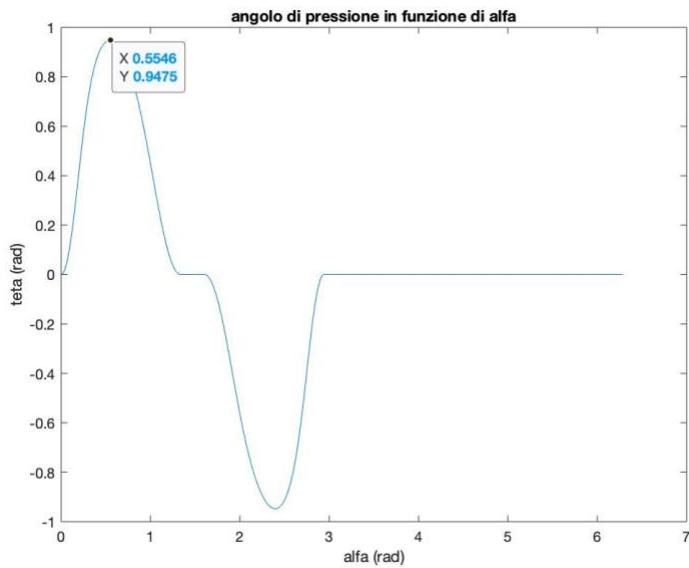


Figura 27 - Angolo di pressione diminuendo il raggio di base

L'angolo di pressione ha raggiunto valori ben oltre quelli accettabili, soprattutto in fase di salita in cui raggiunge quasi i 55°. Come detto precedentemente l'angolo di pressione accettabile in salita è 30° per cui con un raggio di base così piccolo il rischio di impuntamento è elevatissimo.

In seguito si mostrano gli altri grafici ottenuti:

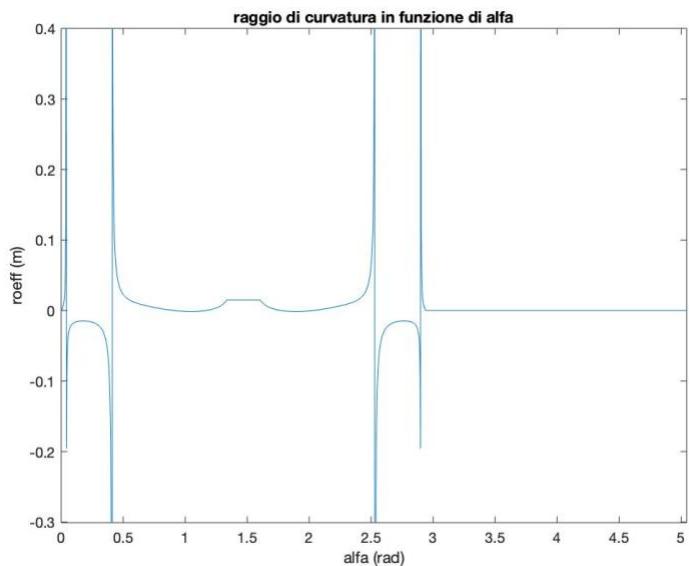


Figura 28 - Ingrandimento del raggio di curvatura diminuendo il raggio di base

Si noti che è stato preso solo l'ingrandimento del raggio di curvatura, come fatto precedentemente essendo molto più indicativo. Si osserva che i raggi di curvatura sono troppo piccoli, compresi quelli negativi per cui si ha il rischio di sottotaglio. Il fenomeno di sottotaglio avviene se il massimo del raggio di curvatura negativo è inferiore al raggio della rotella e quindi quest'ultima non riesce a passare.

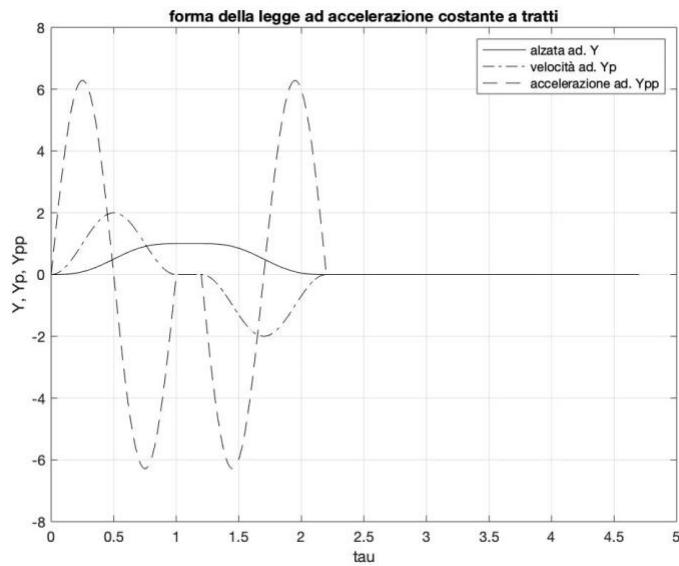


Figura 29 - Forma di legge del moto diminuendo il raggio di base

Anche i coefficienti di accelerazione e velocità sono troppo elevati.

VARIAZIONE DEI PERAMETRI PER UNA DATA FORMA

Infine si sono variati i tempi di salita, discesa, arresto e riposo per osservare come questi varino il profilo della camma.

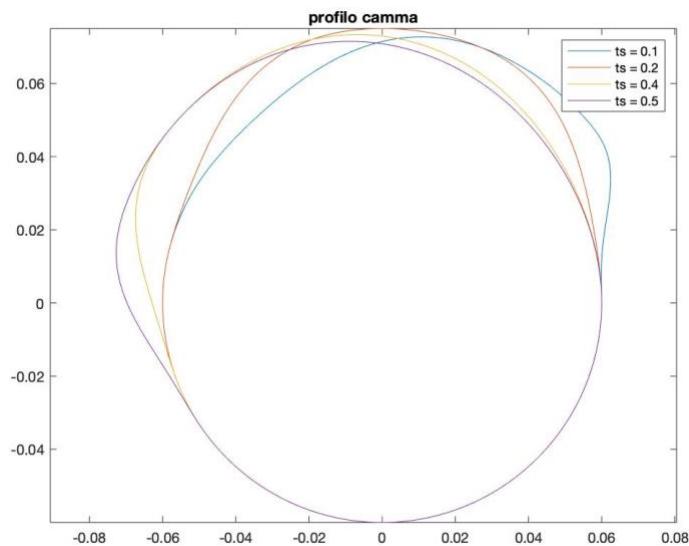


Figura 30 - Variazione del profilo della camma al modificarsi del tempo di salita, t_s

Esercitazione 4 - Sintesi grafica ed Analitica di un sistema a Camme

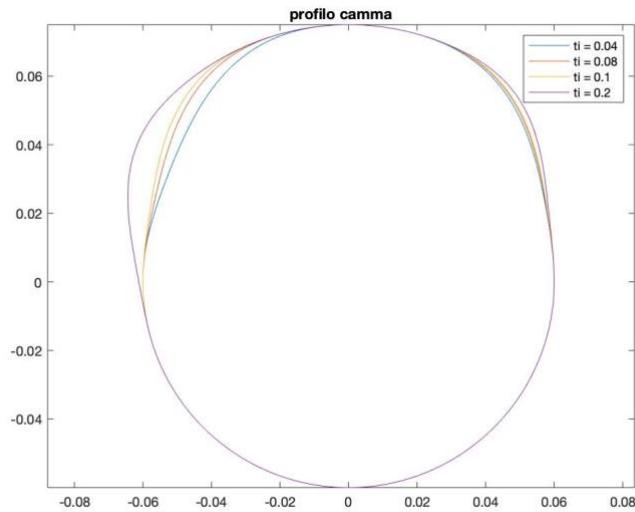


Figura 31 - Variazione del profilo della camma al modificarsi del tempo di arresto, t_i

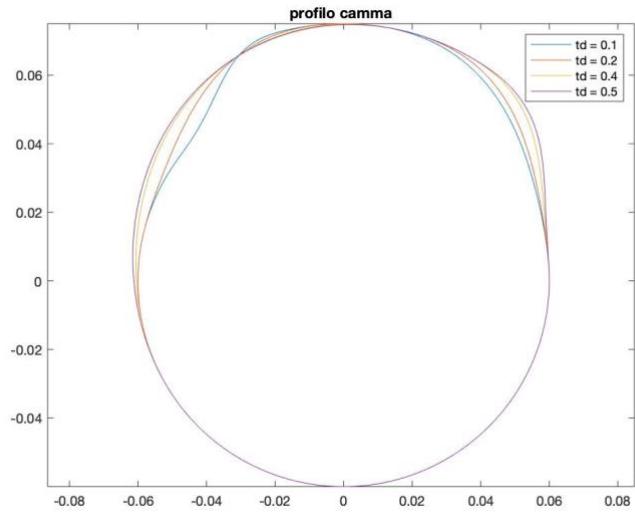


Figura 32 - Variazione del profilo della camma al modificarsi del tempo di discesa, t_d

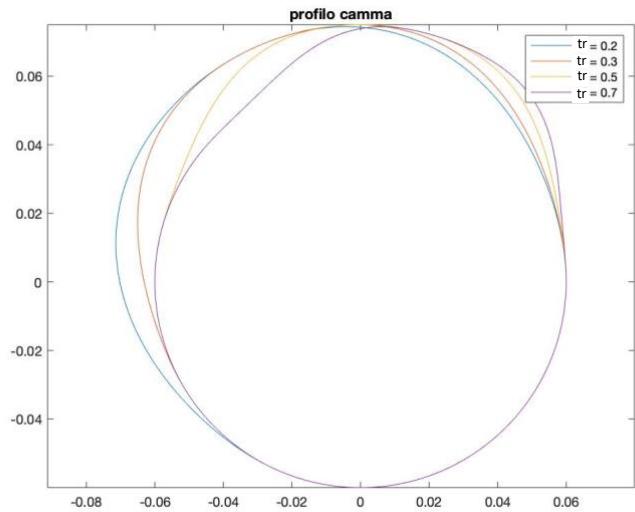


Figura 33 - Variazione del profilo della camma al modificarsi del tempo di riposo, t_r



POLITECNICO
DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica
Meccanica delle Macchine Automatiche

ESPERIENZA DI LABORATORIO N.5

Studio delle vibrazioni di una punteria

A.A. 2019/2020

Docente:
Prof. Giuseppe Quaglia

Autori:
Luca Pirini Casadei 264939
Gianmarco Santoro 265999
Alessandro Peripoli 265023

Sommario

Studio delle vibrazioni di una punteria	0
Scopo dell'esercitazione	0
Modello di punteria.....	1
Analisi Simulink	5
1. Risposta all'ingresso a gradino	5
2. Risposta all'ingresso biarmonico.....	6
3. Risposta rispetto diverse leggi del moto	8
4. Analisi sul giro completo della camma.....	9
5. Analisi risposta in frequenza	10
6. Modello con attrito Coulombiano.....	11
7. Conclusioni	12

Indice delle Figure

Figura 1 – Modello a parametri concentrati	0
Figura 2 – Sottosistemi del modello	1
Figura 3 – Diagramma di corpo libero	1
Figura 4 – Modello e grafico relativi all'elasticità	2
Figura 5 – Modello e grafico relativi allo smorzamento	2
Figura 6 – Modello a blocchi del sistema punteria	3
Figura 7 – Diagramma e interfaccia grafica in ambiente Simulink	4
Figura 8 – Risposta al gradino al variare dei coefficienti di smorzamento [Ns/m]; con $k = 1000 \text{ Nm}$	5
Figura 9 – Risposta al gradino per diversi valori di rigidezza [N/m]; con $\beta_1 = \beta_2 = 0 \text{ Nsm}$	6
Figura 10 - Risposta alla biarmonica al variare dei coefficienti di smorzamento[Ns/m]; con $k = 1000 \text{ Nm}$	7
Figura 11 - Risposta alla biarmonica per diversi valori di rigidezza [N/m]; con $\beta_1 = \beta_2 = 0 \text{ Nsm}$...	7
Figura 12 – Confronto risposta del sistema tra leggi di accelerazione differenti; $k = 1000 \text{ N/m}$, $\beta_1 = 1 \text{ Ns/m}$, $\beta_2 = 1 \text{ Ns/m}$	8
Figura 13 - Confronto risposta alla cicloide al variare della rigidezza; con $\beta_1 = 0.8 \text{ Ns/m}$, $\beta_2 = 0.6 \text{ Ns/m}$	9

Figura 14 – Diagramma di Bode del sistema con ; $k = 1000 \text{ N/m}$, $\beta_1 = 0.8 \text{ Ns/m}$, $\beta_2 = 0.6 \text{ Ns/m}$	10
Figura 15 - Diagramma di Bode del sistema con ; $k = 100000 \text{ N/m}$, $\beta_1 = 0.8 \text{ Ns/m}$, $\beta_2 = 0.6 \text{ Ns/m}$	10
Figura 16 – Modella a blocchi della punteria con attrito Coulombiano implementato su Simulink.	11
Figura 17 – Analisi sul ciclo completo con $k = 100000 \text{ N/m}$, $\beta_1 = 0.8 \text{ Ns/m}$, $\beta_2 = 0.8 \text{ Ns/m}$	11

Studio delle vibrazioni di una punteria

Scopo dell'esercitazione

Questa esercitazione si pone l'obiettivo di realizzare uno strumento di studio delle vibrazioni che insorgono in un sistema camma-punteria, causati dall'elasticità e dagli attriti presenti nel sistema. Si studia il fenomeno realizzando un modello a parametri concentrati (schema a blocchi, di facile risoluzione per via numerica con il calcolatore), metodologia estendibile a modelli dinamici di varia complessità.

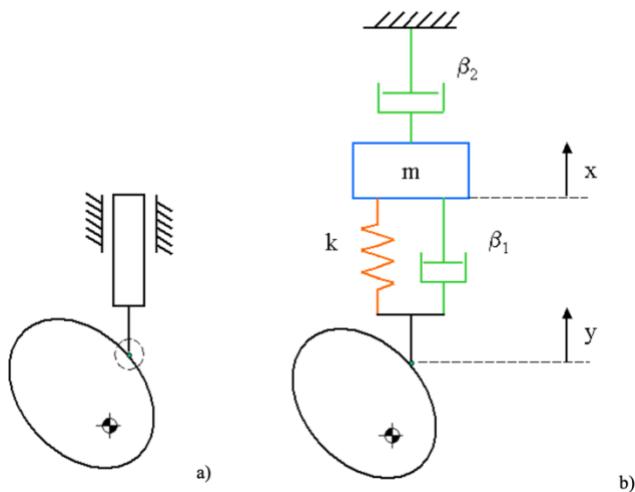


Figura 1 – Modello a parametri concentrati

Il sistema camma punteria è modellizzato come un sistema fisico a parametri concentrati con quattro elementi:

- Massa m .
- Molla di rigidezza k , indica l'elasticità del materiale di cui è composta la punteria.
- Uno smorzatore con coefficiente di smorzamento β_1 , il quale indica l'attrito interno del materiale.
- Un secondo smorzatore con smorzamento β_2 , che rappresenta l'attrito viscoso lungo le guide, ipotizzate lubrificate.

Si possono quindi definire le equazioni matematiche che governano i fenomeni modellizzati.

Si procede suddividendo il sistema globale in sottosistemi rappresentabili con relazioni elementari tra le variabili che lo definiscono, tra le quali vanno identificati gli ingressi e le uscite.

Per descrivere le condizioni di equilibrio dinamico è utile il criterio del corpo libero, con cui si isola il sistema sopprimendo i vincoli e sostituendoli con le relative reazioni vincolari.

Esercitazione 5: Studio delle vibrazioni di una punteria

Modello di punteria

Il modello di punteria può essere suddiviso in sottosistemi, come in figura 2, così ogni blocco può essere studiato singolarmente.

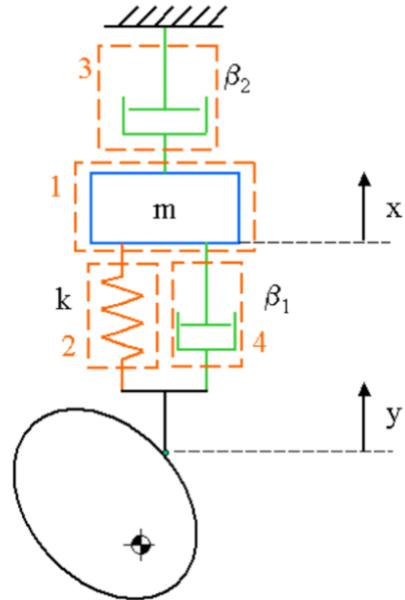


Figura 2 – Sottosistemi del modello

Sottosistema massa (1)

L'equazione di equilibrio dinamico in direzione verticale è:

$$F_{s2} - F_m - F_i - F_{s1} = 0$$

Con $F_i = m\ddot{x}$

Notare che il verso della forza d'inerzia è opposto al verso dell'accelerazione \ddot{x}

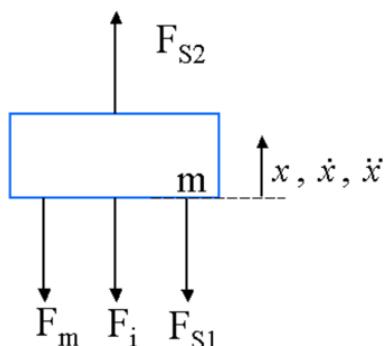


Figura 3 – Diagramma di corpo libero

Esercitazione 5: Studio delle vibrazioni di una punteria

Sottosistema molla (2)

Modello analitico:

$$F_m = k(x_2 - x_1)$$

dove:

- k = rigidezza elastica della molla [N/m]
- F_m = forza agente sulla molla [N]
- x_1, x_2 = sistemi di riferimento utilizzati per definire la posizione degli estremi della molla [m]
-

La correlazione tra i sistemi di riferimento risulta:

$$x_2 = x, \quad x_1 = y$$

$$F_m = K(x - y)$$

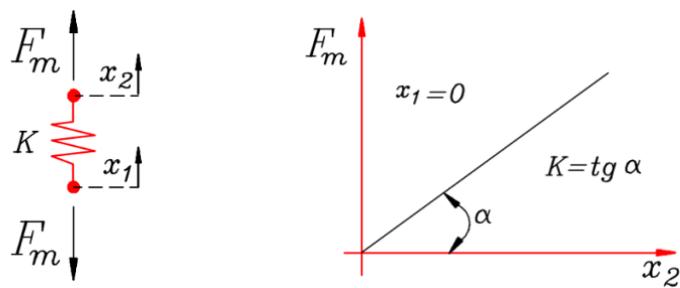


Figura 4 – Modello e grafico relativi all'elasticità

Sottosistemi smorzatori (3, 4)

Modello analitico:

$$F_s = \beta (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$

dove:

- β = coefficiente di smorzamento [Ns/m]
- F_s = forza agente sullo smorzatore [N]
- \dot{x}_2, \dot{x}_1 = velocità degli estremi dello smorzatore [m/s]

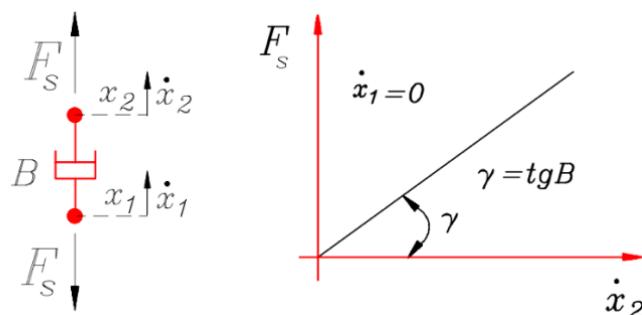


Figura 5 – Modello e grafico relativi allo smorzamento

Esercitazione 5: Studio delle vibrazioni di una punteria

In base ai SdR adottati:

- Smorzatore 1: $\dot{x}_2 = \dot{x}$, $\dot{x}_1 = \dot{y}$ dunque: $F_{s1} = \beta_1(\dot{x} - \dot{y})$
- Smorzatore 2: $\dot{x}_2 = 0$, $\dot{x}_1 = \dot{x}$ dunque: $F_{s2} = \beta_2(0 - \dot{x}) = -\beta_2 \dot{x}$

Sostituendo nell'equazione di equilibrio le relazioni ricavate si ottiene il modello dinamico del sistema punteria:

$$m \ddot{x} + \beta_1(\dot{x} - \dot{y}) + \beta_2 \dot{x} + k(x - y) = 0$$

Un'analisi da eseguire può ritenere nota, quindi come ingresso al sistema, l'accelerazione del punto di contatto camma punteria (\ddot{y}). Per l'uscita è notevole il calcolo dell'accorciamento della punteria ($z = y - x$). Si integra quindi numericamente con il software Simulink, nel quale è implementato lo schema a blocchi rappresentante l'equazione:

$$\ddot{x} = \frac{\beta_1(\dot{y} - \dot{x}) - \beta_2 \dot{x} + k(y - x)}{m}$$

Ricordando che:

$$\dot{y} = \dot{y}_0 + \int_0^t \ddot{y} dt$$

$$y = y_0 + \int_0^t \dot{y} dt$$

Da cui il diagramma a blocchi in ambiente Matlab/Simulink risulta il seguente.

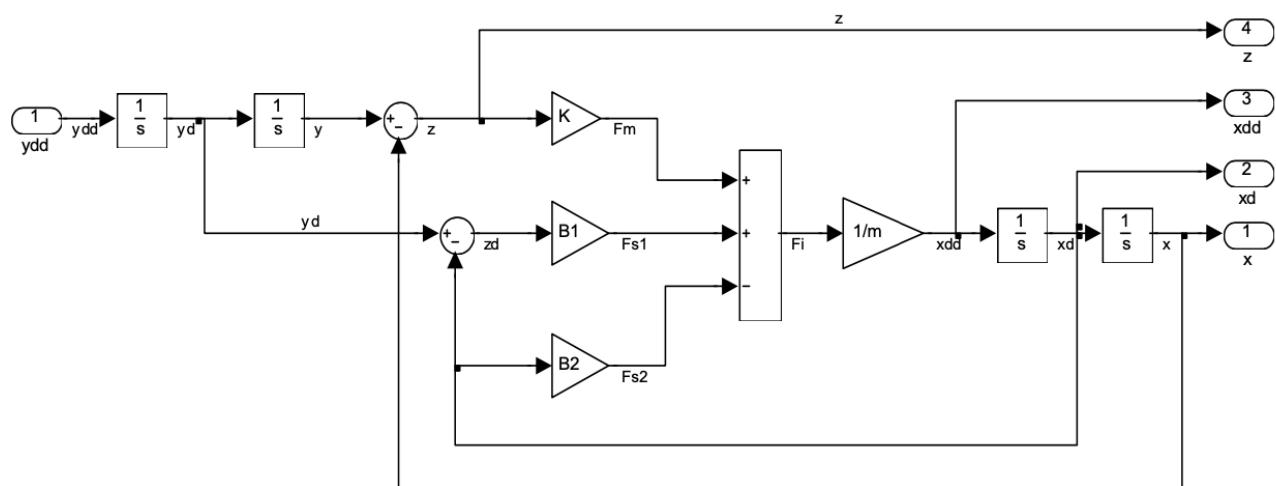


Figura 6 – Modello a blocchi del sistema punteria

Si osserva come dato un andamento della legge di accelerazione ($\ddot{y} = ydd$), si ottiene in uscita l'accorciamento z .

Esercitazione 5: Studio delle vibrazioni di una punteria

Il seguente modello è programmato per generare tre diversi possibili ingressi, selezionabili sui corrispondenti selettori (switch):

1. ingresso a gradino;
2. ingresso corrispondente ad una specifica forma di legge di accelerazione;
3. ingresso armonico per il calcolo della risposta in frequenza;

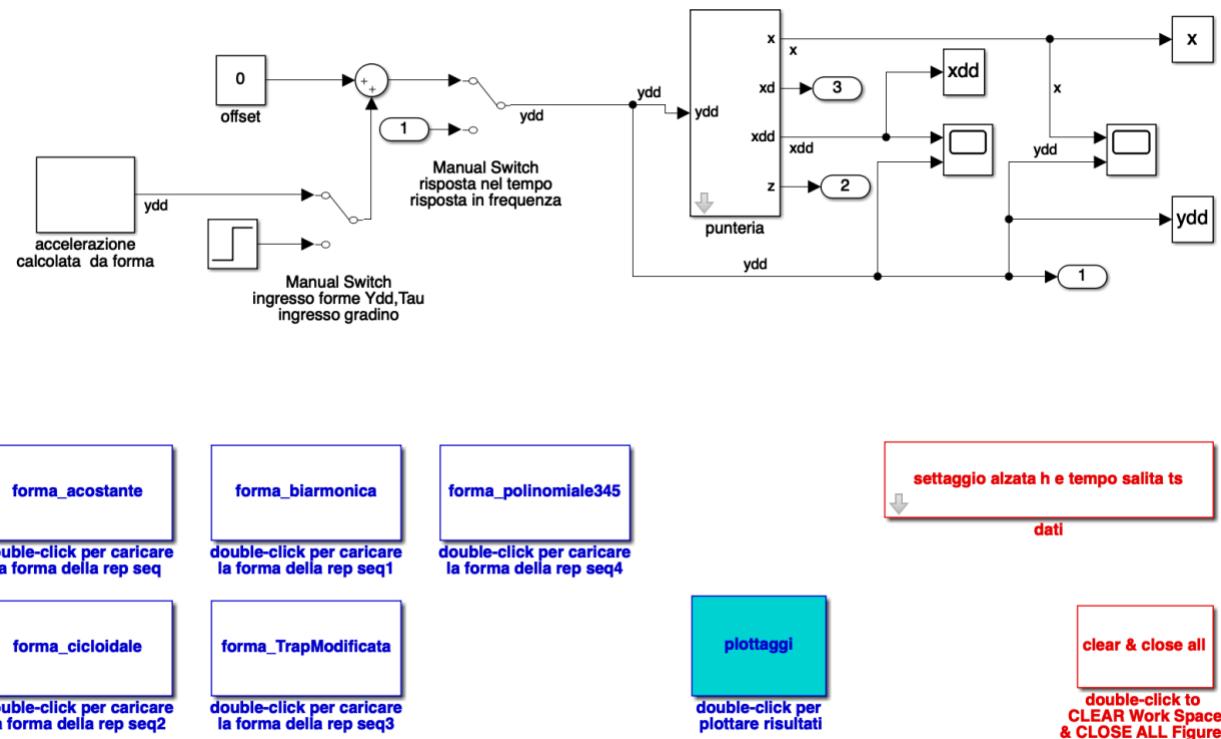


Figura 7 – Diagramma e interfaccia grafica in ambiente Simulink

Esercitazione 5: Studio delle vibrazioni di una punteria

Analisi Simulink

Utilizzando il modello a blocchi del software si è analizzato lo spostamento del punto superiore della punteria, la velocità e l'accelerazione, rispettivamente $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$, valutando l'influenza di diversi parametri del sistema sulla dinamica della punteria, la quale è stata ipotizzata avente una massa di $m = 0.1 \text{ kg}$.

Per lo studio è stato impostata un'alzata $h = 0.01 \text{ m}$ ed un tempo di salita $t_s = 0.1 \text{ s}$.

1. Risposta all'ingresso a gradino

Si è proceduto con l'analisi della risposta del sistema a fronte di un ingresso a gradino.

Si è prima stimato il peso dei coefficienti di attrito viscoso β_1 & β_2 .

Dai grafici emerge come l'importanza di questi parametri non sia preponderante per valori attorno all'unità, si può comunque notare come l'attrito interno della punteria e quello lungo le guide smorzino in modo simile l'accelerazione della punteria a seguito della forzante. Si nota anche come la composizione delle due forme di attrito faccia raggiungere un valore massimo di accelerazione ancora inferiore rispetto alla situazione con solo uno dei due.

