

Elektromágneses Terek (VIHVMA08)

csoportos házi feladat

Föld alatti fémkeresés örvényáramú vizsgálattal

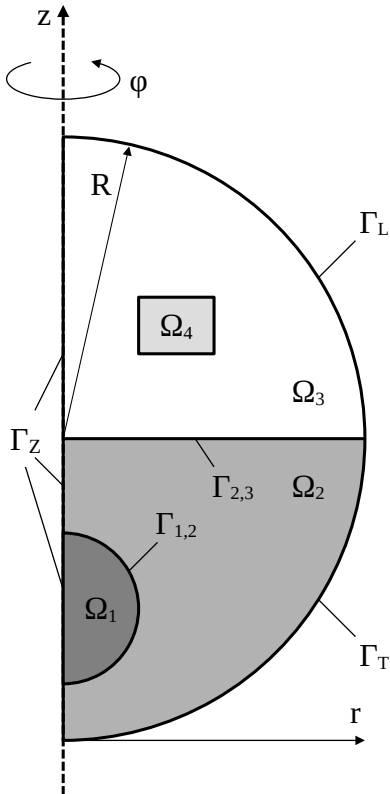
Gekkó csapat: Bak Bálint, Kozma Dávid Márk, Szilágyi Gábor

Konzulens: Dr. Pávó József

Budapest, 2022. december 7.

1. Bevezetés

A feladatkiírásban felvázolt probléma egy forgásszimmetrikus elrendezés, emiatt az 1. ábrán látható fél-síkmetszet vizsgálata elég a probléma megoldásához.



$$\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0 \quad (1)$$

A tartományok jelentése: Ω_1 – vasgömb, Ω_2 – talaj, Ω_3 – levegő, Ω_4 – tekercs.

Mivel csak egy adott ω körfrekvencián kell vizsgálnunk, emiatt elég a szinuszos állandósult állapotot foglalkoznunk:

$$\frac{\partial}{\partial t} \longrightarrow j\omega \quad (2)$$

A kérdéses ω körfrekvencián az elektromágneses hullámok szabad-téri hullámhossza ($\epsilon_r = 1$):

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c}{\frac{\omega}{2\pi}} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}}{\frac{2\pi 500 \text{ s}^{-1}}{2\pi}} = 6 \times 10^5 \text{ m} \quad (3)$$

Emiatt λ az 1000 km nagyságrendjébe esik, míg az elrendezés fizikai méretei néhányszor 10 cm-esek, így élhetünk a magneto-kváztacionárius közelítéssel:

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \longrightarrow 0 \quad (4)$$

1. ábra. A szimulált elrendezés.

Ebben az esetben a vizsgált tartományon belül a Maxwell-egyenleteknek a következő alakja érvényes:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad (5)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (6)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (7)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (8)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} + \vec{J}_i \quad (9)$$

$$\sigma(\vec{r}) = \begin{cases} \sigma, & \text{ha } \vec{r} \in \Omega_1 \\ \sigma_t, & \text{ha } \vec{r} \in \Omega_2 \\ 0, & \text{ha } \vec{r} \in \Omega_3 \cup \Omega_4 \end{cases} \quad (10)$$

Az R sugarat megfelelően nagyra kell választani ahhoz, hogy a kialakuló teret ne befolyásolja jelentősen a vizsgált Ω tartomány $\Gamma_T \cup \Gamma_L$ „távoli” peremének a közelsége.

2. Szilágyi Gábor szekciója

Szeretném én az egyenletek rendezgetését MATLAB-ba tuszakolását megcsinálni.

A feladat megoldásához az $\vec{A} - \Phi, \vec{A}$ formalizmust használjuk, mert az előadáson bemutatott indukciós főzőlapos példa alapján ezzel a megközelítéssel egy jól kezelhető parciális differenciálegyenlet-rendszert kapunk, amit a PDEtool segítségével megoldhatunk.

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (11)$$

A peremfeltételekről a következőket lehet tudni:

$$B_n(\vec{r}) = 0, \quad \vec{r} \in \Gamma_Z \quad (12)$$

$$B_n(\vec{r}) = 0, \quad \vec{r} \in \Gamma_L \cup \Gamma_T \quad (13)$$

A B_n normális mágneses indukció a Γ_Z peremen a szimmetria miatt lesz 0, a $\Gamma_L \cup \Gamma_T$ távoli peremeken pedig a relatíve nagy távolság miatt.

3. Bak Bálint szekciója

dolgok

4. Impedancia kiszámítása rA_φ értékekből

A fluxusból tudunk következtetni a tekercs impedanciájára. A tekercs fluxusát egyszerűen ki lehet számolni a PDE megoldásának eredményeként kapott háromszögekből.

