

CORSO DI OTTIMIZZAZIONE COMBINATORIA
 PROVA SCRITTA DEL 18 DICEMBRE 2023
 Tempo a disposizione: ore 1:45.

Si ricorda che:

- Per quanto possibile, occorre scrivere in bella calligrafia (il testo illeggibile non verrà preso in considerazione).
- Su tutti i fogli che vi abbiamo consegnato occorre riportare cognome, nome e numero di matricola.
- Occorre riportare in modo chiaro tutti i passi che portano alla determinazione del risultato.
- Il numero dell'esercizio che si sta svolgendo va sempre riportato in modo chiaro.
- Non è consentita la consultazione di appunti, libri, etc.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici, telefoni cellulari, etc.
- Non è concesso chiedere alcunché ai docenti e agli altri studenti.
- Occorre consegnare anche la brutta copia ai docenti.

Esercizio 1. (Punti 9)

Un'azienda ha ricevuto il CV di n neolaureati in informatica e deve decidere quanti e quali di tali candidati assumere. Ciascun candidato i ha segnalato lo stipendio netto desiderato, da cui si può facilmente dedurre il relativo costo annuo per l'azienda, che è di c_i Euro. Inoltre, ciascun candidato i ha segnalato il sottoinsieme $S_i \subseteq \{1, \dots, m\}$ delle skills che pensa di avere sviluppato durante il suo corso di studi. Si aiuti l'azienda a decidere come procedere, sapendo che il costo annuo complessivo dei nuovi assunti deve essere minimizzato e che, per ogni skill j , occorre che tra i nuovi assunti ci siano almeno g_j dipendenti con la skill j .

Esercizio 2. (Punti 6)

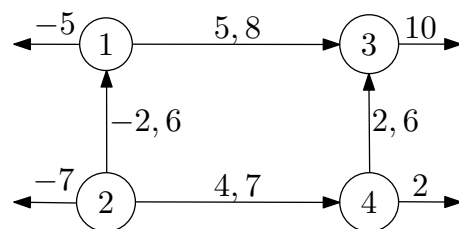
Si risolva il seguente problema di programmazione lineare attraverso l'algoritmo del simplesso. Si parta dalla base ammissibile corrispondente ai vincoli della colonna di sinistra.

$$\min x$$

$$\begin{array}{ll} x \leq 2 & y + 1 \geq 0 \\ y + 2 \geq x & y + 2x + 1 \geq 0 \end{array}$$

Esercizio 3. (Punti 10)

Si risolva il seguente problema di flusso di costo minimo tramite l'algoritmo basato sulla cancellazione di cicli. Si indichino in modo preciso il valore ottimo e la soluzione ottima.



Esercizio 4. (Punti 5)

Si consideri la seguente variazione sul tema del Problema 1. Si supponga che l'azienda conosca, grazie ad un test attitudinale, l'insieme $V_i \subseteq S_i$ delle skills che il candidato i effettivamente possiede. A questo punto l'azienda vuole minimizzare la quantità totale di skills che i candidati assunti dichiarano di avere, ma che in realtà non hanno. Non è più interessante, di conseguenza, minimizzare il costo totale annuo, che però deve rimanere al di sotto di un limite pari a t Euro.

ESERCIZIO 1

PARAMETRI (ciò che ci viene dato)

n candidati

C_i stipendio richiesto dal candidato i

m skill

$S_i \subseteq \{1 \dots m\}$ sottoinsieme di skill dichiarate dal candidato i

PRE-PROCESSING DEI PARAMETRI

$S_i \rightsquigarrow S_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } j \in S_i \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ **N.B.** NON è una variabile
NON scegliamo noi S_{ij}

VARIABILI (ciò che decidiamo noi)

$x_i \in \{0, 1\} = \begin{cases} 1 & \text{se assumiamo il cond. } i \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$
 $i \in \{1 \dots n\}$

