Campo EM sobre lámina dieléctrica y conductora delgada

Jesús José Domínguez-Palacios Durán

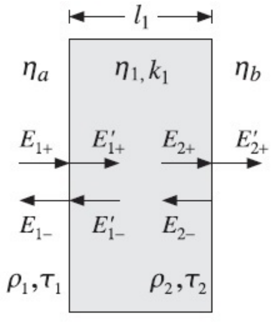
Master en Física y Matemáticas (Fisymat)
Universidad de Granada. Facultad de ciencias

17 de abril de 2017

Índice

Índice

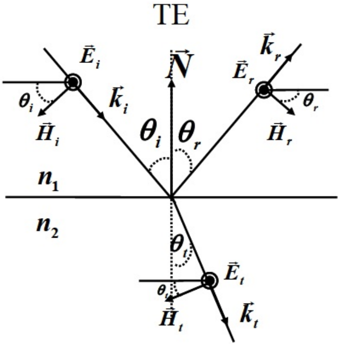
Caso a estudiar



- ¿Cómo se propaga el campo a través de la lámina?
- ¿Qué pasa si tiene conductividad no nula?

Índice

Breve recordatorio



- Coeficientes de Fresnel (caso de incidencia normal)

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2},\ t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2},\ n = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$$

Propagación del campo a través de un medio

- Consideramos campos EM de la forma

$$E(z) = E_{0_+} e^{-jkz} + E_{0_-} e^{jkz} \tag{2.1}$$

$$H(z) = \frac{1}{\eta} \left(E_{0_+} e^{-jkz} - E_{0_-} e^{jkz} \right) \tag{2.2}$$

Forma matricial

$$\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix} = \mathbf{M}_1 \begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

$$\mathbf{M}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{\eta} & -\frac{1}{\eta} \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

Matriz de propagación

- Propagación de E_+ y de E_-

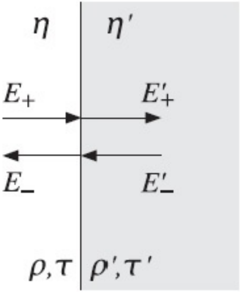
$$\begin{pmatrix} E_{1_+} \\ E_{1_-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{jkl} & 0 \\ 0 & e^{-jkl} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{2_+} \\ E_{2_-} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_d \begin{pmatrix} E_{2_+} \\ E_{2_-} \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

- Junto con (2.4), tenemos la propagación de E y H

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ H_1 \end{pmatrix} = \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_d \mathbf{M}_1^{-1} \begin{pmatrix} E_2 \\ H_2 \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{p_1} \begin{pmatrix} E_2 \\ H_2 \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

$$\mathbf{M}_{p_1} = \begin{pmatrix} \cos(kl) & j\eta \sin(kl) \\ j\eta^{-1} \sin(kl) & \cos(kl) \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

Matrices de conexión (1)



- ¿Qué le pasa al campo EM en la intercara?

$$E = E' \tag{2.8}$$

$$H = H' \tag{2.9}$$

Matrices de conexión (2)

- En virtud de las relaciones de Fresnel, tenemos

$$\begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} = \frac{1}{\tau} \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E'_+ \\ E'_- \end{pmatrix} \tag{2.10}$$

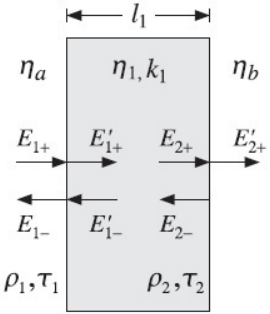
$$\begin{pmatrix} E'_+ \\ E'_- \end{pmatrix} = \frac{1}{\tau'} \begin{pmatrix} 1 & \rho' \\ \rho' & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

- Matriz de conexión (izqda. a dcha.)

$$\mathbf{M}_c = \frac{1}{\tau} \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

Índice

Forma de proceder



- ¿Cómo se relacionan los campos en cada lado de la lámina?
- Respuesta: nos valemos del análisis matricial

Análisis matricial (1)

- Para E_+ y E_-

$$\begin{pmatrix} E_{1_+} \\ E_{1_-} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{c_1}\mathbf{M}_d\mathbf{M}_{c_2} \begin{pmatrix} E'_{2_+} \\ E'_{2_-} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_f \begin{pmatrix} E'_{2_+} \\ E'_{2_-} \end{pmatrix} \tag{3.1}$$

$$\mathbf{M}_f = \frac{1}{\tau_1\tau_2} \begin{pmatrix} e^{jk_1l_1} + \rho_1\rho_2 e^{-jk_1l_1} & \rho_2 e^{jk_1l_1} + \rho_1 e^{-jk_1l_1} \\ \rho_1 e^{jk_1l_1} + \rho_2 e^{-jk_1l_1} & \rho_1\rho_2 e^{jk_1l_1} + e^{-jk_1l_1} \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

- Pero lo que queremos es E y H...

Análisis matricial (2)

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ H_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(k_1 l_1) & j\eta_1 \sin(k_1 l_1) \\ j\eta_1^{-1} \sin(k_1 l_1) & \cos(k_1 l_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2 \\ H_2 \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

- Sabiendo el campo EM en uno de los lados, sabremos qué pasa en el otro
- Pero, ¿qué significan exactamente estas ecuaciones?

Conclusiones de las ecuacions matriciales

- Inicialmente, el campo EM incide desde la izqda.
- Parte se transmite a través de la lámina, parte se refleja.
- Lo que se transmite llega a la otra intercara, donde se transmite al segundo medio y parte se refleja en la lámina
- Lo que se ha reflejado por dentro llega a la izqda., donde se refleja transmite de nuevo...
- Esta es la situación física que reflejan esas ecuaciones matriciales: transmisión y reflexiones múltiples.
- ¿Qué pasa si la lámina dieléctrica es también conductora?

Índice

Lámina conductora

- Reformulamos la permitividad como una cantidad compleja:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon - j\frac{\sigma(\omega)}{\omega} \tag{4.1}$$

- El índice de refracción será también complejo, $n = n_R + jn_I$
- Soluciones de onda plana serán ahora

$$E = E_0 e^{-\omega n_I z/c} e^{j\omega(t - n_R z/c)} \tag{4.2}$$

- Atenuación de la propagación armónica

Fin

GRACIAS POR SU ATENCIÓN

Índice

Referencias I

[Eugen (1999)] Hecht, E.
Óptica.
Addison Wesley, 1998.

[1] Orfanidis, S.J.,
Electromagnetic waves and antennas
www.ece.rutgers.edu/ orfanidi/ewa