ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ
ΦΥΛΛΑΔΙΟ 6
ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

- **ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ**

Κάνουμε σχεδόν ότι και στις εξισώσεις, δηλαδή χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους, αναγωγή ομοίων όρων και διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου. Προσοχή όταν πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε με αρνητικό αριθμό, αλλάζει η φορά της ανίσωσης!

36888.

α) Να λύσετε την ανίσωση $3x-1<x+9$.

(Μονάδες 7)

β) Να λύσετε την ανίσωση $2-\frac{x}{2}\leq x+\frac{1}{2}$.

(Μονάδες 8)

γ) Με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων των ερωτημάτων α) και β) και να τις γράψετε σε μορφή διαστήματος.

(Μονάδες 10)

6.1. Να λύσετε τις ανισώσεις

i) $\frac{x-3}{2}-\frac{x-4}{3}\geq 1+\frac{x-3}{4}$ ii) $4\cdot(y+1)^2-(y+3)^2<3\cdot(y-2)^2$ iii) $2\cdot x+3\geq 4\cdot x+1$

iv) $(x+2)^2-(x-2)^2<0$ v) $\frac{\alpha+5}{6}+2\leq\frac{1}{2}\cdot(\frac{\alpha-1}{2}+\frac{\alpha-1}{3})$

6.2. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις για τις διάφορες τιμές των παραμέτρων

i) $\lambda\cdot(x+5)>x-4$ ii) $\frac{2+\alpha\cdot x}{3}+\frac{\alpha-x}{4}\leq\frac{2\cdot\alpha-x}{6}$

6.3. Για ποιές τιμές των αριθμών λ,μ η ανίσωση αληθεύει για κάθε αριθμό x;

$\lambda\cdot(x+4)>x+2\cdot\mu$

13312. (Θέμα 4ο) Δίνεται η εξίσωση $x^2-6\cdot x+\lambda=0$ (1) όπου , $\lambda\in\mathbb{R}$.

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες.

(Μονάδες 7)

β) Αν δύο πραγματικοί αριθμοί α και β έχουν σταθερό άθροισμα 6 και γινόμενο $\alpha \cdot \beta = \lambda$, τότε:

i. Να δείξετε ότι $\alpha \cdot \beta \leq 9$.

(Μονάδες 6)

ii. Να δείξετε ότι $\alpha \cdot \beta = 9$ αν και μόνο αν α = β.

(Μονάδες 5)

γ) Να δείξετε ότι από όλα τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα με διαστάσεις α, β και περίμετρο 12, μεγαλύτερο εμβαδόν έχει το τετράγωνο.

(Μονάδες 7)

- **ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΜΕ ΑΠΟΛΥΤΑ**

Πρέπει να θυμόμαστε τις ιδιότητες των απολύτων τιμών για τις ανισώσεις, δηλαδή: αν θ>0 και $|x| \leq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq x \leq \theta$ και αν θ>0 και $|x| \geq \theta \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \theta \\ x \leq -\theta \end{cases}$

13025. α) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{-3-2x}{7} \geq 5$.

(Μονάδες 10)

β) Να λύσετε την ανίσωση $|-x-1| \leq 23$.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι παραπάνω ανισώσεις.

(Μονάδες 5)

14319. Δίνεται η ανίσωση $|2x-5|<3$

α) Να λύσετε την ανίσωση.

(Μονάδες 12)

β) αν ο αριθμός α είναι μια λύση της ανίσωσης να βρείτε το πρόσημο του γινομένου:

$$A = (\alpha - 1)(\alpha - 5).$$

(Μονάδες 13)

34149. α) Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - x - 6 = 0$ (1).

(Μονάδες 9)

β) Να λύσετε την ανίσωση: $|x-1|<2$ (2).

(Μονάδες 9)

γ) Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του x που ικανοποιούν ταυτόχρονα τις (1) και (2).

