



ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Β' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κατεύθυνσης
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 07/01/2025
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: 2

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΘΕΜΑ Α (7Μ)

A1. Να δώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου 2 διανυσμάτων α και β . (1Μ)

A2. Να αποδείξετε ότι $|\vec{\alpha}|^2 = \vec{\alpha}^2$ (1Μ)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις Σ (Σωστό) ή Λ (Λάθος). (5Μ)

α. Για 2 ευθείες κάθετες μεταξύ τους και μη-παράλληλες στον άξονα $x'y'$, οι συντελεστές διεύθυνσης είναι αντιθετοαντίστροφοι

β. Αν $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ τότε ισχύει ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

γ. $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})^2 = \vec{\alpha}^2 \vec{\beta}^2$

δ. Αν $\vec{\alpha}^2 = \vec{0}$, τότε $\vec{\alpha} = \vec{0}$

ε. Αν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$, τότε $\vec{\alpha} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$

ΘΕΜΑ Β (4Μ)

Δίνονται τα σημεία A(0,5) και B(6,-1).

α) i. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B. (1Μ)

ii. Να αποδείξετε ότι το μέσον του ευθυγράμμου τμήματος AB, είναι το σημείο M(3,2). (1Μ)

β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετης ευθείας (ϵ) του ευθύγραμμου τμήματος AB. (βρείτε πρώτα τον συντελεστή διεύθυνσης και μετά χρησιμοποιήστε το σημείο από το οποίο διέρχεται, εφόσον περνάει από το μέσον του AB. Σχήμα θα βοηθήσει να κάνετε). (2Μ)

ΘΕΜΑ Γ (2Μ)

Αν τα διανύσματα α και β είναι μοναδιαία και σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 120° , να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{v} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και $\vec{u} = 2\vec{\alpha} + 4\vec{\beta}$.

ΘΕΜΑ Δ (4Μ)

Δίνεται ABΓ και σημείο του επιπέδου M, τέτοιο ώστε $\vec{AB} - 2 \cdot \vec{AM} + \vec{AG} = \vec{0}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία B, Γ, M είναι συνευθειακά. (1Μ)

Δ2. Να αποδείξετε ότι το M είναι μέσον του BΓ. (1Μ)

Δ3. Έστω οι πραγματικοί αριθμοί κ, λ , τέτοιοι ώστε $\vec{AB} \cdot \vec{AG} = \kappa$ και $\vec{AM} \cdot \vec{BG} = \lambda$. Αν επιπλέον είναι γνωστό ότι για τα μη παράλληλα διανύσματα \vec{AG}, \vec{AB} ισχύει ότι $\kappa \cdot \vec{AG} = \lambda \cdot \vec{AB}$, τότε:

α. Να αποδείξετε ότι $\kappa = \lambda = 0$ (1Μ)

β. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. Να βρείτε ποια γωνία είναι ορθή και ποιές πλευρές είναι ίσες. (1Μ)

ΘΕΜΑ Ε (3Μ)

Αν $\vec{\alpha}=(\kappa,1)$ και $\vec{\beta}=(4,3)$, να βρείτε τον πραγματικό αριθμό κ ώστε να ισχύει:

α. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 1$ (1Μ)

β. Η γωνία των διανυσμάτων α και β να είναι ίση με $\frac{\pi}{4}$. (1Μ)

γ. $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta}$ (1Μ)

ΕΥΧΟΜΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

