ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Β΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19/11/2023
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: 2
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:……………………………………………………

Θέμα Α (5Μ)

Α1. Να δώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$. (0.5Μ)

Α2. α) Να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha}^2 = |\vec{\alpha}|^2$. (1Μ)

β) Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$, να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$. (1Μ)

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ). (2.5Μ)

1. $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} - |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| = 0$
2. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$, τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = x_1 y_1 + x_2 y_2$
3. Αν $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ και $M(x, y)$ το μέσον του ΑΒ τότε $x_1 + x_2 = 2x$ και $y_1 + y_2 = 2y$
4. Αν $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ τότε $(AB) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$
5. Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$, τότε $\vec{\alpha} \| x'x \Leftrightarrow y = 0$

Θέμα Β (3Μ)

Σε καρτεσιανό επίπεδο Oxy δίνονται τα σημεία Α(2,4), Β(11,5), Γ(3,7) και ένα σημείο Δ, ώστε το $\vec{A\Delta}$ να είναι ίσο με το άθροισμα των $\vec{AB}$ και $\vec{A\Gamma}$. Να υπολογίσεις τις συντεταγμένες:

Β1. των διανυσμάτων $\vec{AB}, \vec{A\Gamma}$ (1Μ)

Β2. του διανύσματος $\vec{A\Delta}$ (1Μ)

Β3. του σημείου Δ. (1Μ)

Θέμα Γ (4Μ)

Έστω τρία σημεία του επιπέδου Α(1,2), Β(κ,0), Γ(0,-κ). Αν ισχύει ότι: $|\vec{AB} + 2 \cdot \vec{B\Gamma}| = |\vec{A\Gamma}|$

Γ1. Να βρείτε την τιμή του αριθμού κ (2Μ)

Γ2. Για $\kappa = -\frac{3}{2}$, να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ δεν είναι συνευθειακά (1Μ)

Γ3. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι σκαληνό (δηλαδή όλες οι πλευρές είναι άνισες) (1Μ)

Θέμα Δ (4Μ)

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Δ, Ε σημεία εσωτερικά των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα τέτοια ώστε $\vec{AB} = \kappa \cdot \vec{A\Delta}$ και $\vec{A\Gamma} = \lambda \cdot \vec{AE}$, όπου κ και λ θετικοί πραγματικοί αριθμοί. Αν $\vec{AB} = \vec{\alpha}$ και $\vec{A\Gamma} = \vec{\beta}$, τότε:

Δ1. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\vec{\Delta E}$ και $\vec{B\Gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. (2Μ)

Δ2. Αν κ=λ, να αποδείξετε ότι $\vec{B\Gamma} \| \vec{\Delta E}$ και $|\vec{B\Gamma}| = \kappa \cdot |\vec{\Delta E}|$. (1Μ)

Δ3. Αν κ=λ=2, να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα διανύσματα $\vec{\Delta E}$ και $\vec{B\Gamma}$ να διατυπώσετε λεκτικά ποιό γνωστό θεώρημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας έχει αποδειχθεί (1Μ)

Θέμα Ε (4Μ)

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(x+1,2),\vec{\beta}=(x,2x+1),x\in R$.

Ε1. Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ δεν είναι συγγραμμικά, για κάθε $x\in R$. (1Μ)

Ε2. Για x= -3, να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το $\vec{\alpha}$ με τον άξονα x'x. (Δίνεται ότι εφ(135°) = -1) (1Μ)

Ε3. Για x=-1, να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma}=3\vec{i}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha},\vec{\beta}$. (1Μ)

Ε4. Για x=-2, να βρείτε ένα διάνυσμα αντίρροπο του $\vec{\alpha}$ και να έχει μέτρο $\sqrt{10}$. (1Μ)

ΕΥΧΟΜΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