SISTEMI LINEARI

Esercizio 1 Risolvere i seguenti sistemi lineari a coefficienti reali.

a) $$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

b) $$\begin{cases} x + y - 2z + t = 1 \\ 3x + 2y - z + 6t = 4 \\ y - z + t = 0 \\ 3z + 4t = 3 \end{cases} \qquad x, y, z, t \in \mathbb{R}.$$

c) $$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 + 6x_3 + x_4 = 6 \\ 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases} \qquad x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}.$$

d) $$\begin{cases} 3x + y + z = 1 \\ -5x + y - z = 1 \\ x + 3y + z = 0 \end{cases} \qquad x, y, z \in \mathbb{R}.$$

e) $$\begin{cases} 3x + y + z + w = 0 \\ z + w = 0 \\ -3x - y = 0 \\ 6x + 2y + 3z + 3w = 0 \end{cases} \qquad x, y, z, w \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 2. Risolvere, al variare del parametro reale a, il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z :

$$\begin{cases} ax + y + 3z = 1 \\ (a+1)x + 4y + (a+3)z = 2 \\ (a-1)x + (1-a)y = 0 \end{cases}$$

Esercizio 3. Discutere il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z al variare del parametro reale k :

$$\begin{cases} x + y + z = 2k \\ 2x + kz = 0 \\ 2x + ky - 4z = 0 \end{cases}$$

Determinare le soluzioni del sistema nei casi in cui sono infinite.

Esercizio 4. Risolvere, al variare del parametro reale b, il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z :

$$\begin{cases} x + by = 2 \\ (b+1)x + 2y + (b+2)z = -2 \\ x + by + (b+2)z = 2 \end{cases}$$

Esercizio 5. Risolvere, al variare del parametro reale h, il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z :

$$\begin{cases} hx + z = 1 \\ x + z = 1 \\ 3x + (h+1)z = h + 3 \\ 3x + y + z = 3 \end{cases}$$

ALCUNE SOLUZIONI

Esercizio 1

a) $\mathrm{Sol}(S) = \{\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)\}$.

b) $\mathrm{Sol}(S) = \{\left(-1, -\frac{17}{4}, -2, \frac{9}{4}\right)\}$.

c) $\mathrm{Sol}(S) = \{\left(1 + \frac{1}{2}\alpha, 1 + \frac{3}{2}\alpha, 1, \alpha\right) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$.

d) $\mathrm{Sol}(S) = \emptyset$.

e) $\mathrm{Sol}(S) = \{\left(-\frac{1}{3}\alpha, \alpha, -\beta, \beta\right) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$.