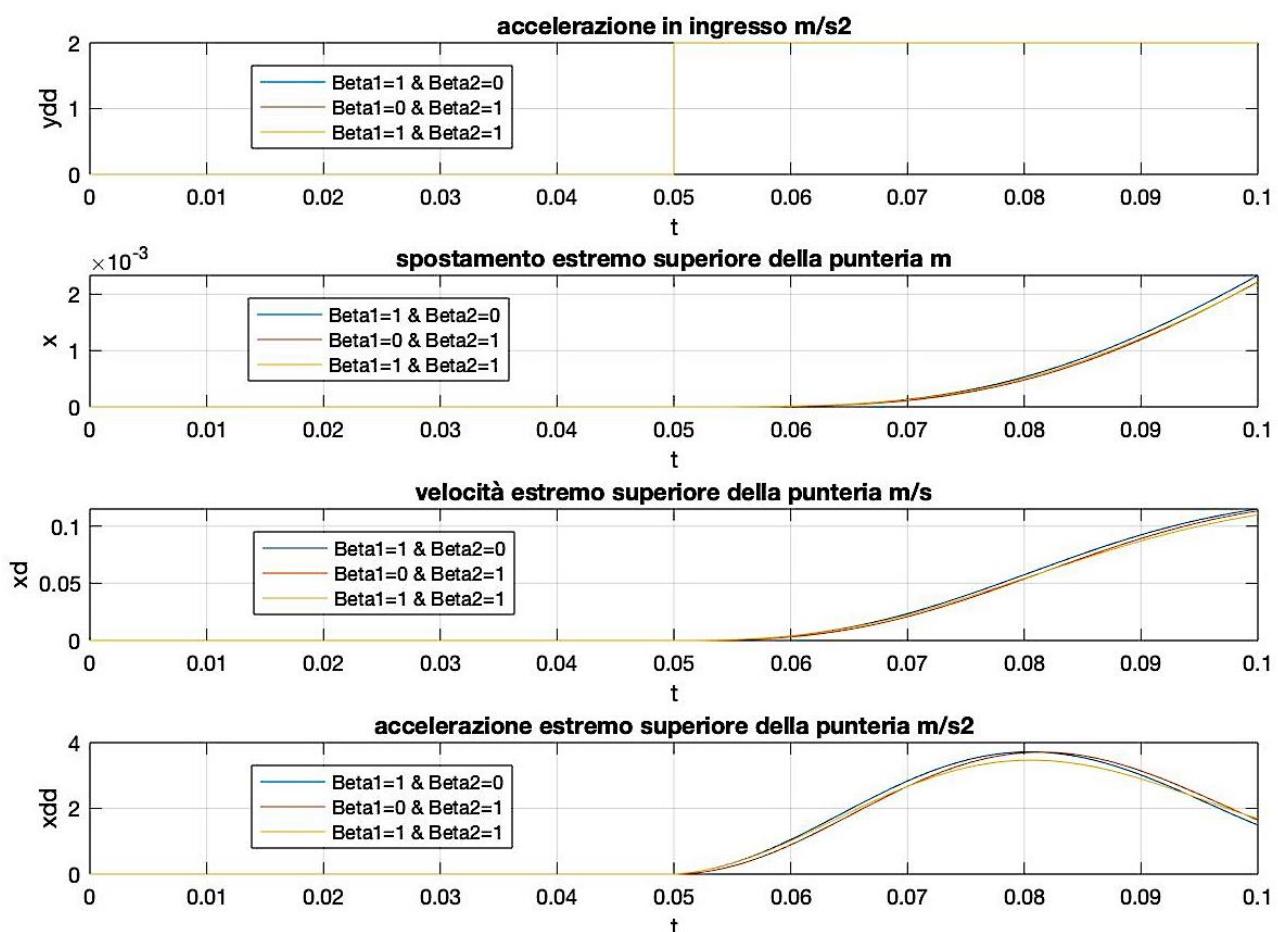


Figura 8 – Risposta al gradino al variare dei coefficienti di smorzamento [Ns/m]; con $k = 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Esercitazione 5: Studio delle vibrazioni di una punteria

Si è poi determinata l'incidenza del valore di rigidezza della punteria sulla risposta allo stesso gradino. Osservando i risultati si può affermare che all'aumentare della rigidezza, il sistema reagisce con un'accelerazione sempre più alta, raggiungendo quindi l'alzata desiderata in tempi sempre minori.

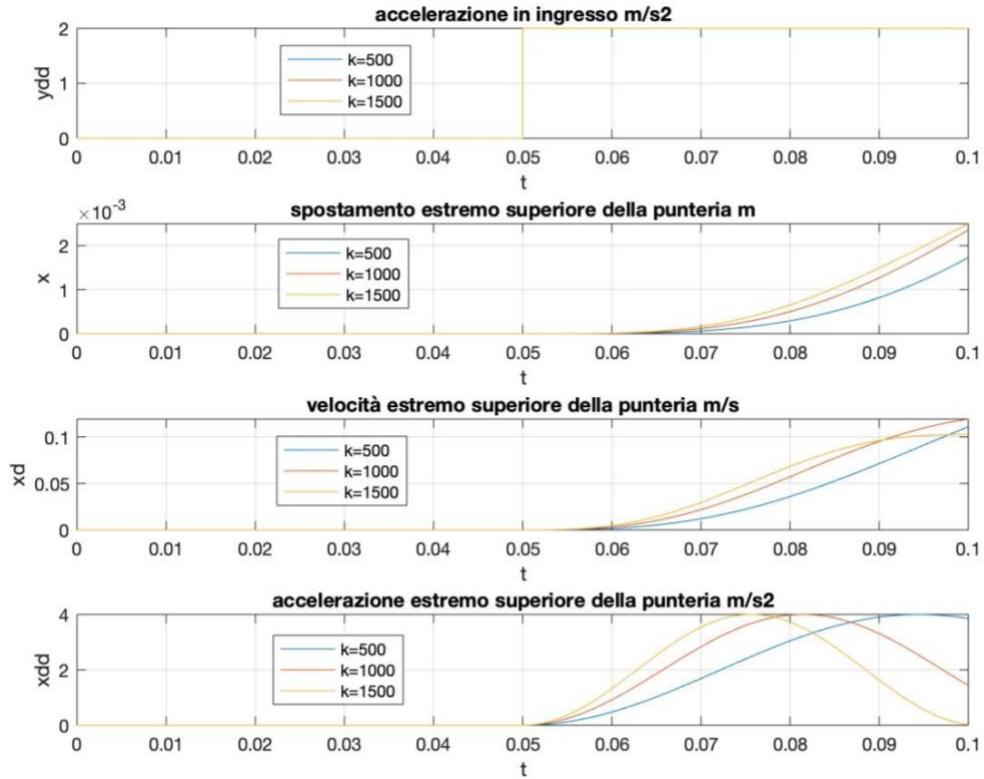


Figura 9 – Risposta al gradino per diversi valori di rigidezza [N/m]; con $\beta_1 = \beta_2 = 0 \frac{Ns}{m}$

2. Risposta all'ingresso biarmonico

Si è proseguito valutando la risposta per una legge di alzata differente, in questo caso con un'accelerazione biarmonica. Analogamente a quanto fatto in precedenza si valutano le influenze di smorzamento e rigidezza.

Esercitazione 5: Studio delle vibrazioni di una punteria

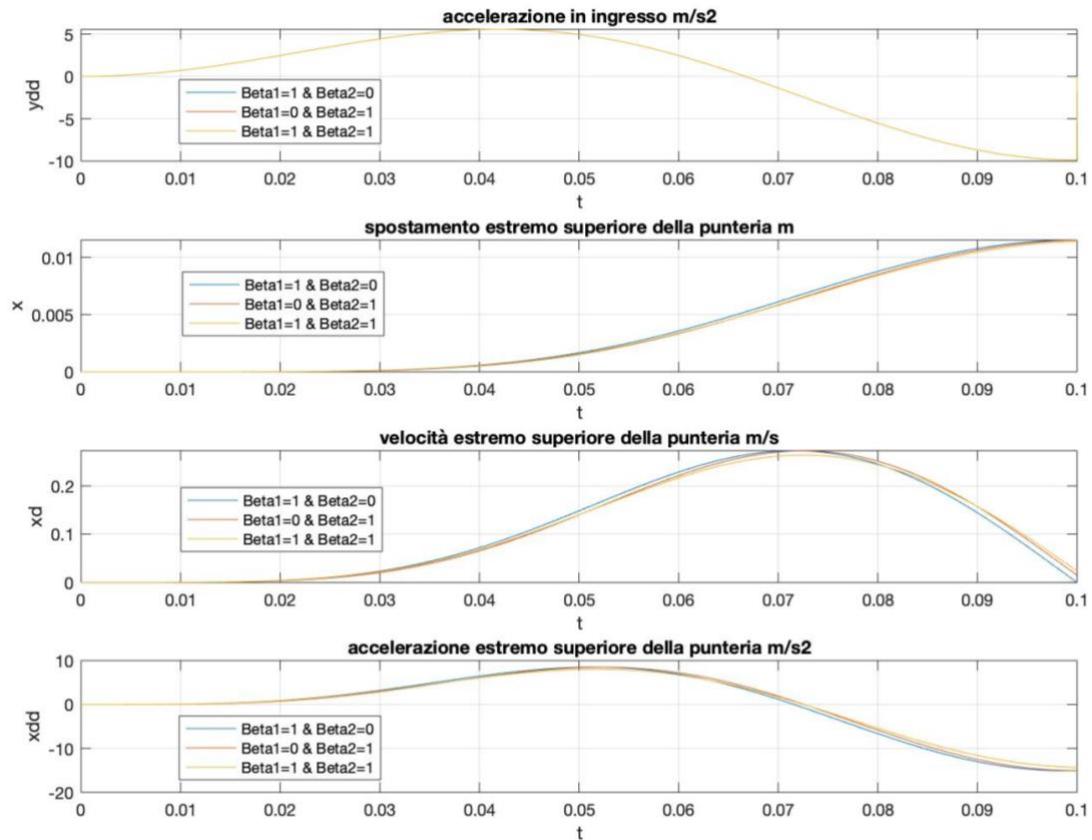


Figura 10 - Risposta alla biarmonica al variare dei coefficienti di smorzamento [Ns/m]; con $k = 1000 \frac{Ns}{m}$

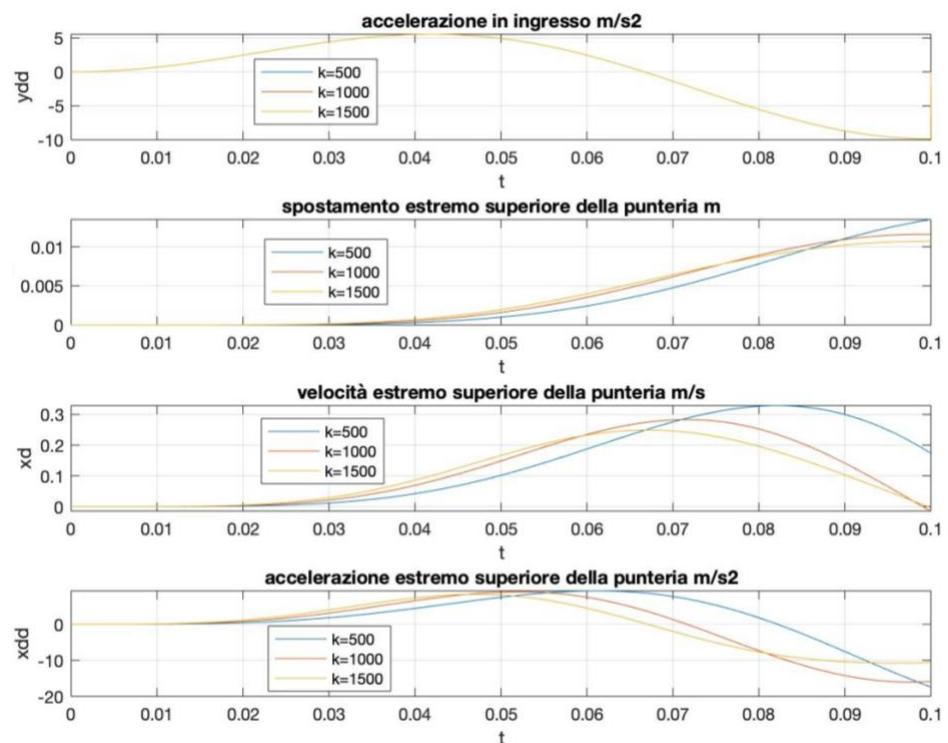


Figura 11 - Risposta alla biarmonica per diversi valori di rigidezza [N/m]; con $\beta_1 = \beta_2 = 0 \frac{Ns}{m}$

Esercitazione 5: Studio delle vibrazioni di una punteria

Considerazioni fattibili analoghe a quante formate in precedenza: l'aumento dei coefficienti di smorzamento, in particolare la loro, va a attenuare la risposta del sistema in quanto presenta un'accelerazione inferiore rispetto al caso non smorzato. Inoltre, l'aumento della rigidezza della punteria porta la stessa a seguire più fedelmente l'andamento dell'accelerazione in ingresso.

3. Risposta rispetto diverse leggi del moto

Si è confrontata poi la risposta del sistema a fronte di tre diverse leggi del moto in ingresso con accelerazioni costante a tratti, biarmonica e cicloidale.

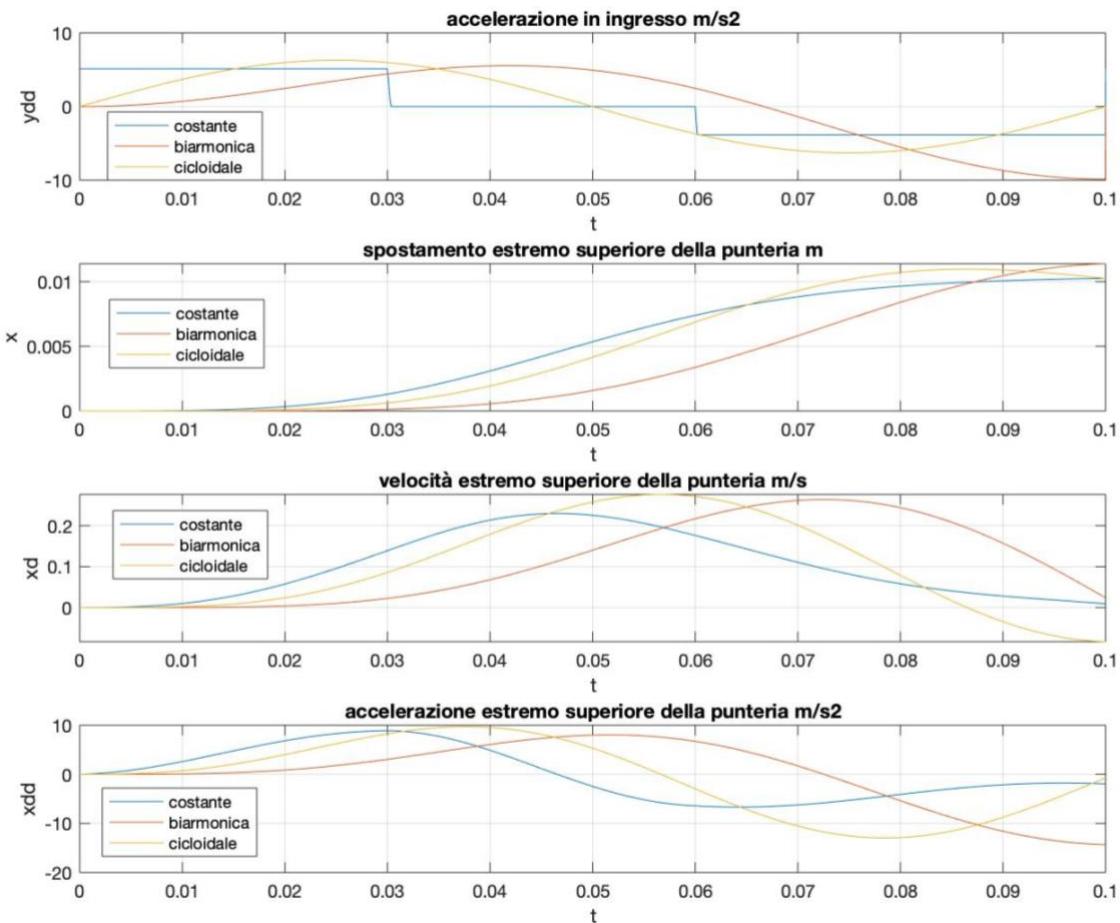


Figura 12 – Confronto risposta del sistema tra leggi di accelerazione differenti; $k = 1000 \text{ N/m}$, $\beta_1 = 1 \text{ Ns/m}$, $\beta_2 = 1 \text{ Ns/m}$

Esercitazione 5: Studio delle vibrazioni di una punteria

4. Analisi sul giro completo della camma

Per questa simulazione si è utilizzata l'ingresso cicloidale e si è valutata la variazione della rigidezza per valori assimilabili a quella di un'asta, per cui attorno a 100000 N/m.

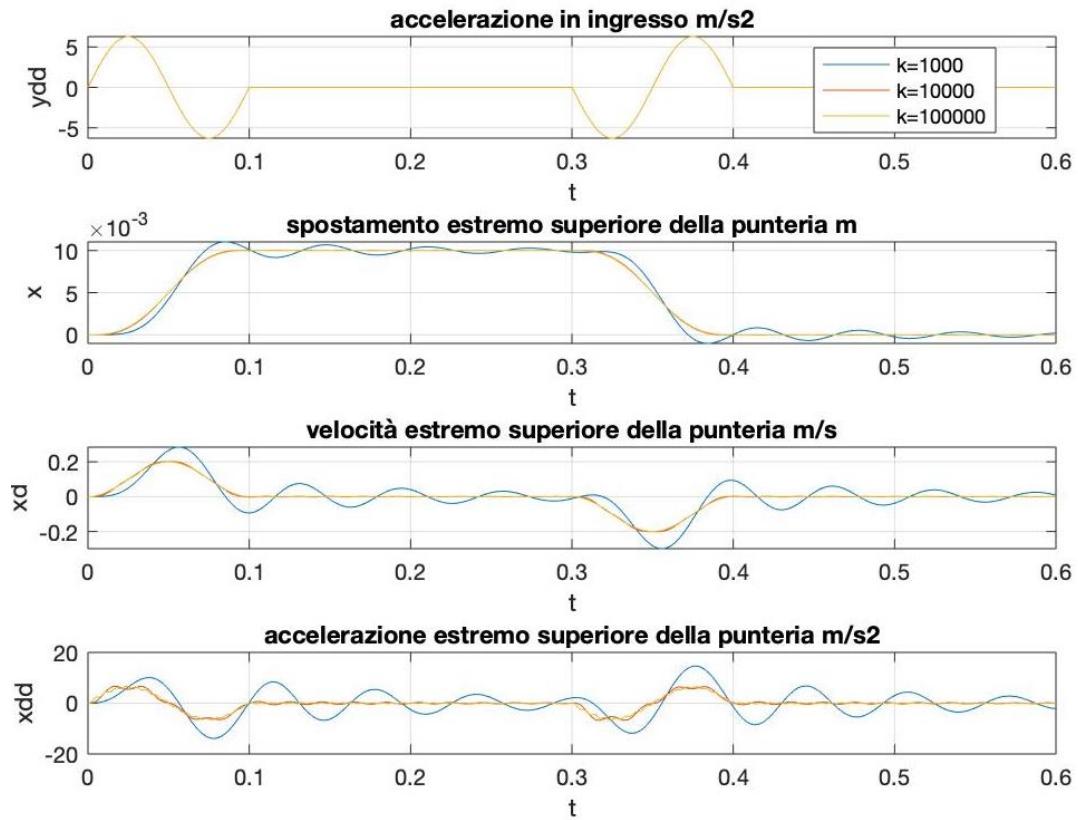


Figura 13 - Confronto risposta alla cicloide al variare della rigidezza; con $\beta_1 = 0.8 \text{ Ns/m}$, $\beta_2 = 0.6 \text{ Ns/m}$

Dal grafico è evidente come all'aumentare della rigidezza il sistema attenui le oscillazioni sempre più andando a seguire più puntualmente l'andamento imposto in ingresso. Già a valori di 10^4 N/m si ha un'evidente riduzione.

Esercitazione 5: Studio delle vibrazioni di una punteria

5. Analisi risposta in frequenza

Si è passati all'analisi di risposta in frequenza. Questa è condotta imponendo un ingresso sinusoidale a varie frequenze e valutando la risposta del sistema. Per un k di 1000 N/m si è ottenuto il seguente diagramma di Bode.

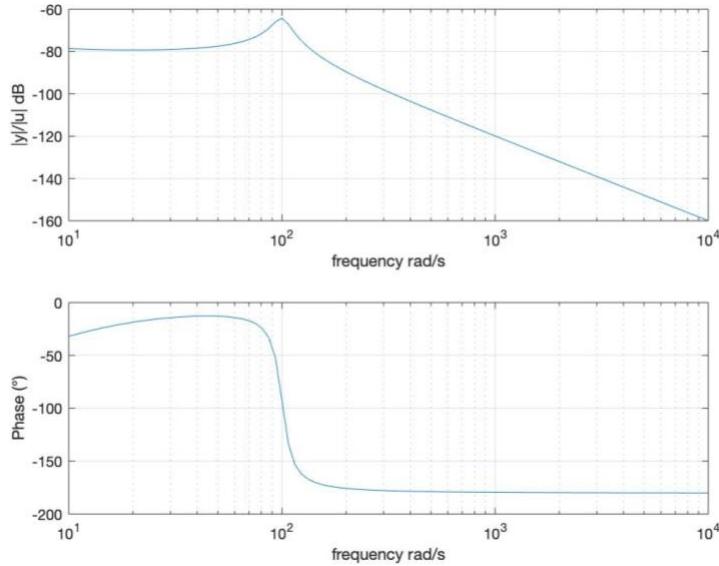


Figura 14 – Diagramma di Bode del sistema con ; $k = 1000 \text{ N/m}$, $\beta_1 = 0.8 \text{ Ns/m}$, $\beta_2 = 0.6 \text{ Ns/m}$

Mentre con una rigidezza k pari a 100000 N/m si è ottenuto il seguente Bode.

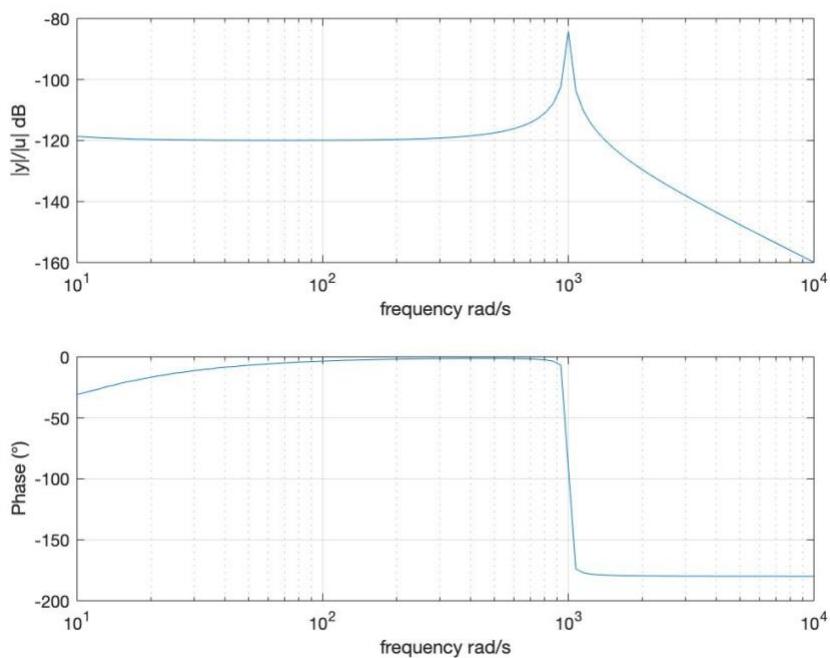


Figura 15 - Diagramma di Bode del sistema con ; $k = 100000 \text{ N/m}$, $\beta_1 = 0.8 \text{ Ns/m}$, $\beta_2 = 0.6 \text{ Ns/m}$

Si nota come il picco di risonanza del sistema si sposti, con l'aumento della rigidezza, verso valori di frequenza più alti.

Esercitazione 5: Studio delle vibrazioni di una punteria

6. Modello con attrito Coulombiano

Si è modificato il precedente modello del sistema, implementando uno schema a blocchi che tenga conto dell'attrito di tipo Coulombiano prodotto nel contatto tra punteria e guide. Questo sfregamento forma una forza tangenziale che dipende dal coefficiente di attrito tra i due corpi e si scarica sulle guide. La forza instaurata contrasta il moto, opponendosi in verso rispetto alla velocità.

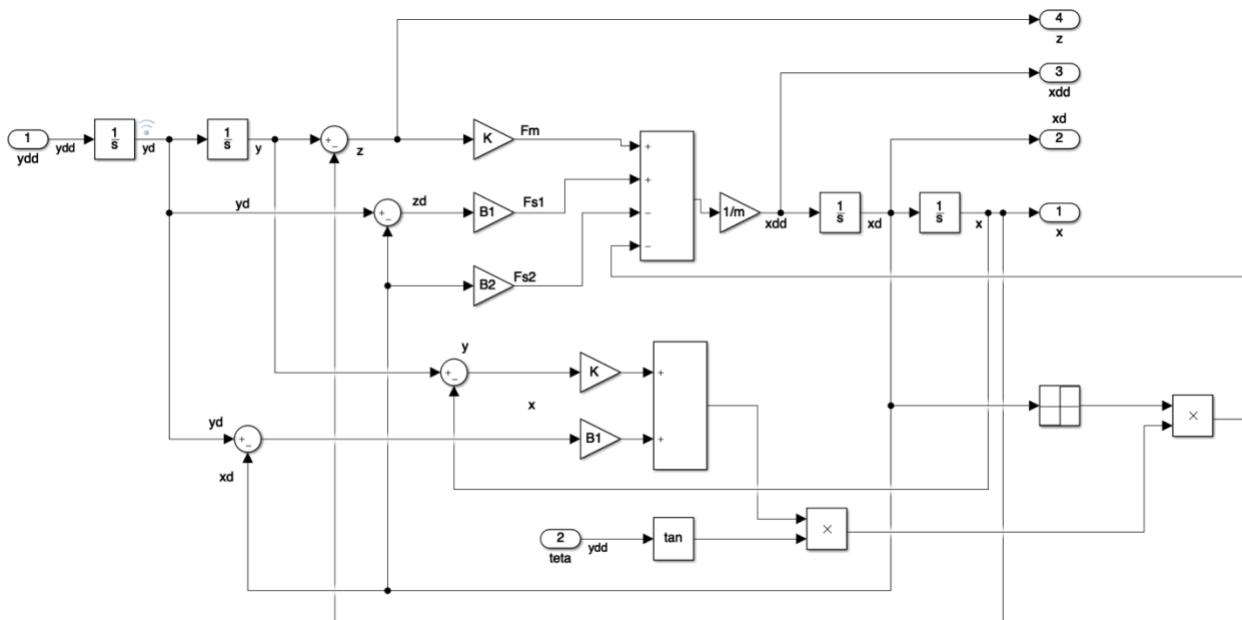


Figura 16 – Modella a blocchi della punteria con attrito Coulombiano implementato su Simulink

Si è effettuata quindi un'analisi sul ciclo completo con il modello con attrito Coulombiano. È risultata una risposta più oscillatoria data dall'effetto dell'attrito strisciante piuttosto che viscoso come modellizzato in precedenza grazie alle guide lubrificate.

