PONTOS NOTÁVEIS DOS TRIÂNGULOS

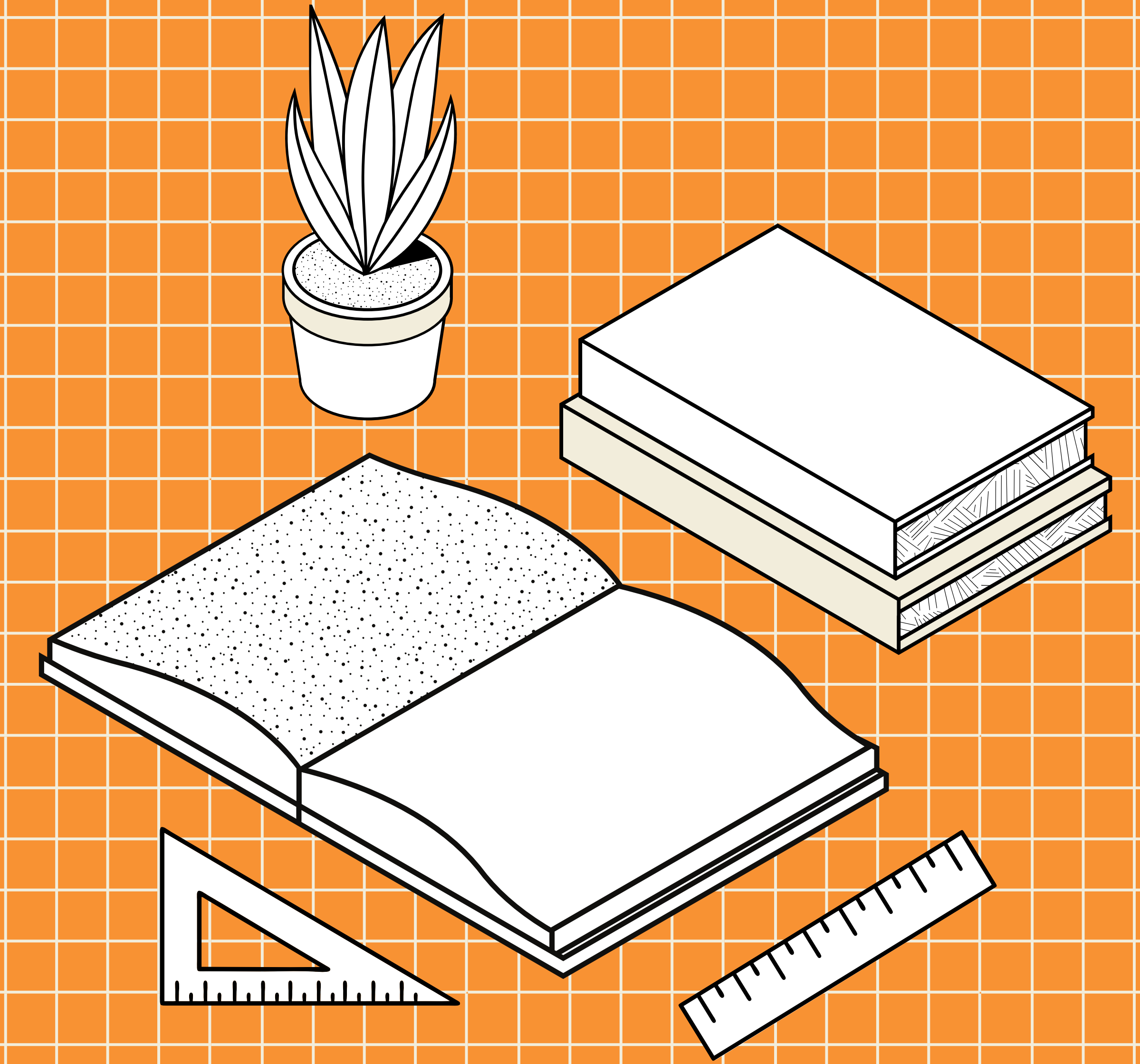
Alunos: Sara Vitória, Felipe Miotto, Henrique Holsback, Gianlucca Palma, Bernardo Fernandes e Yuri Pereira.

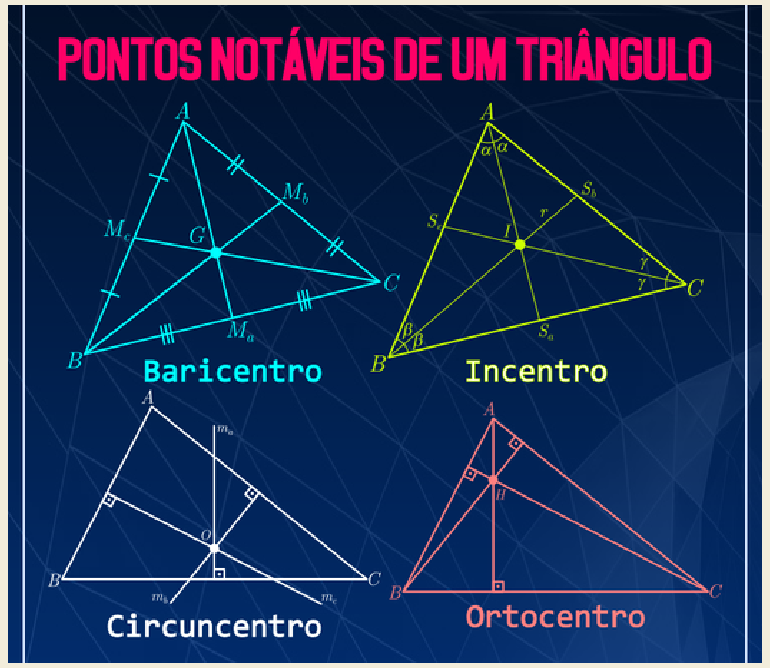
Turma: 229 B

O que são pontos notáveis?

Os pontos notáveis de um triângulo são elementos importantes na estrutura de formação e de caracterização dessa forma geométrica. Imagine você que um casal teve filhos trigêmeos idênticos e o que os diferencia é apenas a marca de nascença. Um deles tem sua marca na barriga, o outro, na perna; e o terceiro, no braço.

https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjA6de144X6AhWbq5UCHZaLCuQQFnoECAUQAw&url=https%3A%2F%2Fmundoeducacao.uol.com.br%2Fmatematica%2Fpontos-notaveis-triangulo.htm%23%3A~%3Atext%3DOs%2520pontos%2520not%25C3%25A1veis%2520de%2520um%2Ce%2520o%2520terceiro%252C%2520no%2520bra%25C3%25A7o.&usg=AOvVaw1AjCB0QdmyXwP4jvQ9YgKh



