Összefoglaló J. Nathan Kutz POD-ról szóló előadásairól

1. videó

Def.: $N \in \mathbb{N}$ — a térbeli mintavételi vagy diszkretizálási pontok száma, a természetes bázis számossága (nagy)

Def.: $M \in \mathbb{N}, M \ll N$ — a redukált bázis számossága

Def.: $u(x,t) = u \in \mathbb{C}$ — a keresett függvény, ami idő- és helyfüggő

Megj.: $u(x,t) = \sum_i a_i \cdot \phi_i$ — a keresett függvény bázisfüggvényekkel való felírása

Def.: $\phi_i(x) = \phi_i$ — az i-edik bázisfüggvény

Def.: $a_i(t) = a_i \in \mathbb{C}$ — az i-edik bázisfüggvény együtthatója

Bevezetés

Deriváltakból hogyan lesz véges differencia, diffegyenletekből hogyan lesznek véges differencia egyenletek (egydimenziós eset, $x \in [-L, L] \subset \mathbb{R}$, x_i az i-edik térbeli mintavételi pont, $\Delta x = x_{i+1} - x_i$)

$$\frac{du}{dx} \approx \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2 \cdot \Delta x}, \quad \frac{d^2u}{dx^2} \approx \frac{x_{i-1} - 2 \cdot x_i + x_{i+1}}{\Delta x^2}$$

Változók szétválasztása

Erre épül a POD azzal, hogy a megválasztott bázisfüggvényekből (amelyek a térkoordináták függvényei) és a bázisfüggvények együtthatóiból (amelyek időfüggőek) állítjuk elő a differenciálegyenletrendszer megoldását. Diszkrét esetben, tehát a szimulációk során is, a bázisfüggvények térbeli mintavételezésével kapjuk a bázisvektorokat és a bázisfüggvények együtthatóinak időbeli mintavételezésével kapjuk a bázisvektorok együtthatóit.