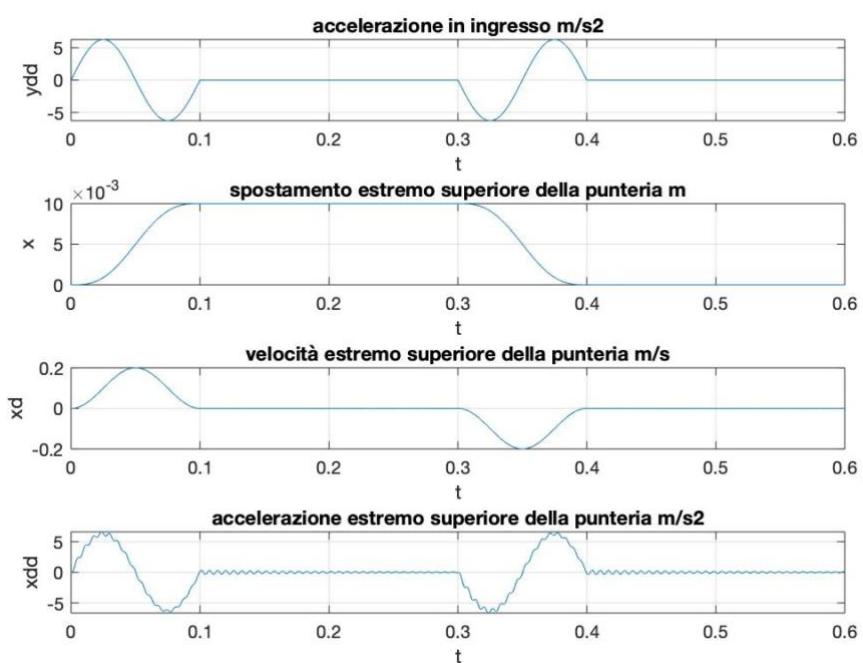


Figura 17 – Analisi sul ciclo completo con $k = 100000 \text{ N/m}$, $\beta_1 = 0.8 \text{ Ns/m}$, $\beta_2 = 0.8 \text{ Ns/m}$

7. Conclusioni

Dalle analisi effettuate si può stabilire che si possono ottenere prestazioni molto differenti riguardo al comportamento dinamico della punteria in dipendenza dei parametri esaminati. È scelta progettuale, una volta individuate le necessità del sistema in esame, andare a scegliere i giusti valori dei parametri in gioco.

Riassumendo in breve qualche considerazione, si può sostenere:

- La lubrificazione rende più bassi gli attriti rendendo meno oscillatorio il moto e dissipando meno energia
- Rigidezze maggiori migliorano la risposta dinamica del sistema aumentando la larghezza di banda
- Leggi del moto adeguate riescono a contenere le vibrazioni nella risposta del sistema



POLITECNICO
DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Meccanica delle Macchine Automatiche

ESPERIENZA DI LABORATORIO N.6

Camme: Motoriduttore – Interruttore – Tavola rotante

A.A. 2019/2020

Docente:

Prof. Giuseppe Quaglia

Autori:

Luca Pirini Casadei 264939

Gianmarco Santoro 265999

Alessandro Peripoli 265023

Sommario

Introduzione	1
Scelta del motore	1
Modelli dinamici	3
Tavola rotante	3
Intermittore	3
Volano	5
Riduttore	6
Motore	6
Costruzione dello schema a blocchi del sistema completo	7
Motore	7
Volano	7
Riduttore	8
Tavola rotante	8
Intermittore	8
Modello complessivo	9
Influenza della forma a parità di caratteristiche del sistema	10
Andamenti di potenza e coppia	12
Grandezze cinematiche della tavola rotante	13
Grandezze cinematiche dell'albero motore e dell'albero ingresso interruttore	14
Influenza dei parametri sul sistema a parità di forma	14
Caso limite a inerzie nulle	14
Influenza del fattore di smorzamento	16
Influenza momento inerzia del volano IV	18
Influenza momento inerzia del volano IM	20
Influenza momento inerzia della tavola rotante IT	21

Indice delle Figure

Figura 1 - Soluzione 1	1
Figura 2 - Soluzione alternativa con aggiunta del volano	1
Figura 3 – Interruttore	2
Figura 4 - Tavola rotante	3
Figura 5 – Interruttore	3

Figura 6- Relazioni geometriche tra grandezze in ingresso e in uscita.....	4
Figura 7 - Moto intermittente unidirezionale riferito ad n giri.....	4
Figura 8 - Andamento unidirezionale con nuove variabili	5
Figura 9 – Volano	5
Figura 10 – Riduttore	6
Figura 11 – Motore	6
Figura 12- Caratteristica del motore.....	7
Figura 13- Simulink motore.....	7
Figura 14- Simulink volano	7
Figura 15- Simulink riduttore	8
Figura 16- Simulink tavola rotante.....	8
Figura 17- Simulink interruttore	8
Figura 18- Modello Simulink sistema completo	9
Figura 19 - Grandezze geometriche con legge di salita ad accelerazione costante	10
Figura 20 - Grandezze geometriche con legge di salita Biarmonica	11
Figura 21 - Grandezze geometriche con legge di salita Cicloidale.....	11
Figura 22 - Andamenti della Potenza al variare della legge di salita	12
Figura 23 - Andamenti della Coppia al variare della legge di salita	12
Figura 24 - Andamenti di rotazione, velocità angolare e accelerazione angolare della tavola rotante al variare della legge di salita	13
Figura 25 - Andamenti di rotazione, velocità angolare e accelerazione angolare dell'albero motore (sx) e albero ingresso interruttore (dx) al variare della legge di salita	14
Figura 26 - Copie con inerzie nulle.....	15
Figura 27 – Grandezze cinematiche albero motore con inerzie nulle	15
Figura 28 – Grandezze cinematiche tavola rotante con inerzie nulle	16
Figura 29 - Andamento della coppia e potenza al variare del fattore di smorzamento.....	16
Figura 30 - Zoom della potenza motore al variare del fattore di smorzamento	17
Figura 31 - Andamento grandezze cinematiche dell'albero motore e albero ingresso invertitore al variare del fattore di smorzamento.....	17
Figura 32 - Andamento delle grandezze cinematiche della tavola rotante al variare del fattore di smorzamento	18
Figura 33 - Andamento delle grandezze cinematiche della tavola rotante al variare del momento di inerzia del volano	18
Figura 34 - Andamento delle grandezze cinematiche dell'albero motore e ingresso interruttore al variare dell'inerzia del volano	19
Figura 35 - Andamento della coppia al variare del momento di inerzia del volano	19
Figura 36 - Andamento della potenza al variare del momento di inerzia del volano	20
Figura 37 - Coppia richiesta al motore a regime al variare dell'inerzia del volano	20
Figura 38 - Andamento delle grandezze cinematiche della tavola rotante al variare del momento di inerzia della tavola	21
Figura 39 - Andamento delle grandezze cinematiche dell'albero motore e ingresso interruttore al variare del momento di inerzia della tavola	21

Figura 40 - Andamento della coppia al variare del momento di inerzia della tavola	22
Figura 41 - Andamento della potenza al variare del momento di inerzia della tavola	22
Figura 42 - Accelerazione angolare dell'albero motore a regime al variare del momento di inerzia della tavola	23
Figura 43 – Coppia richiesta al motore a regime al variare del momento di inerzia della tavola.....	23

Introduzione

Lo scopo dell'esperienza consiste nel realizzare un modello che rappresenti un sistema motore-trasmissione- carico con la generazione di un moto intermittente unidirezionale. Tale configurazione è comunemente utilizzata nell'azionamento di tavole rotanti. Sono possibili due soluzioni realizzative. La prima prevede motoriduttore, meccanismo per la creazione del moto intermittente e tavola rotante.

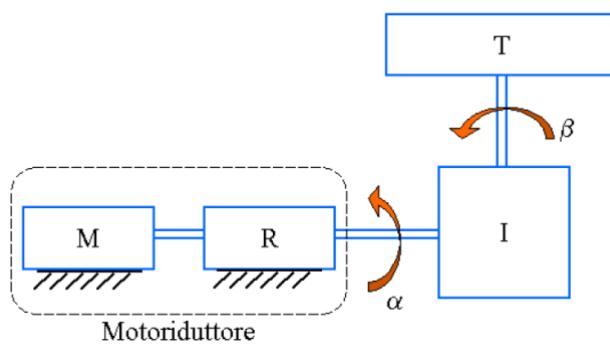


Figura 1 - Soluzione 1

La seconda soluzione prevede di interporre un volano tra il motore e il riduttore al fine di limitare la richiesta di coppia al motore nelle fasi di accelerazione della tavola e per ridurre le fluttuazioni della velocità angolare in ingresso al meccanismo intermittente.

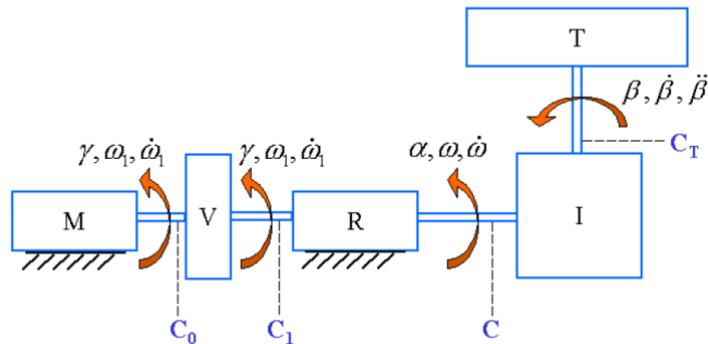


Figura 2 - Soluzione alternativa con aggiunta del volano

Scelta del motore

Per la scelta del motore si fa riferimento allo schema della figura 1. Si isola il sottosistema intermittente e, ipotizzando rendimento unitario, si può scrivere il bilancio energetico:

$$W = P_{IN} = P_{OUT}$$

Esercitazione 6 - Tavola rotante

$$c \cdot \omega = C_T \cdot \dot{\beta}$$

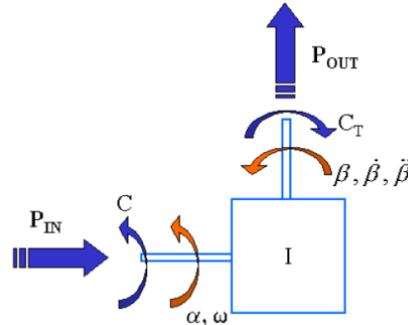


Figura 3 – Interruttore

Inoltre, ipotizzando che il carico sia di tipo inerziale, ovvero che la potenza in ingresso al meccanismo serva per accelerare la tavola, e che la coppia resistente sia nulla, si ha:

$$C_T \cong I_T \cdot \ddot{\beta}$$

Con I_T momento d'inerzia delle parti rotanti a valle. Allora:

$$W = I_T \cdot \dot{\beta} \cdot \ddot{\beta} = I_T \cdot Y' \cdot Y'' \cdot \frac{\Psi^2}{\alpha_a^3} \cdot \omega^3$$

Il motore deve essere in grado di erogare la potenza massima, con un certo margine di sicurezza. In sostanza la relazione che deve essere verificata per la scelta del motore risulta essere:

$$W_{MAX} = I_T \cdot (Y' \cdot Y'')_{MAX} \cdot \frac{\Psi^2}{\alpha_a^3} \cdot \omega^3$$

$$W_{MAX} = I_T \cdot C_K \cdot \frac{\Psi^2}{\alpha_a^3} \cdot \omega^3$$

Nel caso in cui W_{MAX} risulti troppo elevata si monta un volano sull'albero motore, ovvero si passa alla soluzione di figura 2: tale volano si sostituisce in parte al motore fornendo una quota parte della coppia richiesta durante un picco di carico.

Generalmente si preferisce montare il volano a monte del riduttore così da essere calettato sull'albero più veloce andando ad accumulare una maggiore energia cinetica.

Esercitazione 6 - Tavola rotante

Modelli dinamici

Tavola rotante

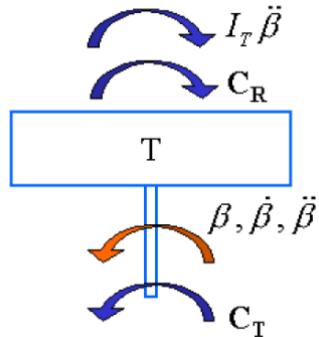


Figura 4 - Tavola rotante

$$C_T - C_R - I_T \ddot{\beta} = 0$$

$$C_T = C_R + I_T \ddot{\beta}$$

Intermittore

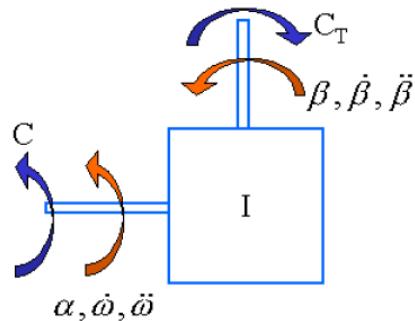


Figura 5 – Interruttore

Il passaggio dalle grandezze di ingresso $\alpha, \omega, \dot{\omega}$ alle grandezze in uscita $\beta, \dot{\beta}, \ddot{\beta}$ è possibile avendo a disposizione le relazioni tra le grandezze geometriche. Le equazioni corrispondenti sono:

$$\beta = \beta(\alpha)$$

$$\dot{\beta} = \frac{d\beta}{dt} = \frac{d\beta}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \beta'(\alpha) \cdot \omega$$

$$\ddot{\beta} = \frac{d}{dt} (\beta' \cdot \omega) = \frac{d\beta'}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \cdot \omega + \beta' \frac{d\omega}{dt} = \beta'' \omega^2 + \beta' \dot{\omega}$$

Esercitazione 6 - Tavola rotante

Si presenta però la difficoltà pratica di ripetere la sequenza $\beta = \beta(\alpha)$, riferita a un singolo giro, in modo da generare il moto intermittente unidirezionale riferito ad n giri. Per far ciò si immagina che l'andamento unidirezionale utilizzi delle diverse variabili cinematiche:

$$\alpha_j = \alpha + j \cdot 2\pi$$

$$\beta_j = \beta + j \cdot \Psi$$

Dove:

$$\beta = Y \cdot \Psi = Y \left(\frac{\alpha}{\alpha_a} \right) \Psi$$

$$\beta' = Y'(\tau) \frac{\Psi}{\alpha_a} = Y' \left(\frac{\alpha}{\alpha_a} \right) \cdot \frac{\Psi}{\alpha_a}$$

$$\beta'' = Y''(\tau) \frac{\Psi}{\alpha_a^2} = Y'' \left(\frac{\alpha}{\alpha_a} \right) \cdot \frac{\Psi}{\alpha_a^2}$$

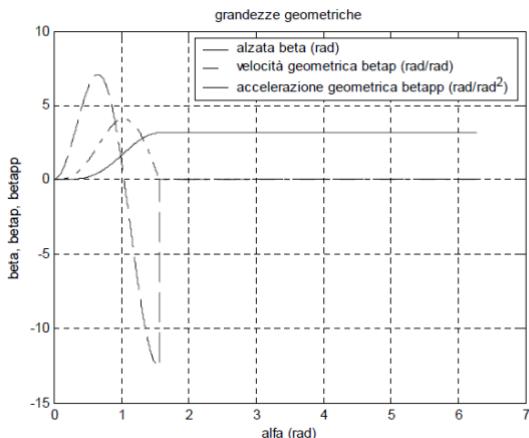


Figura 6- Relazioni geometriche tra grandezze in ingresso e in uscita

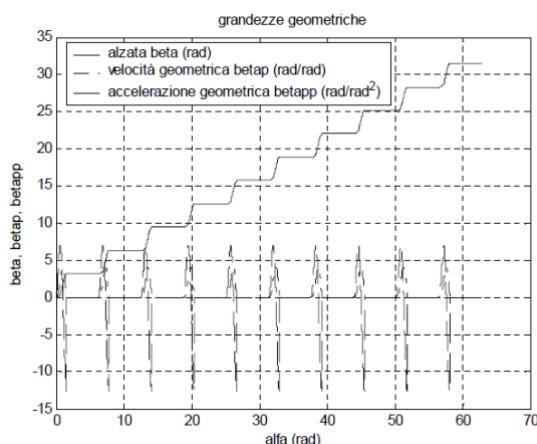


Figura 7 - Moto intermittente unidirezionale riferito ad n giri

Esercitazione 6 - Tavola rotante

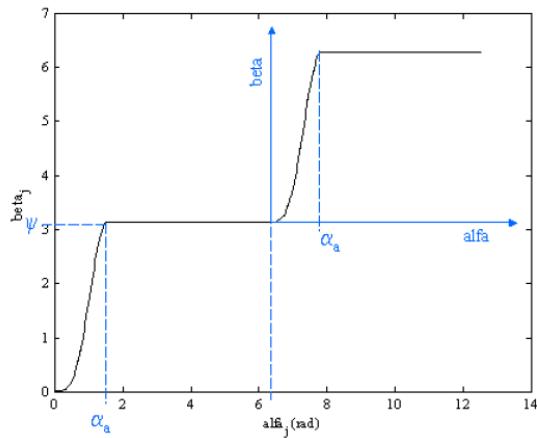


Figura 8 - Andamento unidirezionale con nuove variabili

Nell'ipotesi di rendimento unitario si ha poi:

$$\eta = \frac{C_T \dot{\beta}}{C \omega} = 1$$

$$C = C_T \cdot \frac{\dot{\beta}}{\omega} = C_T \cdot \beta'(\alpha)$$

Volano

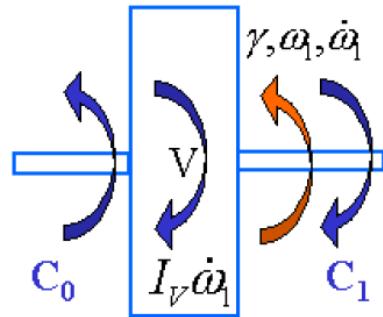


Figura 9 – Volano

Scrivendo l'equilibrio alla rotazione:

$$C_0 - C_1 - I_V \dot{\omega}_1 = 0$$

$$C_0 = C_1 + I_V \dot{\omega}_1$$

Esercitazione 6 - Tavola rotante

Riduttore

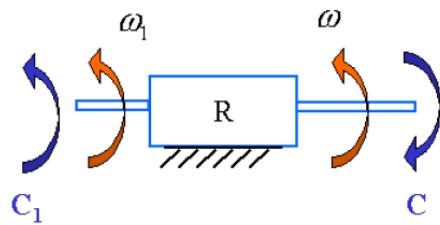


Figura 10 – Riduttore

Nell'ipotesi di rendimento unitario e rapporto di trasmissione $\tau = \frac{\omega}{\omega_1}$, si può scrivere:

$$\eta = \frac{C \omega}{C_1 \omega_1} = \frac{C}{C_1} \tau = 1$$

Quindi:

$$C_1 = C \cdot \tau$$

$$\omega = \omega_1 \cdot \tau$$

Motore

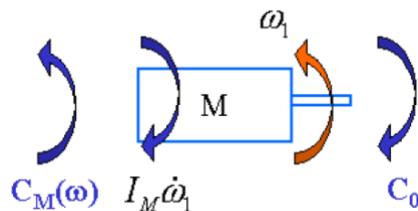


Figura 11 – Motore

Scrivendo l'equilibrio alla rotazione:

$$C_M - C_0 - I_M \omega_1 = 0$$

$$C_M = C_0 + I_M \omega_1$$

È necessario conoscere la caratteristica del motore $C_M(\omega)$. Nell'ipotesi che si tratti di motore asincrono trifase, la caratteristica ha come andamento:

Esercitazione 6 - Tavola rotante

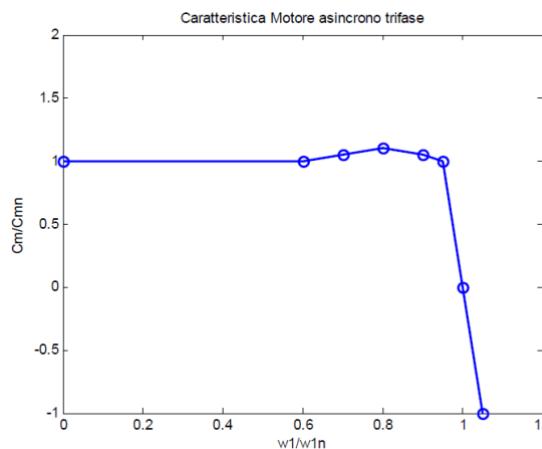


Figura 12- Caratteristica del motore

$\frac{\omega_1}{\omega_{1n}}$	$\frac{C_M}{C_{MN}}$
0	1
0.6	1
0.7	1.05
0.8	1.1
0.9	1.05
0.95	1
1	0
1.05	-1

Costruzione dello schema a blocchi del sistema completo

Motore

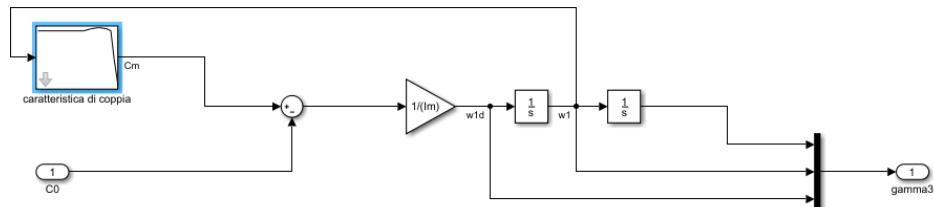


Figura 13- Simulink motore

Volano

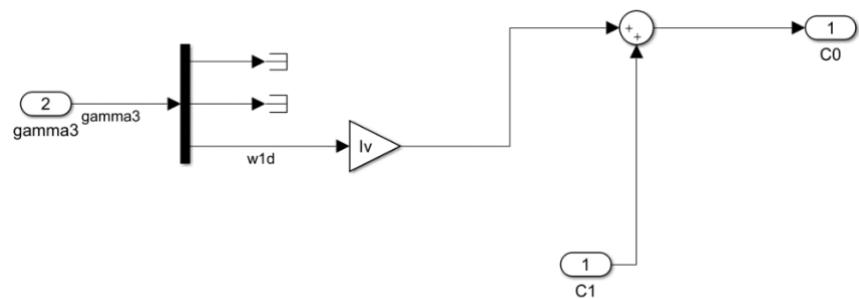


Figura 14- Simulink volano

Esercitazione 6 - Tavola rotante

Riduttore

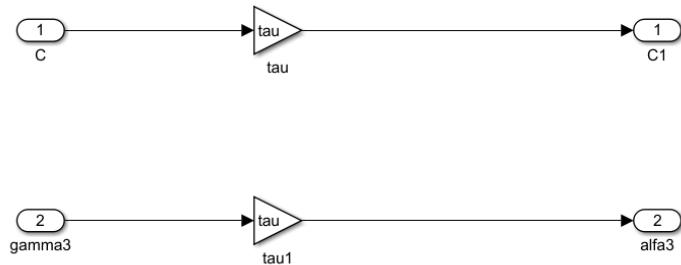


Figura 15- Simulink riduttore

Tavola rotante

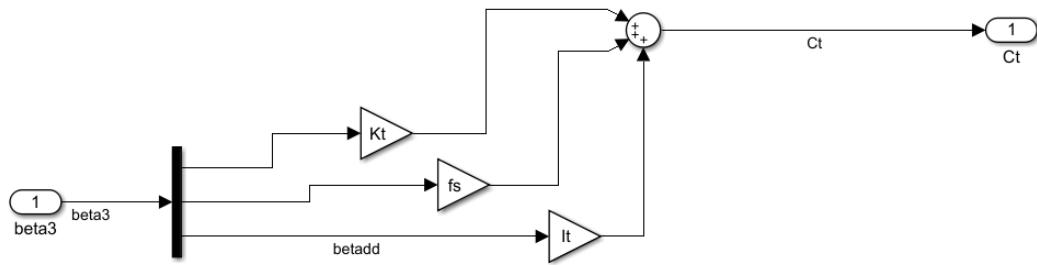


Figura 16- Simulink tavola rotante

Intermittitore

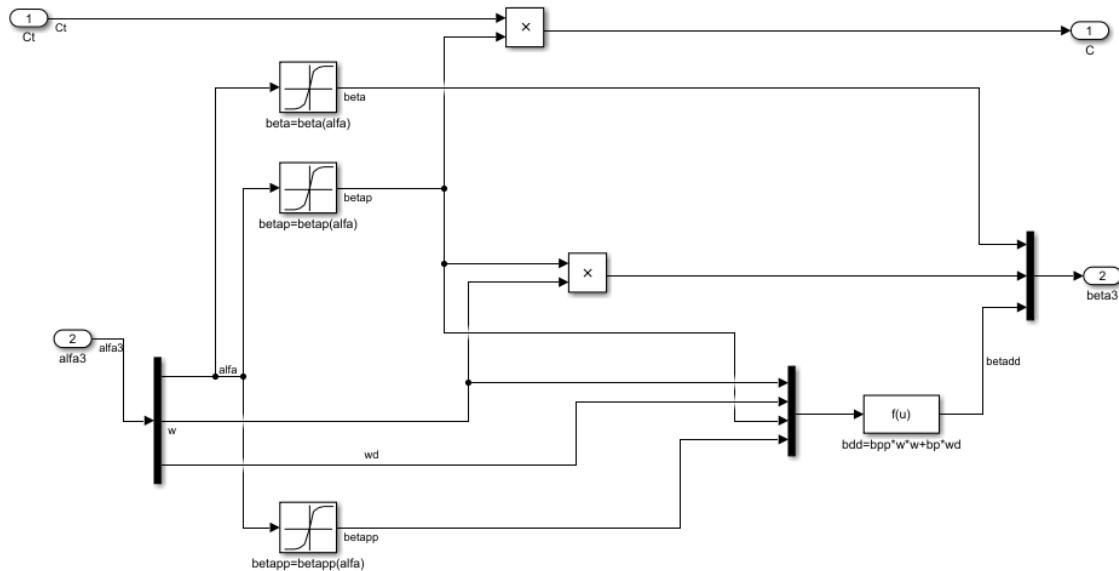


Figura 17- Simulink interruttore

Esercitazione 6 - Tavola rotante

Modello complessivo

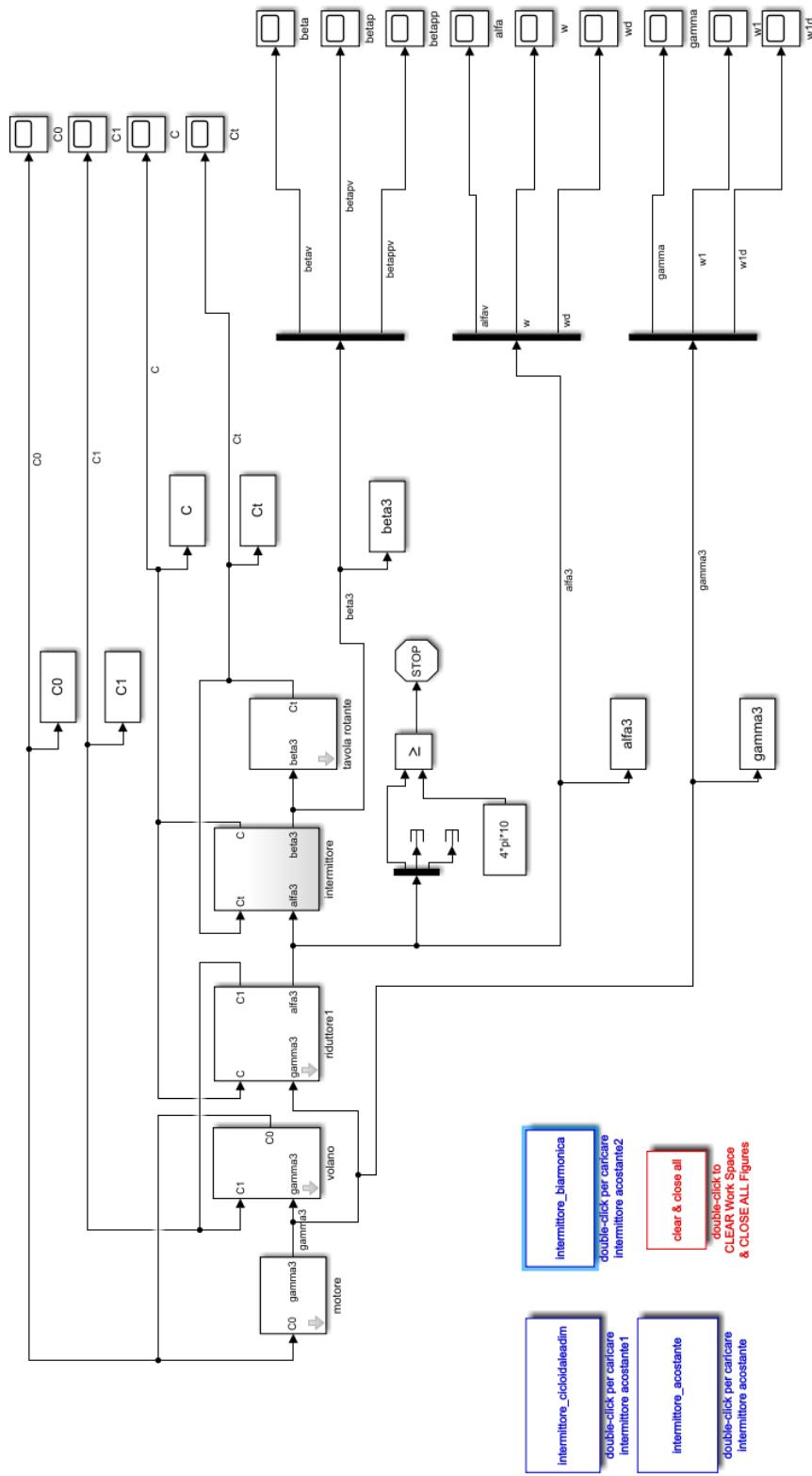


Figura 18- Modello Simulink sistema completo

Si sono aggiunti dei link per collegare insieme le variabili del sistema. Si sono anche aggiunti dei blocchetti Scope per visualizzare l'andamento delle variabili direttamente dal Simulink.

