

Tempomat - symulacja

Anna Zalesińska, 155868

Mateusz Juszczak, 155968

1 Wstęp

Celem niniejszego projektu jest implementacja oraz analiza symulatora tempomatu opartego o regulator proporcjonalno-całkująco-różniczkujący (PID). W dzisiejszych czasach, systemy kontroli prędkości, takie jak tempomaty, stanowią integralną część współczesnych pojazdów, wpływając istotnie na komfort jazdy oraz efektywność energetyczną. Regulacja PID, ze względu na swoją prostotę i skuteczność, jest powszechnie stosowaną metodą w projektowaniu systemów sterowania.

W ramach projektu skupiamy się na stworzeniu symulatora tempomatu, który umożliwi zrozumienie oraz ocenę działania regulatora PID w kontekście utrzymania zadanej prędkości pojazdu. Implementacja symulatora pozwoli na eksperymentalne zbadanie wpływu różnych parametrów regulatora PID na stabilność, czas regulacji oraz ogólną wydajność systemu.

Wprowadzenie regulatora PID do układu tempomatu ma na celu eliminację błędów systemowych poprzez odpowiednią korektę sygnału sterującego. Regulator ten składa się z trzech składowych: proporcjonalnej (P), całkującej (I) oraz różniczkującej (D), które łącznie pozwalają na skuteczne utrzymanie pojazdu w zadanym tempie jazdy.

2 Model matematyczny

Parametry determinujące przebieg sumulacji można podzielić na trzy kategorie: parametry środowiska, parametry obiektu oraz parametry symulacji.

2.1 Parametry środowiska

Symbol	Jednostka	Opis
$func(x)$	-	Funkcja trasy
ρ	$\frac{kg}{m^3}$	Gęstość powietrza
g	$\frac{m}{s^2}$	Przyspieszenie grawitacyjne
v_w	$\frac{m}{s}$	Prędkość wiatru
α_w	1 deg($^{\circ}$)	Kąt wiania wiatru

2.2 Parametry obiektu

Symbol	Jednostka	Opis
A	m^2	Powierzchnia czołowa
μ	-	Współczynnik oporu toczenia
C_d	-	Współczynnik oporu aerodynamicznego
m	kg	Masa pojazdu
F_{max}	N	Maksymalna siła ciągu silnika

2.3 Parametry symulacji

Symbol	Jednostka	Opis
e	$\frac{m}{s}$	Uchyb
t	s	Czas symulacji
t_s	s	Krok symulacji
v_s	$\frac{m}{s}$	Prędkość zadana
v_0	$\frac{m}{s}$	Prędkość początkowa
v	$\frac{m}{s}$	Prędkość chwilowa obiektu
x_0	m	Położenie początkowe
α_s	1 deg($^{\circ}$)	Nachylenie zbocza

2.4 Parametry dynamiczne

Wartości niektórych parametrów podstawowych są wprost zależne od aktualnego stanu symulacji. Ich wartości obliczane są podczas każdej iteracji.

- Nachylenie zbocza - α

$$\alpha = atan\left(\frac{func(x) - func(x - vt_s - 0.1)}{t_s}\right)$$

Parametr jest obliczany jako współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez punkt aktualnego oraz następnego położenia obiektu z

dotatkem małego, arbitralnie wybranego czynnika skalarnego o wartości 0.1, aby umożliwić poprawne obliczenie tego parametru w sytuacji gdy $v = 0$.

- Uchyb - e

$$e = v_s - v$$

- Moment sumulacji - t_e

$$t_e = nt_s$$

Gdzie n to liczba wykonanych iteracji symulacji

2.5 Siły działające na obiekt

Podczas symulacji, obiekt poddawany jest wybranym siłom, których wartości są krokowo obliczane. Zależą one zarówno od wartości parametrów ustawionych przez użytkownika, jak i obecnego stanu symulacji.

