

Διαγώνισμα στο μη πεπερασμένο όριο και συνέχεια συνάρτησης

1. α) Να κυκλώσετε το Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) ανάλογα στα παρακάτω:

i. Αν $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = 0$, τότε $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{1}{f(x)} = +\infty$

ii. Αν $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = 0$, τότε $0 < \alpha < 1$

iii. Αν η f είναι συνεχής στο x_0 , τότε και οι f, g είναι συνεχείς στο x_0

iv. Αν η f είναι συνεχής στο x_0 , τότε το x_0 είναι στοιχείο του πεδίου ορισμού της

v. Αν η f είναι συνεχής στο διάστημα Δ και παίρνει τις τιμές κ και λ , τότε παίρνει όλες τις τιμές του διαστήματος $[\kappa, \lambda]$

β) Να κυκλώσετε το γράμμα της ορθής απάντησης στα παρακάτω:

i. Αν $\lambda = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x}{|x-2|}$ τότε: A. $\lambda=0$ B. $\lambda=-\infty$ Γ. $\lambda=+\infty$ Δ. $\lambda=2$ E. Δεν υπάρχει το όριο

ii. Αν $\mu = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \cdot \eta \mu \frac{2}{x} \right)$ τότε: A. $\mu=1$ B. $\mu=2$ Γ. $\mu=0$ Δ. $\mu=-1$ E. $\mu=+\infty$

iii. Αν η f είναι συνεχής στο 2 και $f(2) = 2002$ τότε το $\lim_{h \rightarrow 0} f(2+h)$ είναι:

A. 0 B. 2002 Γ. 1 Δ. 2 E. Δεν γνωρίζουμε

iv. Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και $f(x) \neq 0$, για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$ και $f\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) > 0$ τότε:

A. $f(x) > 0$ για κάθε x στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ B. Υπάρχει ξ στο διάστημα (α, β) τέτοιο ώστε: $f(\xi) = 0$

Γ. $f(x) < 0$ για κάθε x στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ Δ. Υπάρχει ξ στο διάστημα (α, β) τέτοιο ώστε: $f(\xi) < 0$

E. Η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει τουλάχιστον μία ρίζα στο $[\alpha, \beta]$

v. Αν η f είναι συνεχής στο \mathbb{R} και ρ_1, ρ_2 2 διαδοχικές ρίζες της, τότε:

A. $f(x) > 0$ για κάθε $x \in (\rho_1, \rho_2)$ B. $f(x) < 0$, για κάθε $x \in (\rho_1, \rho_2)$ Γ. Η f διατηρεί πρόσημο στο

(ρ_1, ρ_2) Δ. υπάρχει ρίζα της f στο (ρ_1, ρ_2) E. Τίποτα από τα παραπάνω

2. Αν $f(x) = \frac{x-4}{(\sqrt{x}-2)^3}$ να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

3. Να βρεθεί το: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+2x+3} + \sqrt{4x^2+4x+3} - \sqrt{9x^2+6x+2})$

4. Να βρεθούν τα α, β, γ ώστε η δίκλαδη συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha x^3 + \beta x^2 - \gamma x + 1}{x^2 - 2x + 1}$, $x \neq 1$ και $f(x) = -1$, $x=1$

να είναι συνεχής στο πεδίο ορισμού της

5. Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ με $f(\alpha) + f(\beta) = 0$ ν.δ.ο. η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο $[\alpha, \beta]$.