Influenza della forma a parità di caratteristiche del sistema

In questa sezione si è andati a modificare la forma della legge del moto che definisce il comportamento dell'intermittenre, mantenendo invece costanti le caratteristiche del sistema. Il set di parametri impostato prevede:

- $I_V = 1 \text{ Kg m}^2$
- $I_M = 0.5 \text{ Kg m}^2$
- $I_T = 0.1 \text{ Kg m}^2$
- $\tau = 0.01$
- $K_T = 0 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$
- $\beta = 0 \frac{\text{Nm}}{\frac{\text{rad}}{\text{s}}}$

Le leggi del moto considerate sono accelerazione costante, cicloidale e infine biarmonica.

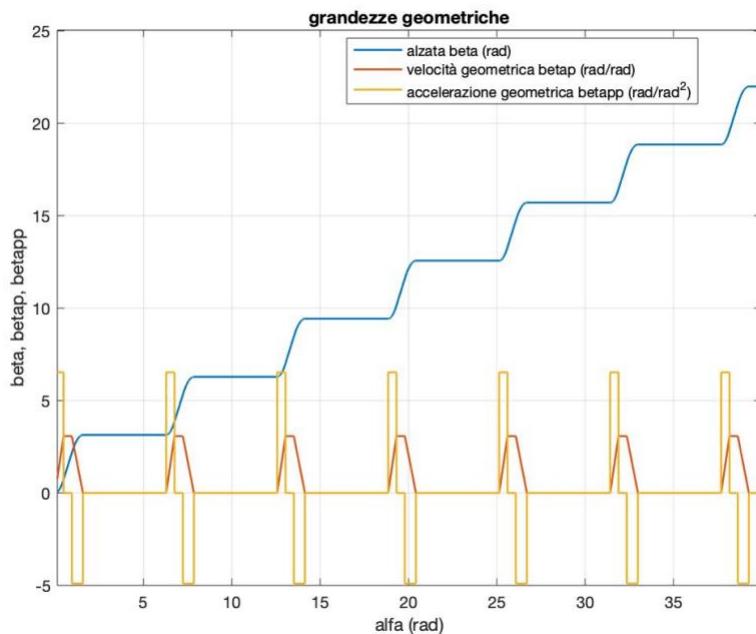


Figura 19 - Grandezze geometriche con legge di salita ad accelerazione costante

Esercitazione 6 - Tavola rotante

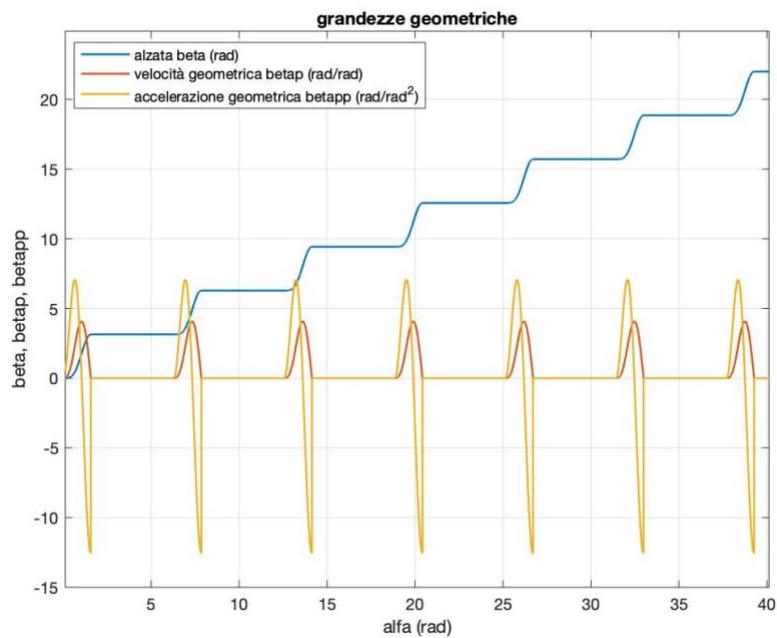


Figura 20 - Grandezze geometriche con legge di salita Biarmonica

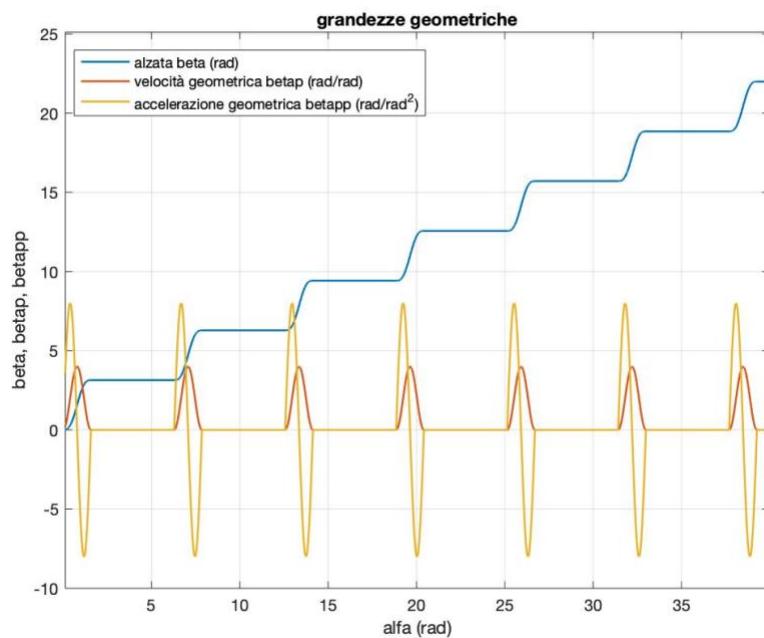


Figura 21 - Grandezze geometriche con legge di salita Cicloidale

Esercitazione 6 - Tavola rotante

Andamenti di potenza e coppia

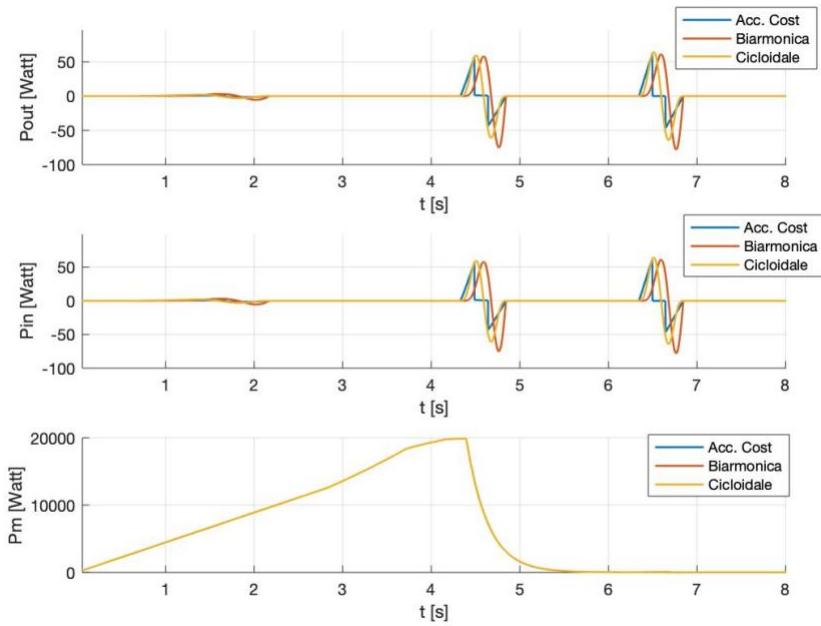


Figura 22 - Andamenti della Potenza al variare della legge di salita

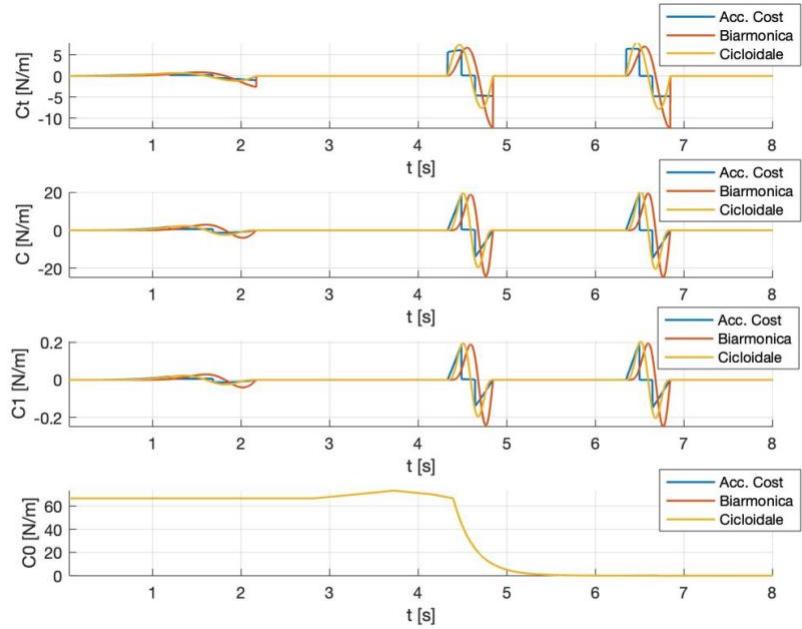


Figura 23 - Andamenti della Coppia al variare della legge di salita

Si analizzano nei grafici plottati gli andamenti delle potenze e delle coppie.

Esercitazione 6 - Tavola rotante

Appare evidente la differenza di andamento tra i grafici ottenuti con legge del moto costante e quelli ottenuti per leggi del moto cicloidale e biarmonica: nel primo caso sono presenti punti angolosi, assenti invece per le altre due leggi. L'assenza di punti angolosi è preferibile in quanto si riducono i fenomeni oscillatori.

Dai diagrammi inoltre si nota il ridimensionamento secondo il rapporto di trasmissione τ delle coppie e delle potenze in ingresso e uscita dal meccanismo interruttore.

Si noti poi come l'andamento della coppia e della potenza richieste dal motore decrescano dopo un primo tratto a valori crescenti (per la P_M) o quasi costanti (per la C_0). Questo è dovuto al volano, il quale accumula inizialmente energia cinetica per poi rilasciarla in un secondo momento. Come si noterà poi, ponendo a 0 il valore dell'inerzia del volano, gli andamenti di coppia e potenza saranno molto diversi da quelli appena descritti.

Grandezze cinematiche della tavola rotante

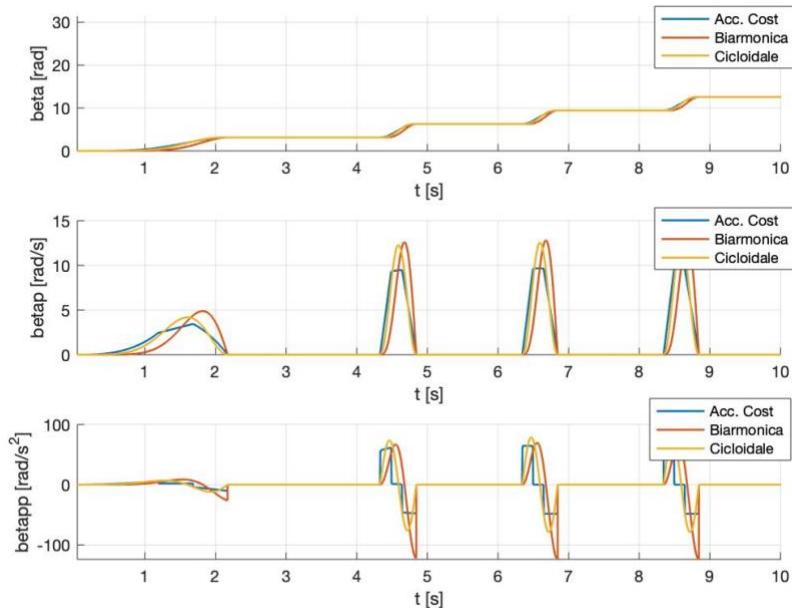


Figura 24 - Andamenti di rotazione, velocità angolare e accelerazione angolare della tavola rotante al variare della legge di salita

Si noti in questi risultati l'andamento a scalini che si voleva ottenere dell'angolo β in uscita dal meccanismo interruttore.

Esercitazione 6 - Tavola rotante

Grandezze cinematiche dell'albero motore e dell'albero ingresso interruttore

In seguito vengono mostrate le grandezze cinematiche dell'albero motore e dell'albero ingresso interruttore. Si nota che queste grandezze non risentono della variazione della legge di salita imposta.

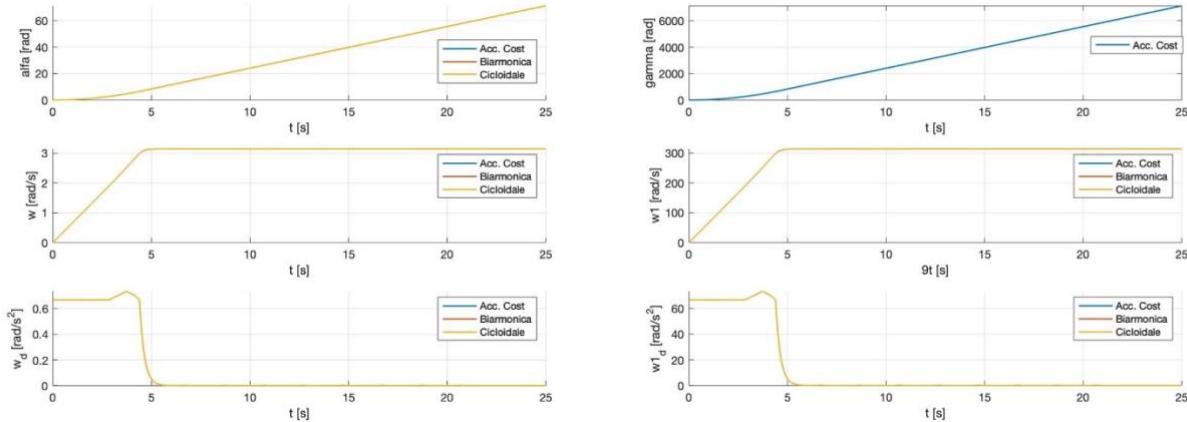


Figura 25 - Andamenti di rotazione, velocità angolare e accelerazione angolare dell'albero motore (sx) e albero ingresso interruttore (dx) al variare della legge di salita

Notiamo in questi andamenti come la velocità angolare sia nel caso dell'albero in ingresso al riduttore (e quindi γ, ω_1) che in uscita (e quindi $\alpha, \dot{\omega}$) abbia un transitorio iniziale e si assesti poi ad un valore costante. Questo transitorio è legato alle inerzie del sistema I_T, I_M, I_V .

Influenza dei parametri sul sistema a parità di forma

In questa sezione si è fissata la forma della legge del moto e si è andati a variare alcuni parametri per studiarne l'influenza. La forma scelta è quella **cicloidale**.

Caso limite a inerzie nulle

Come prima analisi si sono fatte tendere a zero le inerzie; questo ha comportato un aumento netto della pendenza nel tratto lineare delle velocità angolari (ω e ω_1).

Questo studio evidenzia inoltre come fossero le inerzie a determinare un aumento del tempo richiesto per superare lo spunto iniziale necessario a mettere in rotazione il meccanismo dopo la partenza da fermo. Avendo posto a zero le inerzie l'intervallo temporale in cui il sistema si mantiene alla quota del primo gradino di β è ora di dimensione simile agli intervalli degli step successivi.

Esercitazione 6 - Tavola rotante

Essendo le inerzie così basse è ovvio che anche le coppie richieste tendono a zero.

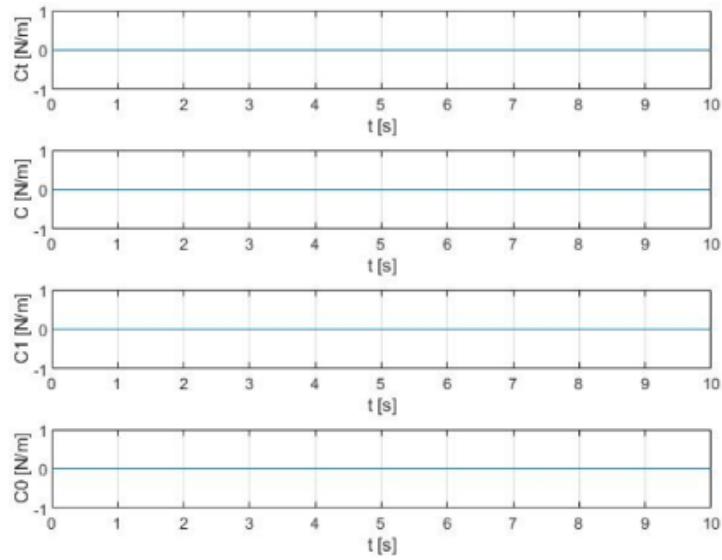


Figura 26 - Coppie con inerzie nulle

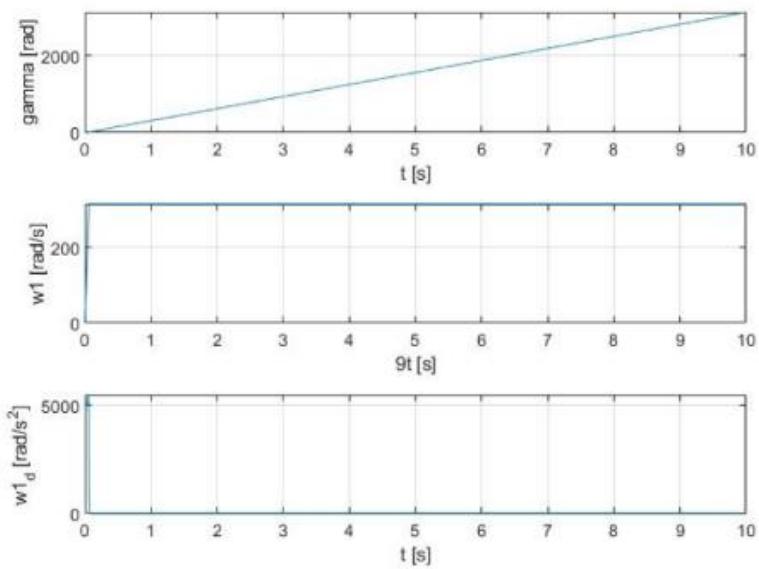


Figura 27 – Grandezze cinematiche albero motore con inerzie nulle

Esercitazione 6 - Tavola rotante

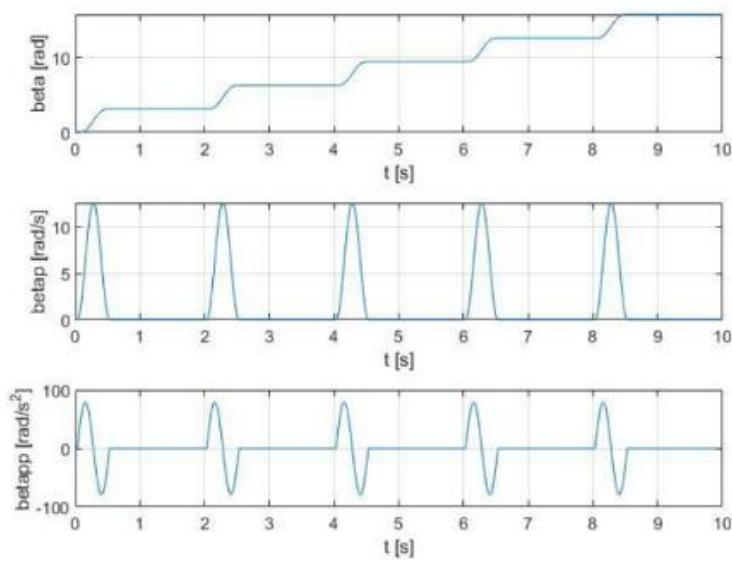


Figura 28 – Grandezze cinematiche tavola rotante con inerzie nulle

Influenza del fattore di smorzamento

Per studiare l'influenza del parametro di smorzamento sono stati esaminati tre casi: $c=2 \frac{Nm}{rad} s$, $c=5 \frac{Nm}{rad} s$, $c=10 \frac{Nm}{rad} s$. In ognuno si sono riportate le inerzie ai valori di partenza.

Già a $c=10$ si ottengono coppie solamente positive in cui non si ha la necessità di impostare un momento al sistema che faccia sì che quest'ultimo rallenti per raggiungere il valore angolare desiderato.

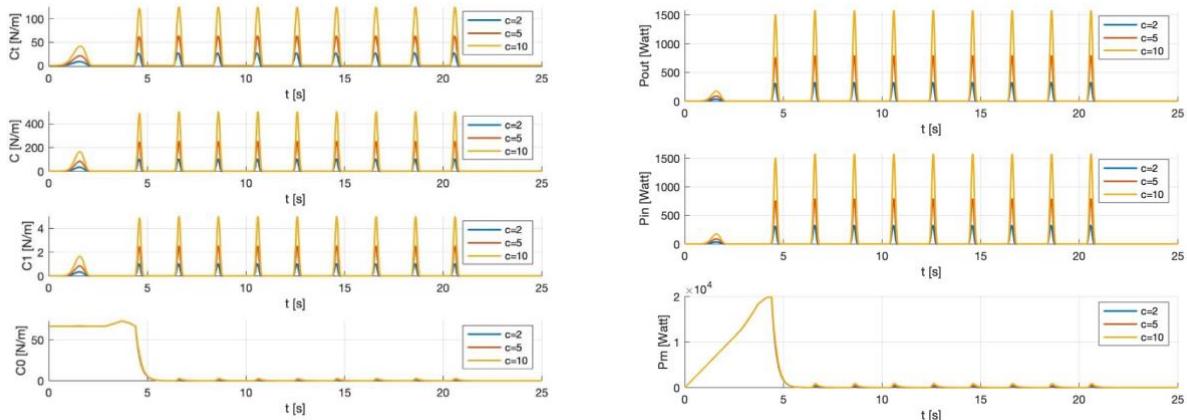


Figura 29 - Andamento della coppia e potenza al variare del fattore di smorzamento

Esercitazione 6 - Tavola rotante

Si nota come all'aumentare del fattore di smorzamento aumentino le perdite e quindi aumentano anche le coppie, nonché le potenze richieste. Se infatti facciamo uno zoom nel grafico della potenza richiesta osserviamo che con $c = 10$ si ha una potenza richiesta al motore maggiore:

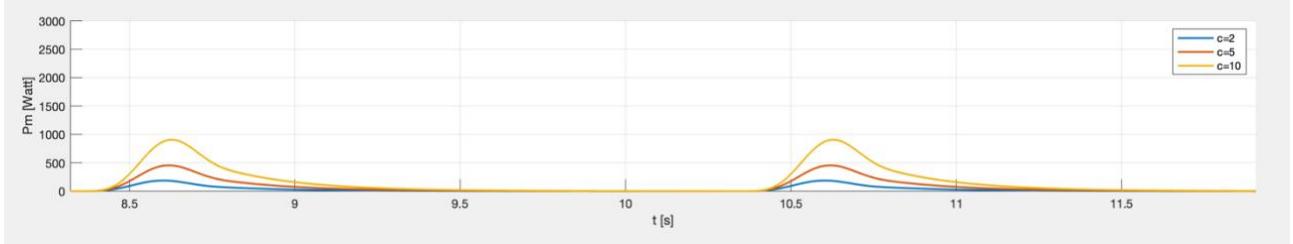


Figura 30 - Zoom della potenza motore al variare del fattore di smorzamento

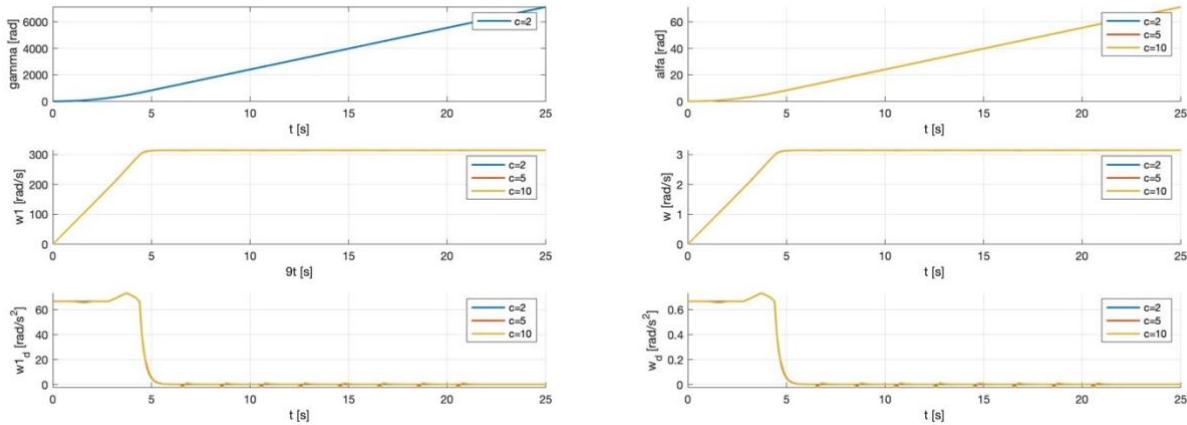


Figura 31 - Andamento grandezze cinematiche dell'albero motore e albero ingresso invertitore al variare del fattore di smorzamento

Si osserva che aumentando lo smorzamento compaiono oscillazioni nelle accelerazioni angolari $\dot{\omega}$ e $\dot{\omega}_1$, con conseguenti aumenti notevoli dei parametri di coppia.

Esercitazione 6 - Tavola rotante

Invece per quanto riguarda l'angolo di avanzamento della tavola rotante non vi sono variazioni al variare di c :

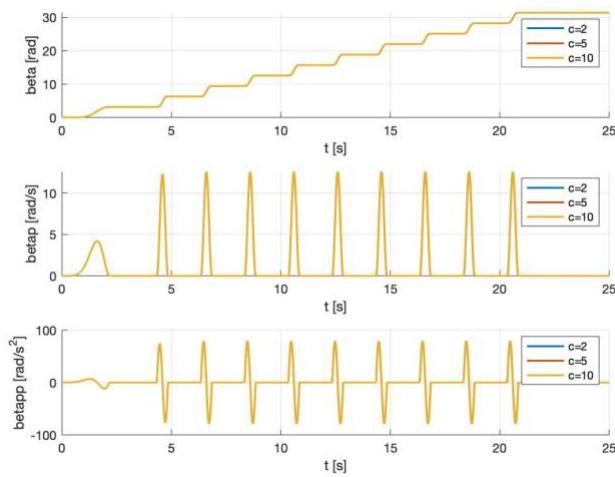


Figura 32 - Andamento delle grandezze cinematiche della tavola rotante al variare del fattore di smorzamento

Influenza momento inerzia del volano I_V

Fissato $c=2 \frac{Nm}{rad/s}$, si è ora provato a variare l'inerzia del volano.

