MŰEGYETEM 1782

Elektromágneses Terek (VIHVMA08) csoportos házi feladat

Föld alatti fémkeresés örvényáramú vizsgálattal

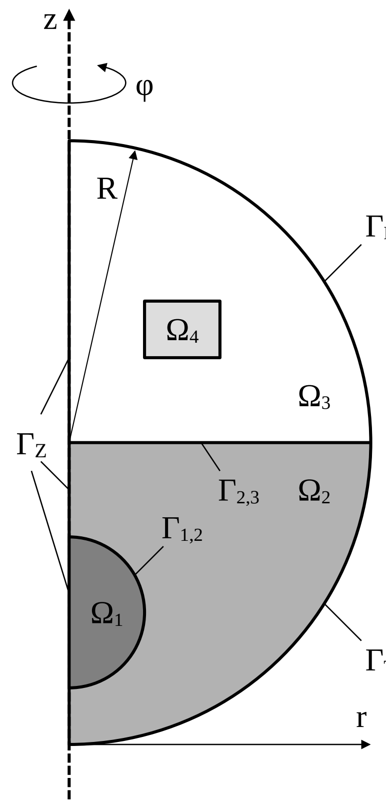
Gekkó csapat: Bak Bálint, Kozma Dávid Márk, Szilágyi Gábor

Konzulens: Dr. Pávó József

Budapest, 2022. december 7.

1. Bevezetés

A feladatkiírásban felvázolt probléma egy forgásszimmetrikus elrendezés, emiatt az 1. ábrán látható félsíkmetszet vizsgálata elég a probléma megoldásához.



1. ábra. A szimulált elrendezés.

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0 \tag{1}$$

A tartományok jelentése: Ω_1 – vasgömb, Ω_2 – talaj, Ω_3 – levegő, Ω_4 – tekercs.

Mivel csak egy adott ω körfrekvencián kell vizsgálódnunk, emiatt elég a szinuszos állandósult állapottal foglalkoznunk:

$$\frac{\partial}{\partial t} \quad \longrightarrow \quad j\omega \tag{2}$$

A kérdéses ω körfrekvencián az elektromágneses hullámok szabadtéri hullámhossza ($\varepsilon_r = 1$):

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c}{\frac{\omega}{2\pi}} = \frac{3 \times 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{\frac{2\pi 500\,\mathrm{s^{-1}}}{2\pi}} = 6 \times 10^5\,\mathrm{m} \tag{3}$$

Emiatt λ az 1000 km nagyságrendjébe esik, míg az elrendezés fizikai méretei néhányszor 10 cm-esek, így élhetünk a magnetokvázistacionárius közelítéssel:

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \longrightarrow \quad 0 \tag{4}$$

Ebben az esetben a vizsgált tartományon belül a Maxwell-egyenleteknek a következő alakja érvényes:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \tag{5}$$
$$\operatorname{rot} \vec{E} = -j\omega\vec{B} \tag{6}$$
$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \tag{7}$$
$$\vec{B} = \mu\vec{H} \tag{8}$$
$$\vec{J} = \sigma\vec{E} + \vec{J}_i \tag{9}$$

$$\sigma(\vec{r}) = \begin{cases} \sigma, & \text{ha } \vec{r} \in \Omega_1 \\ \sigma_t, & \text{ha } \vec{r} \in \Omega_2 \\ 0, & \text{ha } \vec{r} \in \Omega_3 \cup \Omega_4 \end{cases} \tag{10}$$

Az R sugarat megfelelően nagyra kell választani ahhoz, hogy a kialakuló teret ne befolyásolja jelentősen a vizsgált Ω tartomány $\Gamma_T \cup \Gamma_L$ „távoli” peremének a közelsége.

2. Szilágyi Gábor szekciója

Szeretném én az egyenletek rendezgetését MATLAB-ba tuszakolását megcsinálni.

A feladat megoldásához az $\vec{A} - \Phi, \vec{A}$ formalizmust használjuk, mert az előadáson bemutatott indukciós főzőlapos példa alapján ezzel a megközelítéssel egy jól kezelhető parciális differenciálegyenlet-rendszert kapunk, amit a PDEtool segítségével megoldhatunk.

