# Elektromágneses Terek (VIHVMA08) csoportos házi feladat

## Föld alatti fémkeresés örvényáramú vizsgálattal

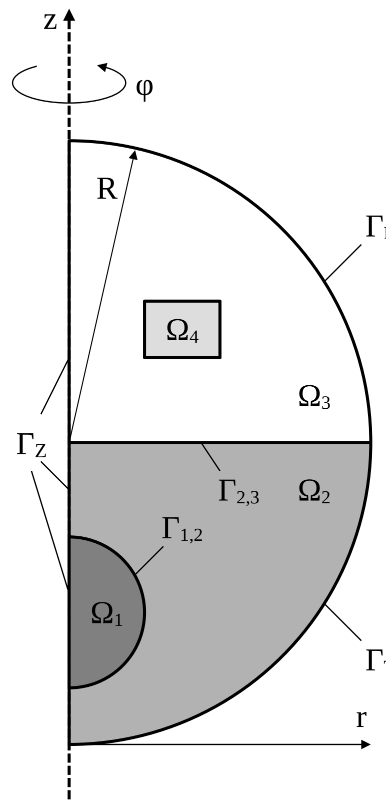
***Gekkó*** csapat: Bak Bálint, Kozma Dávid Márk, Szilágyi Gábor

Konzulens: Dr. Pávó József

Budapest, 2022. december 7.

# 1. Bevezetés

A feladatkiírásban felvázolt probléma egy forgásszimmetrikus elrendezés, emiatt az 1. ábrán látható félsíkmetszet vizsgálata elég a probléma megoldásához.




1. ábra. A szimulált elrendezés.

$$\frac{\partial}{\partial\varphi} = 0 \tag{1}$$

A tartományok jelentése: $\Omega_1$ – vasgömb, $\Omega_2$ – talaj, $\Omega_3$ – levegő, $\Omega_4$ – tekercs.

Mivel csak egy adott $\omega$ körfrekvencián kell vizsgálódnunk, emiatt elég a szinuszos állandósult állapottal foglalkoznunk:

$$\frac{\partial}{\partial t} \quad \longrightarrow \quad j\omega \tag{2}$$

A kérdéses $\omega$ körfrekvencián az elektromágneses hullámok szabadtéri hullámhossza ($\varepsilon_r = 1$):

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c}{\frac{\omega}{2\pi}} = \frac{3 \times 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{\frac{2\pi 500\,\mathrm{s^{-1}}}{2\pi}} = 6 \times 10^5\,\mathrm{m} \tag{3}$$

Emiatt $\lambda$ az 1000 km nagyságrendjébe esik, míg az elrendezés fizikai méretei néhányszor 10 cm-esek, így élhetünk a magnetokvázistacionárius közelítéssel:

$$\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad \longrightarrow \quad 0 \tag{4}$$

Ebben az esetben a vizsgált tartományon belül a Maxwell-egyenleteknek a következő alakja érvényes:

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{J} \tag{5}$$
$$\operatorname{rot}\vec{E} = -j\omega\vec{B} \tag{6}$$
$$\operatorname{div}\vec{B} = 0 \tag{7}$$
$$\vec{B} = \mu\vec{H} \tag{8}$$
$$\vec{J} = \sigma\vec{E} + \vec{J}_i \tag{9}$$

$$\sigma(\vec{r}) = \begin{cases} \sigma, & \text{ha } \vec{r} \in \Omega_1 \\ \sigma_t, & \text{ha } \vec{r} \in \Omega_2 \\ 0, & \text{ha } \vec{r} \in \Omega_3 \cup \Omega_4 \end{cases} \tag{10}$$

Az $R$ sugarat megfelelően nagyra kell választani ahhoz, hogy a kialakuló teret ne befolyásolja jelentősen a vizsgált $\Omega$ tartomány $\Gamma_T \cup \Gamma_L$ „távoli" peremének a közelsége.

# 2. Szilágyi Gábor szekciója

Szeretném én az egyenletek rendezgetését MATLAB-ba tuszakolását megcsinálni.

A feladat megoldásához az $\vec{A} - \Phi, \vec{A}$ formalizmust használjuk, mert az előadáson bemutatott indukciós főzőlapos példa alapján ezzel a megközelítéssel egy jól kezelhető parciális differenciálegyenlet-rendszert kapunk, amit a PDEtool segítségével megoldhatunk.

$$\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A} \tag{11}$$

A peremfeltételekről a következőket lehet tudni:

$$B_n(\vec{r}) = 0, \quad \vec{r} \in \Gamma_Z \tag{12}$$
$$B_n(\vec{r}) = 0, \quad \vec{r} \in \Gamma_L \cup \Gamma_T \tag{13}$$

A $B_n$ normális mágneses indukció a $\Gamma_Z$ peremen a szimmetria miatt lesz 0, a $\Gamma_L \cup \Gamma_T$ távoli peremeken pedig a relatíve nagy távolság miatt.

