

# Mathe LK

Niklas Karoli

September 17, 2024

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Der Logarithmus</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Der natürliche Logarithmus</b>	<b>1</b>

# 1 Der Logarithmus

Der Logarithmus  $a$  ( $a > 0$ ) zur Basis  $b$  ist die Zahl, mit der man  $b$  potenzieren muss, um  $a$  zu erhalten.

Schreibweise:  $\log_b(a)$  "Logarithmus  $a$  zur Basis  $b$ " das heißt für jede positive Zahl  $b \neq 1$  gilt:  $b^x = a \iff \log_b(a) = x \dots$

$\ln$ : Der natürliche Logarithmus - Basis  $e$

$$e^x = a \iff \ln(a) = x$$

Exponentialfunktionen mit einer beliebigen Basis  $a > 0$  lassen sich als  $e$ -Funktionen darstellen.

$$\text{Es gilt: } f(x) = a^x = (e^{\ln(a)})^x = e^{\ln(a) \cdot x}$$

Für die Ableitungsfunktion gilt dann

$$f'(x) = \ln(a) \cdot e^{\ln(a) \cdot x}$$

$$= \ln(a) \cdot a^x$$

Außerdem ist  $F$  mit

$$F(x) = \frac{1}{\ln(a)} \cdot e^{\ln(a) \cdot x} = \frac{1}{\ln(a)} \cdot a^x$$

eine Stammfunktion von  $f$

# 2 Der natürliche Logarithmus

Für eine Zahl  $b \in \mathbb{R}$ ,  $b > 0$  ist ihr natürlicher Logarithmus  $\ln(b)$  der Exponent, mit dem man  $e$  potenzieren muss, um  $b$  zu erhalten.

$$e^x = b$$

$$\ln(e^x) = \ln(b)$$

$$x \cdot \ln(e) = \ln(b)$$

$$x = \ln(b)$$

$$\Rightarrow e^{\ln(b)} = b \text{ und } \ln(e^b) = b$$