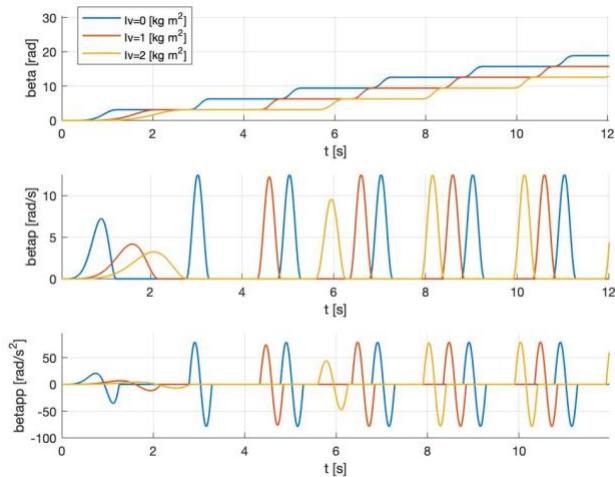


Figura 33 - Andamento delle grandezze cinematiche della tavola rotante al variare del momento di inerzia del volano

Esercitazione 6 - Tavola rotante

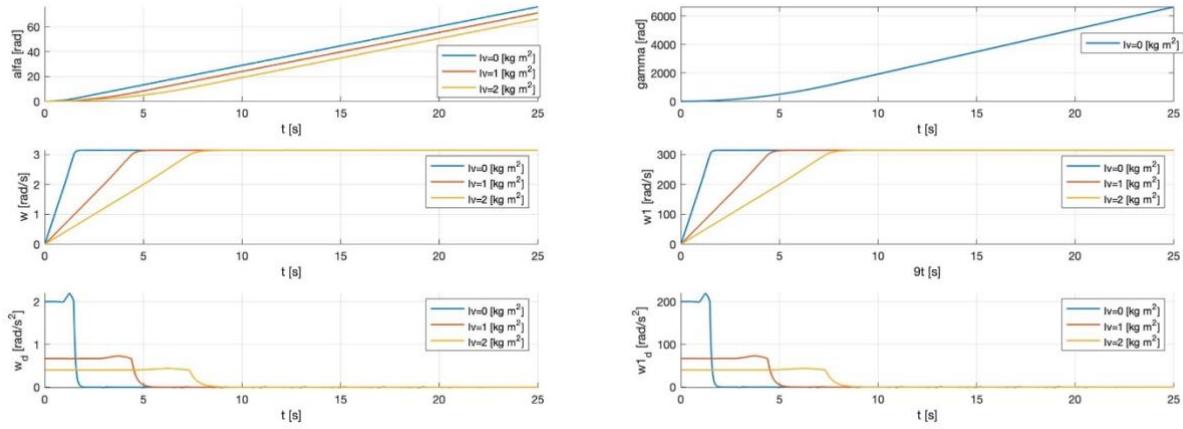


Figura 34 - Andamento delle grandezze cinematiche dell'albero motore e ingresso interruttore al variare dell'inerzia del volano

Dalla *figura 34* si può notare che gli andamenti sono gli stessi scalati del rapporto di trasmissione.

Aumentando l'inerzia del volano si nota che si ha un transitorio più lungo per arrivare alla velocità di rotazione di regime, si può anche notare dalla *figura 33* in cui con un volano con inerzia maggiore la rotazione angolare della tavola rotante avviene con ritardo maggiore. Il vantaggio dell'utilizzo del volano tuttavia è una minor fluttuazione delle velocità angolari a fronte di una richiesta di coppia, siccome quest'ultimo funge da serbatoio di energia cinetica al quale il sistema attinge durante i picchi di richiesta di coppia.

Osserviamo ora i grafici della coppia e della potenza:

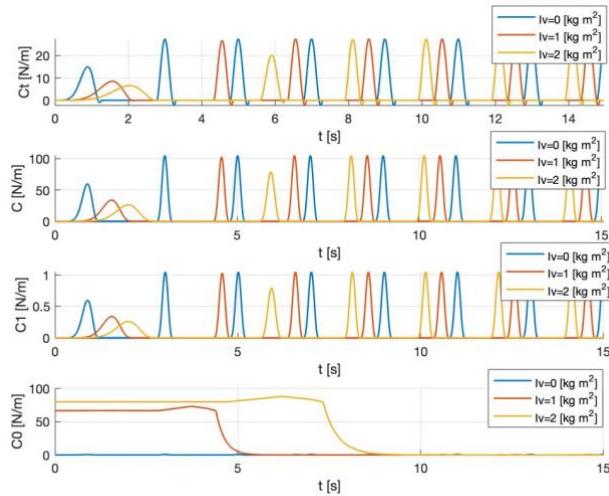


Figura 35 - Andamento della coppia al variare del momento di inerzia del volano

Esercitazione 6 - Tavola rotante

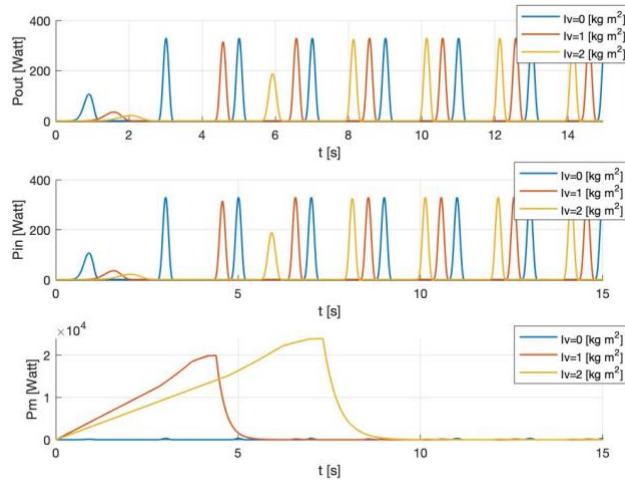


Figura 36 - Andamento della potenza al variare del momento di inerzia del volano

Anche da questi grafici si nota che aumentando il momento d'inerzia del volano il motore impiega più tempo per arrivare alla condizione di regime. Tuttavia se facciamo uno zoom della coppia richiesta al motore a regime si nota che questa risulta inferiore all'aumentare dell'inerzia del volano:

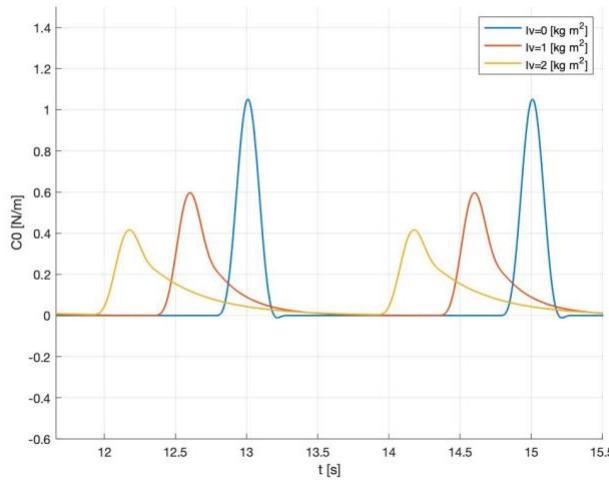


Figura 37 - Coppia richiesta al motore a regime al variare dell'inerzia del volano

Influenza momento inerzia del volano I_M

Variando il momento di inerzia del motore I_M si osserva un comportamento simile a quello analizzato aumentando l'inerzia del volano, anche se l'aumento di potenza richiesto risulta più contenuto, mentre si ha una diminuzione maggiore della pendenza del tratto lineare delle velocità angolari.

Esercitazione 6 - Tavola rotante

Influenza momento inerzia della tavola rotante I_T

In questa sezione si vuole valutare l'influenza del momento di inerzia della tavola, I_T . Quello che si sta facendo è richiedere al sistema uno sforzo maggiore per mettere in rotazione la tavola, e questo per ogni step angolare. Essendo però $I_V \neq 0$ avremo anche in questo caso un fenomeno di accumulo di energia cinetica sul volano che sarà poi rilasciata in modo tale da avere dei ritardi solo durante la prima messa in moto angolare, coincidente con il primo step.

Complessivamente allora, ci sarà bisogno di una maggiore potenza a livello globale: al motore, all'ingresso e all'uscita dell'intermittenitore. Non vi sono modifiche invece alla pendenza del tratto lineare delle velocità angolari.

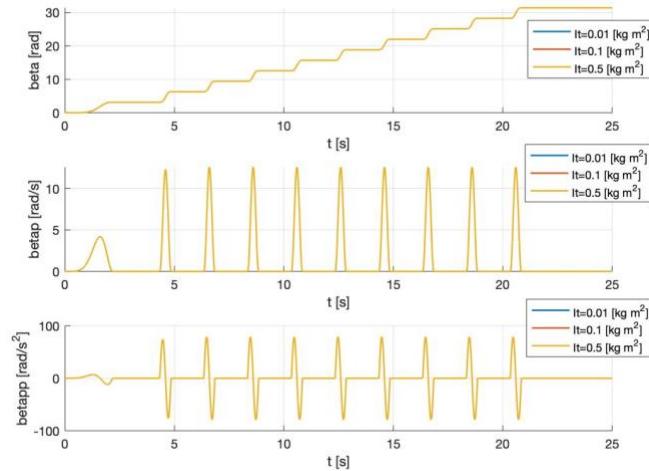


Figura 38 - Andamento delle grandezze cinematiche della tavola rotante al variare del momento di inerzia della tavola

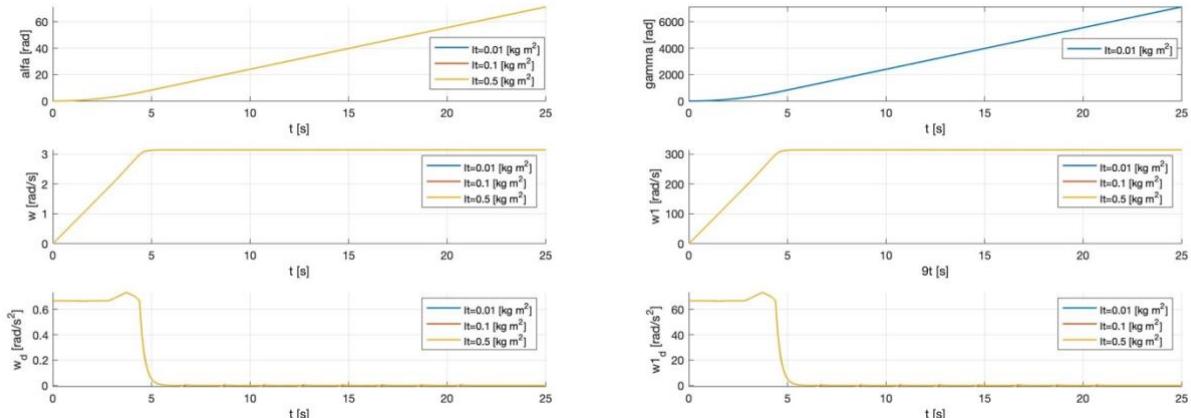


Figura 39 - Andamento delle grandezze cinematiche dell'albero motore e ingresso intermittenitore al variare del momento di inerzia della tavola

Esercitazione 6 - Tavola rotante

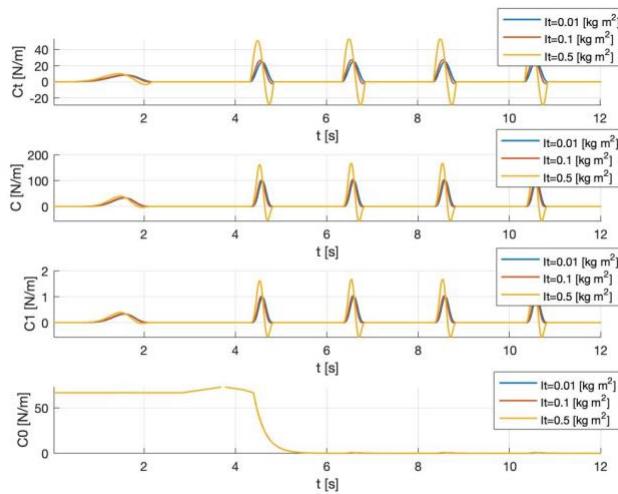


Figura 40 - Andamento della coppia al variare del momento di inerzia della tavola

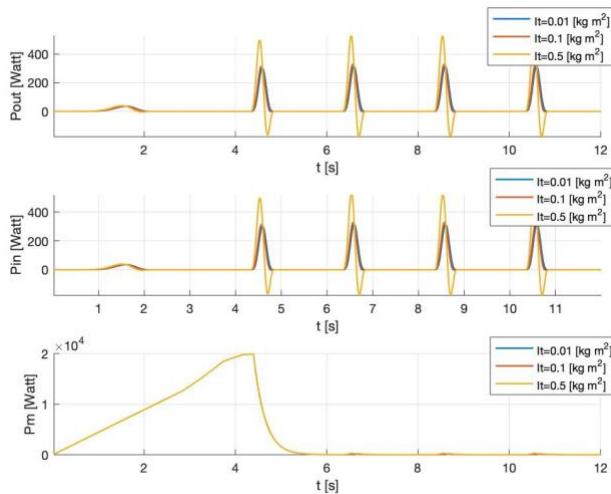


Figura 41 - Andamento della potenza al variare del momento di inerzia della tavola

In questo caso si nota che il transitorio non viene modificato al variare dell'inerzia della tavola. Si notano tuttavia delle oscillazioni di accelerazione dovute a delle richieste più elevate di coppia durante i transitori di accelerazione e decelerazione dello spostamento della tavola. Tali richieste maggiori di coppia motrice risultano più elevate all'aumentare del momento di inerzia della tavola.

Per poter apprezzare meglio quanto appena detto sono mostrati due zoom in condizioni di regime dell'accelerazione angolare dell'albero motore e della coppia richiesta al motore nelle *figure 42* e *43*.

Esercitazione 6 - Tavola rotante

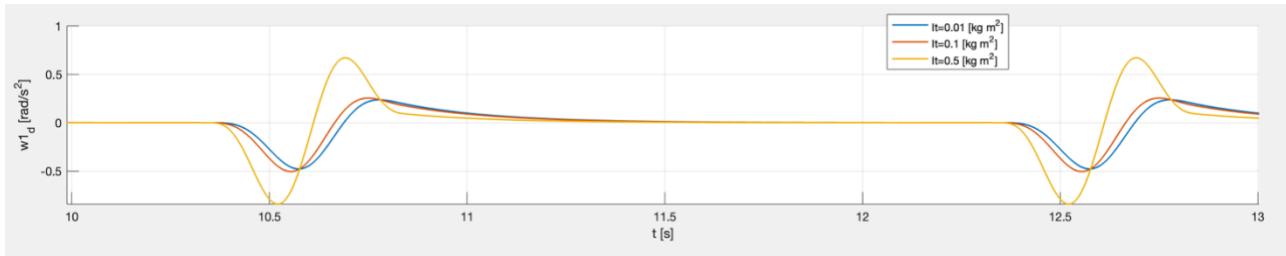


Figura 42 - Accelerazione angolare dell'albero motore a regime al variare del momento di inerzia della tavola

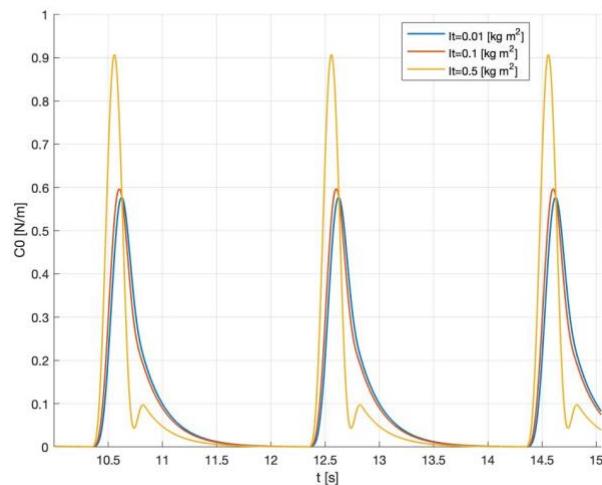


Figura 43 – Coppia richiesta al motore a regime al variare del momento di inerzia della tavola



POLITECNICO
DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica
Meccanica delle Macchine Automatiche

ESPERIENZA DI LABORATORIO N.7

Valutazione Sperimentale ed Analitica di una Camma

A.A. 2019/2020

Docente:

Prof. Giuseppe Quaglia

Autori:

Luca Pirini Casadei 264939

Gianmarco Santoro 265999

Alessandro Peripoli 265023

Sommario

1.	Obiettivi e Descrizione del Banco Prova	1
	Banco Prova:.....	1
2.	Taratura dei Sensori.....	6
	Encoder.....	6
	LVDT	7
3.	Elaborazione Dati sperimentali	9
4.	Analisi dei Dati e Filtraggio.....	10
5.	Analisi della Geometria della Camma ed Errore Costruttivo.	12
6.	Diagramma delle Alzate	13
7.	Grandezze Caratteristiche della Camma.....	16
8.	Analisi delle forze di distacco camma – punteria	20

Indice Figure

FIGURA.1.1 – BANCO PROVA	2
FIGURA.1.2 – BANCO PROVA E SISTEMA DI ACQUISIZIONE	3
FIGURA.1.3 – SCHEMA BANCO PROVA.....	4
FIGURA.1.4 – DIAGRAMMA A BLOCCHI ENCODER	4
FIGURA.1.5 – DIAGRAMMA A BLOCCHI LVDT.....	5
FIGURA.2.1 - – CARATTERISTICA STATICÀ ENCODER.....	6
FIGURA.2.2 – AZZERAMENTO ENCODER	7
FIGURA.2.3 – CARATTERISTICA STATICÀ LVDT.....	8
FIGURA 4.1 - SET DEI SEGNAli DI ACQUISIZIONE	10
FIGURA 4.2 - SEGNALI ACQUISITI DAI TRASDUTTORI	10
FIGURA 4.3 - VALORI MISURATI E FILTRATI RELATIVI ALLA PUNTERIA.....	11
FIGURA 4.4 - VALORI MISURATI E FILTRATI RELATIVI ALLA CAMMA	11
FIGURA 5.1 - CONFRONTO GEOMETRIA PROGETTO E GEOMETRIA SPERIMENTALE	12
FIGURA 6.1 - DIAGRAMMA DELLE ALZATE SU ACQUISIZIONE COMPLETA PROVA 1.....	13
FIGURA 6.2 - ZOOM PER INDIVIDUARE LA DISOMOGENEITÀ	13
FIGURA 6.3 - DIAGRAMMA DELLE ALZATE SU SINGOLO GIRO PROVA 1.....	14
FIGURA 6.4 - DIAGRAMMI DELLE ALZATE PROVA 2.....	14
FIGURA 6.5 - DIAGRAMMI DELLE ALZATE PROVA 3	14
FIGURA 6.6 - DIAGRAMMI DELLE ALZATE PROVA 4	15
FIGURA 7.1 - POSIZIONE ANGOLARE CAMMA PROVA 1, VOLANO NON PRESENTE.....	16
FIGURA 7.2 - POSIZIONE ANGOLARE CAMMA PROVA 2, VOLANO PRESENTE	16
FIGURA 7.3 - POSIZIONE ANGOLARE CAMMA PROVA 3, DISTACCO	17
FIGURA 7.4 - GRANDEZZE IN FUNZIONE DI TEMPO E ANGOLO PROVA 1.....	18
FIGURA 7.5 - GRANDEZZE IN FUNZIONE DI TEMPO E ANGOLO PROVA 2.....	18
FIGURA 7.6 - GRANDEZZE IN FUNZIONE DI TEMPO E ANGOLO PROVA 3.....	18
FIGURA 7.7 - GRANDEZZE IN FUNZIONE DI TEMPO E ANGOLO PROVA 4.....	19
FIGURA 8.1 - DIAGRAMMA CORPO LIBERO PUNTERIA AL DISTACCO	20
FIGURA 8.2 - DIAGRAMMA DELLE FORZE RELATIVO ALLA PROVA 1	21
FIGURA 8.3 - DIAGRAMMA DELLE FORZE AL VARIARE DEL PRECARICO E DEL NUMERO DI GIRI	22
FIGURA 8.4 -CONFRONTO DIAGRAMMI ALZATE, VELOCITÀ ED ACCELERAZIONI SPERIMENTALE E MODELLO TEORICO - PROVA 1.....	23
FIGURA 8.5 - CONFRONTO DIAGRAMMI ALZATE, VELOCITÀ ED ACCELERAZIONI SPERIMENTALE E MODELLO TEORICO - PROVA 2.....	23

FIGURA 8.6 - CONFRONTO DIAGRAMMI ALZATE, VELOCITÀ ED ACCELERAZIONI SPERIMENTALE E MODELLO TEORICO - PROVA 3	23
FIGURA 8.7 - CONFRONTO DIAGRAMMI ALZATE, VELOCITÀ ED ACCELERAZIONI SPERIMENTALE E MODELLO TEORICO - PROVA 4	24

1. Obiettivi e Descrizione del Banco Prova

L'esercitazione è volta allo svolgimento di prove sperimentali relative ad una trasmissione a camme con accoppiamento forzato effettuate su uno specifico banco prova che sarà in seguito descritto, così da registrare l'andamento delle alzate in funzione dell'angolo di rotazione della camma e valutare (confrontando i dati di progetto con quelli ricavati sperimentalmente):

- Errori costruttivi della camma;
- Influenza della velocità di rotazione del motore ω ;
- Velocità alla quale avviene il distacco $\omega_{distacco}$;
- Influenza della presenza del volano sul sistema;
- Influenza del precarico della molla sul sistema;

I risultati di ogni prova saranno acquisiti, memorizzati ed in fine elaborati secondo una specifica procedura:

1. Una volta raccolti i dati della specifica acquisizione, viene generata una struttura nello spazio di lavoro;
2. I dati sono salvati in un file specifico e successivamente richiamati nella sezione dell'ambiente Matlab atta all'elaborazione di quest'ultimi;
3. Durante l'esecuzione sono richiesti: nome del file di acquisizione in .xls, l'indice massimo e minimo corrispondente ad un giro completo della camma, la tipologia della stessa;
4. I dati sono confrontati con quelli teorici di progetto;

Il file in formato .xls contiene le seguenti informazioni da ogni prova effettuata:

I parametri che caratterizzano il sistema e che possono essere regolati per ogni differente esecuzione sono:

- Velocità di regolazione del motore, range di $[0 \div 3000 \text{ rpm}]$;
- Verso di rotazione del motore;
- Inserimento di un volano sull'albero motore avente un momento d'inerzia $I_G = 1.28 * 10^{-3} \text{ kgm}^2$;
- Tipologia della camma;
- Tipologia della rotella;
- Tipologia della molla di carico;
- Lunghezza di precarico della molla e conseguente forza di precarico che viene esercitata;

Banco Prova:

Sebbene si sia accennato precedentemente agli elementi che compongono il banco di prova, si passa adesso ad una descrizione più dettagliata di quest'ultimo.

Esercitazione 7: Valutazione sperimentale ed analitica di una camma

Si riporta ora l'elenco dei componenti che compongono il sistema (rappresentato in figura.1 e figura.2):

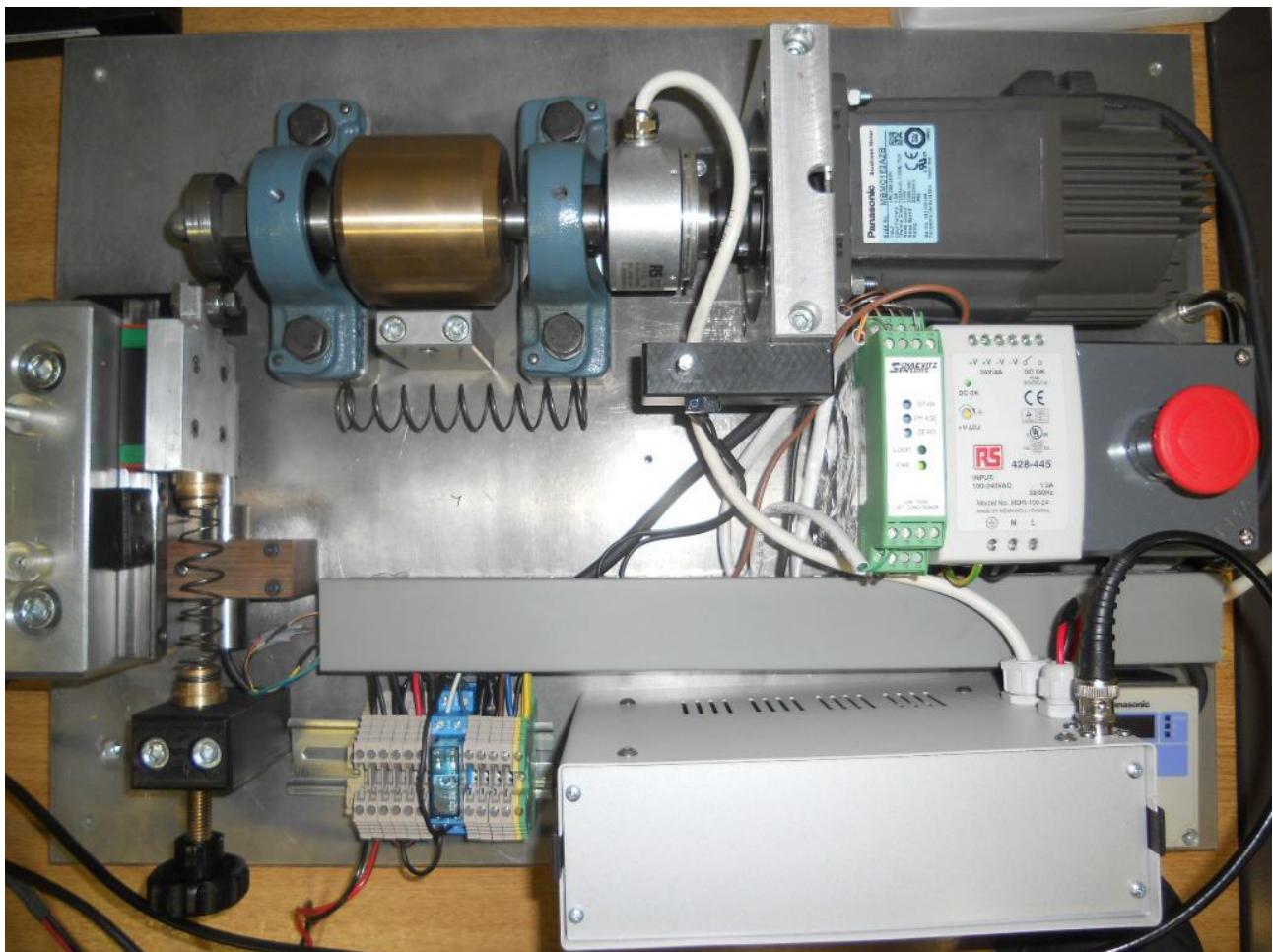


figura.1.1 – Banco Prova

- Motore elettrico;
- Azionamento;
- Trasduttore LVDT (Linear Variable Differential Transformer) per lo spostamento lineare della punteria y ;
- Trasduttore Encoder per lo spostamento angolare α della camma;
- Scheda di acquisizione dati;
- Camma;
- Punteria;
- PC per acquisizione ed Elaborazione;
- Oscilloscopio;

