

Relatório do EP3 de Laboratório de Métodos Numéricos

Lucas Paiolla Forastiere - 11221911

17 de junho de 2020

Parte 1

A parte 1 foi bastante simples. Temos inicialmente o método NEWTON que utiliza o Método das Diferenças Divididas de Newton para achar os coeficientes de um polinômio interpolador. A função recebe um conjunto de N pontos com suas coordenadas x e y e retorna um vetor de N coeficientes do polinômio interpolador dos pontos - o primeiro elemento do vetor é o coeficiente livre e o último é o coeficiente de x^n .

Depois, temos uma função F , que retorna o valor do polinômio interpolador para o ponto x . Ela recebe esse valor x e também precisa de um vetor $x0$ com os valores em x que interpolamos. Por fim, ela precisa também dos coeficientes que calculamos por Newton. Passamos eles como um parâmetro pois não queremos ter de calcular esses coeficientes em cada avaliação.

Após termos essas funções definidas, criamos as funções TRAPEZOIDRULE e SIMPSONRULE que são a implementação das fórmulas do Trapézio e de Simpson. Essas funções recebem um valor N indicando o número de intervalos, valores A e B que são os limites da integração, os valores de x dos pontos de interpolação, os coeficientes do polinômio interpolador e o número de pontos interpolados.

Por fim, temos a MAIN com o conjunto de pontos que se pede para interpolar e é onde chamamos as outras funções para obter os resultados das interpolações utilizando trapézio e Simpson.

Parte 2

Essa parte foi também bastante simples de implementar, pois se criou apenas uma função genérica com a implementação de Monte Carlo e depois cada questão foi implementada separadamente (falaremos disso mais tarde).

A função MONTECARLO recebe um valor N , indicando o número de pontos que vamos avaliar, recebe uma função F que é a função que estamos querendo integrar, recebe um vetor de pares ordenados chamado LIMITS e recebe um valor M indicando a quantidade de dimensões da integral.

A função assume então as seguintes coisas:

- A função F é uma função de M dimensões (ou seja, o parâmetro *DOUBLE de F é um vetor de M valores);

- O vetor LIMITS possui M pares ordenados em que LIMITS[0] indica os limites inferior e superior da primeira integral, LIMITS[1] indica os limites inferior e superior da segunda integral e assim por diante até LIMITS[M-1].

Utilizamos então o método de Monte Carlo e sorteamos cada coordenada do vetor X que é o argumento da função F. Para fazer esse sorteio, utilizamos a transformação linear:

$$X = (\text{LIMITS}_1 - \text{LIMITS}_0)\lambda + \text{LIMITS}_0,$$

onde λ é um vetor aleatório com cada coordenada entre 0 e 1, LIMITS_0 é um vetor de coordenadas com os limites inferiores de cada uma das integrais em ordem e LIMITS_1 a mesma coisa, mas para os limites superiores. Todos esses vetores possuem M coordenadas.

Perceba que se $m = 1$, então essa fórmula pode ser escrita como:

$$x = (b - a)\lambda + a$$

O que na prática essa transformação faz é pegar um ponto X aleatório dentro do *domínio de integração*. Nos utilizamos da hipótese que os números aleatórios são gerados de forma uniforme e, portanto, temos que nosso método toma valores uniformemente dentro das possibilidades do domínio de integração (que seria nosso espaço amostral).

Depois, a tarefa é simples, criamos, para cada integral pedida, uma função que recebe um vetor X e utiliza esse vetor para calcular as funções que queremos integrar em cada caso. Essas funções são as funções F1, F2, F3 e F4. E depois, para cada uma delas, criamos uma função que vai criar um vetor de pares ordenados com os limites de cada integral associada ao problema e chamar o método de Monte Carlo para a sua respectiva função, com o determinado valor de M e os limites daquele problema. É mais fácil olhar diretamente no código.

Adendo sobre a questão 3

Todas as integrais possuem intervalos de integração finitos e relativamente pequenos quando comparamos com o número de pontos aleatórios que estamos avaliando. Entretanto, a terceira questão possui um intervalo de integração infinito e daí simplesmente não conseguimos aplicar normalmente a transformação linear desejada, pois o limite superior seria infinito (o que não conseguimos representar no computador). Assim sendo, precisamos decidir um valor para o limite superior que não comprometa nossa integração.

(Poderíamos também utilizar uma outra transformação para essa questão em particular, mas devido à forma como construímos a função MONTECARLO, isso não seria ideal.)

Portanto, para verificar qual seria o melhor limite superior, utilizou-se um método empírico (já que não sei fazer isso de forma analítica). Testou-se os seguintes valores de b (o limite superior da integral):

- 1;
- 10;
- 100;
- 1000;
- 100000.

Para cada um, fizemos cinco testes (para minimizar as aleatoriedades do método de Monte Carlo). Os resultados são mostrados a seguir:

1	10	100	1000	100000
0.632116	1.000121	0.999137	1.000811	0.989015
0.632108	1.000218	0.999656	1.003502	1.030284
0.632124	0.999846	1.000460	1.000977	0.996152
0.632124	1.000094	1.000749	1.001545	1.012699
0.632109	0.999912	0.999740	0.997264	1.006466

A função que fez esses testes é a QUESTAO3TESTES. Com base nisso, optou-se por deixar o valor de $b = 10$, pois vemos que com esse limite estamos bem próximos do valor real da integral e também vemos que para valores de b muito altos ou muito pequenos, começamos a ter imprecisões.