Κριτήριο Αξιολόγησης Μαθηματικά Γ' Λυκείου
Διδακτική ενότητα: Όριο- Συνέχεια συνάρτησης

Επώνυμο:
Όνομα:
Ημερομηνία:

Θέμα 1ο (25 μονάδες)

Α. Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το θεώρημα ενδιαμέσων τιμών
Β. Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής
Γ. Σε καθεμία από τις παρακάτω ερωτήσεις να σημειώσετε Σ (Σωστό), Λ(Λάθος).

i. Μια συνάρτηση f έχει όριο στο σημείο x_o, έναν πραγματικό αριθμό λ. Αναγκαστικά το x_o ανήκει στο πεδίο ορισμού της.

ii. Αν $\lim_{x\to x_o}(f(x)+g(x))=\lambda$, τότε οι συναρτήσεις f, g έχουν πάντοτε όριο στο x_o.

iii. Ισχύει ότι: $\lim_{x\to+\infty} x\cdot\frac{\eta\mu x}{x}=1$

iv. Ισχύει ότι: $\lim_{x\to+\infty}\frac{\eta\mu x}{x}=1$

v. Αν $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x+1)}{f(x)}=2$ τότε $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x+2)}{f(x)}=4$

vi. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g δεν είναι συνεχής στο x_0, τότε η συνάρτηση f+g δεν είναι συνεχής στο x_0

vii. Αν μια συνάρτηση f: R → R είναι συνεχής στο διάστημα [α,β] τότε είναι συνεχής και στο διάστημα (α,β)

viii. Αν μια συνάρτηση f: R → R είναι συνεχής στο διάστημα [α,β] τότε είναι συνεχής στο x_0 = α

Θέμα 2ο (25 μονάδες)

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια για τις διάφορες τιμές των πραγματικών αριθμών α,λ,κ,μ.

Α. $\lim_{x\to+\infty}\frac{(k-2)x^2+(k+1)x+1}{kx^2+1}$

Β. $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}-\lambda x-\mu\right)$

Γ. $\lim_{x\to+\infty}\frac{\alpha^x+2^{x+1}}{\alpha^{x+1}+2^x}$, αν α>0

Θέμα 3ο (25 μονάδες)

Έστω οι συναρτήσεις f,g: R → R για τις οποίες ισχύει: $f(g(x))=x^3+x+1+g(x)$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$.
α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $x^3+x+1=0$ έχει μοναδική λύση.
β. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση g αντιστρέφεται.
γ. Να αποδείξετε ότι υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0\in\mathbb{R}$, τέτοιο ώστε: $f(x_0)=x_0$.

Θέμα 4º (25 μονάδες)

Έστω η συνάρτηση $f(x)=x+e^x+1$.

1. Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται
2. Να λύσετε την εξίσωση $e^x=1-x$
3. Να λύσετε την ανίσωση $f^{-1}(f(x)-x+1)>1$
4. Θεωρούμε τη συνεχή και γνησίως μονότονη συνάρτηση $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ η οποία για κάθε $x\in\mathbb{R}$ ικανοποιεί τη σχέση $g(x)+e^{g(x)}=2x+1$. Να αποδείξετε ότι:

   α) γ g είναι γνησίως αύξουσα

   β) η C_g διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
5. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $(gog)(x)-g(1-x^{2012})=0$, έχει μία τουλάχιστον λύση στο διάστημα (0,1).