Esercitazione 7: Valutazione sperimentale ed analitica di una camma

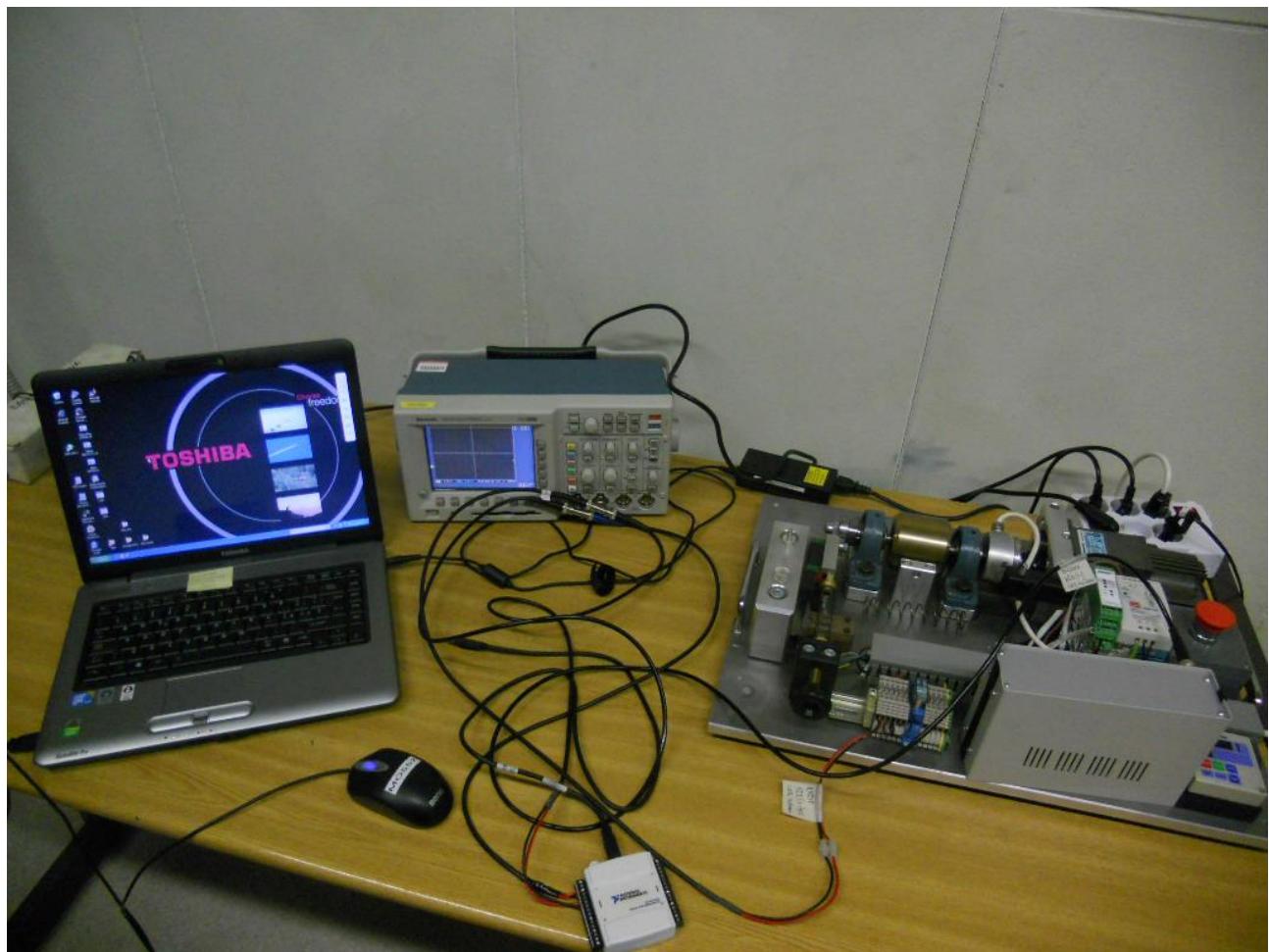


figura.1.2 – Banco prova e sistema di acquisizione

e rappresentandolo in uno schema funzionale:

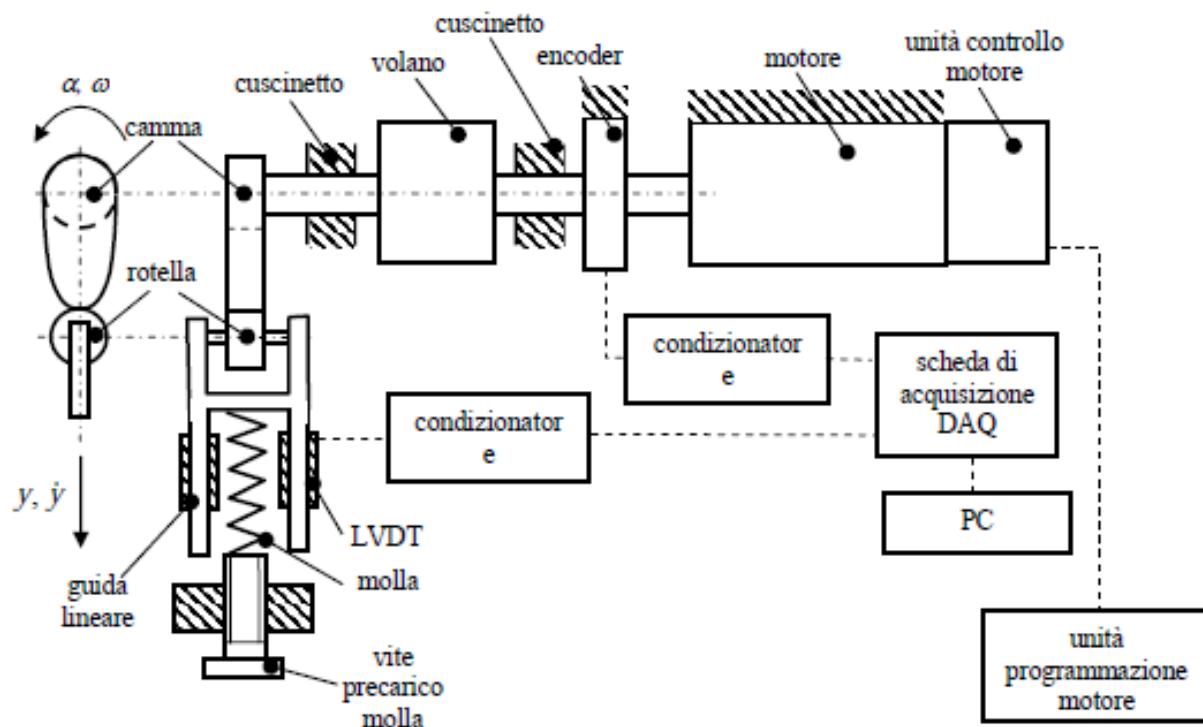


figura.1.3 – Schema banco prova

Il movente del sistema, ossia la camma, è posto in rotazione da un motore elettrico brushless comandato in velocità, legato ad un encoder e con azionamento integrato.

La velocità di rotazione del motore viene rilevata dal trasduttore integrato in esso e retroazionata ad un comparatore così da confrontarla con quella richiesta dall'utilizzatore in fase di programmazione, generare un errore in funzione al riferimento ed infine compensare i disturbi di coppia resistente applicata al motore.

L'Encoder utilizzato per la rilevazione dello spostamento angolare α è caratterizzato da 5000 impulsi a giro, il suo condizionatore fornisce in output una tensione normalizzata α_V e attraverso la caratteristica statica del sistema di misura si possono collegare queste due grandezze al fine di tarare lo strumento.

Lo spostamento lineare della punteria y è, invece, rilavato mediante un sensore di posizione lineare LVDT da 5.08 mm di fondo scala, anche in questo caso uno specifico condizionatore fornirà in output un parametro normalizzato in tensione y_V .



figura.1.4 – Diagramma a blocchi encoder



figura.1.5 – Diagramma a blocchi LVDT

I dati rilevati dalla singola prova diventano input per la scheda di acquisizione, la quale ha il compito di tradurre questi segnali analogici che riceve in segnali di output digitali che saranno elaborati dal PC.

Le caratteristiche di tale scheda sono:

- 8 input analogici;
- 2 output analogici;
- 12 I/O digitali;
- Range di tensione $[-10 \div +10] V$;
- Alimentazione affidata ad un sistema BUS USB, che collega la scheda al PC;
- Risoluzione in ingresso dell'ordine di $10^{-13} V$;

La gestione di dati avviene in ambiente Simulink/Matlab con uno specifico modello (che per l'esecuzione delle prove era già presente nel PC di laboratorio) dove è possibile gestire il blocco della scheda, quello della visualizzazione dei segnali e quello della memorizzazione dei dati nel workspace. Attraverso questa interfaccia è possibile regolare ad esempio la frequenza di acquisizione dei dati, la quale è un parametro importante per l'esecuzione delle prove, come anche la durata dell'acquisizione.

Infine è possibile descrivere il sistema camma-punteria.

Nel nostro sistema la trasmissione avviene attraverso un accoppiamento forzato e per questa ragione si deve valutare l'influenza della velocità di rotazione sul rischio di distacco, il sistema può essere schematizzato con un classico sistema massa-molla-smorzatore.

Nel banco in esame è possibile variare il precarico della molla attraverso l'apposita vite di regolazione.

Attraverso misure sperimentali è possibile ricavare la variazione della lunghezza della molla e da questa ricondursi al precarico, la massa della punteria e sono noti i valori dei raggi di base in funzione della camma che si sceglie di utilizzare.

2. Taratura dei Sensori

Un primo passaggio necessario durante l'esecuzione della prova di laboratorio è quello della taratura dei sensori presenti nel sistema in esame, così da creare una relazione tra il valore della grandezza oggetto della misurazione e la lettura normata in tensione all'uscita.

Encoder

In questo caso la grandezza misurata è l'angolo di rotazione α ed in uscita avremo la tensione normalizzata α_V .

Utilizziamo un multimetro per ricavare la tensione di zero, ossia il valore minimo di tensione in funzione dell'angolo di rotazione α . Ricaviamo nello stesso modo il valore di tensione massimo ed in questo modo possiamo calcolare il guadagno

$$G(\alpha) = \frac{V_{MAX} - V_{min}}{F.S.}$$

Nel nostro caso

$$G(\alpha) = \frac{V_{MAX} - V_{min}}{F.S.} = \frac{4.10\text{ V} - 0.0194\text{ V}}{2\pi} = 0.649 \left[\frac{\text{V}}{\text{rad}} \right]$$

Noto il guadagno si può ricavare la caratteristica dall'espressione:

$$\alpha_V - \alpha_{V0} = G_\alpha (\alpha - \alpha_0)$$

Rappresentabile dal grafico in *Figura 2.1*:

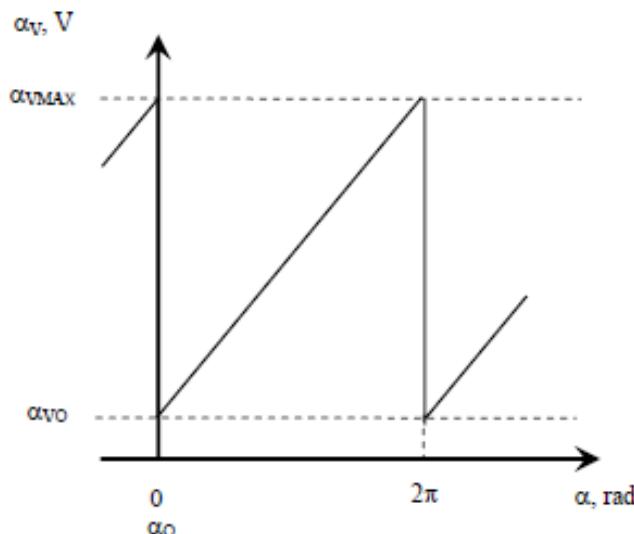


figura.2.1 - – Caratteristica statica encoder

Si può inoltre aggiungere che è utile considerare pari a zero il valore di α nel punto corrispondente all'inizio dell'alzata della punteria.

Tale azzeramento può avvenire in fase di post-processamento dei dati.

Noto α_{V1} corrispondente all'inizio dell'alzata della punteria si avrà:

$$\alpha = \frac{\alpha_V - \alpha_{V1}}{G_\alpha} \text{ per } \alpha_V > \alpha_{V1}$$

$$\alpha = \frac{\alpha_V - \alpha_{V1}}{G_\alpha} + 2\pi \text{ per } \alpha_V < \alpha_{V1}$$

Rappresentabile dal seguente schema

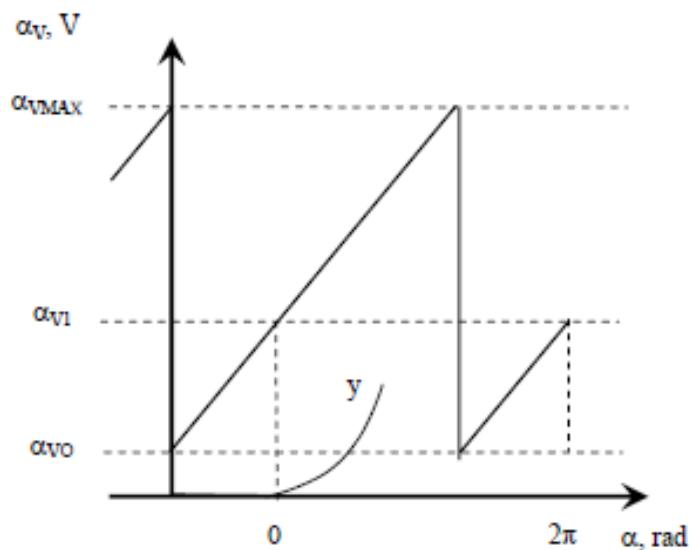


figura.2.2 – Azzeramento Encoder

LVDT

Si svolge lo stesso procedimento descritto per la taratura dell'encoder, riferendosi allo spostamento lineare della punteria y e si ricava:

$$G(y) = \frac{V_{MAX} - V_{min}}{F.S.}$$

Nel nostro caso

$$G(y) = \frac{V_{MAX} - V_{min}}{F.S.} = \frac{10.32 V - 0.804 V}{5 mm} = 1.903 \left[\frac{V}{mm} \right]$$

Noto il guadagno si può ricavare la caratteristica dall'espressione:

$$y_V - y_{V0} = G_y(y - y_0)$$

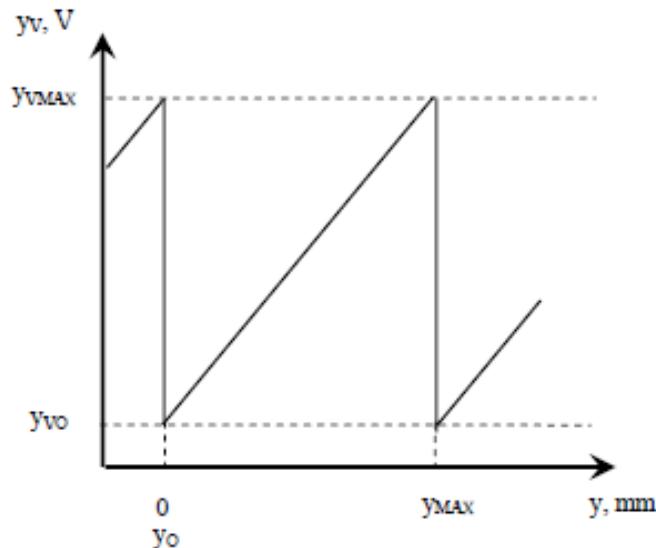


figura.2.3 – Caratteristica statica LVDT

3. Elaborazione Dati sperimentali

Per l'elaborazione dei dati sperimentali e per il confronto con i dati teorici è stato creato un apposito script Matlab.

Tale programma richiede di inserire:

- Nome del file di acquisizione dei dati ottenuto in laboratorio sperimentale;
- L'indice massimo e minimo del vettore corrispondente ad un giro completo della camma;
- Il tipo di camma, nel nostro caso tuttavia le prove sono state eseguite tutto con la medesima camma.

I dati che vengono impostati relativi al sistema sono:

<i>Offset encoder</i>	0.0194	V
<i>Guadagno encoder</i>	0.649	V/rad
<i>Offset LVDT</i>	0.804	V
<i>Guadagno LVDT</i>	1.903	V/mm
<i>Frequenza di acquisizione</i>	5000	Hz
<i>Rigidezza molla</i>	616	N/m
<i>Massa punteria</i>	0.3698	Kg

Tabella 3.1 - Dati relativi al sistema

Mentre le prove effettuate sono le seguenti:

	Velocità angolare [rpm]	Precarico [m]	Presenza volano
<i>Prova 1</i>	300	0.013	NO
<i>Prova 2</i>	300	0.013	SI
<i>Prova 3</i>	500	0.013	SI
<i>Prova 4</i>	300	0.018	SI

Tabella 3.2 - Dati relativi alle singole prove

4. Analisi dei Dati e Filtraggio

Per prima cosa è necessario eseguire l'analisi del file sperimentale a cui segue un'estrapolazione dei dati tramite un'operazione di filtraggio.

A fronte di esso viene creata un'immagine che descrive l'andamento dei segnali: a dente di sega per l'encoder, a trapezio per l'LVDT. Da questi si individua il valore di indice minimo e il valore di indice massimo all'interno di una oscillazione (è consigliato fare riferimento al dente di sega).

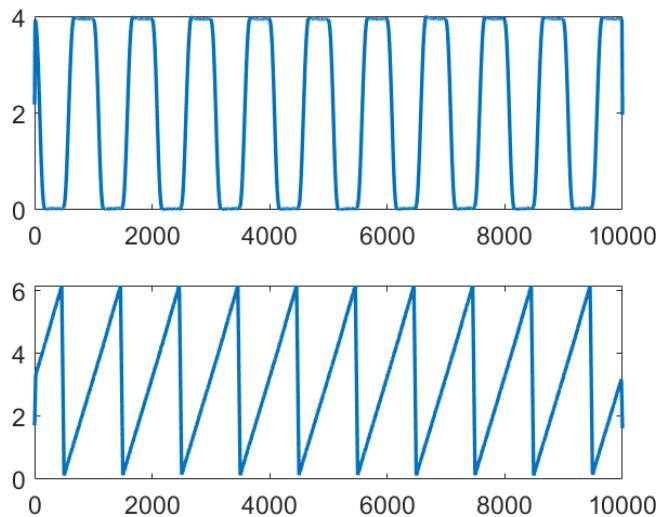


Figura 4.1 - Set dei segnali di acquisizione

Una volta indicato il tipo di camma usata (nel nostro caso una soltanto), il sistema rielabora le informazioni richieste restituendo dei grafici esplicativi. A titolo di esempio si propongono quelli relativi alla seconda prova.

- Il diagramma seguente riporta i segnali diretti dei trasduttori: i segnali a trapezio sono riferiti alla punteria, mentre quelli a dente di sega descrivono la rotazione della camma in funzione del tempo.

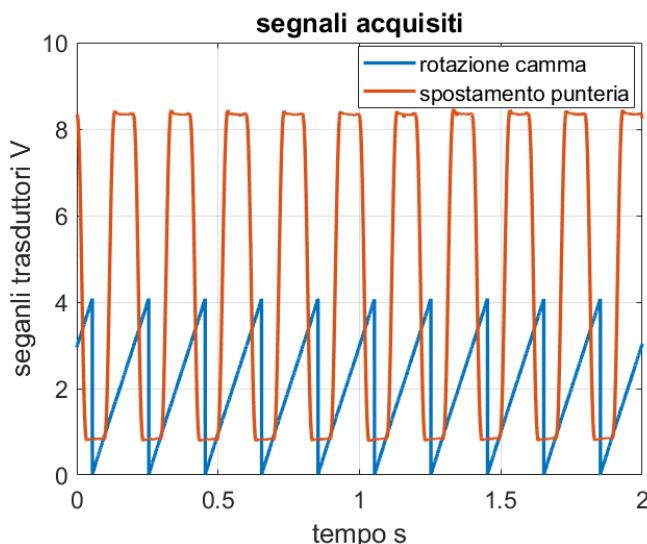


Figura 4.2 - Segnali acquisiti dai trasduttori

- Il diagramma in figura 4.3 descrive i valori filtrati degli spostamenti della punteria, confrontati con quelli misurati: si nota come la differenza tra il valore misurato e quello filtrato sia molto lieve.

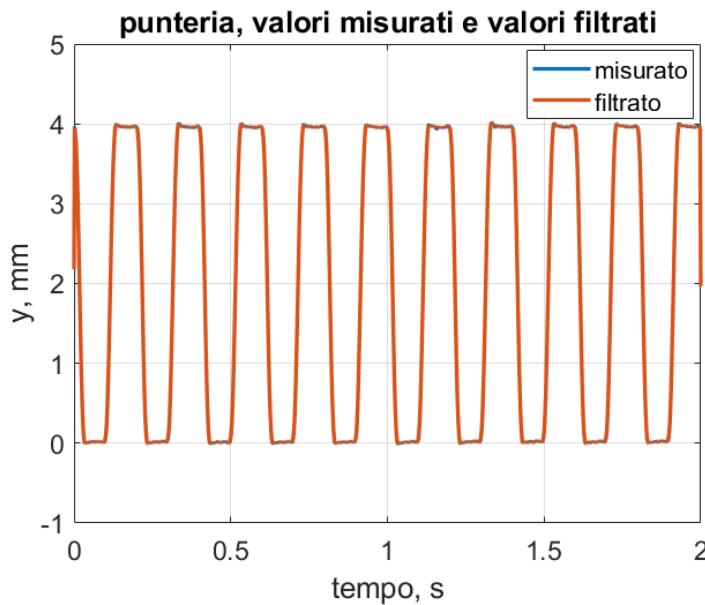


Figura 4.3 - Valori misurati e filtrati relativi alla punteria

- Il diagramma sottostante riporta invece i valori filtrati degli angoli di rotazione della camma confrontati con quelli misurati. Anche qui la differenza è molto lieve.

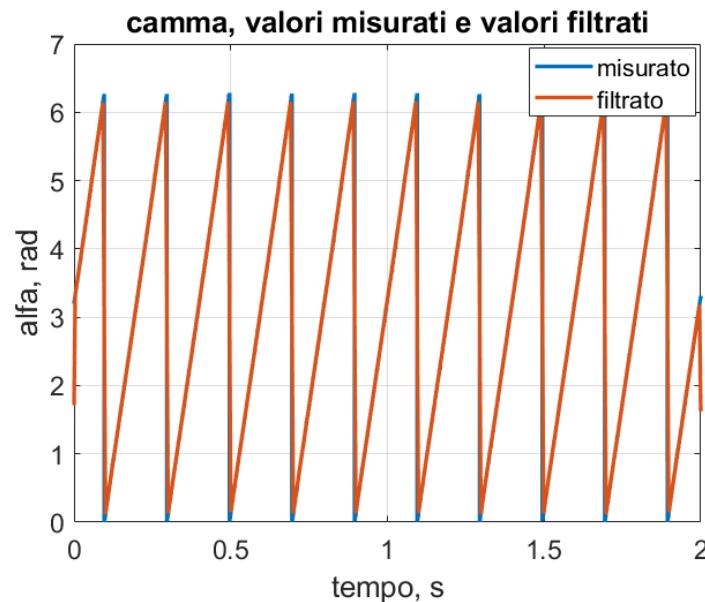


Figura 4.4 - Valori misurati e filtrati relativi alla camma

5. Analisi della Geometria della Camma ed Errore Costruttivo.

Si vogliono ora valutare le differenze tra camma sperimentale e di progetto. Si riporta dunque l'andamento dei grafici d'interesse relativi alla prova 2, condotta a 300 rpm e in presenza di volano. Per evitare ridondanza si è evitato di riportare i diagrammi relativi alle altre prove assolutamente simili (ad eccezione di quelli relativi alla prova 3, che verranno però analizzati in seguito).

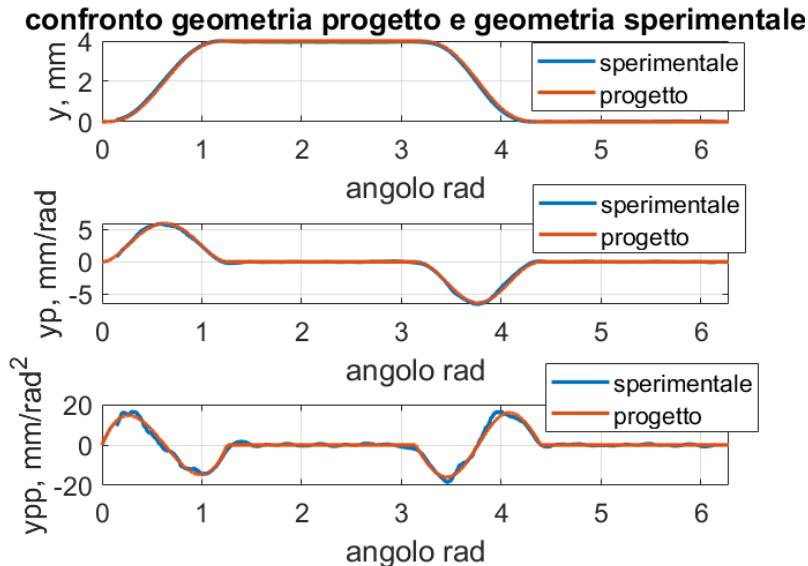


Figura 5.1 - Confronto geometria progetto e geometria sperimentale

Non sussistono sostanziali differenze tra alzata effettiva e quella di progetto: gli andamenti risultano praticamente sovrapposti sia in condizioni di alzata massima che in condizioni di riposo. Lo stesso discorso può essere fatto rispetto all'andamento delle velocità. Le uniche differenze si possono notare nel diagramma di accelerazione, dove si registrano dei leggeri scostamenti dovuti ad un andamento oscillante dell'accelerazione della camma sperimentale.

6. Diagramma delle Alzate

Si riportano ora i diagrammi delle alzate riferiti all'intera durata delle prove.

Come prevedibile la forma seguita dalla punteria non è sempre la stessa e si discosta ad ogni giro dal profilo ideale. Si propone uno zoom del diagramma (relativo alla prova numero 1), per evidenziare questa disomogeneità.

Su alcune prove si notano delle sbavature non previste che probabilmente possono essere imputate a vibrazioni in fase di acquisizione.

