

作业 5

1. 习题四的4,19,23.
2. 假设 X 和 Y 独立, $X \sim G(p)$, $Y \sim G(q)$, 求下列值.
 - a) $E[\max(X, Y)]$. (至少用两种不同方法)
 - b) $E[X|X \leq Y]$.
3. 设 π 为 $[n] = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 的一个置换。若 $\pi(i) = i$, 则称 i 为置换 π 的一个不动点。从 $n!$ 个置换中任取一个置换, 求不动点个数的方差。
4. 不停地抛一枚均匀的骰子, 直至出现一双连续的6。求所抛次数的期望值。
5. 在我国股票市场, 每支正常的股票价格单日变动幅度控制在10%以内, 即每天的涨幅、跌幅均不超过10%。考虑这样的简单模型: 某只股票每天的股票以 p 的概率变成原来的 $r > 1$ 倍, 以 $q = 1 - p$ 的概率变成原来的 $1/r$ 倍。假定股票的初始价格为1元每股, 计算 d 天后股票价格的期望与方差。
6. 假设我们抛了 n 次一枚均匀硬币从而获得了 n 个随机比特。考虑这些比特可构成的 $n(n-1)/2$ 个比特对。对每一个比特对进行异或操作, 记结果为 $Y_i, i = 1, 2, \dots, n(n-1)/2$ 。定义 Y 为 $Y_i = 1$ 的个数。
 - a) 求 Y_i 的分布律。
 - b) 证明 $Y_i, i = 1, 2, \dots, n(n-1)/2$ 并不是相互独立。
 - c) 证明 $E(Y_i Y_j) = E(Y_i)E(Y_j)$ 。
 - d) 计算 $D(Y)$ 。
 - e) 为 $P(|Y - E(Y)| \geq n)$ 建立一个上界。