

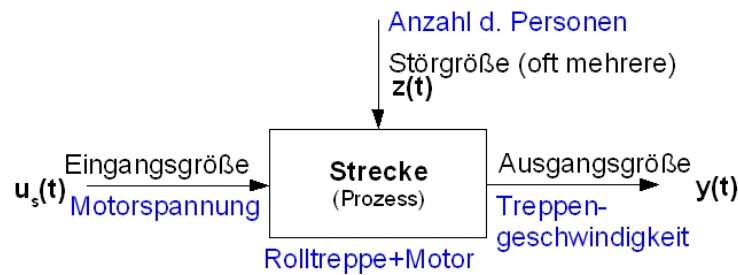
Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|----|
| 1. Einführung und Grundbegriffe in der Regelungstechnik..... | 2 |
| 1.1 Aufgabenstellung: gezielte Beeinflussung dynamischer Systeme..... | 2 |
| 1.2 Lösungsmöglichkeiten: Steuerung oder Regelung..... | 2 |
| 1.3 Grundanforderungen an eine Regelung..... | 5 |
| 1.4 Bearbeitungsschritte einer Regelungsaufgabe..... | 5 |
| 2. Beschreibung dynamischer Systeme durch Strukturbild | 5 |
| 2.1 Einführung des Strukturbilds und Vorgehensweise zu seiner Einstellung..... | 5 |
| 2.2 Weiters Beispiel zur Strukturbilderstellung: v-Regelung eines PKW | 6 |
| 2.3 Die Blöcke des Strukturbildes | 6 |
| 2.3.1 Das Integrierglied (I-Glied)..... | 7 |
| 2.3.2 Weitere elementare Ügl:..... | 7 |
| 2.3.3 P-T1-Glied (Verzögerungsglied 1. Ordnung, VZ1-Glied)..... | 7 |
| 2.3.4 P-T2-Glied (Verzögerungsglied 2. Ordnung, VZ2-Glied) | 8 |
| 2.3.5 Strukturbild der Temperaturregelung: zweite Darstellungsmöglichkeit..... | 8 |
| 2.4 Linearisierung um den Betriebspunkt..... | 8 |
| 2.4.1 Betriebspunkt (Arbeitspunkt) eines Systems = stationärer Systemzustand, bei dem die Ausgangsgröße ihren Sollwert annimmt..... | 8 |
| 2.4.2 Durchführung der Linearisierung um den Betriebspunkt..... | 9 |
| 2.5 Umformung des Strukturbildes..... | 10 |
| 3. Analyse des Regelkreises (RK)..... | 11 |
| 3.1 Allgemeines Strukturbild und Gleichung des RK..... | 11 |
| 3.2 Eigenschaften des offenen Kreises..... | 13 |
| 3.3 Stationäres Verhalten des Regelkreises | 13 |
| 3.4 Stabilitätsdefinition und grundlegende Stabilitätskriterien für RK..... | 13 |
| 3.5 Frequenzgang und Ortskurve des offenen Kreises..... | 14 |
| 3.5.1 Der Frequenzgang (FG)..... | 14 |
| 3.5.2 Die Ortskurve des offenen Kreises (OK)..... | 15 |
| 4. Synthese (Entwurf von Regelkreisen)..... | 17 |
| 4.1 Anforderungen an den RK..... | 17 |
| 4.2 Herleitung der gegenläufigen Reglerstruktur..... | 17 |
| 4.3 Realisierungsproblematik und realisierbare Reglerstrukturen..... | 18 |
| 4.4 Grundregeln zur Einstellung der Regelparameter..... | 19 |
| 4.5 Relerentwurf für die Vorlesungsbeispiele..... | 20 |
| 4.5.1 Fig. - Geschwindigkeistregelung..... | 20 |
| 4.5.2 Raumtemperatur – Regelung | 21 |
| 4.6 Strukturelle Maßnahmen zur weiteren Verbesserung des Systemverhaltens..... | 22 |
| 4.6.1 Steuerungstechnische Maßnahmen..... | 22 |
| 4.6.2 Regelungstechnische Maßnahme: Einführung unterlagerter Regelkreise (Kaskadenregelung)..... | 23 |
| 4.6.3 Anwendungsbeispiel: Fzg.-v-Regelung..... | 24 |
| 5. Realisierung von Reglern..... | 25 |
| 5.1 Darstellungsform für die Regler-ÜF und in der Praxis verwendete Reglerparameter..... | 25 |
| 5.2 Analoge Realisierungen | 25 |
| 5.2.1 Regler ohne Hilfsenergie (meist P-Regler)..... | 25 |
| 5.2.2 Regler mit Hilfsenergie (alle Reglertypen)..... | 25 |
| 5.3 Digitale Regelung..... | 25 |

