

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΟ 3ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

Όνομα:

Βαθμός:

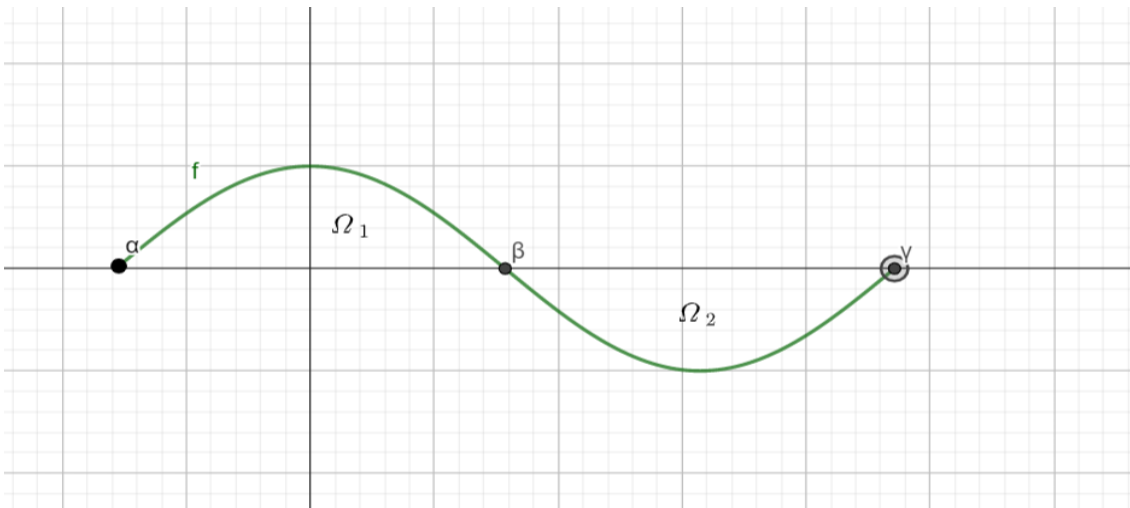
ΘΕΜΑ Α (/25Μ)

A1. Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και η G είναι αρχική της f τότε ισχύει: $\int_{\alpha}^{\beta} f(t) dt = G(\beta) - G(\alpha)$

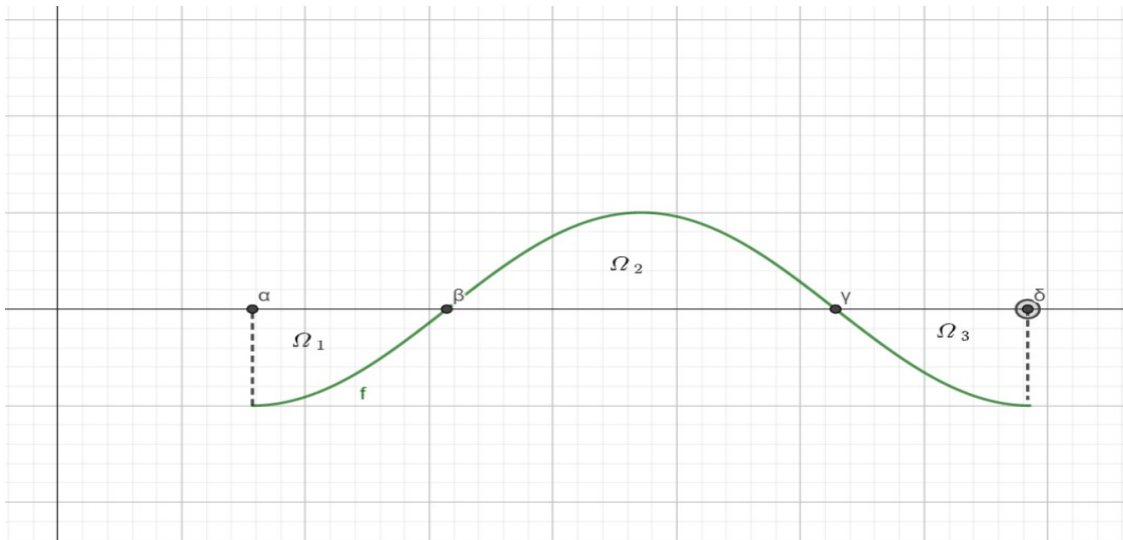
(15 Μονάδες)

A2. Να σημειώσετε το Σ (Σωστό) ή Λ (Λάθος) στα παρακάτω:

- i. Αν η F είναι αρχική της συνεχούς συνάρτησης f και α στο πεδίο ορισμού της, τότε $\left(\int_{\alpha}^x f(x) dx\right)' = F(x)$
- ii. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα Δ και $\alpha, \beta, \gamma \in \Delta$, τότε ισχύει:
- $$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x) dx + \int_{\gamma}^{\delta} f(x) dx$$
- iii. Αν f, g, g' συνεχείς συναρτήσεις στο διάστημα $[\alpha, \beta]$, τότε: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) \cdot g'(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \cdot \int_{\alpha}^{\beta} g'(x) dx$
- iv. Το εμβαδόν του χωρίου Ω_1 και Ω_2 στο παρακάτω σχήμα είναι ίσο με: $\int_{\alpha}^{\beta} |f(x)| dx$



- v. Αν f η συνάρτηση που η γραφική παράστασή της φαίνεται στην παρακάτω εικόνα και αν $E(\Omega_1) = E(\Omega_3) = 2$ και $E(\Omega_2) = 4$, τότε το: $\int_{\alpha}^{\delta} f(x) dx = 0$



(2MX5=10 Μονάδες)

ΘΕΜΑ Β (/25Μ)

Να υπολογίσετε τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$\mathbf{B1.} \int_0^1 \frac{\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x}{e^x} dx \quad (12 \text{ Μονάδες}) \quad \mathbf{B2.} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{12}} \frac{1}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x \cdot \ln(\epsilon\phi x)} dx \quad (13 \text{ Μονάδες})$$

ΘΕΜΑ Γ (/25Μ)

Γ1. Αν $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχής συνάρτηση με $\int_2^x f(t) dt \geq x^2 - 4$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να βρεθεί η τιμή της f στο $x_0 = 2$

(12,5 Μονάδες)

Γ2. Αν η f είναι συνεχής στο $[0,1]$ και $\int_0^1 f(t) dt < 1$ και $0 < f(x) < 1$, για κάθε $x \in [0,1]$. Να αποδείξετε ότι η

$$\text{εξίσωση } 1 + \int_0^x f(t) dt = 2x \text{ έχει μοναδική ρίζα στο } (0,1)$$

(12,5 Μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ (/25Μ)

Δ1. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που σχηματίζει η C_f της συνάρτησης $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - x - 1}{x + 2}$ με τον άξονα $x'x$

(12,5 Μονάδες)

Δ2. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που σχηματίζει η C_g της συνάρτησης $g(x)=e^{2(x-1)}-(e^2+1)\cdot e^{x-2}+1$ με τον άξονα $x'x$

(12,5 Μονάδες)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες και 30 λεπτά

