Diagonalizzazione

Esercizio 1. Sia $T_k : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che

$$T(x_1, x_2, x_3) = (kx_1 + 2x_2 - x_3, 6x_3, x_2 - x_3)$$

e sia A_k la matrice associata a T_k rispetto alla base canonica in dominio e codominio.

a) Si stabilisca per quali valori di k si ha che T_k è diagonalizzabile.

b Si stabilisca per quali valori di k si ha che $-5\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$ è un autovettore di T_k

c) Si stabilisca se esistono valori di k tali che A_k sia simile alla matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2.
Sia $T_k : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che

$$T_k(\mathbf{e}_1) = -k\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_3, \quad T_k(\mathbf{e}_2) = 3\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \quad T_k(\mathbf{e}_3) = 2\mathbf{e}_3$$

e sia A_k la matrice associata a T_k rispetto alla base canonica in dominio e codominio.alla base canonica.

a) Si stabilisca per quali valori di k si ha che T_k è diagonalizzabile.

b Si stabilisca per quali valori di k si ha che $\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + \frac{5}{4}\mathbf{e}_3$ è un autovettore di T_k.

c) Si stabilisca se esistono valori di k tali che A_k sia simile alla matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

e) Se una matrice B ha lo stesso polinomio caratteristico di A_k è vero che B è necessariamente simile ad A_k?

Esercizio 3. Sia $T_k : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare con associata la seguente matrice A_k rispetto alla base canonica.

$$A_k = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 5 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$$

a) Si stabilisca per quali valori di k si ha che T_k è diagonalizzabile.

b) Si stabilisca per quali valori di k si ha che $\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_3$ è un autovettore di T_k

Esercizio 4. Svolgere il seguente esercizio:
Esercizio 3 dell'appello dell'8 giugno 2018, considerando b=1.