1. Siła staczania

$$F_s = mgsin\left(\alpha\frac{\pi}{180}\right)$$

2. Opór toczenia

$$F_t = mg\mu\cos\left(\alpha\frac{\pi}{180}\right)$$

3. Opór wiatru

$$F_w = \frac{1}{2}C_dA\rho v^2$$

4. Opór aerodynamiczny

$$F_a = \frac{1}{2}C_dA\rho(v - v_w\cos(\alpha_w\frac{\pi}{180}))^2$$

5. Siła ciągu silnika

$$F_c = F_{max} \cdot \frac{k_p \cdot \left(e(t_e) + \frac{t_s}{T_i} \sum_n^{i=0} e(i \cdot t_s) + T_d \frac{e(t_e) - e(t_e - t_s)}{t_s} \right)}{v_{max}}$$

Więcej na temat regulatora w następnej sekcji.

Z wymienionych sił obliczana jest siła wypadkowa.

$$F = F_m - F_s - F_t - F_w - F_a$$

2.6 Regulator PID

Regulator PID (Proporcjonalny, Całkujący, Różniczkujący) to jeden z najbardziej popularnych rodzajów regulatorów stosowanych w systemach sterowania. Składa się z trzech podstawowych składowych, które są odpowiedzialne za różne aspekty regulacji:

- **Proporcjonalny (P)**

Składowa proporcjonalna reaguje proporcjonalnie do bieżącego błędu między wartością zadaną (celową) a aktualnym stanem systemu. Proporcjonalność oznacza, że im większy jest błąd, tym większa jest korekta wyjścia regulatora. Jednakże, sama składowa proporcjonalna może spowodować, że system będzie zbyt wolno reagował na błędy lub będzie się oscylował wokół wartości zadanego celu.

- **Całkujący (I)**

Składowa całkująca uwzględnia historię błędów w systemie poprzez sumowanie bieżących błędów w czasie. Dzięki temu, nawet jeśli błąd jest niewielki, ale występuje stale przez dłuższy czas, składowa całkująca stopniowo zwiększa korektę wyjścia regulatora. Składowa ta pomaga eliminować błąd ustalony (czyli różnicę między wartością zadaną a wartością rzeczywistą w stanie ustalonym), jednak może też prowadzić do nadmiernego wzmocnienia i oscylacji.

- **Różniczkujący (D)**

Składowa różniczkująca przewiduje przyszłe zmiany poprzez obserwowanie szybkości zmian błędu w czasie. Jej zadaniem jest redukcja oscylacji poprzez hamowanie wzrostu korekty, gdy błąd zmienia się zbyt szybko. Pomaga to w szybszym reagowaniu na zbliżające się wartości zadaną oraz zmniejsza oscylacje wokół tej wartości. Składowa różniczkująca może jednak zwiększać szumy sygnału.

Regulator PID wykorzystuje kombinację tych trzech składowych, które są mnożone przez odpowiednie współczynniki (k_p , T_i , T_d) i sumowane, aby wygenerować korektę sygnału sterującego. Optymalne dostrojenie (tuning) regulatora PID polega na dobraniu odpowiednich wartości tych współczynników, aby osiągnąć pożądaną stabilność, szybkość reakcji oraz eliminację błędów w systemie regulowanym. Tuning regulatora PID jest często iteracyjnym procesem, wymagającym eksperymentowania z różnymi wartościami

współczynników dla danego systemu.

W przedstawionej implementacji regulatora PID równanie zostało przeskalowane do przedziału wartości $[-1; 1]$, aby reprezentować procent maksymalnej dostępnej siły przyspieszania lub hamowania. Do tego celu wykorzystano stałą v_{max} , określającą maksymalną prędkość, jaką pojazd w danej konfiguracji może osiągnąć w warunkach idealnych (bez wpływu wiatru, na poziomej nawierzchni). Wartość v_{max} została obliczona poprzez porównanie siły ciągu z sumą oporów toczenia i aerodynamicznego. Po podstawieniu maksymalnego ciągu oraz innych parametrów pojazdu otrzymuje się wartość maksymalnej prędkości v_{max} .

$$\begin{aligned} F_c &= F_t + F_a \\ F_c &= mg\mu + \frac{1}{2}C_dA\rho v^2 \\ v_{max} &= \sqrt{\frac{2F_{max} - 2mg\mu}{C_dA\rho}} \end{aligned}$$