

§4.1 ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

19.15) Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = 2x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 4x + 6$

Να βρείτε:

α) τους όρους του πολυωνύμου β) τους συντελεστές του γ) τον βαθμό του

δ) την αριθμητική του τιμή για $x = -1$

19.20) Δίνονται τα πολυώνυμα: $P(x) = x^3 - 3x + 1$ και $Q(x) = 2x^3 - 2x$

Να βρείτε τα πολυώνυμα:

α) $P(x) + Q(x)$ β) $P(x) - Q(x)$ γ) $P(x) \cdot Q(x)$ δ) $Q(x) - 2P(x)$

19.23) Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^2 - 4$. Να βρείτε:

α) το πολυώνυμο $Q(x) = P(x^2) + [P(x)]^2$,

β) την τιμή $Q(\sqrt{3})$.

19.24) Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 2x$.

α) Να βρείτε το παρακάτω πολυώνυμο: $Q(x) = P(2x) - P(x - 1)$

β) Να βρείτε τον βαθμό και τους όρους του $Q(x)$.

γ) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί -2 και -1 είναι ρίζες του $Q(x)$.

19.27) Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = (\lambda^2 - 1)x^2 + (\lambda^2 + \lambda)x - \lambda - 1$

α) Ποιος είναι ο σταθερός όρος του πολυωνύμου?

β) Να βρείτε το βαθμό του πολυωνύμου για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$

19.34) Δίνονται τα πολυώνυμα: $P(x) = a^2x^3 + (a^2 + 5a)x^2 + a^2x - 10$ και

$Q(x) = 4x^3 + 2(a - 1)x^2 - 2ax - a^2 + 3a$. Να βρείτε για ποια τιμή του $a \in \mathbb{R}$ τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ είναι ίσα.

19.48) Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = -x^3 + ax^2 + bx + 4$. Να βρείτε τους αριθμούς $a, b \in \mathbb{R}$, ώστε να ισχύουν: $P(-1) = 10$ και $P(2) = -2$.

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟΥ

19.53) Να βρείτε το πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει:

$$(2x - 3)P(x) = 2x^3 + 7x^2 - 17x + 3$$

19.54) Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει: $(3x - 2)P(x) = 3x^4 + 10x^3 - 5x^2 - 20x + 12$

α) Να βρείτε το $P(x)$ β) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί -1 και -2 είναι ρίζες του $P(x)$.

19.55) Να βρείτε το πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει:

$$[P(x)]^2 = x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 4x + 4$$

19.56) Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)$ πρώτου βαθμού για το οποίο ισχύει:

$$P[(P(x))^2] = 8x^2 - 24x + 15$$

α) Να βρείτε το $P(x)$

β) Να βρείτε το πολυώνυμο $Q(x)$ για το οποίο ισχύει: $P(x) \cdot Q(x) = 2x^3 + x^2 - 14x + 12$

ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

19.59) Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = \lambda x^3 + (\lambda - \mu)x^2 - 4\lambda x + 3$. Το $P(x)$ έχει ρίζα το 1 και η αριθμητική του τιμή για $x = -2$ είναι το 15 .

α) Να βρείτε τους αριθμούς λ και μ .

β) Να βρείτε το πολυώνυμο $Q(x)$ για το οποίο ισχύει: $(2x - 1)Q(x) = P(x)$

19.61) Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει:

$$x^2 \cdot P(x) + x \cdot P(x) = 2x^3 + x^2 - x$$

α) Να βρείτε το $P(x)$

β) Να βρείτε το πολυώνυμο $Q(x)$ για το οποίο ισχύει: $P(x) \cdot Q(x) = 2x^3 + 5x^2 - 13x + 5$

Θέμα 1°

α) Σ-Λ

- i) Ο σταθερός όρος του πολυωνύμου $P(x) = \lambda x^2 + (\lambda - 2)x + 3\lambda + 5$ είναι το 5.
- ii) Το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$, με $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$, είναι 3^{ου} βαθμού
- iii) Κάθε σταθερό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού
- iv) Αν τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ είναι νιοστού βαθμού, τότε και το πολυώνυμο $P(x) + Q(x)$ είναι νιοστού βαθμού.
- v) Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει βαθμό n , τότε το πολυώνυμο $[P(x)]^2$ έχει βαθμό $2n$

β) Επιλέξτε τη σωστή απάντηση:

- i) Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει βαθμό n και το $Q(x)$ έχει βαθμό μ , τότε το πολυώνυμο $P(x) \cdot Q(x)$ έχει βαθμό:

A: $\mu \cdot n$ B: $\mu + n$ Γ: $\mu - n$ Δ: μ^n

- ii) Το άθροισμα των συντελεστών του πολυωνύμου $P(x)$ είναι ίσο με 3. Σωστή είναι η σχέση:

A: $P(0)=3$ B: $P(3)=0$ Γ: $P(1)=3$ Δ: $P(3)=1$

- iii) Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει βαθμό 6, το πολυώνυμο $Q(x)$ έχει βαθμό 2 και ισχύει $P(x)=Q(x) \cdot R(x)$, τότε ο βαθμός του $R(x)$ είναι:

A: 3 B: 8 Γ: 12 Δ: 4

- iv) Ο σταθερός όρος του πολυωνύμου $P(x) = (x-11)^{11} - (x+1)^{10} + 3$ είναι:

A: 3 B: 5 Γ: -1 Δ: 1

Θέμα 2°

A. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\alpha^2 - 1)x^2 + (\alpha^2 - \alpha)x + \alpha^2 + 2\alpha - 3$

Να βρείτε για ποια τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ το πολυώνυμο $P(x)$ είναι το μηδενικό.

B. Δίνεται το πολυώνυμο $Q(x) = (\lambda^3 - 16\lambda)x^3 + (\lambda^2 + 4\lambda)x^2 + (\lambda^2 - 16)x + \lambda + 4$

Να βρείτε τον βαθμό του $Q(x)$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.