

Εξίσωση Ευθείας

6ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Σημείωση

Συντελεστή διεύθυνσης ή κλίση μιας ευθείας (ϵ):
 $\lambda_\epsilon = \tan \omega$,
 όπου $0^\circ \leq \omega < 180^\circ$,
 η γωνία που σχηματίζει η (ϵ) με τον άξονα $x'x$.

Σημείωση

Αν $\omega = 90^\circ$, τότε δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης.

Σημείωση

Η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το $A(x_0, y_0)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ είναι $\epsilon: y - y_0 = \lambda(x - x_0)$.

Σημείωση

Όταν "λέμε" εξίσωση της ευθείας AB εννοούμε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα A και B .

1. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης:

- (α') της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $O(0, 0)$ και σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = \frac{3\pi}{4}$,
- (β') της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(0, -2)$ και $B(-4, 0)$,
- (γ') της ευθείας (ϵ) που διέρχεται από το σημείο $O(0, 0)$ και είναι παράλληλη προς την ευθεία AB ,
- (δ') της ευθείας (η) που διέρχεται από το σημείο $O(0, 0)$ και είναι κάθετη προς την ευθεία AB ,

2. Δίνονται τα σημεία $A(0, 2)$ και $B(4, 0)$.

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, η οποία :

- (α') διέρχεται από το B και σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα $x'x$,
- (β') διέρχεται από το A και είναι παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{\delta}_1 = (-1, 2)$,
- (γ') διέρχεται από το σημείο A και είναι παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{\delta}_2 = (3, 0)$,
- (δ') διέρχεται από το σημείο B και είναι κάθετη προς το διάνυσμα $\vec{\delta}_2 = (3, 0)$,
- (ε') η οποία διέρχεται από τα σημεία A και B .

3. Δίνεται η ευθεία $\epsilon: y = x - 3$.

- (α') Να εξετάσετε αν η ευθεία ϵ διέρχεται από το σημείο $A(1, -2)$.
- (β') Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ ώστε το σημείο $B(2\lambda - 1, \lambda + 1)$ να ανήκει στην ευθεία ϵ .
- (γ') Να βρείτε το σημείο της ευθείας ϵ το οποίο έχει τεταγμένη ίση με 2.
- (δ') Να βρείτε το σημείο της ευθείας ϵ του οποίου η τεταγμένη είναι διπλάσια της τετμημένης.

4. Δίνονται τα σημεία $A(3, 5)$ και $B(-1, 1)$.

Να βρείτε:

- (α') τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB ,
- (β') τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B ,
- (γ') την εξίσωση της μεσοκαθέτου (ϵ) του ευθύγραμμου τμήματος AB .

Σημείωση

Αν η ευθεία ϵ διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, με $x_1 \neq x_2$, τότε $\lambda_\epsilon = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Σημείωση

$\epsilon \parallel \eta \Leftrightarrow \lambda_\epsilon = \lambda_\eta$
 $\epsilon \perp \eta \Leftrightarrow \lambda_\epsilon \cdot \lambda_\eta = -1$.

Σημείωση

Αν η ευθεία ϵ διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και $\epsilon \parallel y'x$, τότε $\epsilon: x = x_0$.

Σημείωση

Αν η ευθεία ϵ διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και $\epsilon \parallel x'y'$, τότε $\epsilon: y = y_0$.

5. Δίνονται τα σημεία $A(1, 1)$ και $B(-3, 5)$.

- (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B .
- (β) Να βρείτε τα σημεία στα οποία η παραπάνω ευθεία τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$.
- (γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η παραπάνω ευθεία με τους άξονες.

6. Δίνονται οι ευθείες:

$$\varepsilon_1 : y = 3x - 1 \text{ και } \varepsilon_2 : y = -x + 3.$$

- (α) Να βρείτε το κοινό σημείο των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.
 - (β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το κοινό σημείο των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και είναι κάθετη στην ε_2 .
7. Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κέντρο το σημείο $K\left(\frac{13}{2}, -5\right)$ και εξισώσεις των ευθειών στις οποίες βρίσκονται οι πλευρές AB και $A\Delta$ τις

$$y = 3x - 22 \text{ και } y = \frac{1}{2}x - \frac{19}{2},$$

αντίστοιχα. Να βρείτε:

- (α) τις συντεταγμένες του σημείου A ,
 - (β) τις συντεταγμένες του σημείου Γ ,
 - (γ) την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$.
8. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : y = x + 2$ και το σημείο $A(2, 3)$.
Να βρείτε:
- (α) την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στην ε ,
 - (β) τις συντεταγμένες της προβολής B του σημείου A στην ε ,
 - (γ) τις συντεταγμένες του συμμετρικού σημείου A' του A ως προς την ε .
9. Δίνονται τα σημεία:

$$A(2, 4), B(0, -3) \text{ και } \Gamma(8, 1).$$

- (α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου.
 - (β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας του ύψους $A\Delta$.
 - (γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας της διαμέσου AM .
 - (δ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς $B\Gamma$.
10. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(2, 1)$. Οι ευθείες στις οποίες βρίσκονται το ύψος $B\Delta$ και η διάμεσος ΓM έχουν εξισώσεις $y = \frac{1}{2}x + 1$ και $y = 2x$, αντίστοιχα. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών B και Γ .

“Τα Μαθηματικά, περισσότερο από οποιαδήποτε άλλη τέχνη ή επιστήμη, είναι ένα παιχνίδι για νεαρή ηλικία”

Hardy, Godfrey Harold, 1877 – 1947, Άγγλος μαθηματικός.