

K

Niklas Karoli

September 13, 2024

Inhaltsverzeichnis

1	Der Logarithmus	1
2	Der natürliche Logarithmus	1

1 Der Logarithmus

Der Logarithmus a ($a > 0$) zur Basis b ist die Zahl, mit der man b potenzieren muss, um a zu erhalten.

Schreibweise: $\log_b(a)$ "Logarithmus a zur Basis b " das heißt für jede positive Zahl $b \neq 1$ gilt: $b^x = a \iff \log_b(a) = x \dots$

ln: Der natürliche Logarithmus - Basis e

$$e^x = a \iff \ln(a) = x$$

Exponentialfunktionen mit einer beliebigen Basis $a > 0$ lassen sich als e -Funktionen darstellen.

$$\text{Es gilt: } f(x) = a^x = (e^{\ln(a)})^x = e^{\ln(a) \cdot x}$$

Für die Ableitungsfunktion gilt dann

$$f'(x) = \ln(a) \cdot e^{\ln(a) \cdot x}$$

$$= \ln(a) \cdot a^x$$

Außerdem ist F mit

$$F(x) = \frac{1}{\ln(a)} \cdot e^{\ln(a) \cdot x} = \frac{1}{\ln(a)} \cdot a^x$$

eine Stammfunktion von f

2 Der natürliche Logarithmus

Für eine Zahl $b \in \mathbb{R}$, $b > 0$ ist ihr natürlicher Logarithmus $\ln(b)$ der Exponent, mit dem man e potenzieren muss, um b zu erhalten.

$$e^x = b$$

$$\ln(e^x) = \ln(b)$$

$$x \cdot \ln(e) = \ln(b)$$

$$x = \ln(b)$$

$$\Rightarrow e^{\ln(b)} = b \text{ und } \ln(e^b) = b$$