(Μονάδες 7)

35296. α) Να λύσετε την ανίσωση $|x-1|\geq 5$

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τους αριθμούς x που απέχουν από το 5 απόσταση μικρότερη του 3.

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των α) και β).

(Μονάδες 8)

37191. α) Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών:

i. $|1-2x|<5$ (Μονάδες 9)

ii. $|1-2x|\geq 1$ (Μονάδες 9)

β) Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι παραπάνω ανισώσεις.

(Μονάδες 7)

6.4. Να λύσετε τις ανισώσεις:

i) $|x-2|<5$ ii) $|x+3|>8$ iii) $|3\cdot x-3|\geq 6$ iv) $|3\cdot x-8|\geq -4$ v) $\frac{5\cdot|x|-7}{2}-\frac{3\cdot|x|+1}{4}<|x|+5$

vi) $\frac{7\cdot|x-2|-8}{3}\leq|x-2|<\frac{7\cdot|x-2|-1}{5}$ vii) $2\cdot|x|+3\cdot|x-1|>5\cdot x-2$

6.5. Να λύσετε τις ανισώσεις με τις ρίζες:

i) $\sqrt{x-1}>2$ ii) $\sqrt{x+1}>\sqrt{x}$

13474. (Θέμα 4ο)

Δίνονται οι ανισώσεις

$$|x-1| \leq \sqrt{3} \quad (1) \quad \text{και} \quad 3-\frac{x+4}{2}<0 \quad (2)$$

α) Να λύσετε την ανίσωση (1).

(Μονάδες 5)

β) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη λύση της (1).

(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων (1) και (2).

(Μονάδες 7)

δ) Να αποδείξετε ότι αν οι αριθμοί α, β είναι κοινές λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) τότε και ο αριθμός $\frac{3\alpha+4\beta}{7}$ είναι επίσης κοινή λύση τους.

(Μονάδες 8)

14650. (Θέμα 4ο)

α) Να λύσετε την ανίσωση: $|x-1| \leq 3$ (1).

(Μονάδες 7)

β) Να απεικονίσετε το σύνολο των λύσεων της ανίσωσης αυτής πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα, με βάση τη γεωμετρική σημασία της παράστασης $|x-1|$.

(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε όλους τους ακέραιους αριθμούς x που ικανοποιούν την ανίσωση $|x-1| \leq 3$.

(Μονάδες 5)

δ) Να βρείτε τους ακέραιους αριθμούς x που ικανοποιούν την ανίσωση $||x|-1| \leq 3$. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

(Μονάδες 8)

- <u>**ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ**</u>

Βήμα 1ο: Υπολογίζουμε τη διακρίνουσα του τριωνύμου και βρίσκουμε τις ρίζες ρ_1, ρ_2

Βήμα 2ο: Χρησιμοποιούμε τον τύπο: $\alpha \cdot x^2+\beta \cdot x+\gamma=\alpha \cdot (x-\rho_1) \cdot (x-\rho_2)$

35382. Δίνεται η παράσταση: $K=\frac{x^2-4x+4}{2x^2-3x-2}$.

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $2x^2-3x-2$.

(Μονάδες 10)

β) Για ποιες τιμές του $x \in R$ ορίζεται η παράσταση K; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

γ) Να απλοποιήσετε την παράσταση K.

(Μονάδες 8)

- **ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2ου ΒΑΘΜΟΥ**

12976. α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο: $2x^2-x-1$

(Μονάδες 5)

β) Να λύσετε την ανίσωση: $x\cdot(1-2\cdot x)\leq -1$

(Μονάδες 5)

14189. α) Αν $x^2-3x-4<0$**,** να δείξετε ότι $-1<x<4$**.**

(Μονάδες 12)

β) Δίνεται η παράσταση $A=|2x+2|+|x-5|$ με τις τιμές του x να επαληθεύουν την ανίσωση του ερωτήματος α). Να αποδείξετε ότι: $A=x+7$.

(Μονάδες 13)

34919.

α) Να λύσετε την ανίσωση $x^2-10x+21<0$.