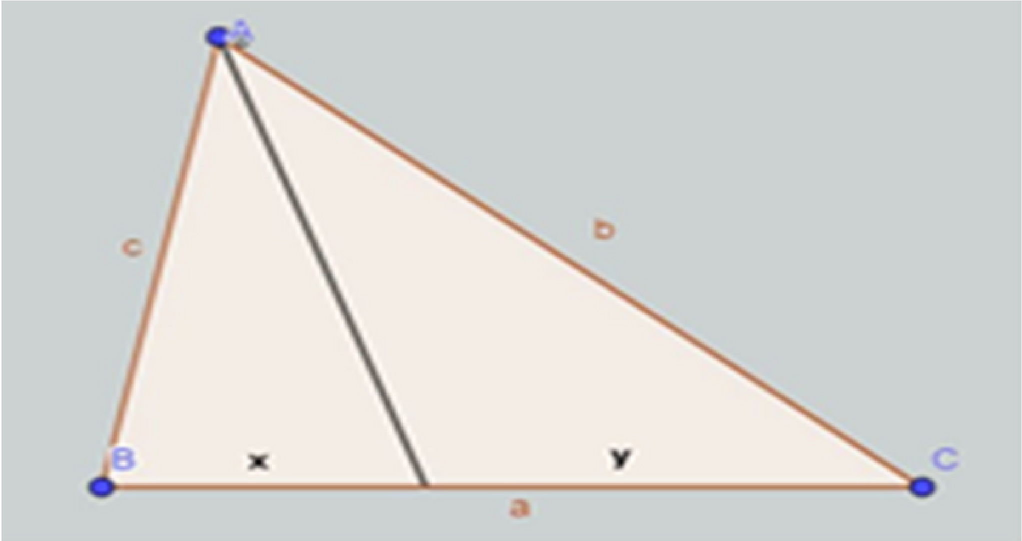


O QUE VOCÊ VAI APRENDER HOJE

- Ortocentro
- Baricentro
- Circuncentro
- Incentro

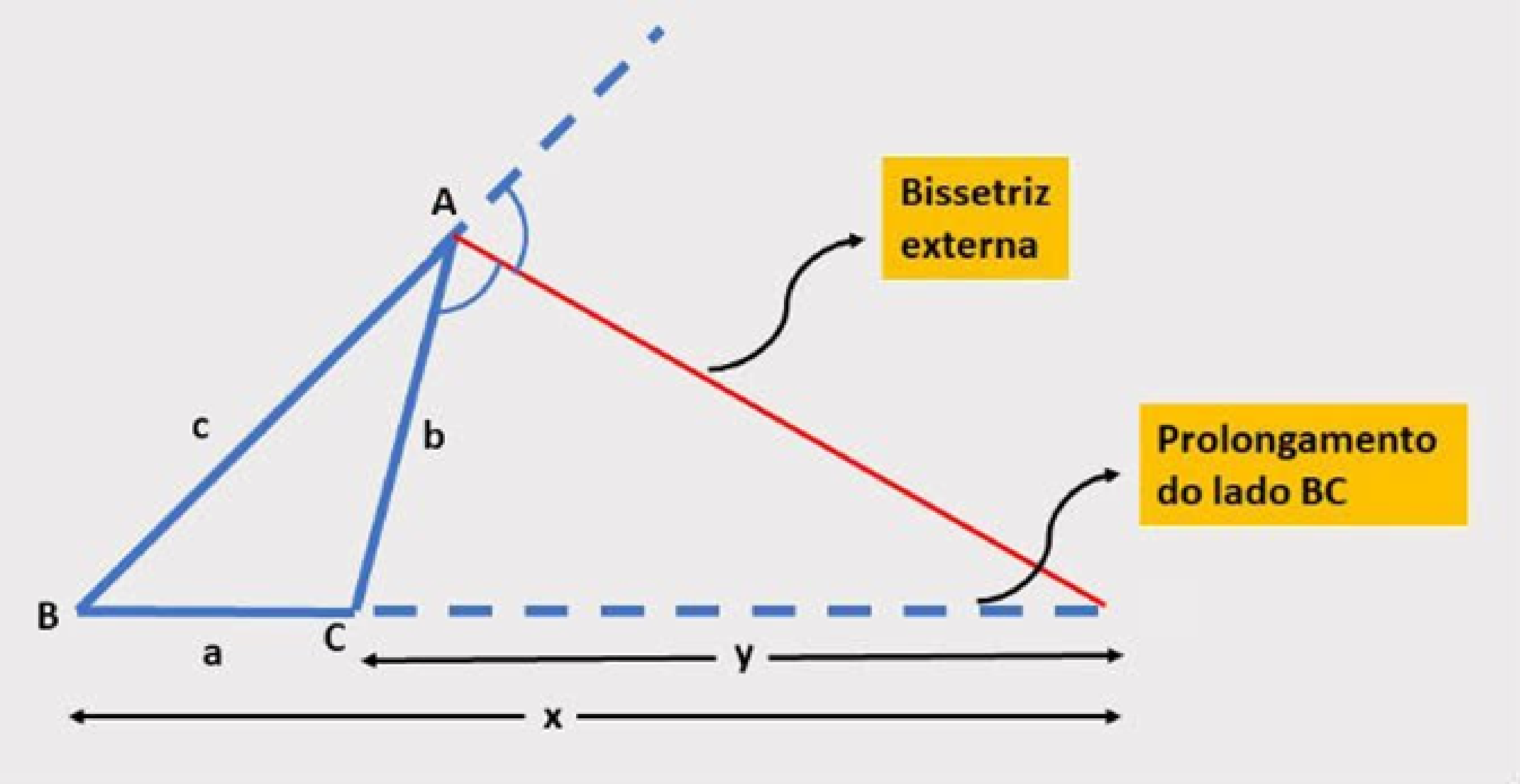
Bissetriz

- A bissetriz é uma semirreta interna a um ângulo, traçada a partir do seu vértice, e que o divide em dois ângulos congruentes.
- Os triângulos possuem ângulos internos e externos. Podemos traçar bissetrizes em cada um destes ângulos. O ponto de encontro das três bissetrizes internas de um triângulo é chamado de incentro.
- O incentro está a uma mesma distância dos três lados do triângulo. Além disso, quando uma circunferência está inscrita em um triângulo, este ponto representa o centro da circunferência.



x/c=y/b

Exemplos



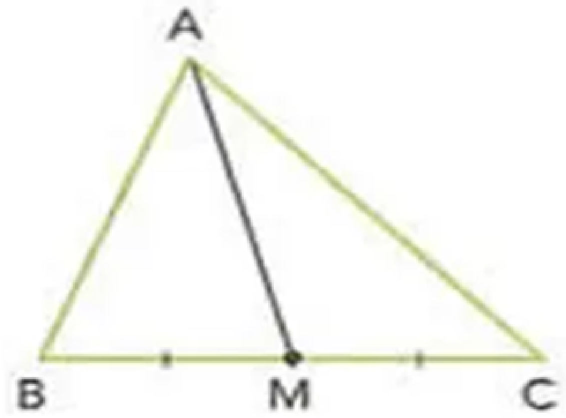
(a+y)/c=y/b

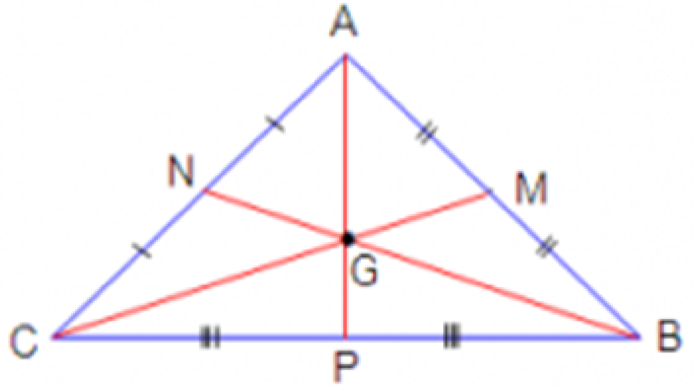
Mediatriz

- Mediatriz é uma reta perpendicular a um segmento de reta e que passa pelo ponto médio deste segmento.
- As mediatrizes de um triângulo são retas perpendiculares traçadas passando pelo ponto médio de cada um dos seus lados. Desta forma, um triângulo possui 3 mediatrizes.
- O ponto de encontro dessas três mediatrizes é chamado de circuncentro. Este ponto, que está a uma mesma distância de cada um dos seus vértices, é o centro da circunferência circunscrita no triângulo.

Postulado LAL

- Mediana é um segmento que divide as bases do triângulo em duas partes iguais. Dessa forma temos que mediana é um segmento de reta com origem em um dos vértices do triângulo e extremidade no ponto médio do lado oposto ao vértice
- O ponto G da figura acima representa o local onde as três medianas se interceptam e recebe o nome de baricentro (na Física, centro de gravidade ou centro de massa). Podemos equilibrar um triângulo, apoiando o seu baricentro em um alfinete ou palito, ele ficará estável!
- Para calcularmos o tamanho da Mediana, podemos utilizar a seguinte fórmula; onde 'a' é o lado do triângulo que é tocado pela mediana, 'b' e 'c' são os demais lados e 'm' é o tamanho da mediana:

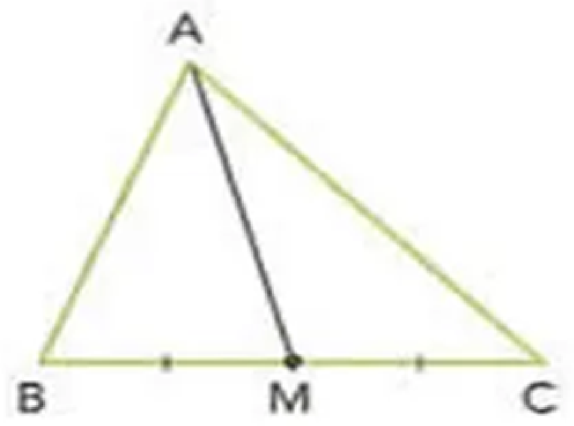


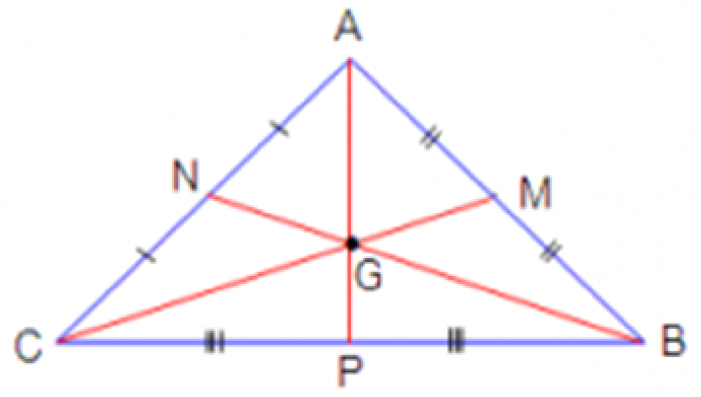


Postulado LAL

$$m = \sqrt{\frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}}$$

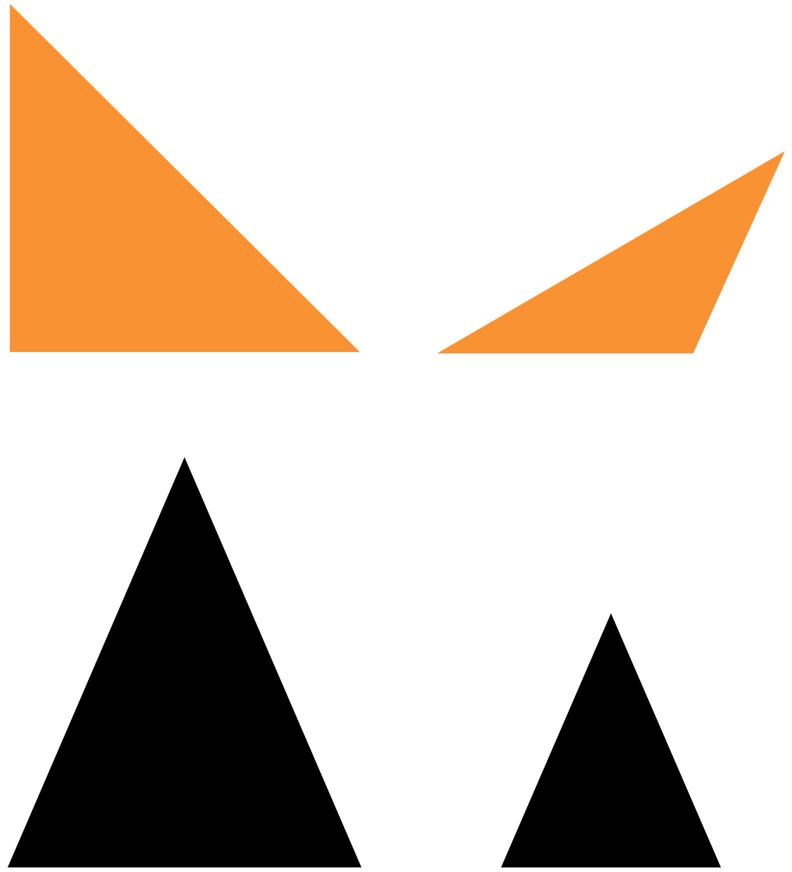
- O ponto G divide a Mediana de maneira que o lado que toca o vértice é duas vezes maior que o lado que toca a aresta: AG = 2PG, BG = 2NG, CG = 2MG.
- A Mediana divide qualquer triângulo em dois triângulos menores, de áreas iguais.
- Em um triângulo retângulo, a Mediana que parte do ângulo reto divide a hipotenusa em dois segmentos de reta, do mesmo tamanho da mediana





Exemplos

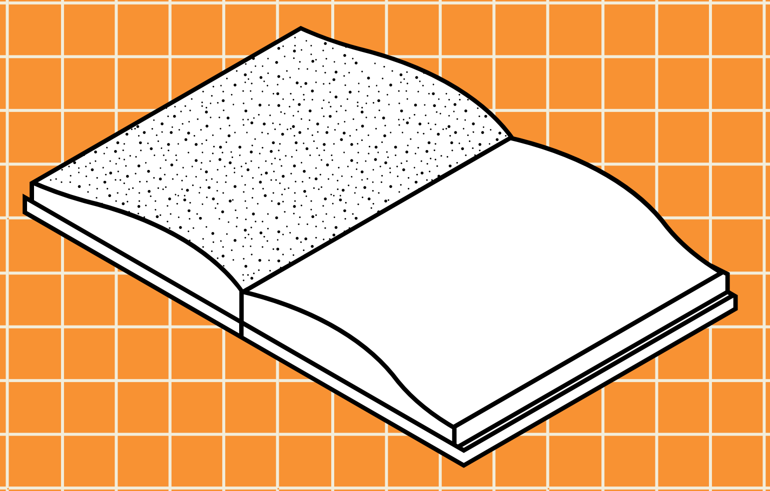
Triângulos congruentes



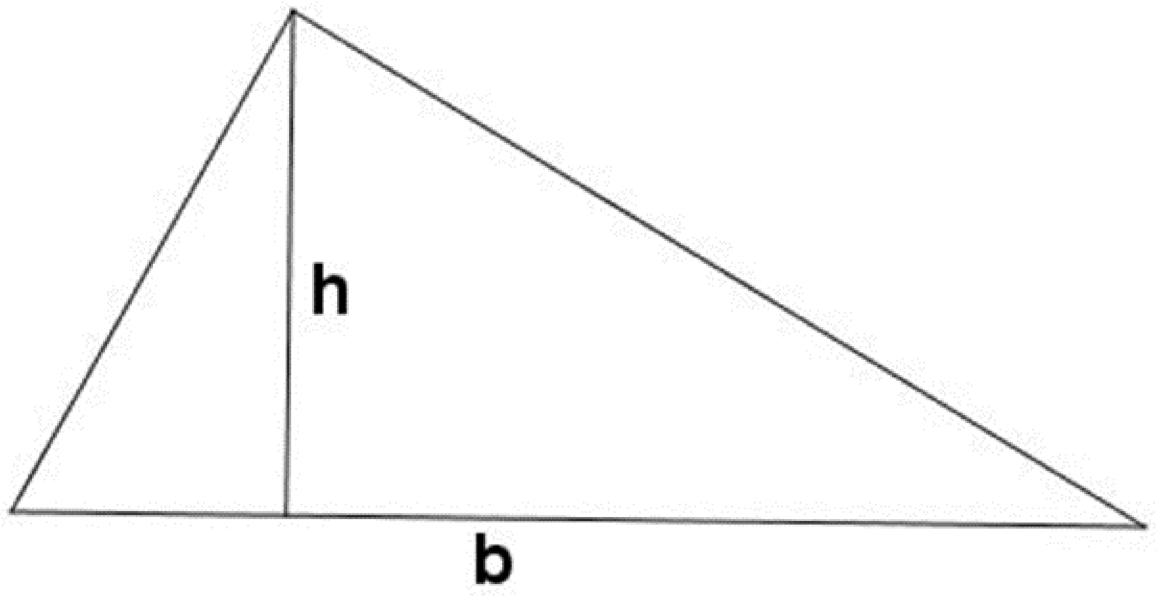
Triângulos não congruentes

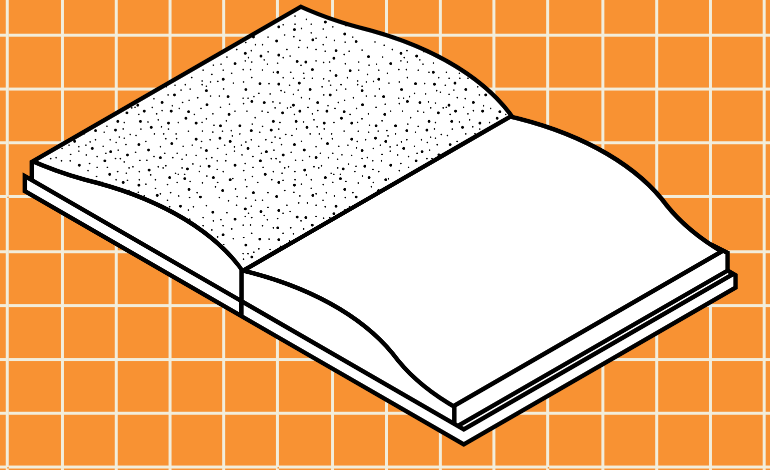
Triângulos congruentes podem ser invertidos, girados e espelhados e ainda serão congruentes.

ALTURA



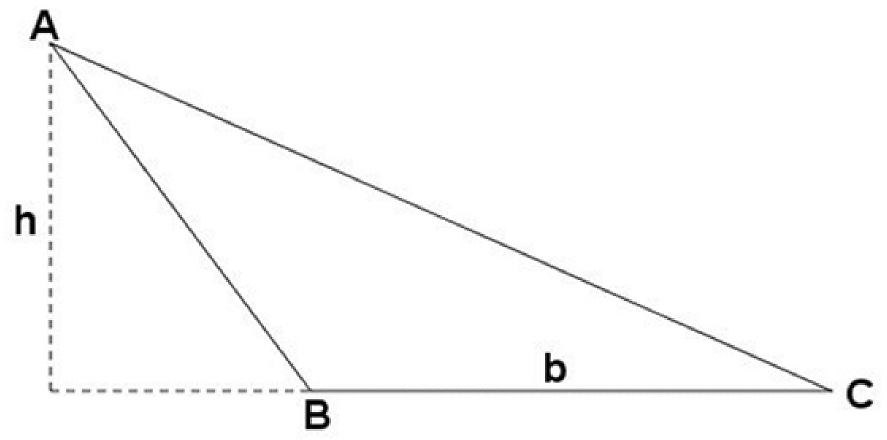
- A altura de um triângulo é o segmento que liga um ponto a seu segmento oposto (base oposta), formando com ele um ângulo de 90°. Dizemos que a altura de um triângulo é sempre perpendicular à sua base.
- Devemos tomar um certo cuidado para encontrar a altura de um triângulo. Dependendo do seu tipo, muitas vezes essa altura não é visível facilmente.
- Se o triângulo for acutângulo, onde todos os ângulos internos são agudos (menores que 90°), teremos uma altura “dentro” do triângulo, independente se ele é escaleno, isósceles ou equilátero.