# 3. Bak Bálint szekciója

dolgok

# 4. Impedancia kiszámítása $rA_\varphi$ értékekből

A fluxusból tudunk következtetni a tekercs impedanciájára. A tekercs fluxusát egyszerűen ki lehet számolni a PDE megoldásának eredményeként kapott háromszögekből.

Egy menetre számított fluxus számítása:

$$\psi \triangleq \int_s \vec{B}\,ds \rightarrow \psi = \int_s rot(\vec{A})\,ds = \oint_L \vec{A}\,dl \tag{14}$$

Ebből már meg tudjuk határozni, hogy a teljes tekercs fluxusát, amihez tudni kell még a tekercs menetszámát(N) és a tekercs keresztmetsztét (F) amit a feladat meg adott.

Tekercs Fluxus számítása:

$$\psi = \sum_{k=1}^{N} \psi_k = \sum_{k=1}^{N} \oint_{L_k} \vec{A}\, dl = \sum_{k=1}^{N} 2\pi r_k A_{\varphi,k} \tag{15}$$

A tekercs homogenizálásával számítható tekercs fluxus:

$$\psi = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^{N} 2\pi r_k A_{\varphi,k} \Delta F \approx \frac{N}{F} \int_F 2\pi r_k A_{\varphi,k}\, dF \tag{16}$$

az integrál egyszerűen közelíthető a FEM megoldásából, a háromszöghálóra felírt integrál közelítő összeggel.

A kiszámított fluxusból már egyszrűen számítható a tekercs impedanciája is.

Kapocs feszültség:

$$U = jw\psi \tag{17}$$

Tekercs árama:

$$I = J_\varphi * \frac{F}{N} \tag{18}$$

Impedancia:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{jw\psi}{I} \tag{19}$$

# Házi feladat

Elektromágneses terek (VIHVMA08)

Feladat címe: Föld alatti fémkeresés örvényáramú vizsgálattal
Konzulens: Pávó József [pavo.jozsef@vik.bme.hu]

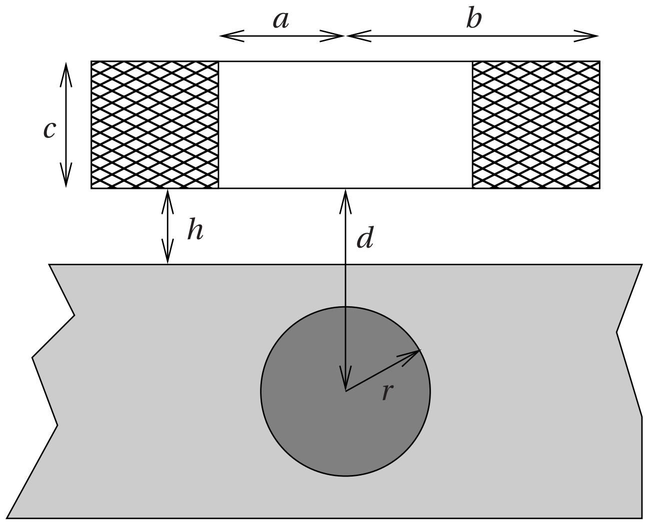
A föld felszíne alatti lévő fémek felderítésére (pl. aknakeresés) szolgáló eszköz egy egyszerűsített vázlata látható az 1. ábrán. A módszer elvi alapja az, hogy a váltakozó árammal táplált tekercs impedanciája megváltozik, ha közelébe vezető (fém) anyag kerül, mivel az utóbbiban örvényáramok indukálódnak, és ezek mágneses tere „visszahat” a tekercs feszültségére.

Az ábrán egy igen egyszerű modell keresztmetszete látható. A $c$ magasságú, $a$ belső és $b$ külső sugarú tekercs légmagos, sűrűn tekercselt, menetszáma $N$, a benne folyó szinuszos áram körfrekvenciája $\omega$. A tekercs tengelyére illeszkedik az $r$ sugarú fémgömb középpontja. A tekercs és a föld közötti a távolság $h$.

Jelölje a tekercs impedanciáját $Z_0$ abban az esetben, ha nincs jelen a fémgömb. A fémgömb jelenlétében az impedancia legyen $Z_0 + \Delta Z$, ahol a mérőműszer jelének ezt a $\Delta Z$ impedanciaváltozást tekintjük.

Vizsgálja meg, hogy miként függ az impedancia változása a gömb sugara és annak tekercstől való távolsága függvényében, amennyiben a talaj szigetelőnek tekinthető. Ezt követően vizsgálja meg, hogy miként változtatja meg az eredményt az, ha a talaj vezetőképessége széles határok között változik.

Kiinduló adatok: $a = 5\,\mathrm{cm}$, $b = 7\,\mathrm{cm}$, $c = 3\,\mathrm{cm}$, $N = 2000$ és $\omega = 2\pi 500\,1/\mathrm{s}$, a gömb fajlagos vezetőképessége $\sigma = 35\,\mathrm{MS/m}$, relatív permeabilitása $\mu_r = 1$. A tekercshuzal tökéletes vezető, a talaj vezetőképessége $\sigma_t = 1\,\mathrm{S/m}$.




1. ábra. Talajban lévő fém gömb detektálása örvényáramú méréssel.