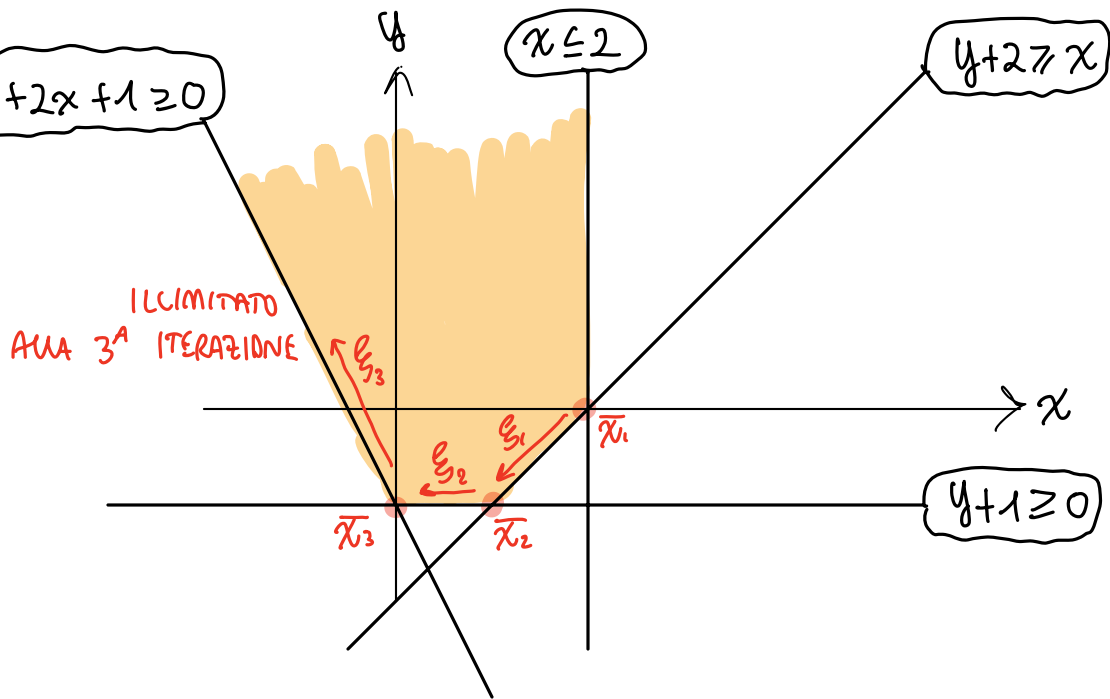
FUNZIONE OBIETTIVO

$$\text{MIN } \sum_{i=1}^n x_i C_i$$

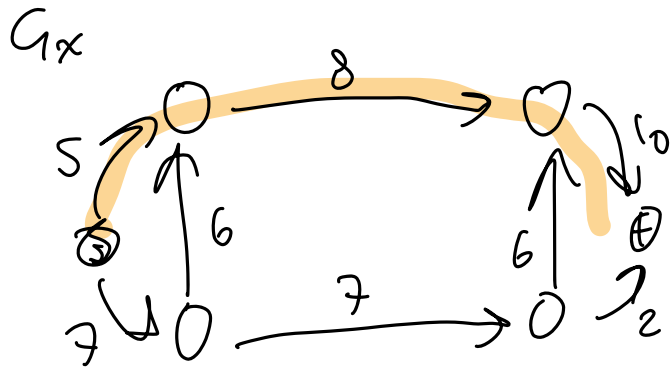
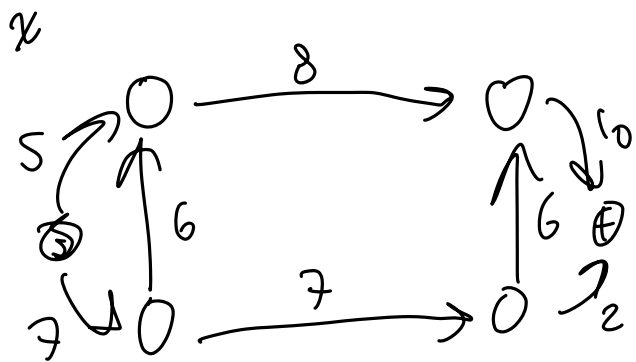
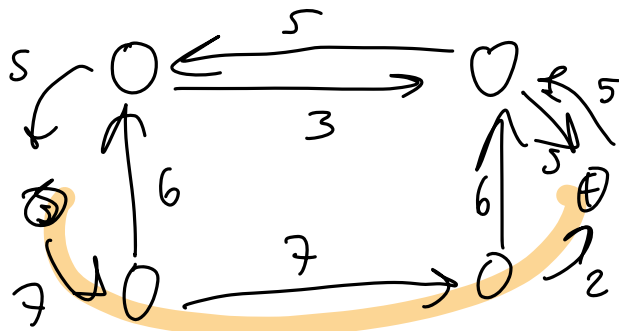
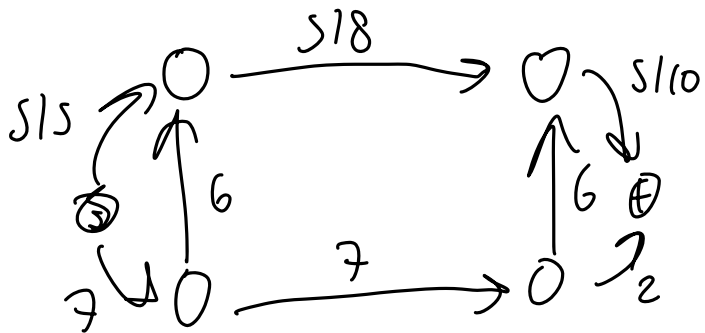
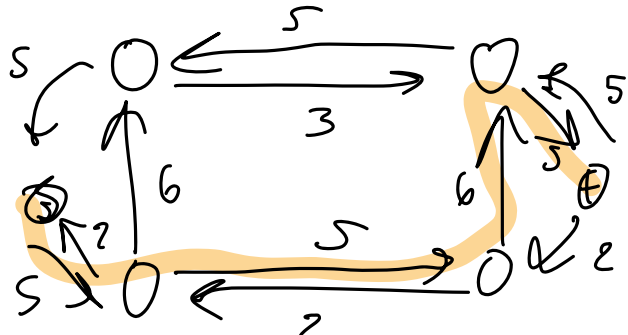
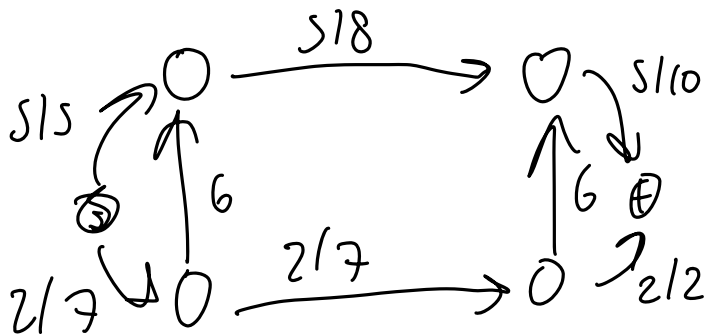
VINCOLI