Infine, si riporta il diagramma delle alzate relativo ad un singolo giro per ciascuna delle quattro prove.

diagramma delle alzate, su acquisizione completa

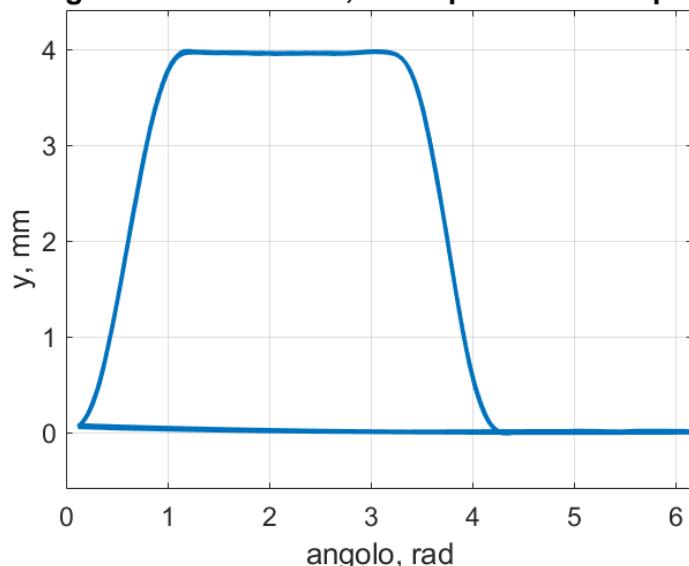


Figura 6.1 - Diagramma delle alzate su acquisizione completa PROVA 1

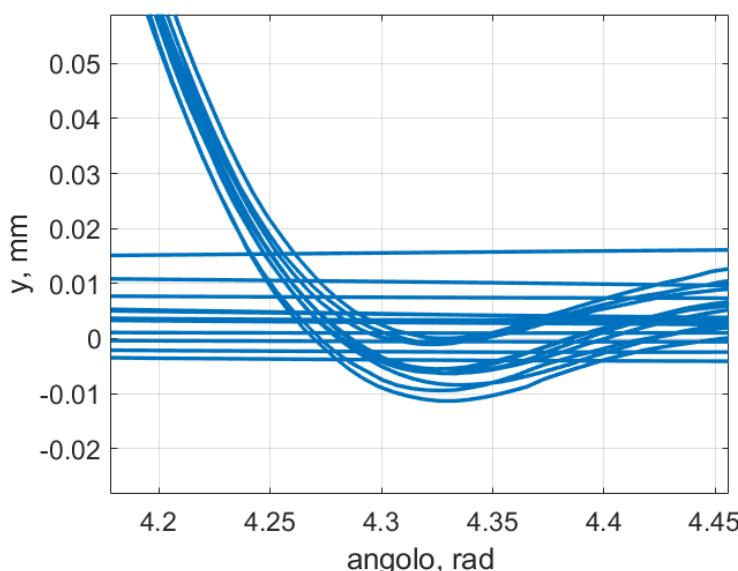


Figura 6.2 - Zoom per individuare la disomogeneità

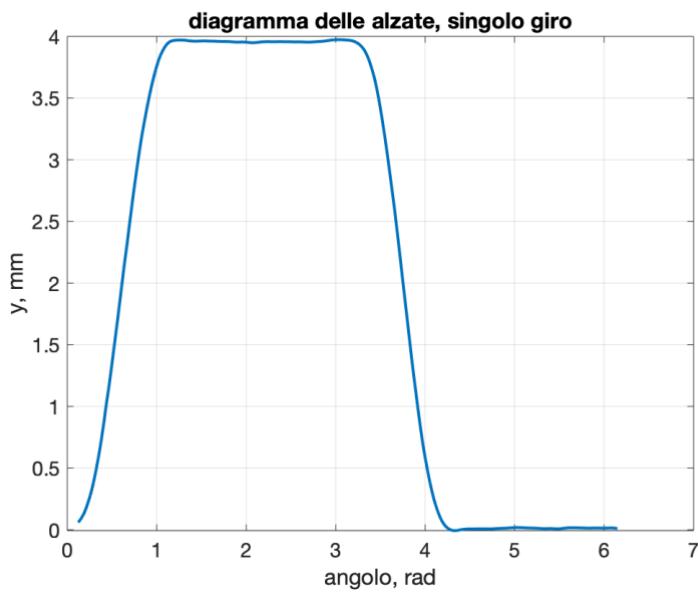


Figura 6.3 - Diagramma delle alzate su singolo giro PROVA 1

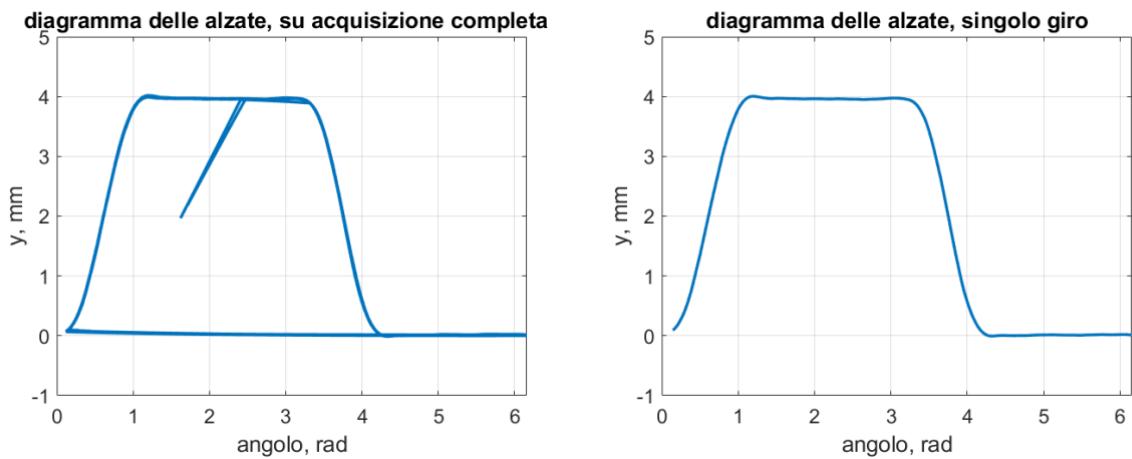


Figura 6.4 - Diagrammi delle alzate PROVA 2

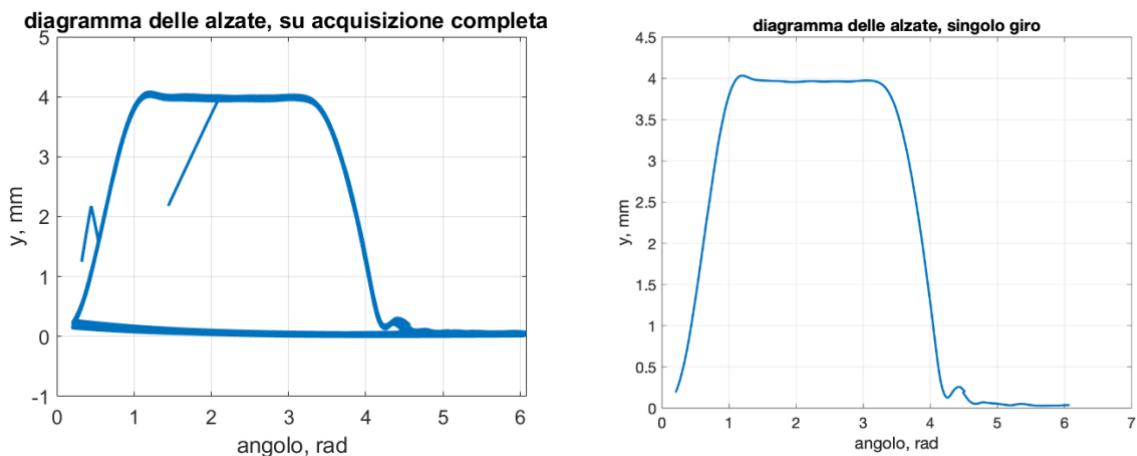


Figura 6.5 - Diagrammi delle alzate PROVA 3

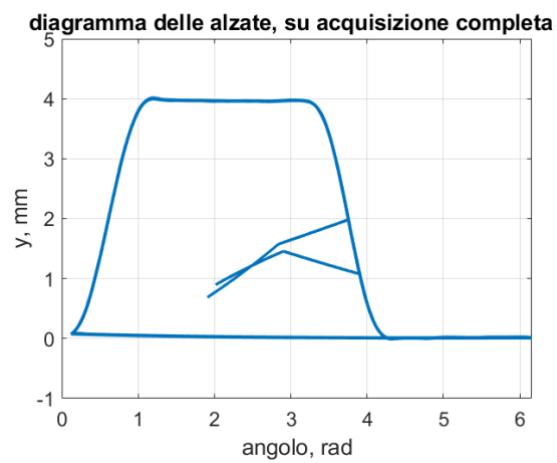


Figura 6.6 - Diagrammi delle alzate PROVA 4

7. Grandezze Caratteristiche della Camma

Definito il diagramma delle alzate si passa allo studio delle grandezze caratteristiche della camma.

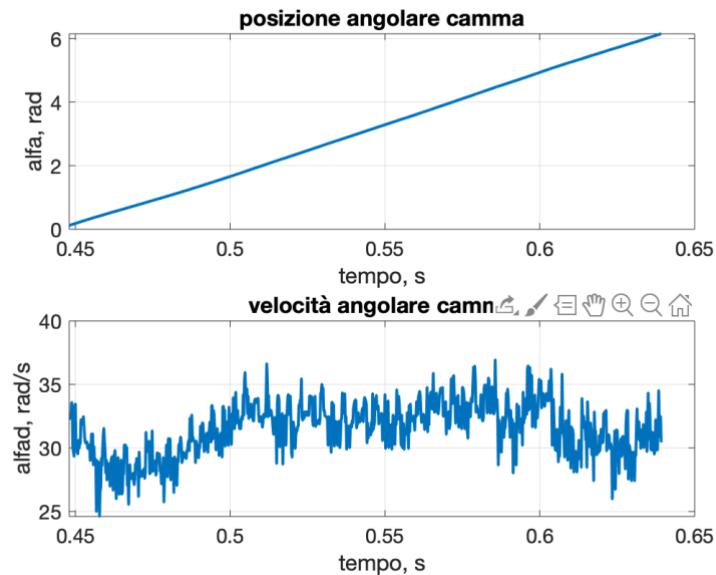


Figura 7.1 - Posizione angolare camma PROVA 1, volano non presente

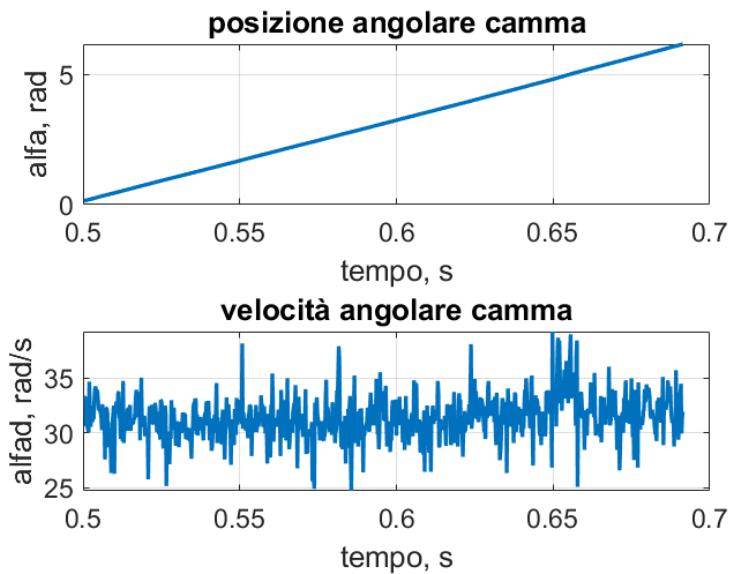


Figura 7.2 - Posizione angolare camma PROVA 2, volano presente

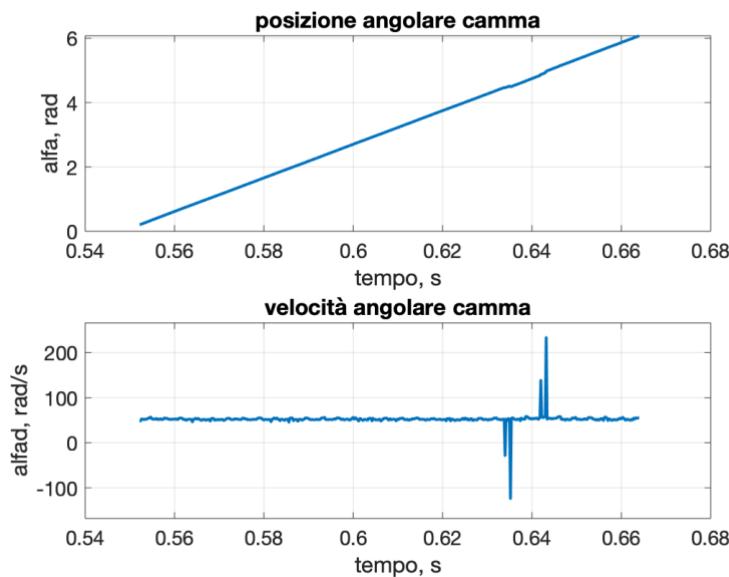


Figura 7.3 - Posizione angolare camma PROVA 3, distacco

L'andamento della posizione angolare della camma è di tipo lineare, il cui coefficiente angolare esprime la velocità angolare di rotazione ω imposta al motore elettrico:

$$\Delta\alpha = \omega\Delta t$$

A tal proposito si evidenzia lo scostamento di linearità che si ha nella figura 7.3, relativo alla prova 3 in cui la velocità di rotazione elevata ha portato al distacco.

L'andamento della velocità è molto ondulato: il valore medio descrive il valore di velocità voluto. A tal proposito è interessante studiare l'effetto dell'aggiunta del volano, confrontando i diagrammi delle prove 1 e 2, per le quali la velocità di rotazione è la stessa, ma si differenziano per la presenza del volano, assente nella prima, presente nella seconda prova.

NUMERO PROVA	VELOCITA' MEDIA [rad/s]	DEVIAZIONE STANDARD
1	31,528	2,061
2	31,464	1,888

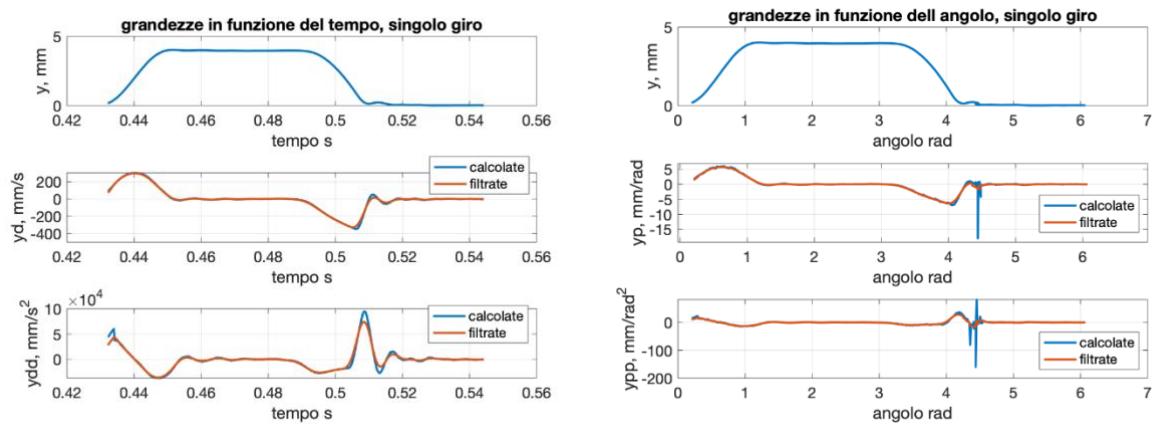
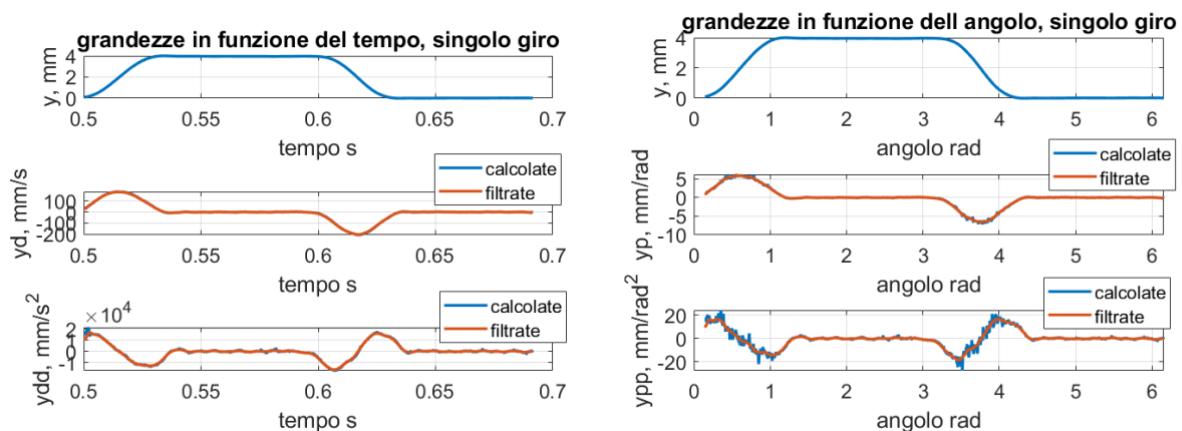
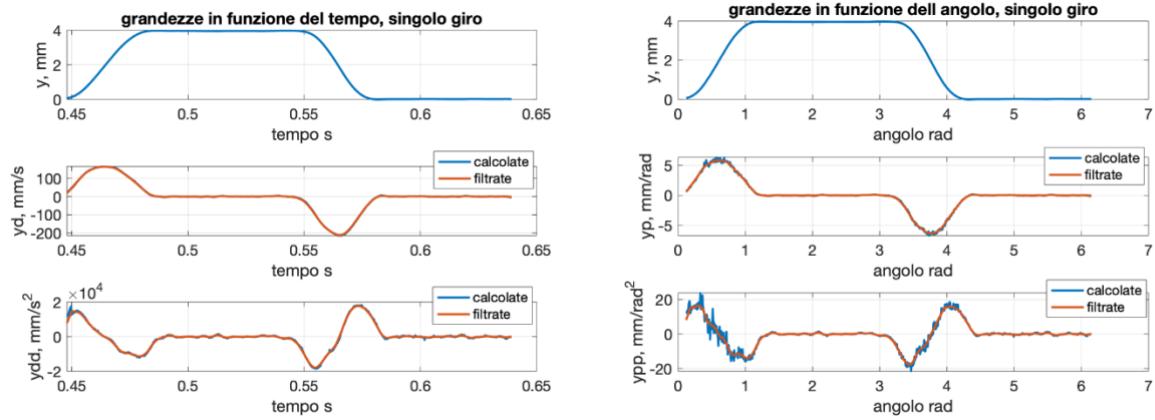
Tabella 7.1 - Velocità media e deviazione standard

Come atteso la velocità media risulta molto vicina nelle due prove, ovviamente coincidente con la velocità di rotazione di 300 rpm impostata.

L'aggiunta del volano aumenta l'inerzia, ciò permette di ottenere una velocità di rotazione più stabile, con valori mediamente più vicini al valor medio. Questo è confermato da una deviazione standard più contenuta nella prova dove il volano è presente.

In ultima analisi si vogliono valutare le componenti fisiche del moto: spostamento effettivo, velocità ed accelerazione, e compararle ai valori filtrati in fase di acquisizione. La stessa analisi viene svolta sia in funzione dell'angolo che in funzione del tempo.

Esercitazione 7: Valutazione sperimentale ed analitica di una camma



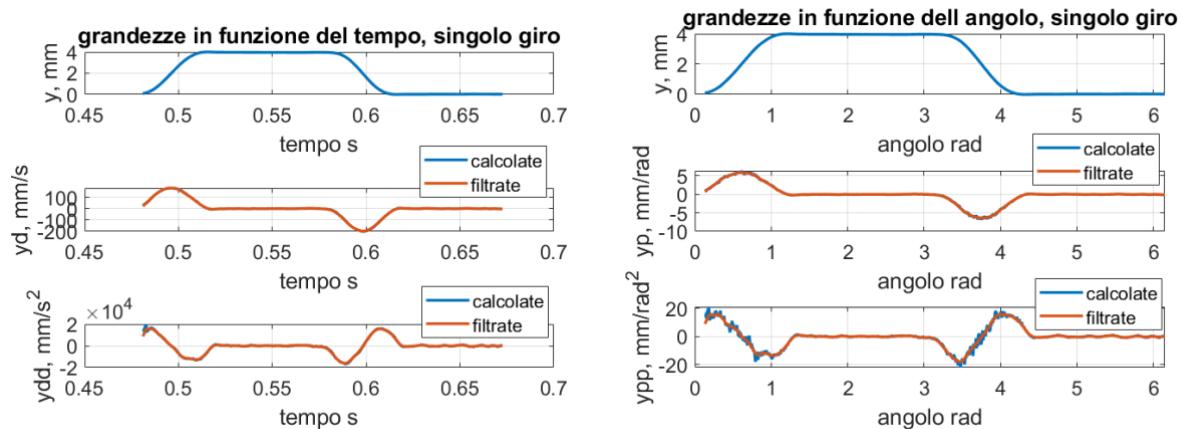


Figura 7.7 - Grandezze in funzione di tempo e angolo PROVA 4

L' andamento delle velocità è molto fedele, per quanto riguarda le accelerazioni invece si notano dei lievi scarti nei due andamenti. Relativamente ai diagrammi in funzione dell'angolo si nota un andamento discontinuo nelle zone di salita e discesa della punteria, le discontinuità risultano leggere per la velocità, molto marcate nel diagramma di accelerazione.

Notare che nei diagrammi relativi alla prova 3, dove la velocità è tale da portare al distacco, si registrano discontinuità e picchi non desiderati.

8. Analisi delle forze di distacco camma – punteria

In questo paragrafo si vogliono studiare le forze di contatto tra camma e punteria con lo scopo di stimare graficamente il valore della velocità di rotazione per la quale si ha il distacco.

Tale analisi si è effettuata trascurando le forze di attrito, l'eventuale forza peso e le resistenze utili che il cedente è chiamato a vincere.

La punteria è soggetta alla forza di inerzia F_i , alla forza della molla F_m e alla componente assiale della forza di contatto:

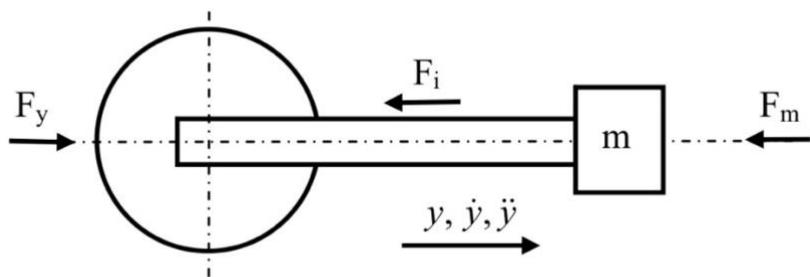


Figura 8.1 - Diagramma corpo libero punteria al distacco

Assumendo positiva l'azione d'inerzia che tende a premere la punteria contro la camma, si può scrivere l'equazione di equilibrio alla traslazione del cedente:

$$F_i + F_m = F_y$$

Purchè il contatto sia garantito è necessario che F_y sia maggiore di 0, per cui:

$$F_i + F_m > 0$$

Ovvero:

$$F_i > -F_m$$

Ricordando le rispettive formule:

$$F_i = m\ddot{y} = m\omega^2 y''$$

$$F_m = k(\delta_0 + y)$$

Dove δ_0 è il precarico della molla impostato ad inizio prova.

È quindi possibile stimare il valore della velocità di distacco graficamente riportando, per diverse velocità di rotazione, gli andamenti della forza di inerzia e della forza della molla (cambiata di segno) in funzione dell'angolo di rotazione della camma. In questo modo è immediato verificare se si ha il distacco della punteria dalla camma: se la forza di inerzia interseca la forza della molla si ha il distacco.

La forza di inerzia presenta un andamento simile a quello dell'accelerazione mentre la forza della molla presenta un massimo nella zona di alzata massima, ovvero quando la molla è nella configurazione con accorciamento massimo.

In seguito si riporta il grafico relativo alla prova 1 effettuata in laboratorio:

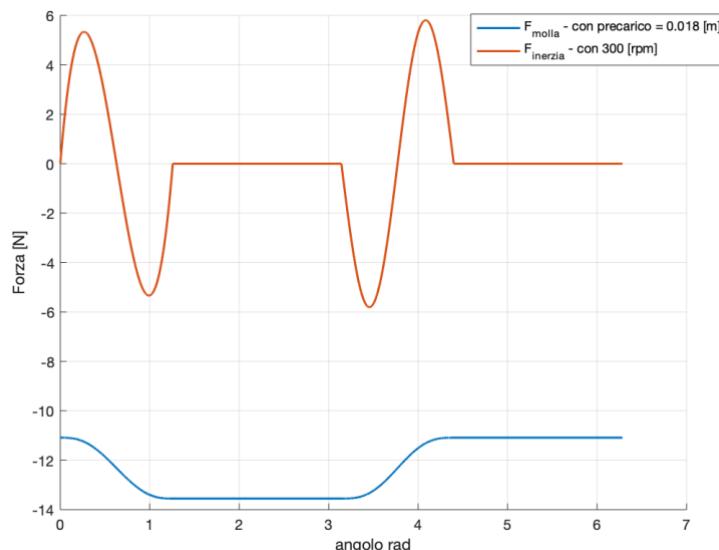


Figura 8.2 - Diagramma delle Forze relativo alla Prova 1

Tuttavia un analisi più indicativa è riportata nella figura sottostante in cui si mostra l'influenza della variazione della velocità angolare e della variazione del precarico. Ciò che ci si attende è che se il precarico aumenta la forza della molla aumenta e quindi il distacco avviene per velocità angolari maggiori. Viceversa se si aumenta la velocità angolare, le forze di inerzia aumentano e quindi il distacco avviene più facilmente.

I precarichi e le velocità angolari utilizzate per la costruzione del grafico sono quelle relative alle prove eseguite in laboratorio sperimentale, ovvero:

- Prova 1-2: velocità angolare 300 rpm, precarico 0.013;
- Prova 3: velocità angolare 500 rpm, precarico 0.018;
- Prova 4: velocità angolare 300 rpm, precarico 0.013.

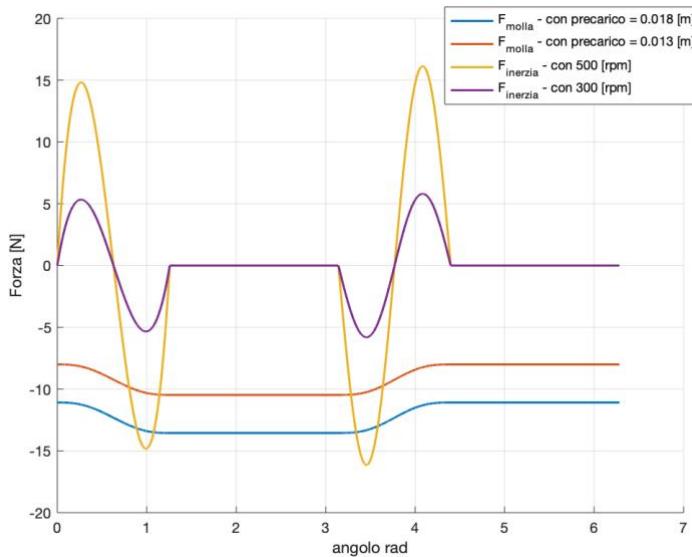


Figura 8.3 - Diagramma delle forze al variare del precarico e del numero di giri

Come ci si aspettava, all'aumentare del precarico la forza della molla trasla verso il basso allontanandosi dalla condizione di intersezione con la forza di inerzia, condizione per la quale si ha il distacco tra camme e punteria. Invece se si aumenta il numero di giri si nota un incremento della forza di inerzia e si ha l'intersezione fra la curva relativa alla forza di inerzia con quelle relative alla forza della molla, si avrà per cui il distacco della punteria dalla camma. Se, in queste condizioni, si volesse evitare il distacco bisognerebbe aumentare ulteriormente il precarico oppure cambiare la molla mettendone una con una rigidezza maggiore.

Per cui, ciò che si può dedurre da questo grafico è che per la prova 3 si avrà il distacco mentre per le altre prove si avrà un funzionamento corretto.

