Jorge A. Serrano   Assessment 7.1   MATH-1360-80

#121260   Prof. Milena Gomez

1. El radio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$ es (5 pts.)
   a) 0
   b) ∞
   c) -1
   d) 1
   e) Ninguno de los anteriores

1) opcion b. ∞

2. El radio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n!(x-5)^n}{4^n}$ (5 pts.)
   a) 0
   b) ∞
   c) -1
   d) 1
   e) Ninguno de los anteriores

2) opcion a. 0

3. Hallar una serie de potencias centrada en $c=-3$ para la función $f(x)=\frac{1}{2x-5}$

   a) $\sum_{n=0}^{\infty} -\frac{(3x)^n}{2^{n+1}}$

   b) $\sum_{n=0}^{\infty} -\frac{2^n(x-3)^n}{11^{n+1}}$

   c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2)^n(x+3)^n}{11^n}$

   d) $\sum_{n=0}^{\infty} -\frac{2^n(x+3)^n}{11^{n+1}}$

   e) ninguna de las anteriores

4) Para la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^{n+1}}{(n+1)4^{n+1}}$, halla el intervalo de convergencia.

   a) $(-2,6)$

   b) $[-2,6]$

   c) $(-2,6]$

   d) $[-2,6)$

   e) Ninguna de las anteriores

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$ $A_n = \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{x^{n+2}}{(n+2)!}}{\frac{x^{n+1}}{(n+1)!}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{x^{n+2}(n+1)!}{|x^{n+1}(n+2)!|}$$

$$= \lim_{n\to\infty} |x| \frac{1}{n+2}$$

$$= |x| \left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+2}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+2} = 0$$

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = 0|x| < 1$$

$R = \infty$ opcion b

2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n!(x-5)^n}{4^n}$

$$a_n = \frac{(1)^n n!}{4^n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left| \frac{\frac{(-1)^n n!}{4^n}}{\frac{(-1)^{n+1}(n+1)!}{4^{n+1}}} \right|$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left| \frac{(-1) n!\, 4^{n+1}}{4^n (n+1)!} \right|$$

$$R = \lim_{n\to\infty} 4^{n+1-n} \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{(n+1)n!}$$

$$P = 4 \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} = 4(0) = 0$$

$R = 0$ opcion a

3) $c = -3 \qquad f(x) = \dfrac{1}{2x-5}$

$n = 0 \rightarrow f(x) = \dfrac{1}{2x-5} \qquad f(-3) = -1/11$

$n = 1 \rightarrow f'(x) = -\dfrac{2}{(2x-5)^2} \qquad f(-3) = -2/11^2$

$n = 2 \rightarrow f''(x) = \dfrac{8}{(2x-5)^3} \qquad f(-3) = -8/11^3$

$n = 3 \rightarrow f'''(x) = -\dfrac{48}{(2x-5)^4} \qquad f(-3) = -48/11^4$

$$f^n(-3) = -\frac{n!\,2^n}{11^{n+1}}$$

$\downarrow$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{n!\,2^n}{11^{n+1}}\right)\left(1/n!\right)(3-3)^n = \left(-\frac{2^n}{11^{n+1}}\right)(x-3)^n$$