Jorge A. Serrano

#121260

Assessment 7.1

MATH-1360-80

Prof. Milena Gomez

1. El radio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$ es (5 pts.)
   a) 0
   b) ∞
   c) -1
   d) 1
   e) Ninguno de los anteriores

1) opcion b. ∞

2. El radio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n!(x-5)^n}{4^n}$ (5 pts.)
   a) 0
   b) ∞
   c) -1
   d) 1
   e) Ninguno de los anteriores

2) opcion a. 0

3) opcion d.

3. Hallar una serie de potencias centrada en $c = -3$ para la función $f(x) = \frac{1}{2x-5}$

   a) $\sum_{n=0}^{\infty} -\frac{(3x)^n}{2^{n+1}}$

   b) $\sum_{n=0}^{\infty} -\frac{2^n(x-3)^n}{11^{n+1}}$

   c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2)^n(x+3)^n}{11^n}$

   d) $\sum_{n=0}^{\infty} -\frac{2^n(x+3)^n}{11^{n+1}}$

   e) ninguna de las anteriores

4) opción c. $(-2, 6]$

4) Para la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^{n+1}}{(n+1)4^{n+1}}$, halla el intervalo de convergencia.
   a) $(-2,6)$
   b) $[-2,6]$
   c) $(-2,6]$
   d) $[-2,6)$
   e) Ninguna de las anteriores

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$ $\quad A_n = \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{x^{n+2}}{(n+2)!}}{\frac{x^{n+1}}{(n+1)!}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{x^{n+2}(n+1)!}{\left|x^{n+1}(n+2)!\right|}$$

$$= \lim_{n\to\infty} |x| \frac{1}{n+2}$$

$$= |x| \left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+2}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+2} = 0$$

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = 0|x| < 1$$

$R = \infty$ opcion b

2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n!(x-5)^n}{4^n}$

$$a_n = \frac{(1)^n n!}{4^n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left| \frac{\frac{(-1)^n n!}{4n}}{\frac{(-1)^{n+1}(n+1)!}{4^{n+1}}} \right|$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left| \frac{(-1)n!\,4^{n+1}}{4^n (n+1)!} \right|$$

$$R = \lim_{n\to\infty} 4^{n+1-n} \quad \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{(n+1)n!}$$

$$R = 4 \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} = 4(0) = 0$$

$R = 0$ opcion a

3) $c = -3$ $\quad f(x) = \dfrac{1}{2x-5}$

$$= \frac{1}{2x+6-11} = \frac{1}{-11+2(x+3)} = \frac{1}{-11\left(1-\frac{2}{11}(x+3)\right)}$$

$$\frac{1}{1-\frac{2}{11}(x+3)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{11}(x+3)\right)^n$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n(x+3)^n}{11^n}$$

$$\frac{1}{-11\left(1-\frac{2}{11}(x+3)\right)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n(x+3)^n}{11^n} \times \left(-\frac{1}{11}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} -\frac{2^n(x+3)^n}{11^{n+1}}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} -\frac{2^n(x+3)^n}{11^{n+1}}$$

4) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^{n+1}}{(n+1)4^{n+1}}$ $\quad a_n = \dfrac{(x-2)^{n+1}}{(n+1)4^{n+1}}$ $\quad L = \lim_{n\to\infty} \left|\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\right|$

$$L = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{(x-2)^{n+2}}{(n+2)4^{n+2}} \cdot \frac{(n+1)4^{n+1}}{(x-2)^{n+1}} \right|$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left| \frac{(x-2)}{4} \cdot \frac{n+1}{n+2} \right|$$

$$L = \left|\frac{x-2}{4}\right|$$

$$\left|\frac{x-2}{4}\right| < 1$$

$$-1 < \frac{x-2}{4} < 1$$

$$-4 < x-2 < 4$$

$$-2 < x < 6$$

$x = -2$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-4)^{n+1}}{(n+1)4^{n+1}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$$

$x = 6$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^{n+1}}{(n+1)4^{n+1}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1}$$

$(-2, 6]$