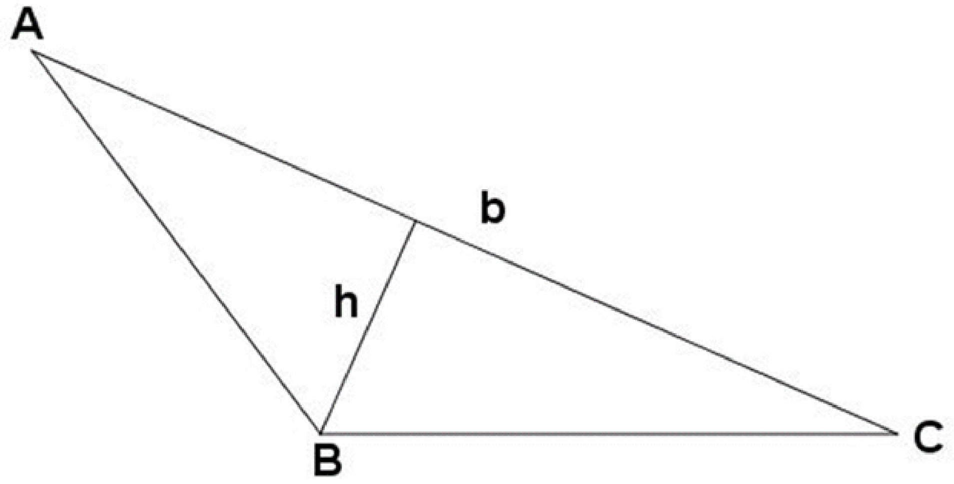


ALTURA

- Se o triângulo for obtusângulo, onde um de seus ângulos internos é obtuso (maior que 90°), teremos uma altura “fora” do triângulo



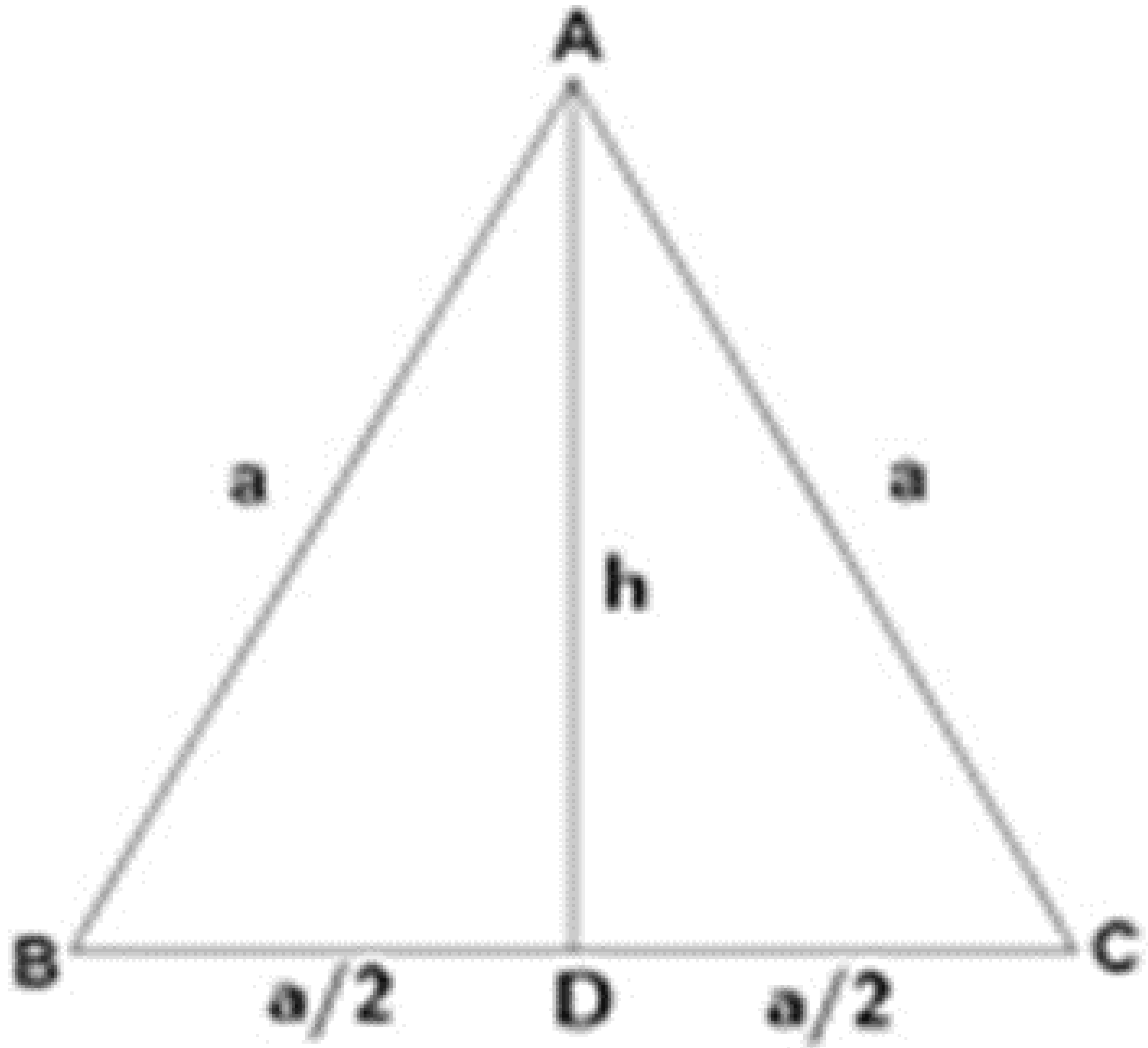
Base = BC



Base = AC

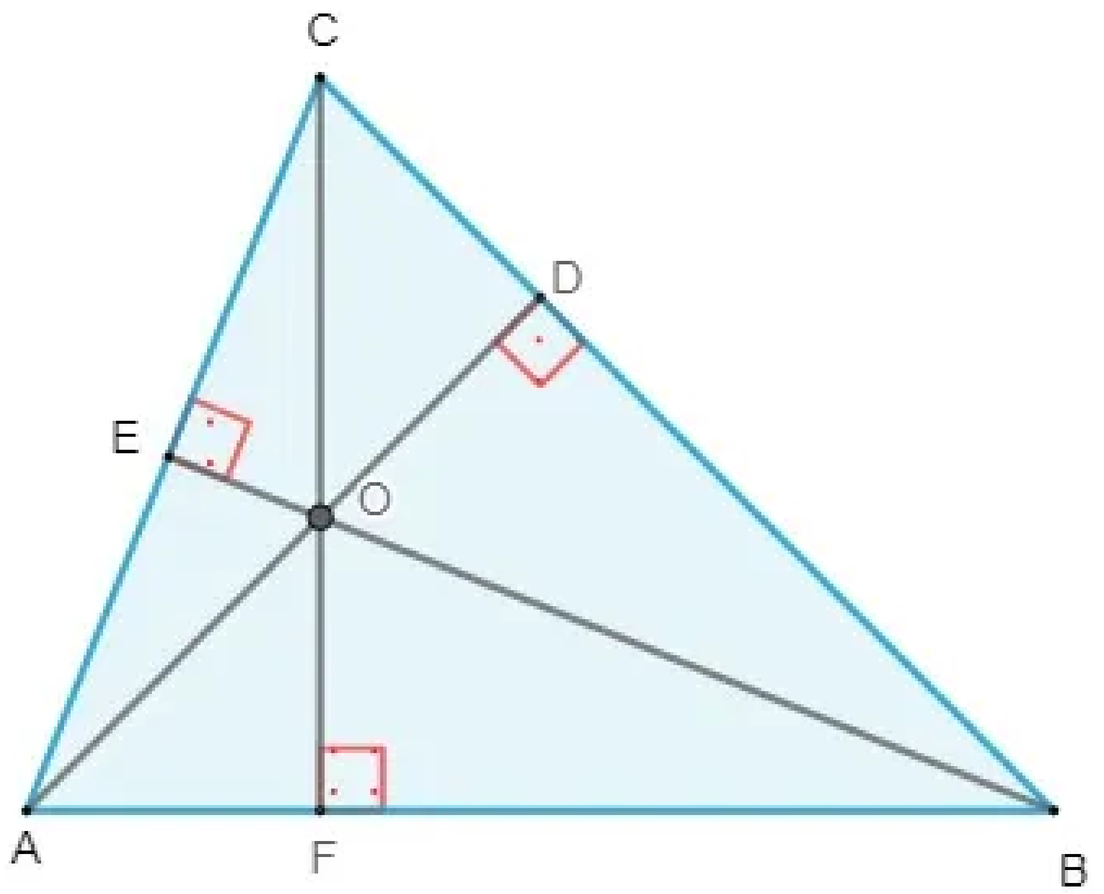
- Se o triângulo for retângulo (um de seus ângulos mede 90°), a altura será igual a um de seus catetos, desde que a base seja o outro cateto.

