

Κεφάλαιο 2ο

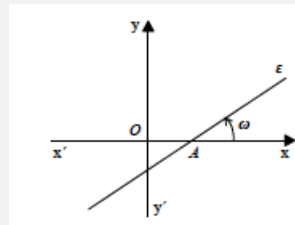
Η Ευθεία στο Επίπεδο

Βασικό Τυπολόγιο

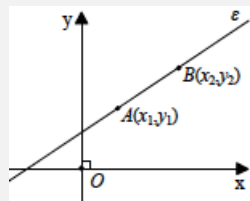
Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπής

Συντελεστής διεύθυνσης ευθείας:

- Αν δίνεται η γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία ϵ με τον $x'x$, τότε:
 $\lambda_\epsilon = \tan \omega$, εφόσον $\omega \neq 90^\circ$.
 Αν $\omega = 90^\circ$, τότε δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης.



- Αν $\epsilon \parallel \vec{\delta}$, τότε $\lambda_\epsilon = \lambda_{\vec{\delta}}$ (όταν $\vec{\delta} \parallel y'y$).
- Αν $\epsilon \perp \vec{\delta}$, τότε $\lambda_\epsilon \cdot \lambda_{\vec{\delta}} = -1$ (όταν $\vec{\delta} \parallel y'y$ και $\vec{\delta} \parallel x'x$).
- Αν $\epsilon \parallel \eta$, τότε $\lambda_\epsilon = \lambda_\eta$ (αν ορίζονται συντελεστές διεύθυνσης).
- Αν $\epsilon \perp \eta$, τότε $\lambda_\epsilon \cdot \lambda_\eta = -1$ (αν ορίζονται συντελεστές διεύθυνσης).
- Αν η ευθεία ϵ διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, με $x_1 \neq x_2$, τότε: $\lambda_\epsilon = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.



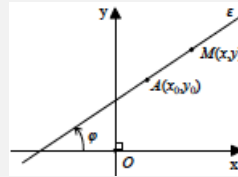
Γενική μορφή εξίσωσης ευθείας:

- $\epsilon : Ax + By + \Gamma = 0$, με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$.
- Αν $B \neq 0$, τότε $\lambda_\epsilon = -\frac{A}{B}$.
 - Αν $B = 0$, τότε $\epsilon \parallel y'y$ (δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης).
 - Το διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$ είναι παράλληλο στην ευθεία ϵ .
 - Το διάνυσμα $\vec{\eta} = (A, B)$ είναι κάθετο στην ευθεία ϵ .

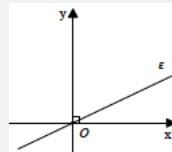
Εξίσωση ευθείας:

- Για την εύρεση της εξίσωσης της ευθείας (ϵ), αρκεί να γνωρίζουμε ένα σημείο $A(x_0, y_0)$ από το οποίο διέρχεται και το συντελεστή διεύθυνσης της. Τότε, η εξίσωση της ευθείας είναι

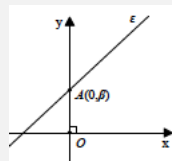
$$\epsilon : y - y_0 = \lambda_\epsilon (x - x_0).$$



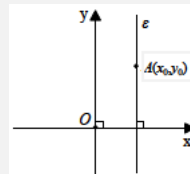
- Αν η ευθεία ϵ διέρχεται από την αρχή των αξόνων και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ , τότε: $\epsilon : y = \lambda x$.



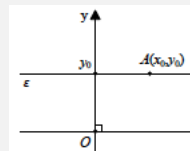
- Αν η ευθεία ϵ διέρχεται από σημείο $A(0, \beta)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ , τότε $\epsilon : y = \lambda x + \beta$.



- Αν η ευθεία ϵ διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και $\epsilon \parallel y'y$, τότε $\epsilon : x = x_0$.



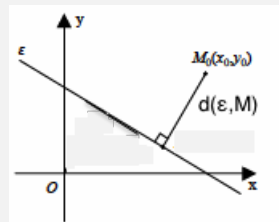
- Αν η ευθεία ϵ διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και $\epsilon \parallel x'x$, τότε $\epsilon : y = y_0$.



Απόσταση σημείου από ευθεία:

Η απόσταση του σημείου $M(x_0, y_0)$ από την ευθεία $\epsilon : Ax + By + \Gamma = 0$, με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ είναι:

$$d(\epsilon, M) = \frac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$



Εμβαδόν τριγώνου:

Το εμβαδόν του τριγώνου με κορυφές τα σημεία A , B και Γ είναι

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} \vec{AB}, \vec{AG} \end{pmatrix} \right|.$$