(Μονάδες 13)

β) Αν $3<x<7$, να δείξετε ότι η παράσταση

$$A=|x^2-10x+21|+x^2-10x+22$$

είναι σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του x.

(Μονάδες 12)

35030. α) Να αποδείξετε ότι $x^2+4\cdot x+5>0$ για κάθε πραγματικό αριθμό x

β) Να γράψετε χωρίς τις απόλυτες τιμές την παράσταση: $B=|x^2+4x+5|-|x^2+4x+4|$

36887. Δίνεται το τριώνυμο: $2\cdot x^2-3x+1$

α) Να βρείτε τις ρίζες του β) Να βρείτε τις τιμές του $x\in\mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει: $2\cdot x^2-3x+1<0$

γ) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί $\frac{1}{\sqrt{2}}$ και $\frac{\sqrt{3}}{2}$ είναι λύσεις της ανίσωσης του ερωτήματος β

36892. α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{|x|}{3}-\frac{|x|+4}{5}=\frac{2}{3}$.

(Μονάδες 9)

β) Να λύσετε την ανίσωση: $-x^2+2x+3\leq 0$.

(Μονάδες 9)

γ) Είναι οι λύσεις της εξίσωσης του α) ερωτήματος και λύσεις της ανίσωσης του β) ερωτήματος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

13174. (Θέμα 4ο)

Δίνονται οι παραστάσεις $A=\frac{-x^2+4\cdot|x|-3}{|x|-1}$ και $B=\frac{x^2-4\cdot|x|+4}{|x|-2}$

α) Για ποιες τιμές του $x\in\mathbb{R}$ ορίζονται οι παραστάσεις Α και Β;

(Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι Α = $3-|x|$ και Β = $|x|-2$.

(Μονάδες 8)

γ) Να λύσετε την ανίσωση: $B-A<2\cdot d(x,4)-5$.

(Μονάδες 9)

13176. (Θέμα 4ο) Δίνονται οι ανισώσεις $|x-1|<2$ και $x^2-3\cdot x+2\geq 0$

α) Να βρείτε τις λύσεις τους

(Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι οι ανισώσεις συναληθεύουν για $x\in$ (-1, 1] U [2, 3)

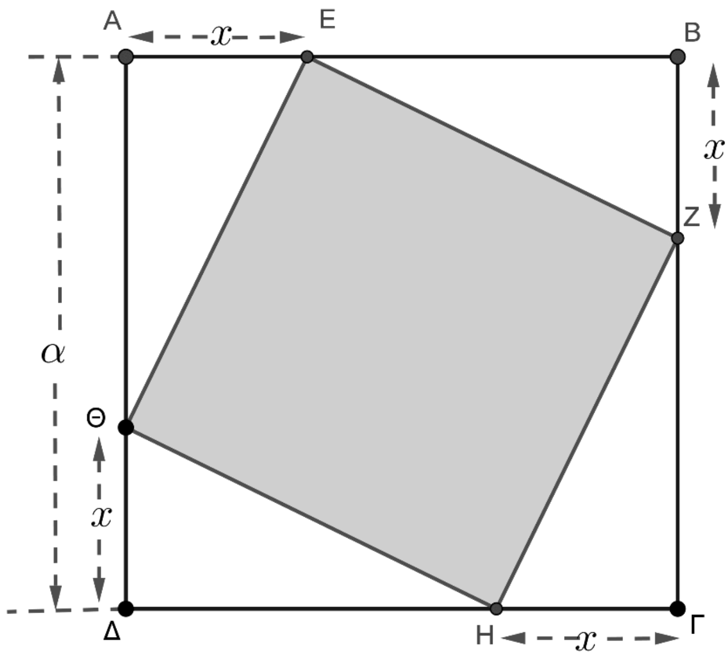
(Μονάδες 8)

γ) i. Αν οι αριθμοί ρ_1 και ρ_2, με $\rho_1<\rho_2$ είναι κοινές λύσεις των ανισώσεων με $\rho_1,\rho_2\in$ (-1 , 1] , είναι και ο αριθμός $\frac{\rho_1+3\rho_2}{4}$ κοινή τους λύση?

ii. Αν οι αριθμοί ρ_1, ρ_2, με $\rho_1 < \rho_2$, είναι κοινές λύσεις των ανισώσεων με $\rho_1 \in (-1, 1]$ και $\rho_2 \in [2, 3)$, είναι και ο αριθμός $\frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4}$ κοινή τους λύση?