EQUILÁTERO



Ortocentro

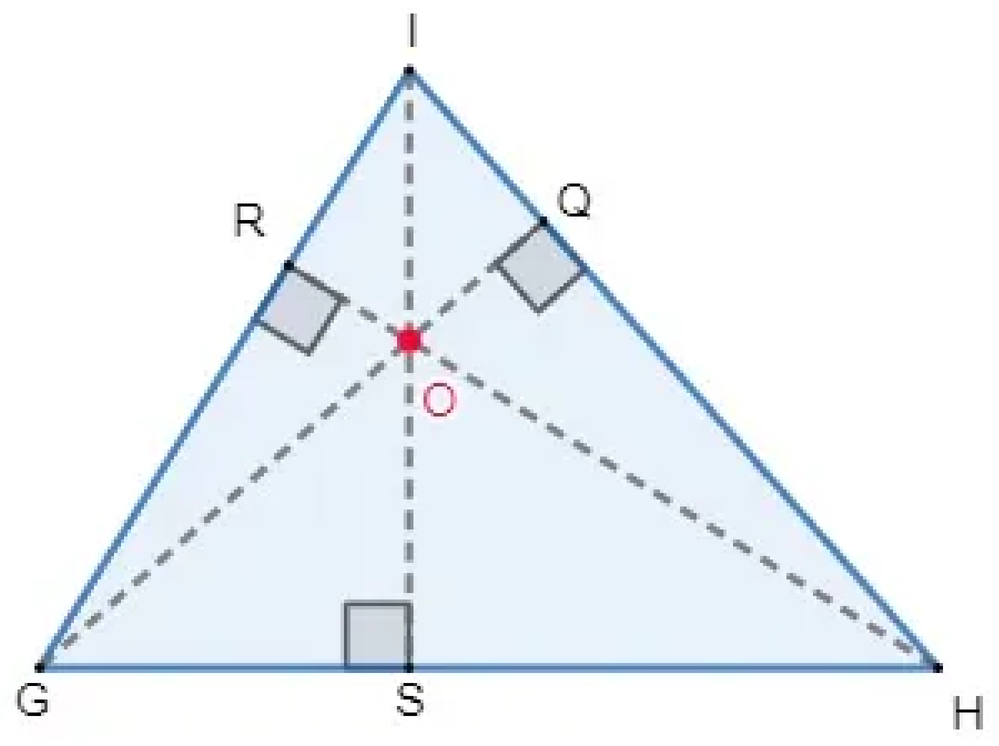
O ortocentro é a intersecção das alturas relativas aos três vértices, ou seja, é ponto de encontro entre todas as alturas de um triângulo.



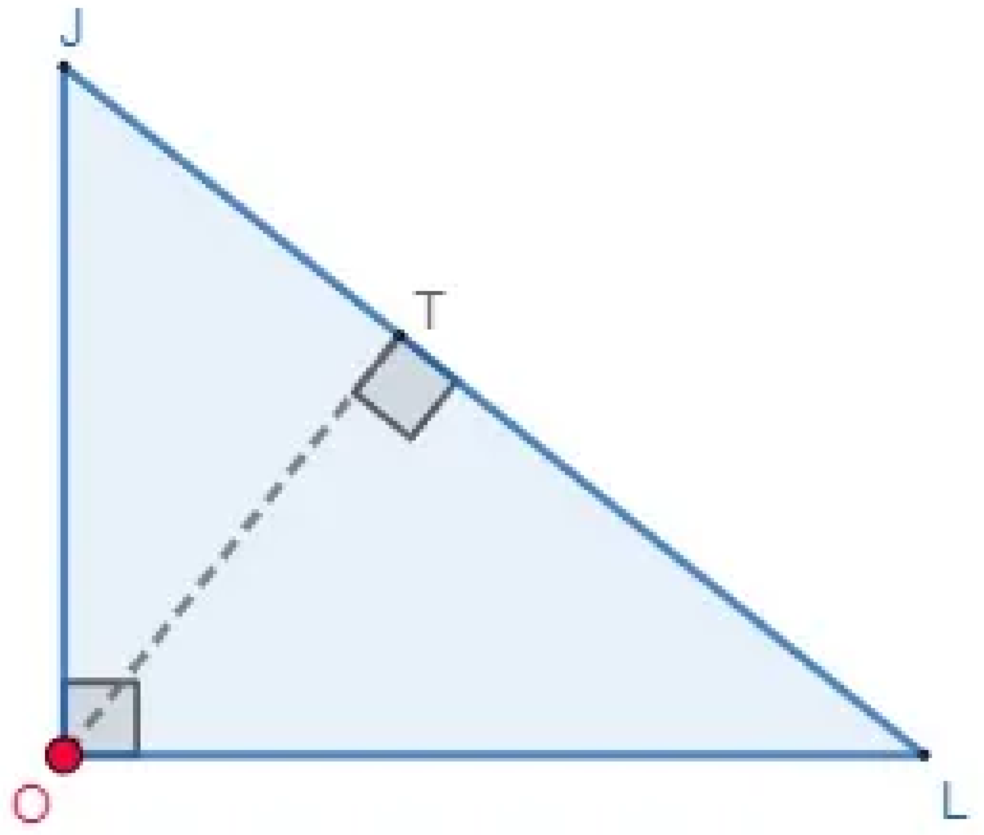
O ponto O é o ortocentro do triângulo ABC.

O ortocentro possui algumas importantes propriedades em alguns tipos de triângulo, veja:

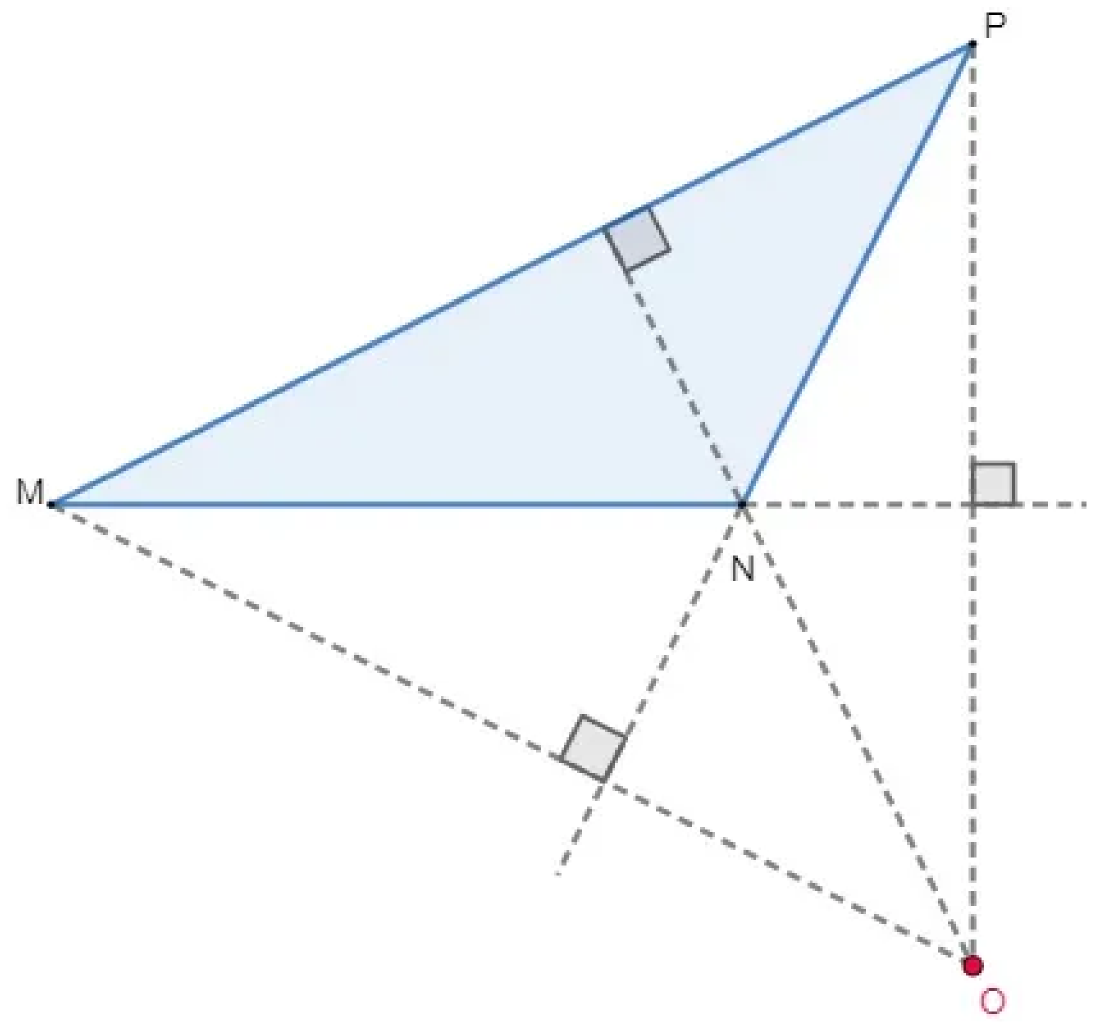
→ No triângulo acutângulo, as alturas e o ortocentro ficam no interior da figura.



