Foglio 2

Esercizi 2.6.1, 3.4.4, 3.4.8 del libro di testo.

Esercizio 1. Sia $\mathbb{R}_3[x] := \{p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d | a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$.
Consideriamo il suo sottoinsieme:

$$S = \left\{p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d | d = 0, ab = 0\right\}$$

a) Si stabilisca se S èun sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}_3[x]$.

b) Si stabilisca se esiste un sottospazio proprio T di $\mathbb{R}_3[x]$ contenente S.

Esercizio 2. Si stabilisca quali dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}_3[x]$ sono sottospazi vettoriali:

a) $A = \{p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d | \quad p(1) = 0\}$

b) $B = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] | \quad p(1) = 1\}$

c) $C = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] | \quad p(1) = p(0)\}$

d) $D = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] | \quad p(1) = p(0) + 1\}$

Esercizio 3. Si stabilisca per quali valori del parametro reale a il polinomio $x^2 + ax + 1$ appartiene al sottospazio $\langle ax^2 + ax + 1, ax^2 + x + a\rangle$.

Esercizio 4. Si stabilisca per quali valori del parametro reale k i seguenti vettori di $\mathrm{M}_2(\mathbb{R})$ sono linearmente indipendenti:
$A = \begin{pmatrix} -1 & k+1 \\ k & 0 \end{pmatrix}$, $\quad B = \begin{pmatrix} k & 0 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $\quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
Scelto uno dei valori di k trovati, si scriva un vettore come combinazione lineare degli altri.