Ανάλυση: Κεφάλαιο 2ο

1.α) Αν η f είναι συνεχής στο [α,β] και $f(a)\neq f(\beta)$, να δείξετε ότι για κάθε αριθμό η ανάμεσα στα f(α) και f(β) υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_o\in(\alpha,\beta)$ ώστε $f(x_o)=\eta$.

β) Να σημειώσετε Σ (Σωστό) ή Λ (Λάθος) στις παρακάτω προτάσεις:

i. Αν f: R → R είναι συνεχής και ισχύει : $2\cdot[f(0)]^2+[f(1)]^2+1\leq 2\cdot f(0)\cdot[1-f(1)]$, τότε η εξίσωση f(x) = 0, έχει τουλάχιστον μία ρίζα στο (0,1).

ii. Αν f: R → R είναι συνεχής στο R^* και αν ισχύει:

$\sqrt{x^2+x+1}\leq 1+x\cdot f(x)\leq x^3\cdot \sigma\upsilon\nu(\frac{1}{x^3})+\frac{x}{2}+1$, τότε $\lim_{x\to 0} f(x)=\frac{1}{2}$

2.α) Να βρεθούν τα α, β, γ στους πραγματικούς αριθμούς, ώστε η f με $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\alpha\cdot x+4}{x^2-1} & , x<1\\ \dfrac{\beta\cdot x^2+\gamma\cdot x+3}{x-1} & , x>1\end{cases}$

να έχει όριο ένα πραγματικό αριθμό στο $x_o=1$.

β) Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός α ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο [0,π] , όπου

$$f(x)=\begin{cases} e^{7\cdot x} & ,x\in[0,1]\\ \alpha\cdot\dfrac{\eta\mu(x-1)}{x^2-7x+6} & ,x\in(1,\pi]\end{cases}$$

3.α) Να βρεθεί το όριο: $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt[4]{x^4+1}-x)$

β) Αν $f(x)=x^3+\alpha\cdot x-1,\alpha>0$, να δειχθεί ότι η f έχει ένα μόνο $x_o\in(0,1)$, ώστε $f(x_o)=0$. Μετά να βρεθεί το σύνολο τιμών f(A), αν A = [0,1].

4) Αν f(x) = lnx + ln(x+1) – ln2 και $g(x)=\ln[\frac{x\cdot(x+1)}{2}]$

α) Να εξετασθεί αν f=g και αν όχι, τότε να βρεθεί το ευρύτερο υποσύνολο του R ώστε f = g

β) Να βρεθούν τα όρια της f στα άκρα του πεδίου ορισμού της

γ) Να βρεθεί αν υπάρχει η f^{-1}

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