13368. (Θέμα 4ο)

Στο παρακάτω σχήμα οι κορυφές του τετραγώνου $ΕΖΗΘ$ βρίσκονται πάνω στις πλευρές του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$.



α) Αν η πλευρά του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$ είναι α και η απόσταση των κορυφών του $ΕΖΗΘ$ από τις αντίστοιχες κορυφές του $ΑΒΓΔ$ είναι x, όπως φαίνεται στο σχήμα, να δείξετε ότι το εμβαδόν του $ΕΖΗΘ$ δίνεται από τη σχέση:

$$(ΕΖΗΘ) = x^2 + (\alpha - x)^2 \; με \; 0 \leq x \leq \alpha .$$

(Μονάδες 6)

β) Να δείξετε ότι το εμβαδόν του $ΕΖΗΘ$ δεν μπορεί να είναι μικρότερο από το μισό του εμβαδού $ΑΒΓΔ$.

(Μονάδες 11)

γ) Να βρείτε την πλευρά α του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$ αν για $x = 1$, το εμβαδόν του $ΕΖΗΘ$ είναι τα δύο τρίτα του εμβαδού του $ΑΒΓΔ$, δηλαδή: $(ΕΖΗΘ) = \frac{2}{3}(ΑΒΓΔ)$.

(Μονάδες 8)

(Δίνεται $\sqrt{3} \approx 1{,}73$)

14123. (Θέμα 4ο)

Δίνεται το τριώνυμο $f(x)=x^2-\alpha x-(\alpha+1)$, $x \in R$, με παράμετρο $\alpha \in R$.

α) Για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου α να βρείτε το πλήθος των ριζών του τριωνύμου.

(Μονάδες 7)

β) Αν είναι $\alpha > -2$, τότε:

(i) Να αποδείξετε ότι οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι αριθμοί -1 και $\alpha+1$.

(Μονάδες 4)

(ii) Να βρείτε την τιμή του α για την οποία το μήκος του διαστήματος λύσεων της ανίσωσης $x^2-\alpha x-(\alpha+1) \leq 0$ είναι ίσο με 2024.

(Μονάδες 7)

(iii) Να βρείτε το πρόσημο του $f\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.

(Μονάδες 7)

14615. (Θέμα 4ο)

Δίνεται η εξίσωση $x^2-2\cdot\lambda\cdot x+\lambda^2-1=0$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να εξηγήσετε γιατί η εξίσωση έχει 2 λύσεις πραγματικές και άνισες

β) Να λύσετε την εξίσωση

γ) Έστω ρ_1, ρ_2 οι ρίζες της εξίσωσης με $\rho_1 < \rho_2$. Να βρείτε για ποιές τιμές της παραμέτρου λ , η απόσταση των αριθμών $\rho_2, -\rho_1$ είναι τουλάχιστον 8

δ) Θεωρούμε ένα αριθμό κ, τέτοιον ώστε $\rho_1 < \kappa < \rho_2$. Να βρείτε με απόδειξη το πρόσημο του αριθμού: $\kappa^2-2\lambda\kappa+\lambda^2-1$

14963. (Θέμα 4ο)

Δίνεται η εξίσωση $|x-4|-|x-2|=2$.

α) Να διατυπώσετε γεωμετρικά το ζητούμενο της παραπάνω εξίσωσης.