→ Em um triângulo retângulo, duas alturas são coincidentes com os dois catetos, uma outra altura fica no interior do triângulo, e o ortocentro é localizado no vértice do referido triângulo, que possui o ângulo de 90°.

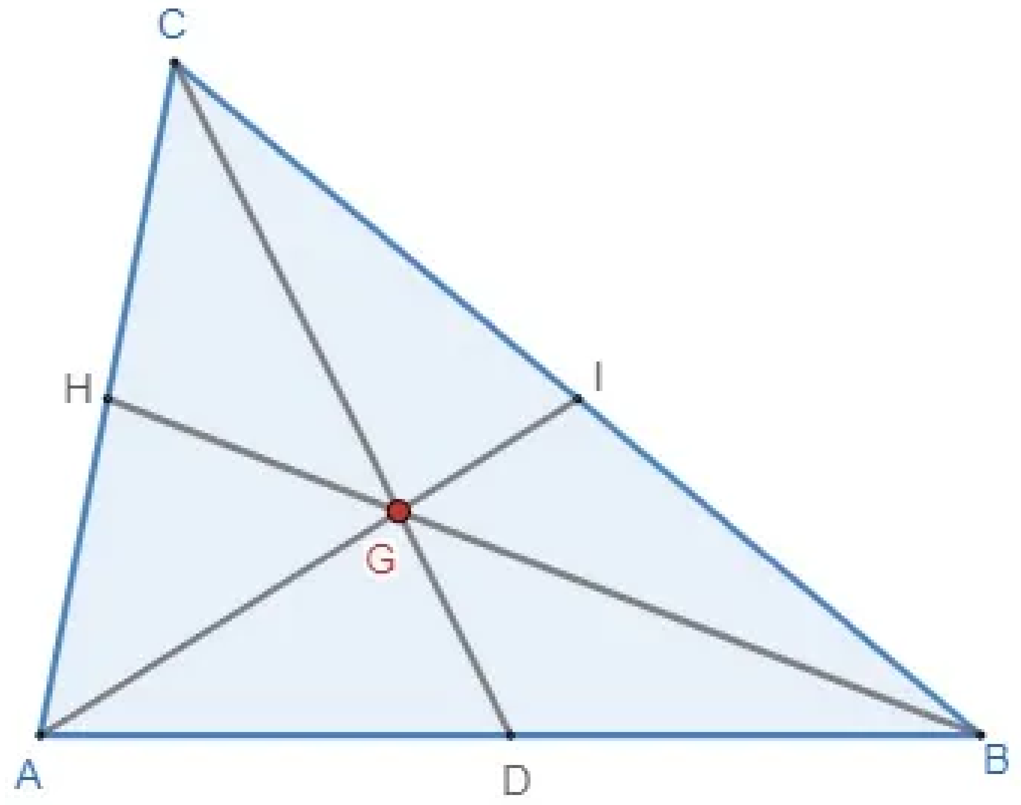


→ Em um triângulo obtusângulo, uma das alturas fica no interior do triângulo, e as outras duas ficam no seu exterior, o ortocentro é localizado também nessa parte externa.



Baricentro

O baricentro é dado pela intersecção das três medianas de um triângulo, isto é, pelo ponto de encontro das três medianas, veja:



O ponto G é o baricentro do triângulo ABC.

Assim como no ortocentro, o baricentro possui algumas importantes propriedades, veja:

→ O baricentro determinará em cada uma das medianas segmentos que satisfazem cada uma das igualdades.

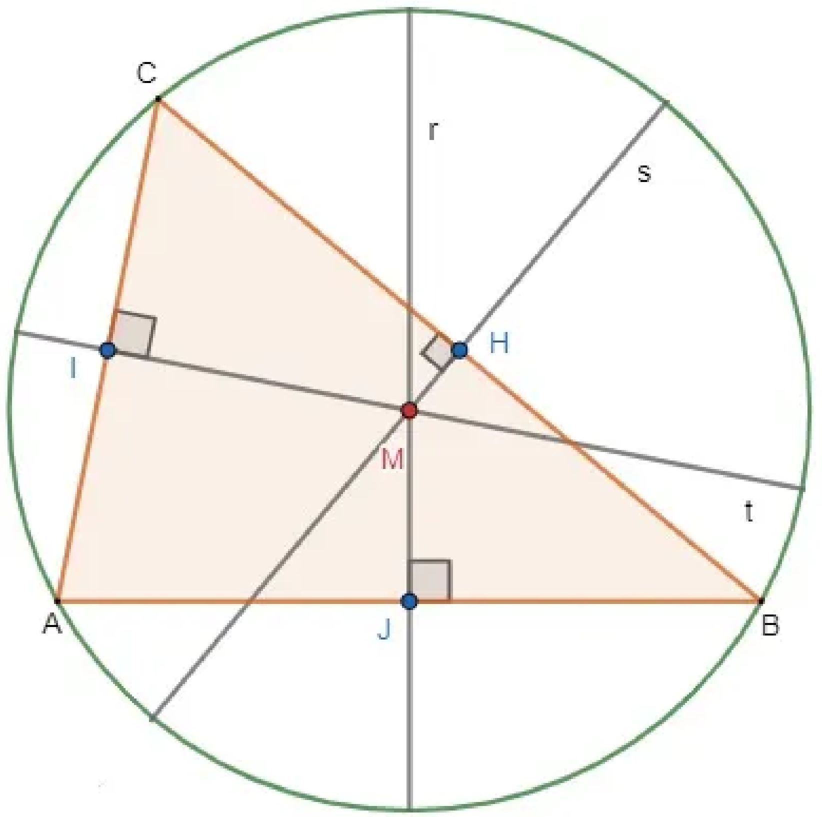
$$\frac{GD}{CG} = \frac{1}{2}$$

ou

$$\frac{GD}{CD} = \frac{1}{3}$$

Circuncentro

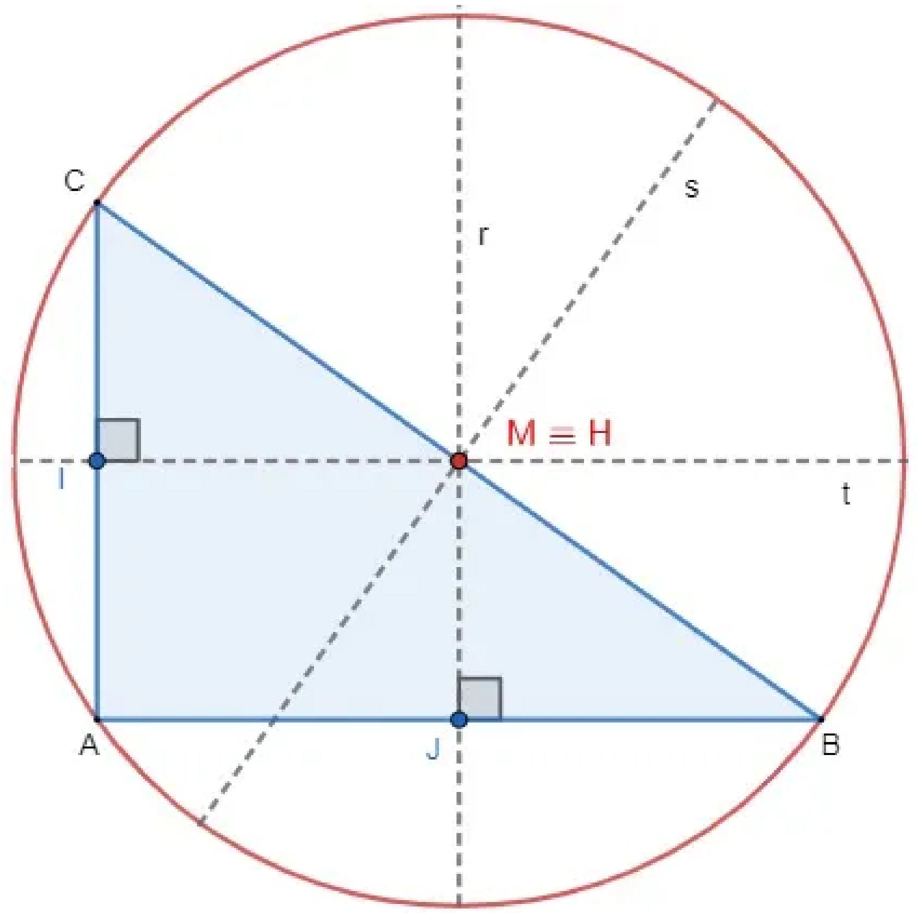
O circuncentro é definido pelo encontro das mediatrizes, ou seja, pela intersecção entre elas. Caso representemos um triângulo inscrito em uma circunferência, veremos que o circuncentro é o centro dessa circunferência, veja:



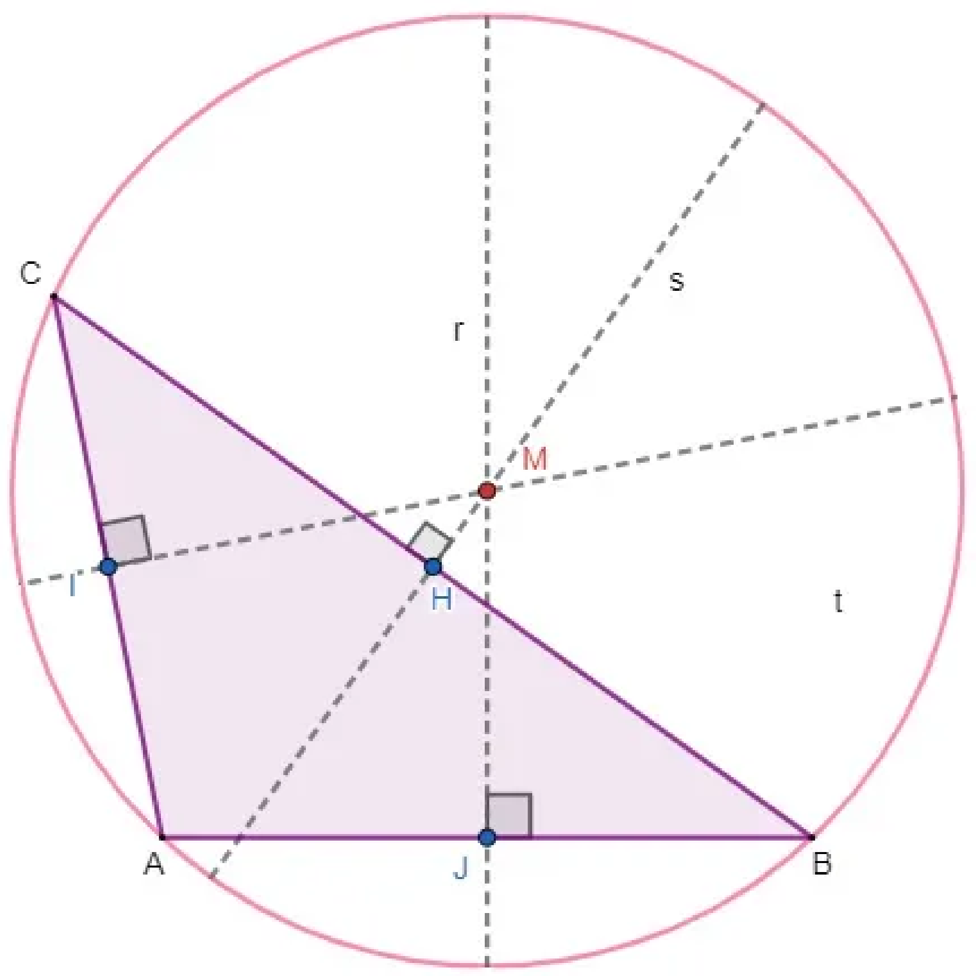
O ponto M é o circuncentro do triângulo ABC e o centro da circunferência. Os pontos H, I e J são, respectivamente, os pontos médios dos lados CB, CA e AB.

O circuncentro também possui algumas propriedades quando desenhados no triângulo retângulo, obtusângulo e acutângulo.

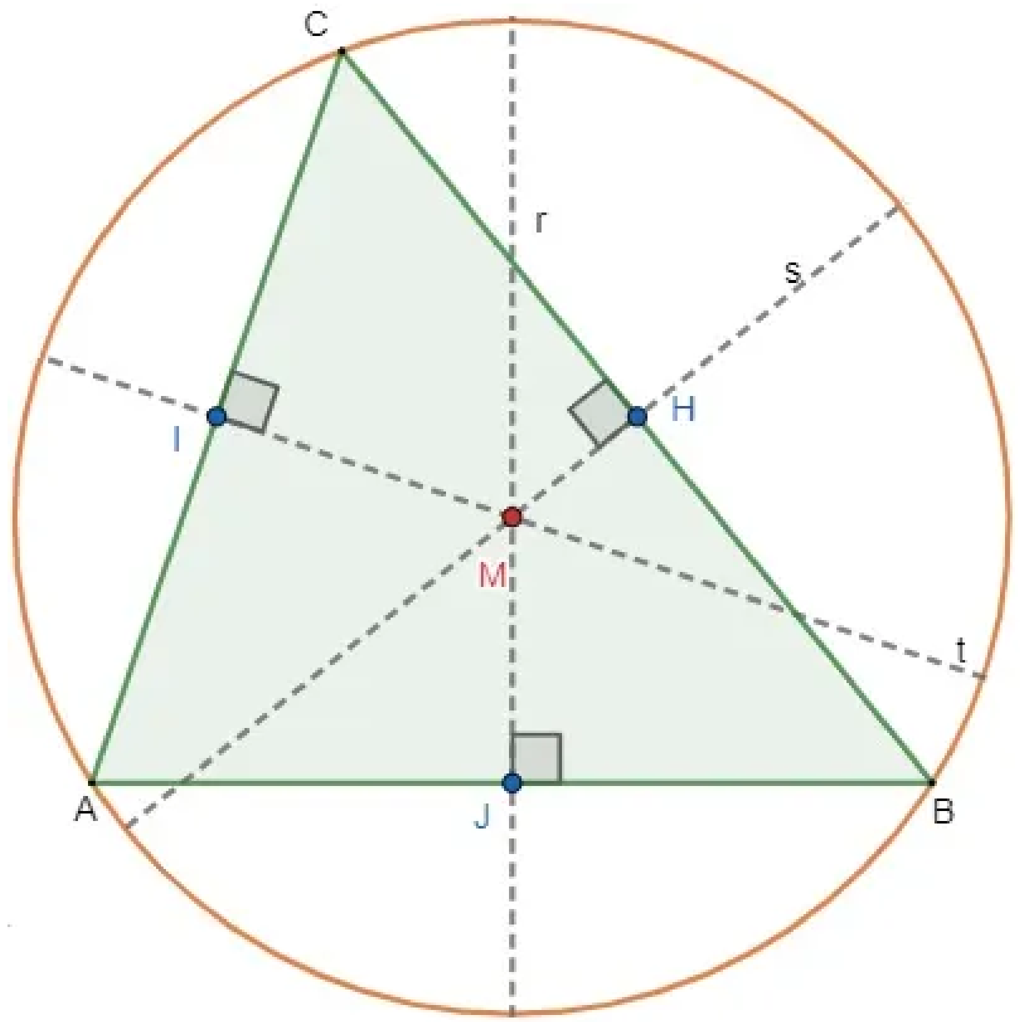
→ O circuncentro no triângulo retângulo é o ponto médio da hipotenusa.



→ O circuncentro em um triângulo obtusângulo fica no seu exterior.

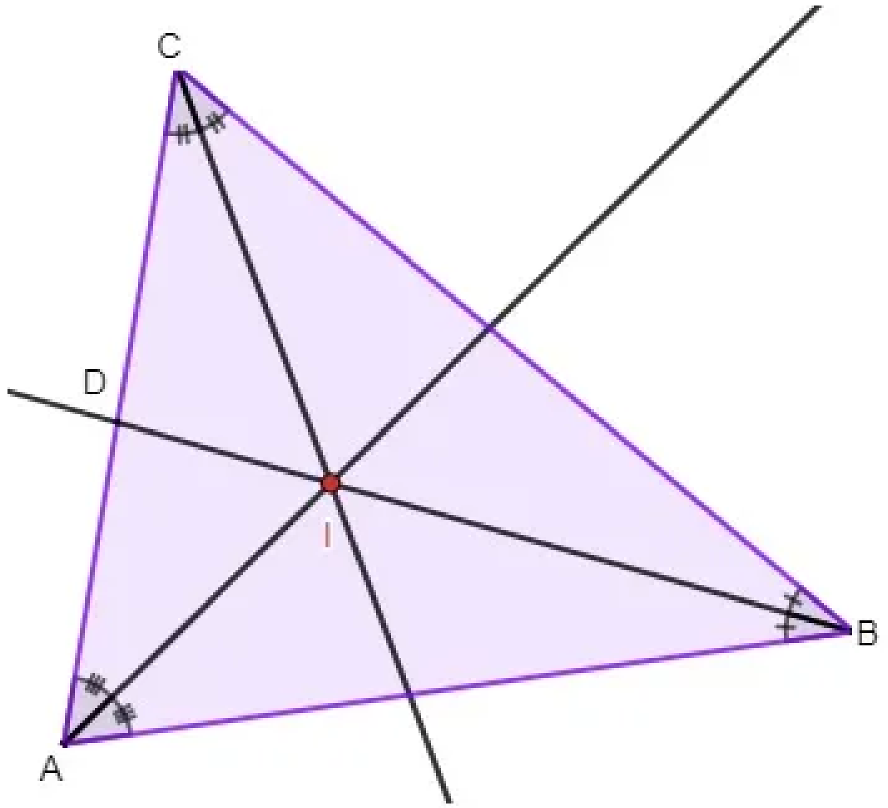


→ O circuncentro em um triângulo acutângulo fica no seu interior.