Questo è confermato dai diagrammi delle altezze, velocità e accelerazioni relativi alle prove eseguite in laboratorio, già visti in precedenza. Si riportano per maggiore chiarezza i diagrammi che confrontano i dati sperimentali con quelli del modello teorico per ogni prova, in questo modo si nota meglio se si ha il distacco o meno:

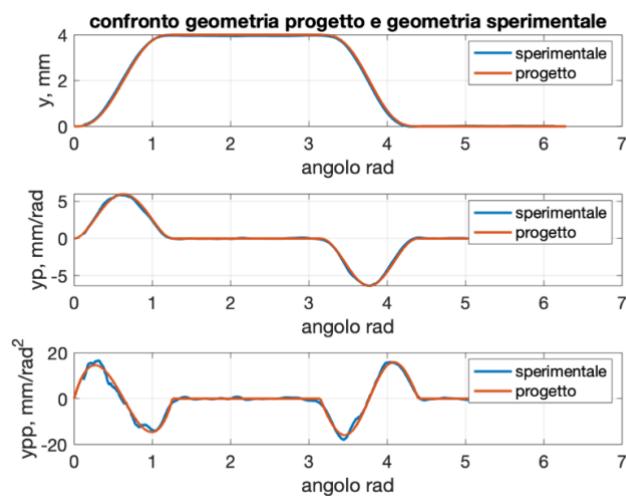


Figura 8.4 - Confronto diagrammi alzate, velocità ed accelerazioni sperimentale e modello teorico - Prova 1

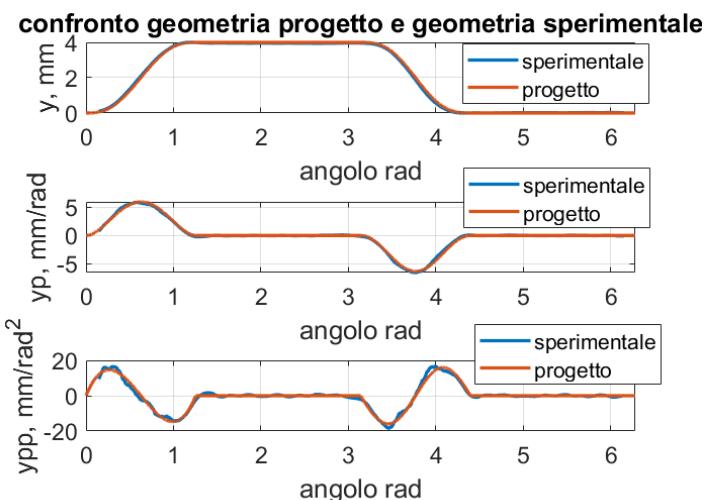


Figura 8.5 - Confronto diagrammi alzate, velocità ed accelerazioni sperimentale e modello teorico - Prova 2

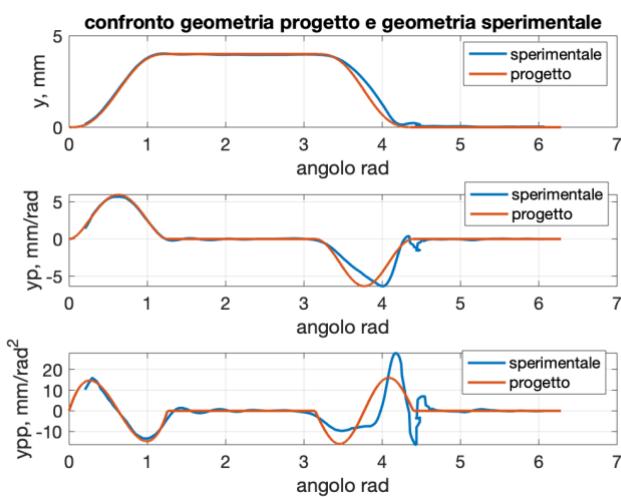


Figura 8.6 - Confronto diagrammi alzate, velocità ed accelerazioni sperimentale e modello teorico - Prova 3

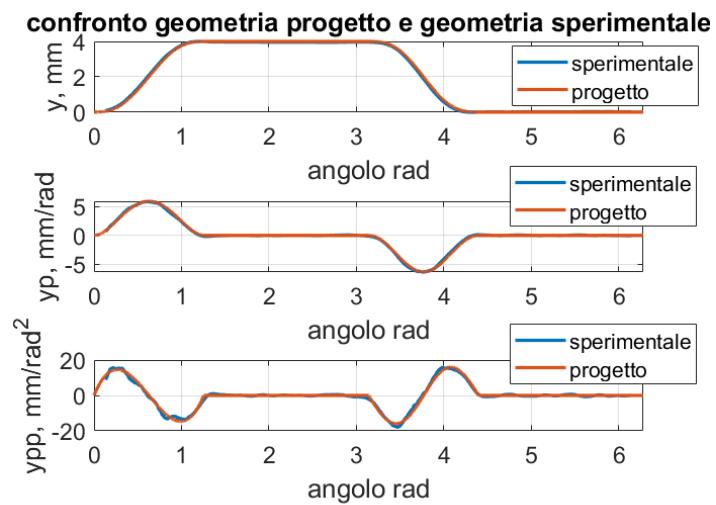


Figura 8.7 - Confronto diagrammi alzate, velocità ed accelerazioni sperimentale e modello teorico - Prova 4



POLITECNICO
DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica
Meccanica delle Macchine Automatiche

ESPERIENZA DI LABORATORIO N.8

Analisi funzionale di un Meccanismo Articolato Piano

A.A. 2019/2020

Docente:

Prof. Giuseppe Quaglia

Autori:

Luca Pirini Casadei 264939

Alessandro Peripoli 265023

Sommario

SCOPO ED ATTIVITÀ.....	1
PROVA FUNZIONALE.....	2
RILIEVO GEOMETRICO E SCHEMA	2
MODELLAZIONE.....	5
ANALISI FUNZIONALE, CINEMATICA E PARAMETRICA.....	6
COMMENTI, OSSERVAZIONI E APPLICAZIONI	8

Indice delle Figure

FIGURA 1 - GUIDA RETTILINEA DI ROBERTS.....	1
FIGURA 2 - SCHEMA DEL MECCANISMO	2
FIGURA 3 - SCHEMA SEMPLIFICATO DEL MECCANISMO.....	4
FIGURA 4 - MECCANISMO CREATO CON IL SOFTWARE GIM	5
FIGURA 5 - ANDAMENTO DELLA COORDINATA Y(CM) DEL PUNTO 'C' IN FUNZIONE DEL TEMPO (s).....	7
FIGURA 6 - ANDAMENTO DELLA VELOCITÀ LUNGO Y(CM/s) DEL PUNTO 'C' IN FUNZIONE DEL TEMPO (s)	7
FIGURA 7 - ANDAMENTO DELL'ACCELERAZIONE LUNGO Y(CM/s ²) DEL PUNTO 'C' IN FUNZIONE DEL TEMPO (s)	8

Scopo ed attività

L'esperienza di laboratorio di proponeva di effettuare un'analisi funzionale di un modello fisico di un meccanismo articolato costruito a scopo didattico alla fine dell'800.

In particolare il meccanismo che ci è stato assegnato è la guida rettilinea approssimata di Roberts, illustrato in seguito.



Figura 1 - Guida rettilinea di Roberts

Le attività proposte sono le seguenti:

1. Prova Funzionale: verificare il funzionamento del meccanismo osservando i tipi di moto dei membri costituenti al fine di comprenderne il funzionamento meccanico. Bisogna analizzare la funzione svolta dalle coppie cinematiche cercando di suddividere il meccanismo in una serie di meccanismi con diverse funzioni: vi sarà una parte di azionamento, una parte di trasformazione del moto e una parte di uscita.
2. Rilievo geometrico e schema: Partendo dal meccanismo fisico ricavare un disegno di schema funzionale definendo una simbologia per le dimensioni, coppie cinematiche e le variabili utilizzate per definire la posizione dei membri del meccanismo. Per la determinazione delle variabili che governano il movimento del meccanismo è necessario calcolare il numero di gradi di libertà.
3. Modellazione: Utilizzando il SW GIM realizzare un modello del dispositivo per condurre un'analisi funzionale, cinematica e parametrica del meccanismo.
4. Analisi funzionale, cinematica e parametrica: condurre simulazioni per visualizzare il funzionamento del dispositivo. Rappresentare le traiettorie, le velocità e le accelerazioni di

Esercitazione 8: Meccanismo storico

specifici punti del meccanismo. Variare i parametri geometrici che definiscono il meccanismo e valutare l'effetto sul suo funzionamento.

5. Commenti, osservazioni e applicazioni: sulla base sia delle prove sperimentali che delle simulazioni riportare alcuni commenti sulle particolarità del meccanismo, sulle motivazioni che determinano il funzionamento osservato, su possibili usi ed applicazioni del meccanismo oggetto di studio.

Prova funzionale

Il meccanismo assegnato al gruppo è il meccanismo di Roberts (Figura 1). Esso ha come scopo la trasformazione di un moto rotativo in un moto rettilineo su tre assi differenti, ovvero quelli in cui sono presenti le coppie prismatiche.

Si può subito notare nella parte superiore il sistema biella-manovella che serve per generare un moto rotativo, questa parte serve da azionamento per il meccanismo. Mettendo in rotazione la manovella (elemento movente) il meccanismo viene messo in moto.

Alla parte di azionamento è collegato un membro a forma di T. Nei suoi tre estremi sono collegati altri tre membri i quali sono vincolati al telaio mediante coppie prismatiche. Questi sono i tre membri che contraddistinguono l'uscita del meccanismo e possiedono moto rettilineo. Il membro a forma di T è collegato al telaio mediante due aste vincolate con coppie rotoidali. Questa parte del meccanismo costituisce la parte di trasformazione del moto ed è assimilabile a un quadrilatero articolato.

Rilievo geometrico e schema

Dopo aver compreso il funzionamento del meccanismo si è passati alla realizzazione dello schema funzionale, definendo una simbologia per identificare le varie parti:

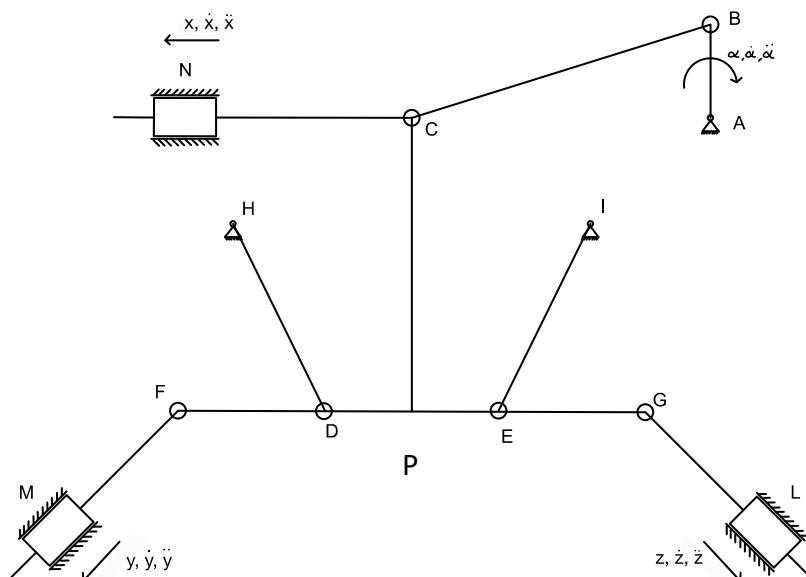


Figura 2 - Schema del meccanismo

Esercitazione 8: Meccanismo storico

Le cui dimensioni sono:

$$\begin{aligned}AB &= 35 \text{ mm} \\BC &= 117 \text{ mm} \\CP &= 110 \text{ mm} \\FG &= 175 \text{ mm} \\FD = GE &= 55 \text{ mm} \\HD = IE &= 78 \text{ mm} \\CN = FM = GL &= 68 \text{ mm}\end{aligned}$$

Le coppie cinematiche presenti sono di due tipi:

- Coppie prismatiche: 'M', 'N', 'L'.
- Coppie rotoidali: 'A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F', 'G', 'H', 'I'.

Possiamo quindi calcolare il numero di gradi di libertà del sistema attraverso la formula di Grübler:

$$F = 3(l - 1) - \sum_{i=1}^j (3 - f_i)$$

Dove:

- **F**: numero di gradi di libertà;
- **l**: numeri di membri del cinematismo;
- **j**: numero di coppie cinematiche;
- **f_i**: gradi di libertà della coppia i-esima;
- **3(l - 1)**: gradi di libertà mobili sul piano, senza vincoli, escludendo il telaio dal calcolo;
- **$\sum_{i=1}^j (3 - f_i)$** : numero di gradi di libertà rimossi in funzione dell'elemento cinematico.

Applicandolo nel nostro caso si ha:

$$\begin{aligned}l &= 9; \\j &= 13; \\3(l - 1) &= 24; \\\sum_{i=1}^j (3 - f_i) &= 26\end{aligned}$$

Quindi ciò che ne emerge è un numero di gradi di libertà pari a -2. Il che sembrerebbe un risultato assurdo, visto che nella realtà il meccanismo si muove. Tuttavia la formula di Grübler non è sempre corretta, in particolare in presenza di coppie ridondanti il risultato che otteniamo non è giusto. Le coppie ridondanti sono quelle coppie che sono presenti ma non eliminano nessun grado di libertà. Nel nostro meccanismo sono infatti presenti 3 coppie ridondanti, ovvero le tre coppie prismatiche. Se le eliminassimo i punti 'C', 'F' e 'G' continuerebbero comunque a percorrere delle traiettorie rettilinee. È infatti questo lo scopo del meccanismo ovvero creare un sistema che trasformi il moto circolare in moto rettilineo. La funzione delle tre coppie prismatiche è solo quella di vedere visivamente questa particolarità del meccanismo in studio.

Esercitazione 8: Meccanismo storico

Se non consideriamo più le coppie prismatiche e le tre aste corrispondenti ciò che ne emerge è lo schema seguente:

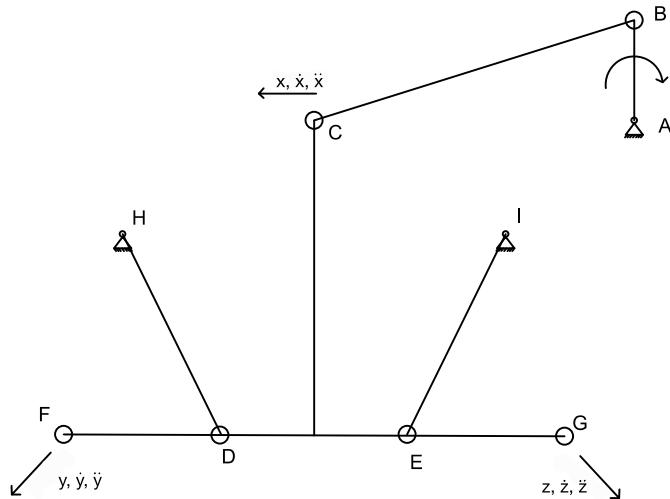


Figura 3 - Schema semplificato del meccanismo

Si nota subito che ciò che è rappresentato sopra è un quadrilatero articolato movimentato grazie a un sistema biella manovella.

Se ricalcoliamo il numero di gradi di libertà si ha che:

$$l = 6;$$

$$j = 7;$$

$$3(l - 1) = 15;$$

$$\sum_{i=1}^j (3 - f_i) = 14$$

Quindi: $F = 1$

Vediamo che effettivamente il numero di gradi di libertà è 1, come ci aspettavamo.

Modellazione

Tramite il software GIM è stato rappresentato il meccanismo rispettando le lunghezze dei componenti misurate con righello e gli accoppiamenti reali. Le guide non vengono rappresentate per non determinare l'iperstaticità del meccanismo che ne impedirebbe la simulazione.

Le cerniere H ed I sono fisse mentre le cerniere D ed E sono mobili.

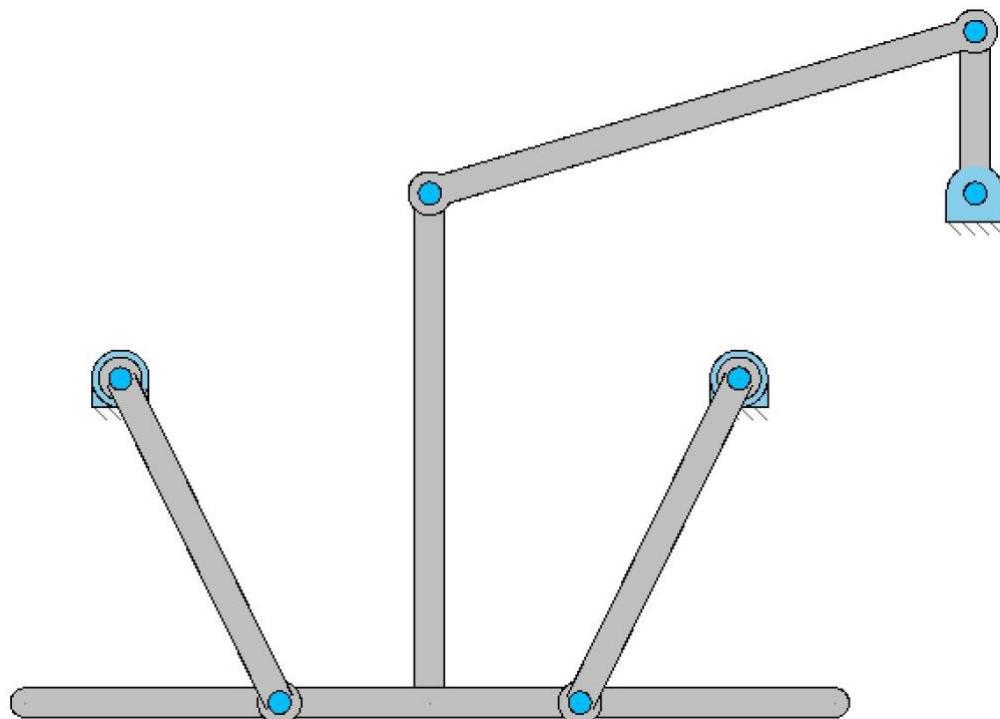
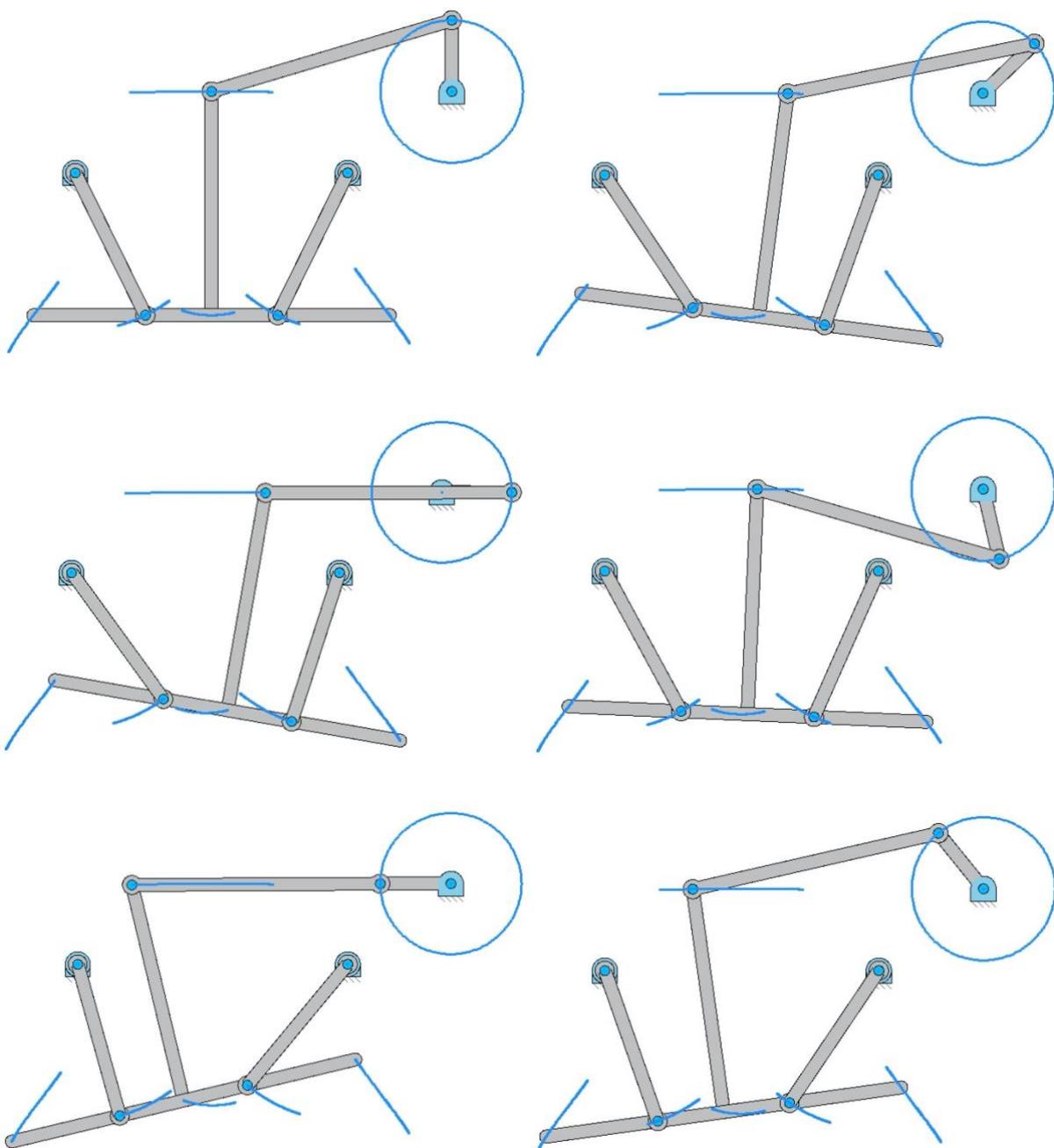


Figura 4 - Meccanismo creato con il software GIM

Analisi funzionale, cinematica e parametrica

Per avviare la simulazione viene inserito un attuatore nel modello GIM che mette in rotazione con velocità costante la biella. In seguito sono riportate alcune delle diverse configurazioni che vengono assunte dal meccanismo durante il moto.



Si può verificare visivamente che le traiettorie dei tre punti di interesse, 'C' 'F' 'G', durante il moto hanno una traiettoria quasi rettilinea.

Per poter apprezzare meglio questo aspetto e soprattutto verificare l'errore che si commette rispetto ad una traiettoria rettilinea ideale tramite il software GIM è possibile visualizzare la posizione lungo l'asse Y del punto 'C', la sua velocità e la sua accelerazione riferite sempre all'asse

Esercitazione 8: Meccanismo storico

Y (essendo lo scopo dell'esercitazione la verifica di quanto si discosti la traiettoria del punto 'C' rispetto all'asse Y). in seguito vengono riportati i risultati ottenuti.

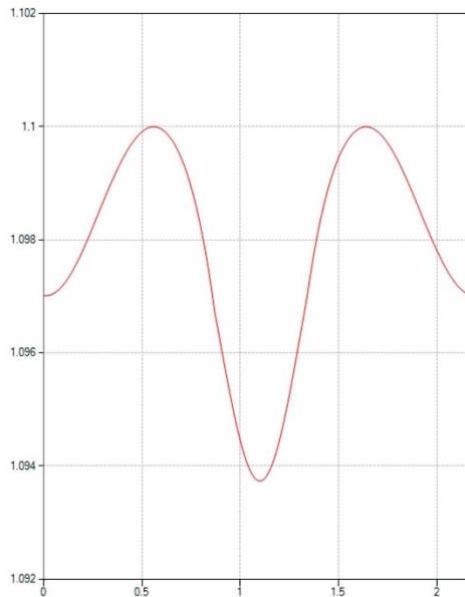


Figura 5 - Andamento della coordinata y (cm) del punto 'C' in funzione del tempo (s)

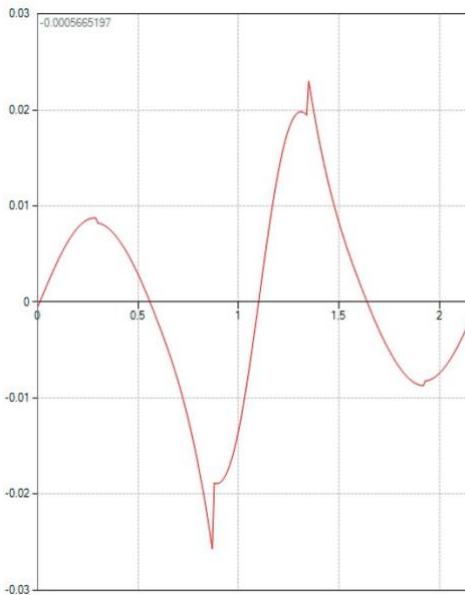


Figura 6 - Andamento della velocità lungo y (cm/s) del punto 'C' in funzione del tempo (s)

Esercitazione 8: Meccanismo storico

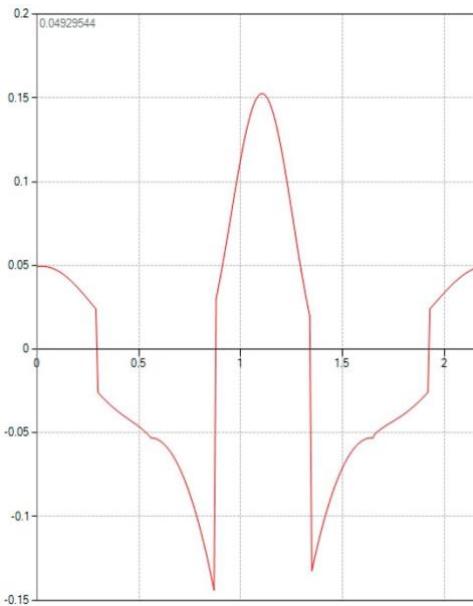


Figura 7 - Andamento dell'accelerazione lungo $y(\text{cm}/\text{s}^2)$ del punto 'C' in funzione del tempo (s)

Si noti che tale studio si potrebbe fare anche per i punti 'F' e 'G' ma non essendo la loro traiettoria rettilinea allineate con un asse di riferimento non si riesce ad apprezzare.

Commenti, osservazioni e applicazioni

Questa esperienza di laboratorio ci ha dato la possibilità di valutare le soluzioni adottate in passato per la trasformazione di un moto circolare in un moto lineare approssimato. L'esigenza di questo tipo di meccanismi deriva dalla difficoltà di ottenere delle guide prismatiche di buona qualità.

Si possono fare a proposito un paio di osservazioni:

Si noti che non essendo la traiettoria esattamente rettilinea inserendo le guide prismatiche il meccanismo dovrebbe impuntarsi, tuttavia tali guide prismatiche consentono questa fluttuazione molto limitata grazie ai giochi esistenti. Se tali guide fossero con accoppiamento con giochi molto limitati o al limite nulli, il sistema si bloccherebbe e la manovella non sarebbe più in grado di muoversi.

L'analisi della fluttuazione perpendicolare all'asse della guida potrebbe essere eseguita in maniera analoga per le altre due guide, ma l'oscillazione non sarebbe di immediata lettura poiché tali guide sono inclinate rispetto alla convenzione degli assi cartesiani scelta. Tuttavia potrebbe essere valutato l'errore di linearità utilizzando una formulazione matematica che fornisce l'equazione della retta che meglio approssima tali punti e valutandone l'errore di linearità.

Nel corso del '700 ed il secolo successivo sono stati forte oggetto di ricerca i meccanismi in grado di realizzare moto rettilineo senza parti strisciante, come ad esempio il noto parallelogramma di Watt.

Esercitazione 8: *Meccanismo storico*

Questo meccanismo a quadrilatero articolato in analisi può essere particolarmente utile nel caso si abbia un moto rotatorio imposto per esempio da un motore elettrico e la necessità di ottenere un moto lineare di tipo oscillatorio. Infatti, l'errore di linearità che sicuramente sarà presente, anche variando i parametri geometrici del meccanismo, è contenuto ed accettabile per molte applicazioni (non è percepibile alla vista ed è quantificabile solo mediante solutori di meccanismi come ad esempio GIM).

Talvolta non si ha la disponibilità di una superficie liscia alla quale abbinare un moto di strisciamento o di rotolamento, in queste condizioni tale meccanismo può essere particolarmente utile per riprodurre il moto rettilineo. Inoltre, si osserva che questo meccanismo non comporta moto di strisciamento su una superficie e quindi usura. Uno dei suoi impieghi è stato il realizzare una guida lineare per la corsa alternata dei pistoni nelle macchine a vapore. In alcune condizioni può essere utilizzato come moltiplicatore di sforzo per piccoli e definiti tratti di spostamento.