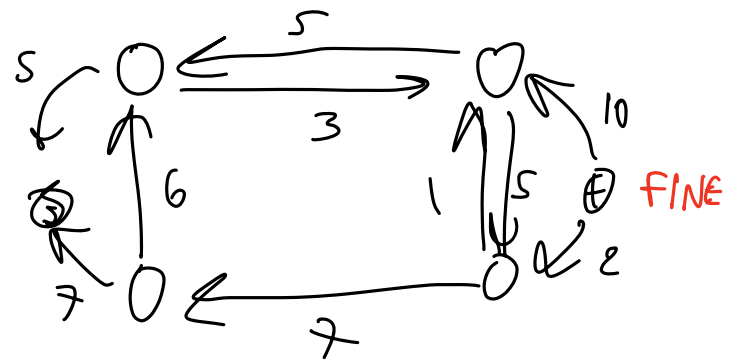
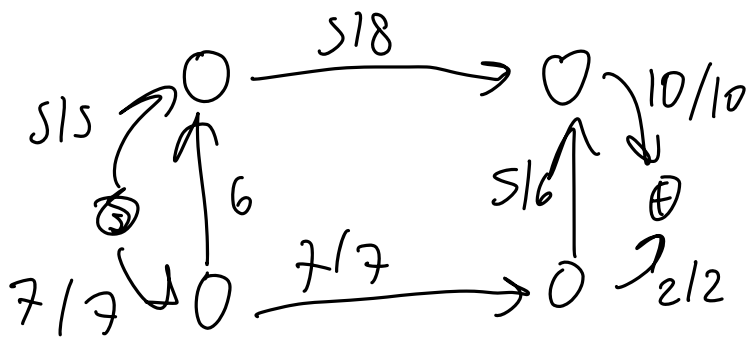
$$\sum_{i=1}^n x_i S_{ij} \geq g_j \quad \text{per ogni } j \in \{1 \dots m\}$$