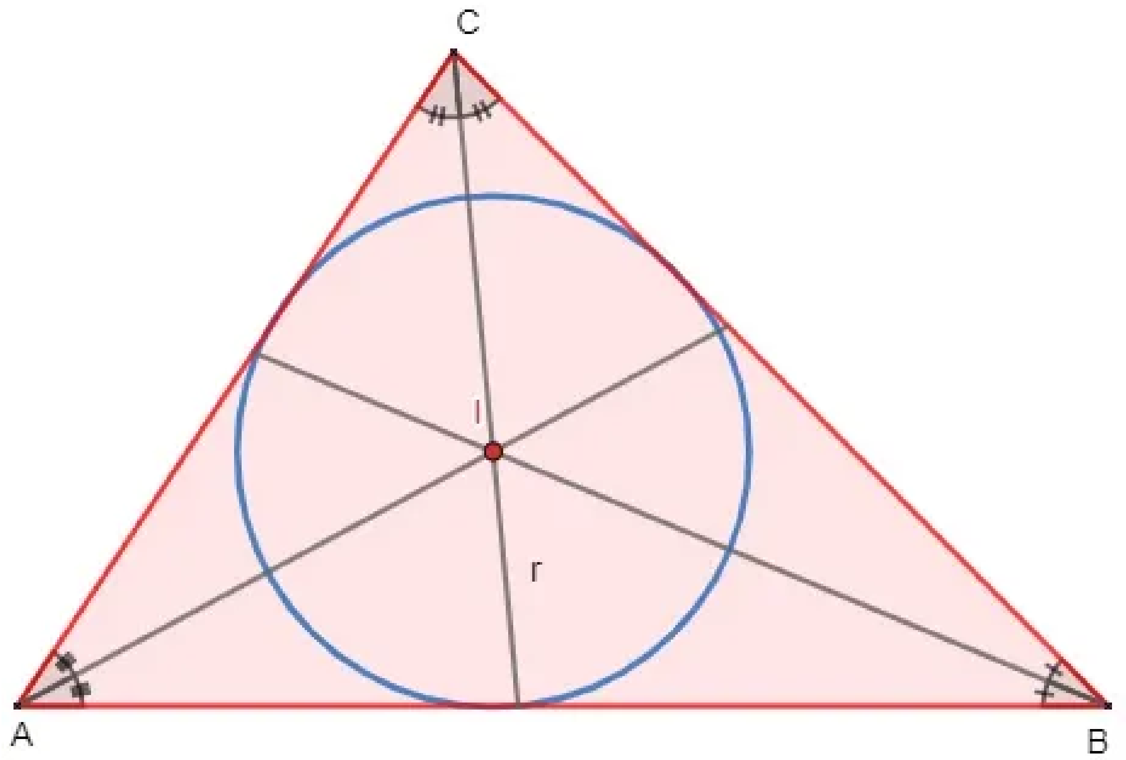
Incentro

O incentro é dado pela intersecção das bissetrizes internas de um triângulo, ou seja, é dado pelo encontro dessas semirretas. Como as bissetrizes são internas, o incentro também sempre ficará no interior do triângulo.

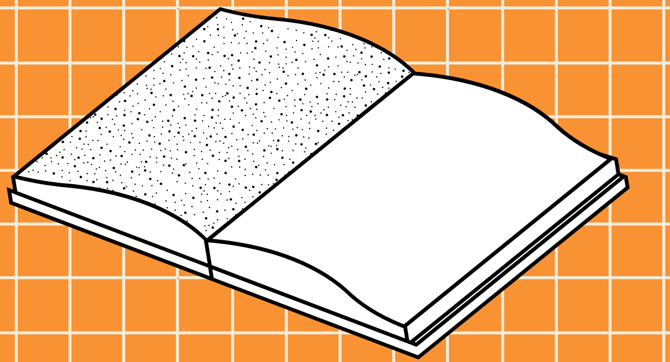


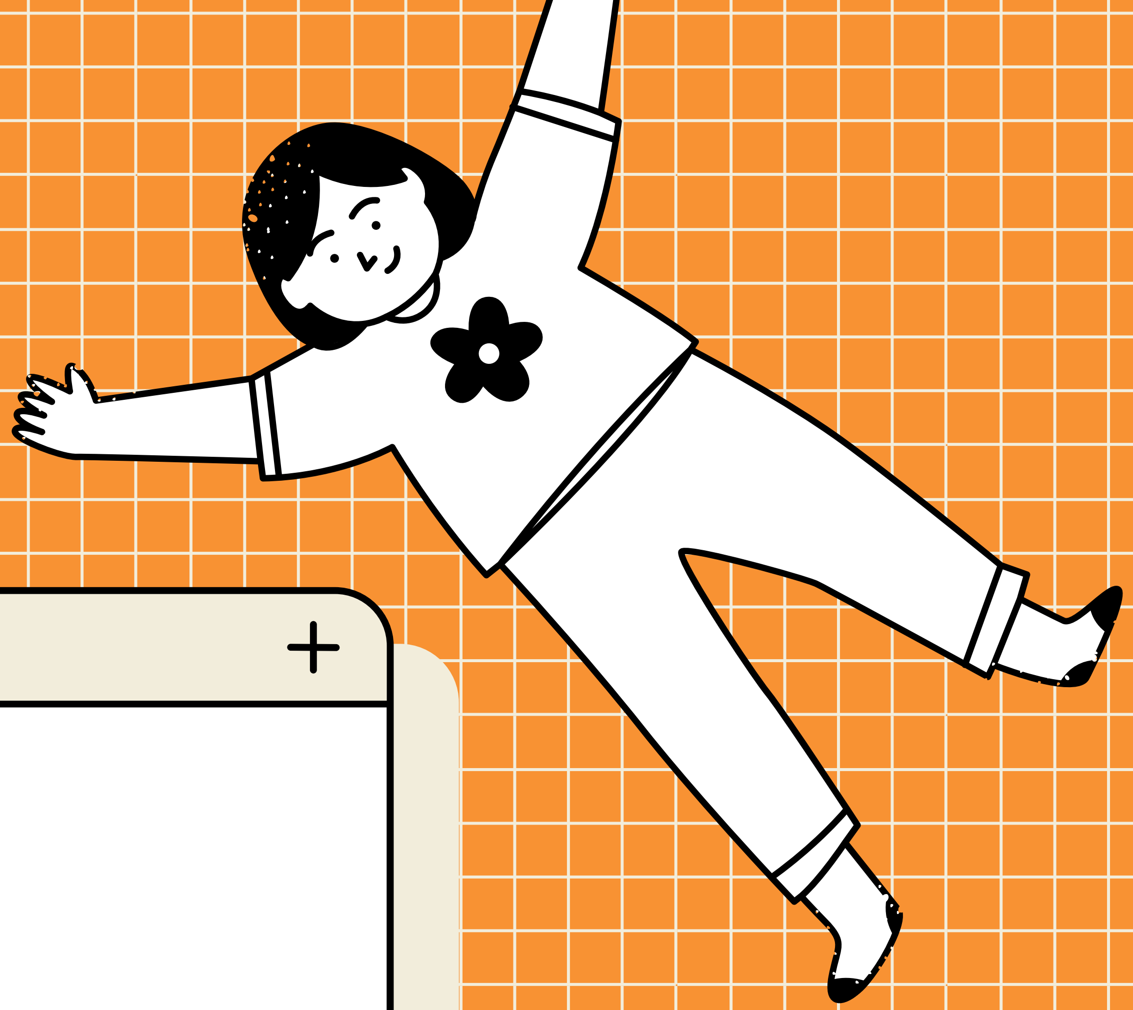
O incentro possui algumas propriedades úteis para resolver alguns problemas, veja algumas delas:

→ O centro de uma circunferência inscrita em um triângulo coincide com o incentro dessa figura.



→ O incentro de um triângulo é equidistante de todos os seus lados, isto é, as distâncias entre o incentro e os três lados do triângulo são todas iguais."





OBRIGADA!

Vamos tornar nossa próxima discussão mais animada
fazendo uma leitura avançada sobre Provas de Duas Colunas.