MŰEGYETEM 1782

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Szélessávú Hírközlés és Villamosságtan Tanszék

Önálló laboratórium 2 dolgozat

Modell-redukció alkalmazása az elektromágneses térszámításban

Szilágyi Gábor

Konzulens: Dr. Bilicz Sándor

Budapest, 2022. október 16.

Tartalomjegyzék

1. Meglátások

Itt fogom leírni, hogy mit sikerült eddig felfognom az elméleti háttérből.

2. Bevezetés

2.1. POD madártávlatból

A POD, vagyis a Proper Orthogonal Decomposition egy modellredukciós eljárás, ami egy adott adathalmaz reprezentálásához optimális bázist keres meg. Az eljárás által meghatározott Ψ bázisban a bázisvektoroknak az a tulajdonsága, hogy a lehető legkevesebb bázisvektorral leírható az adathalmaz információtartalmának vagy energiájának lehető legnagyobb része. Ezt felhasználva a Ψ csonkolásával egy közelítő bázist lehet előállítani (Ψ'), ami lényegesen kisebb rendű, mint Ψ, mégis kis hibával reprezentálható benne az eredeti adathalmaz. Természetesen minél több bázisvektort hagyunk meg Ψ'-ben, annál jobban csökken a modell-redukcióból származó hiba, de a csonkolás mértékét az adott alkalmazáshoz mérten előírhatjuk. A POD egy másik előnyös tulajdonsága, hogy a gyakorlati esetek nagy részében a sorbarendezett ψ_n bázisvektorokra eső energiatartalom rohamosan csökken, ezért sokszor nagyságrendekkel kisebb dimenziószámú bázissal is jól leírható az adathalmaz, mint az eredeti esetben.

2.2. Felhasználási területek

A POD eljárást számos tudományterületen sikeresen alkalmazták már. Ezeknél a problémáknál az okozza általában a fő gondot, hogy a szimulált rendszer szabadsági fokainak száma nagyon nagy, emiatt egy-egy szimuláció nagyon sok ideig tart, pontatlanabb diszkretizált modell pedig fals eredményekre vezet. Lényeges felhasználási területek például: turbulens áramlások szimulációja; statisztikában az adathalmazok redukálása; szabályozástechnikában a szuboptimális, de gyorsan számítható beavatkozás.

2.3. Alkalmazás az elektromágneses térszámításban

Az EM térszámításban többféle kontextusban is hasznos lehet a POD a futási idő vagy a memóriafelhasználás jelentős csökkentésére. Az egyik megközelítésben egy végeselem modellben zajló tranziens folyamat lefolyására kaphatunk számítás szempontjából olcsó, közelítő megoldást. Ehhez először a teljes kérdéses időintervallum első töredék részére egy teljes értékű szimulációt futtatunk, amely viszonylag sok számítást igényel. Ennek a rövid részmegoldásnak az eredményei szolgálnak a POD bemenetéül. A POD ezek alapján meghatározza a rendszer dinamikájában megjelenő struktúrákat, majd csak a lényeges összetevőkre szorítkozva egy lecsökkentett szabadsági fokú rendszert szimulálunk tovább a hátralévő időben, ami már fajlagosan kevesebb számítást igényel.

2.4. Egyéb megközelítések a POD használatához

A fent vázolt, tranziens szimulációban történő alkalmazáson kívül más módokon is hasznosítható lehet a POD a térszámítási problémákban.

Optimalizálási feladatoknál szokott előfordulni az a probléma, hogy az optimalizációhoz használható paraméterek miatt exponenciálisan megnövekszik egy modell szabadsági fokainak a száma.

2.5. A felbontás egyenletei

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{U}^{\mathrm{H}} \quad (1)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{S}^{\mathrm{H}}\mathbf{S} \quad (2)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}^{\mathrm{H}}\mathbf{V}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{U}^{\mathrm{H}} \quad (3)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}^2\mathbf{U}^{\mathrm{H}} \quad (4)$$

Itt $\mathbf{S}$ a snapshot-mátrix, $\mathbf{V}$ oszlopai az új bázisvektorok, $\boldsymbol{\Sigma}$ tartalmazza a bázisvektorok információtartalmát jellemző szinguláris értékeket a főátlójában, $\mathbf{U}^{\mathrm{H}}$ sorai az egyes bázisvektorok időfüggő együtthatói, $\mathbf{C}$ pedig a snapshotokból álló adathalmaz kovarianciamátrixa.

3. LaTeX Próba

Lorem ipsum [1].

$$\mathbf{X} = \mathbf{V}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{U}^* \quad (5)$$

Hivatkozások

[1] Francisco Chinesta, Roland Keunings, Adrien Leygue. *The Proper Generalized Decomposition for Advanced Numerical Simulations.* Springer Cham, 2014. DOI: 10.1007/978-3-319-02865-1.