ESERCIZIO 2



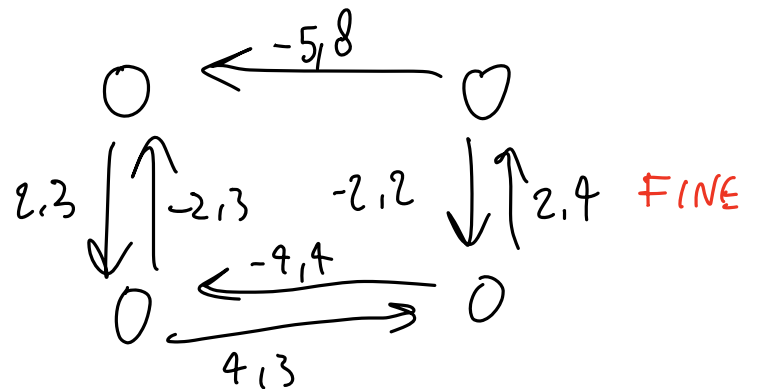
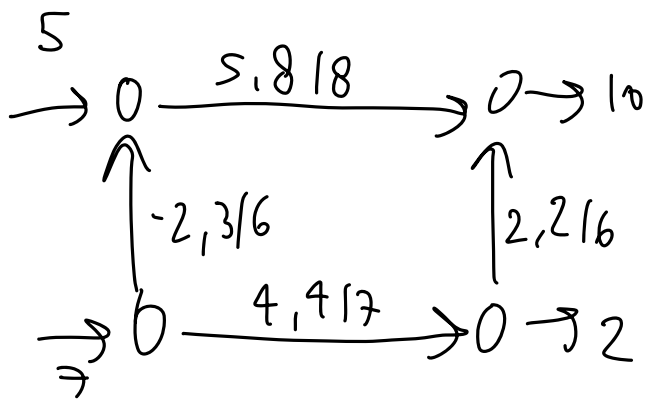
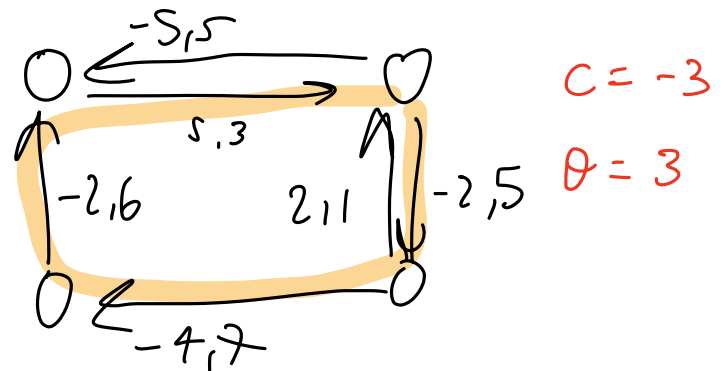
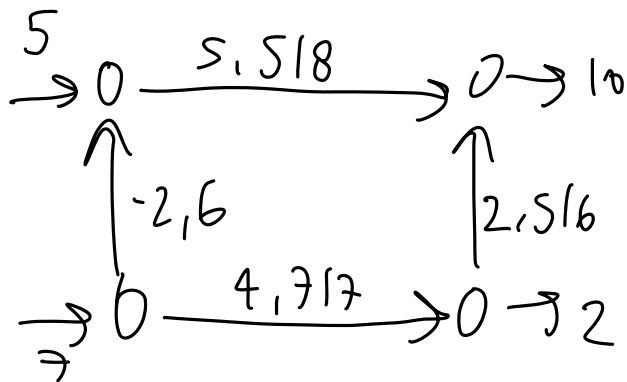
ESERCIZIO 3 Flusso Ammissibile con EK


$$\theta = 5$$
 $\theta = 2$ 
$$g=5$$



RIPORTIAMO IL FLUSSO OTTENUTO NELLA RETE ORIGINALE

APPLICHIAMO CANCELLAZIONE DEI CICLI



$$\begin{aligned} \text{COSTO OTTIMO} &= -2 \cdot 3 + 5 \cdot 8 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 4 \\ &= -6 + 40 + 4 + 16 = 54 \end{aligned}$$

ESERCIZIO 4

NUOVI PARAMETRI

$V_i \subseteq S_i$ sottoinsieme delle skill veramente possedute dal candidato i

PRE-PROCESSING

$V_i \rightsquigarrow v_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } j \in V_i \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ N.B. NON è una variabile

NUOVA FUNZIONE OBIETTIVO

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_i (S_{ij} - v_{ij})$$

NUOVI VINCOLI

$$\sum_{i=1}^n x_i c_i \leq t$$