Egy menetre számított fluxus számítása:

$$\psi \triangleq \int_s \vec{B} ds \rightarrow \psi = \int_s \text{rot}(\vec{A}) ds = \oint_L \vec{A} dl \quad (14)$$

Ebből már meg tudjuk határozni, hogy a teljes tekercs fluxusát, amihez tudni kell még a tekercs menetszámát(N) és a tekercs keresztmetsztét (F) amit a feladat meg adott.

Tekercs Fluxus számítása:

$$\psi = \sum_{k=1}^N \psi_k = \sum_{k=1}^N \oint_{L_k} \vec{A} dl = \sum_{k=1}^N 2\pi r_k A_{\varphi,k} \quad (15)$$

A tekercs homogenizálásával számítható tekercs fluxus:

$$\psi = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^N 2\pi r_k A_{\varphi,k} \Delta F \approx \frac{N}{F} \int_F 2\pi r_k A_{\varphi,k} dF \quad (16)$$

az integrál egyszerűen közelíthető a PDE megoldásából, a háromszöghálóra felírt integrál közelítő összeggel.

A kiszámított fluxusból már egyszerűen számítható a tekercs ön és kölcsönös indukciója is.

$$\psi = Z_1 I_1 + Z_2 I_2 \quad (17)$$

$$Z_1 = \frac{\psi}{I_1} \quad (18)$$

$$Z_2 = \frac{\psi}{I_2} \quad (19)$$

Házi feladat

Elektromágneses terek (VIHVMA08)

Feladat címe: Föld alatti fémkeresés örvényáramú vizsgálattal
Konzulens: Pávó József [pavo.jozsef@vik.bme.hu]

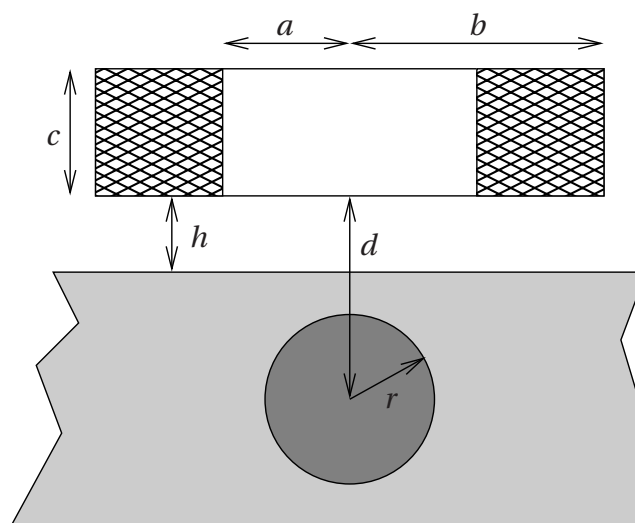
A föld felszíne alatti lévő fémek felderítésére (pl. aknakeresés) szolgáló eszköz egy egyszerűsített vázlatát látható az 1. ábrán. A módszer elvi alapja az, hogy a váltakozó árammal táplált tekercs impedanciája megváltozik, ha közelébe vezető (fém) anyag kerül, mivel az utóbbiban örvényáramok indukálódnak, és ezek mágneses tere „visszahat” a tekercs feszültségére.

Az ábrán egy igen egyszerű modell keresztmetszete látható. A c magasságú, a belső és b külső sugarú tekercs légmagos, sűrűn tekercselt, menetszáma N , a benne folyó szinuszos áram körfrekvenciája ω . A tekercs tengelyére illeszkedik az r sugarú fémgömb középpontja. A tekercs és a föld közötti távolság h .

Jelölje a tekercs impedanciáját Z_0 abban az esetben, ha nincs jelen a fémgömb. A fémgömb jelenlétében az impedancia legyen $Z_0 + \Delta Z$, ahol a mérőműszer jelének ezt a ΔZ impedanciaváltozást tekintjük.

Vizsgálja meg, hogy miként függ az impedancia változása a gömb sugara és annak tekercstől való távolsága függvényében, amennyiben a talaj szigetelőnek tekinthető. Ezt követően vizsgálja meg, hogy miként változtatja meg az eredményt az, ha a talaj vezetőképessége széles határok között változik.

Kiinduló adatok: $a = 5$ cm, $b = 7$ cm, $c = 3$ cm, $N = 2000$ és $\omega = 2\pi 500$ 1/s, a gömb fajlagos vezetőképessége $\sigma = 35$ MS/m, relatív permeabilitása $\mu_r = 1$. A tekercshuzal tökéletes vezető, a talaj vezetőképessége $\sigma_t = 1$ S/m.



1. ábra. Talajban lévő fém gömb detektálása örvényáramú méréssel.