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A} \tag{11}$$

A peremfeltételekről a következőket lehet tudni:

$$B_n(\vec{r}) = 0, \quad \vec{r} \in \Gamma_Z \tag{12}$$
$$B_n(\vec{r}) = 0, \quad \vec{r} \in \Gamma_L \cup \Gamma_T \tag{13}$$

A B_n normális mágneses indukció a Γ_Z peremen a szimmetria miatt lesz 0, a $\Gamma_L \cup \Gamma_T$ távoli peremeken pedig a relatíve nagy távolság miatt.

3. Bak Bálint szekciója

dolgok

4. Impedancia kiszámítása rA_φ értékekből

A fluxusból tudunk következtetni a tekercs impedanciájára. A tekercs fluxusát egyszerűen ki lehet számolni a PDE megoldásának eredményeként kapott háromszögekből.

Egy menetre számított fluxus számítása:

$$\psi \triangleq \int_s \vec{B}\, ds \rightarrow \psi = \int_s rot(\vec{A})\, ds = \oint_L \vec{A}\, dl \tag{14}$$

Ebből már meg tudjuk határozni, hogy a teljes tekercs fluxusát, amihez tudni kell még a tekercs menetszámát(N) és a tekercs keresztmetsztét (F) amit a feladat meg adott.

Tekercs Fluxus számítása:

$$\psi = \sum_{k=1}^{N} \psi_k = \sum_{k=1}^{N} \oint_{L_k} \vec{A}\, dl = \sum_{k=1}^{N} 2\pi r_k A_{\varphi,k} \tag{15}$$

A tekercs homogenizálásával számítható tekercs fluxus:

$$\psi = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^{N} 2\pi r_k A_{\varphi,k} \Delta F \approx \frac{N}{F} \int_F 2\pi r_k A_{\varphi,k}\, dF \tag{16}$$

az integrál egyszerűen közelítható a FEM megoldásából, a háromszöghálóra felírt integrál közelítő összeggel.

A kiszámított fluxusból már egyszrűen számítható a tekercs impedanciája is.

Kapocs feszültség:

$$U = jw\psi \tag{17}$$

Tekercs árama:

$$I = J_\varphi * \frac{F}{N} \tag{18}$$

Impedancia:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{jw\psi}{I} \tag{19}$$

5. A gömb méret változása és hiánya okozta Impedancia változás

5.1. A földet tekintsük szigetelőnek

peremfeltételek mindenhol : h = 1, r=0
Tekercs PDE: c = 1./(4*pi*1e-7)./x ; a = 0.0; f = 1/(0.05*0.02) ; ELIPTIC
Levegő PDE : c = 1./x./(4*pi*1e-7) ; a = 0.0; f = 0; ELIPTIC
Föld PDE: c = 1./x./(4*pi*1e-7) ; a = 0.0; f = 0; ELIPTIC
Gömb PDE: c = 1./x./(4*pi*1e-7) ; a = j*2*pi*500*35e6./x; f = 0; ELIPTIC

Tekercs impedanciája gömb nélkül: Z0 = 0.0000e+00 + 1.2193e+03i

Tekercs impedanciája gömbbel:

r[m] \ d[m]	0.08	0.13	0.18
0.01		5.4073e-03 + 1.2192e+03j	
0.03	6.5651e-01 + 1.2163e+03j	7.9215e-02 + 1.2189e+03j	1.4745e-02 + 1.2192e+03j
0.05		3.1053e-01 + 1.2171e+03j	

A távolság csökentésével illetve a gömb átmérő csökkentésével csökken az impedancia reális része míg a komplex szinte változatlan marad. Azaz a tekercsnek a gömb megjelenésével lessz ellenállása is. Az ellenállás nagysága pedig attól függ, hogy milyen távol van a gömb a tekercstől és a gömb méretétől.