(Μονάδες 8)

β) Να αιτιολογήσετε γεωμετρικά ότι οι λύσεις της παραπάνω εξίσωσης είναι όλοι οι πραγματικοί αριθμοί που ανήκουν στο και μόνο αυτοί.

(Μονάδες 8)

γ) Αν για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει ότι $|x-4|-|x-2|=2$, τότε να δείξετε ότι $x^2-6x+8\geq 0$.

(Μονάδες 9)

32682. (Θέμα 4ο)

α)

iii. Να βρείτε τις ρίζες του τριωνύμου $x^2+9x+18$.

(Μονάδες 4)

iv. Να λύσετε την εξίσωση $|x+3|+|x^2+9x+18|=0$.

(Μονάδες 7)

β)

i. Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $x^2+9x+18$, για τις διάφορες τιμές του αριθμού x.

(Μονάδες 7)

ii. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει:

$$|x^2+9x+18|=-x^2-9x-18.$$

(Μονάδες 7)

33698. (Θέμα 4ο)

Δίνεται το τριώνυμο $f(x)=x^2-6x+\lambda-3$, με $\lambda\in R$.

α) Να υπολογίσετε την διακρίνουσα Δ του τριωνύμου.

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες το τριώνυμο έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες.

(Μονάδες 7)

γ) Αν $3<\lambda<12$ τότε:

iii. Να δείξετε ότι το τριώνυμο έχει δύο άνισες θετικές ρίζες.

(Μονάδες 6)

iv. Αν x_1, x_2 με $x_1<x_2$ είναι οι δύο ρίζες του τριωνύμου και κ, μ είναι δύο αριθμοί με $\kappa<0$ και $x_1<\mu<x_2$, να προσδιορίσετε το πρόσημο του γινομένου $\kappa\cdot f(\kappa)\cdot\mu\cdot f(\mu)$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

(Μονάδες 7)

33892. (Θέμα 4ο)

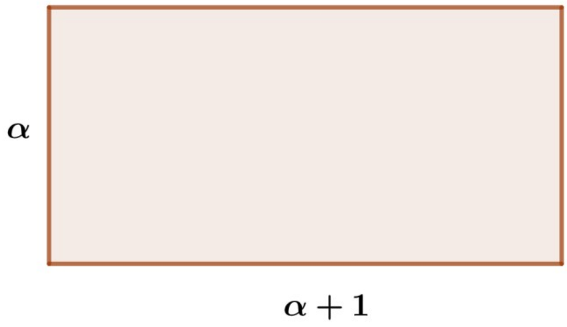
α) Να λύσετε την ανίσωση $x^2+x-6<0$.

(Μονάδες 8)

β) Να λύσετε την ανίσωση $\left|x-\frac{1}{2}\right|>1$.

(Μονάδες 5)

γ) Δίνεται το παρακάτω ορθογώνιο με πλευρές α και $\alpha+1$.



Ο αριθμός α ικανοποιεί τη σχέση $\left|\alpha-\frac{1}{2}\right|>1$. Αν για τον εμβαδόν E του ορθογωνίου ισχύει $E<6$, τότε:

i. Να δείξετε ότι $\frac{3}{2}<\alpha<2$.

(Μονάδες 7)

ii. Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών κυμαίνεται η περίμετρος του ορθογωνίου.

(Μονάδες 5)

34319. (Θέμα 4ο)

Θεωρούμε το τριώνυμο $f(x)=3x^2+\kappa x-4$, με παράμετρο $\kappa \in R$.

α) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή του κ, το τριώνυμο έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

(Μονάδες 10)

β) Οι ρίζες του τριωνύμου είναι ομόσημες ή ετερόσημες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

γ) Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου και α, β είναι δύο πραγματικοί αριθμοί τέτοιοι ώστε να ισχύει:

$$\alpha < x_1 < x_2 < \beta,$$

να προσδιορίσετε το πρόσημο του γινομένου $\alpha \cdot f(\alpha) \cdot \beta \cdot f(\beta)$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

34323. (Θέμα 4ο)

Δίνεται το τριώνυμο

$$f(x) = x^2 - x + (\lambda - \lambda^2), \lambda \in R.$$

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in R$.

(Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του λ το τριώνυμο έχει δύο ίσες ρίζες;

(Μονάδες 6)

γ) Αν $\lambda \neq \frac{1}{2}$ και x_1, x_2 οι ρίζες του παραπάνω τριωνύμου με $x_1 < x_2$, τότε:

i. να αποδείξετε ότι $x_1 < \frac{x_1 + x_2}{2} < x_2$,

(Μονάδες 4)

ii. να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου και να διατάξετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς:

$$f(x_2), f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right), f(x_2 + 1).$$

(Μονάδες 5)

34325. (Θέμα 4ο)

Δίνεται η εξίσωση:

$$x^2 - x + \lambda - \lambda^2 = 0, \text{ με παράμετρο } \lambda \in R. \qquad (1)$$

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης και να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in R$.

(Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του λ η εξίσωση (1) έχει δύο άνισες ρίζες;

(Μονάδες 6)

γ) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης (1), να βρείτε για ποιες τιμές του λ ισχύει $0<d\left(x_1, x_2\right)<2$.

(Μονάδες 9)

34186. (Θέμα 4ο)

Οι πλευρές x_1 και x_2 ενός ορθογωνίου είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2-2x+\lambda(2-\lambda)=0$, με $\lambda \in (0,2)$.

α) Να βρείτε

i. την περίμετρο Π του ορθογωνίου.

(Μονάδες 6)

ii. το εμβαδόν E του ορθογωνίου ως συνάρτηση του λ.

(Μονάδες 6)

β) Να δείξετε ότι $E \leq 1$, για κάθε $\lambda \in (0,2)$.

(Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in (0,2)$ για την οποία το εμβαδόν E του ορθογωνίου γίνεται μέγιστο, δηλαδή ίσο με 1. Τι μπορείτε να πείτε τότε για το ορθογώνιο;

(Μονάδες 6)

36669. (Θέμα 4ο)

Δίνονται οι ανισώσεις: $2 \leq |x| \leq 3$ και $x^2-4x<0$.

α) Να βρείτε τις λύσεις τους.

(Μονάδες 10)

β) Να δείξετε ότι οι ανισώσεις συναληθεύουν για $x \in [2,3]$.

(Μονάδες 5)

γ) Αν οι αριθμοί ρ_1 και ρ_2 ανήκουν στο σύνολο των κοινών λύσεων των δυο ανισώσεων, να δείξετε ότι και ο αριθμός $\dfrac{\rho_1+\rho_2}{2}$ είναι κοινή τους λύση.

(Μονάδες 10)

36678. (Θέμα 4ο)

α) Να λύσετε την ανίσωση στο σύνολο των πραγματικών αριθμών.

(Μονάδες 8)

β) Δίνεται ένας πραγματικός αριθμός με .

i) Να βάλετε στη σειρά, από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο, τους αριθμούς:

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας με τη βοήθεια και του ερωτήματος α).

(Μονάδες 10)

ii) Να αποδείξετε ότι ισχύει η ανισότητα

(Μονάδες 7)

- **Αποδεικτικές ασκήσεις**

6.6. α) Αν α > 2, να αποδείξετε ότι: $3\cdot(\alpha-3)>\alpha-5$

β) Αν α < - 3 , να αποδείξετε ότι: $6\cdot(\alpha+1)<-3\cdot(1-a)$

6.7. Να αποδείξετε ότι:

α) $2\cdot(x-1)^2\geq(x+1)^2-8$ β) $5\cdot(x^2+y^2)\geq(x+2\cdot y)^2$ γ) $\frac{x}{2}\geq2-\frac{(x-5)^2}{8}$

6.8. Αν α + β = 4, τότε να αποδείξετε ότι:

α) $2\cdot\alpha\cdot\beta\leq4$ β) $\alpha^2+\beta^2\geq8$

-