5.2. A földet tekintsük vezetőnek

$\sigma = 1S/m$
peremfeltételek mindenhol : h = 1, r=0
Tekercs PDE: c = 1./(4*pi*1e-7)./x ; a = 0.0; f = 1/(0.05*0.02) ; ELIPTIC
Levegő PDE : c = 1./x./(4*pi*1e-7) ; a = 0.0; f = 0; ELIPTIC
Föld PDE: c = 1./x./(4*pi*1e-7) ; a = j*2*pi*500./x*1; f = 0; ELIPTIC

Gömb PDE: c = 1./x./(4*pi*1e-7) ; a = j*2*pi*500*35e6./x; f = 0; ELIPTIC

Tekercs impedanciája gömb nélkül: Z0 = 6.6401e-04 + 1.2193e+03i

r[m] \ d[m]	0.08	0.13	0.18
0.01		6.0710e-03 + 1.2192e+03j	
0.03	6.5713e-01 + 1.2163e+03j	7.9866e-02 + 1.2189e+03j	1.5405e-02 + 1.2192e+03j
0.05		3.1112e-01 + 1.2171e+03j	

A tapasztalat szinte ugyan az mint amikor a földet szigetelőnek tekintjük azzal a különbséggel, hogy a már a gömbnélkül is van reális része az impedanciának.

Házi feladat

Elektromágneses terek (VIHVMA08)

Feladat címe: Föld alatti fémkeresés örvényáramú vizsgálattal
Konzulens: Pávó József [pavo.jozsef@vik.bme.hu]

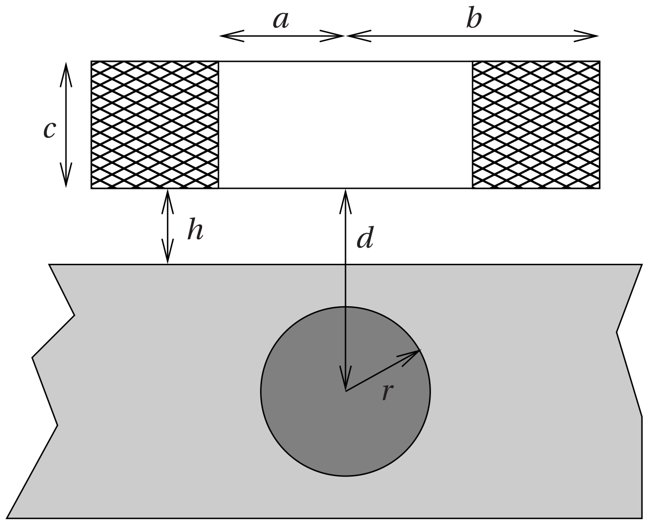
A föld felszíne alatti lévő fémek felderítésére (pl. aknakeresés) szolgáló eszköz egy egyszerűsített vázlata látható az 1. ábrán. A módszer elvi alapja az, hogy a váltakozó árammal táplált tekercs impedanciája megváltozik, ha közelébe vezető (fém) anyag kerül, mivel az utóbbiban örvényáramok indukálódnak, és ezek mágneses tere „visszahat” a tekercs feszültségére.

Az ábrán egy igen egyszerű modell keresztmetszete látható. A c magasságú, a belső és b külső sugarú tekercs légmagos, sűrűn tekercselt, menetszáma N, a benne folyó szinuszos áram körfrekvenciája ω. A tekercs tengelyére illeszkedik az r sugarú fémgömb középpontja. A tekercs és a föld közötti a távolság h.

Jelölje a tekercs impedanciáját Z_0 abban az esetben, ha nincs jelen a fémgömb. A fémgömb jelenlétében az impedancia legyen $Z_0 + \Delta Z$, ahol a mérőműszer jelének ezt a ΔZ impedanciaváltozást tekintjük.

Vizsgálja meg, hogy miként függ az impedancia változása a gömb sugara és annak tekercstől való távolsága függvényében, amennyiben a talaj szigetelőnek tekinthető. Ezt követően vizsgálja meg, hogy miként változtatja meg az eredményt az, ha a talaj vezetőképessége széles határok között változik.

Kiinduló adatok: $a = 5\,\text{cm}$, $b = 7\,\text{cm}$, $c = 3\,\text{cm}$, $N = 2000$ és $\omega = 2\pi 500\,1/\text{s}$, a gömb fajlagos vezetőképessége $\sigma = 35\,\text{MS/m}$, relatív permeabilitása $\mu_r = 1$. A tekercshuzal tökéletes vezető, a talaj vezetőképessége $\sigma_t = 1\,\text{S/m}$.



1. ábra. Talajban lévő fém gömb detektálása örvényáramú méréssel.