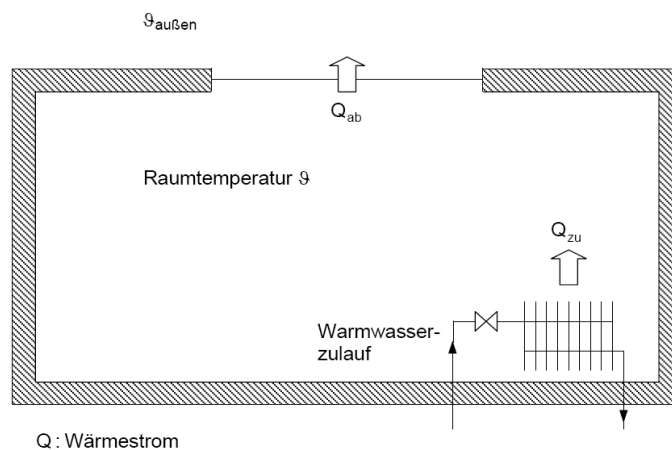
1. Einführung und Grundbegriffe in der Regelungstechnik

1.1 Aufgabenstellung: gezielte Beeinflussung dynamischer Systeme

allgemeine Ausgangssituation (BB 5)



Raum mit Heizkörper (aus BB 4)



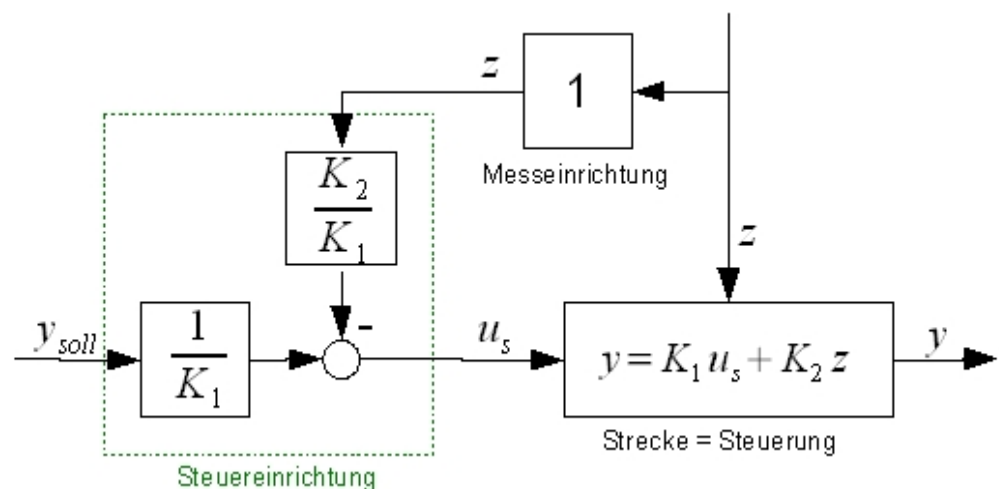
Aufgabenstellung

Über $u_s(t)$ soll $y(t)$ trotz einwirkender Störung $z(t)$ ein gewünschtes Zeitverhalten (= Sollverhalten) aufgeprägt werden

1.2 Lösungsmöglichkeiten: Steuerung oder Regelung

Fall 1: Störeinfluss und Strecke seien vollständig bekannt (d.h. z ist z.B. durch Messung gegeben und Werte aller Streckenparameter sind verfügbar)

Prinzipbeispiel:



h etwas

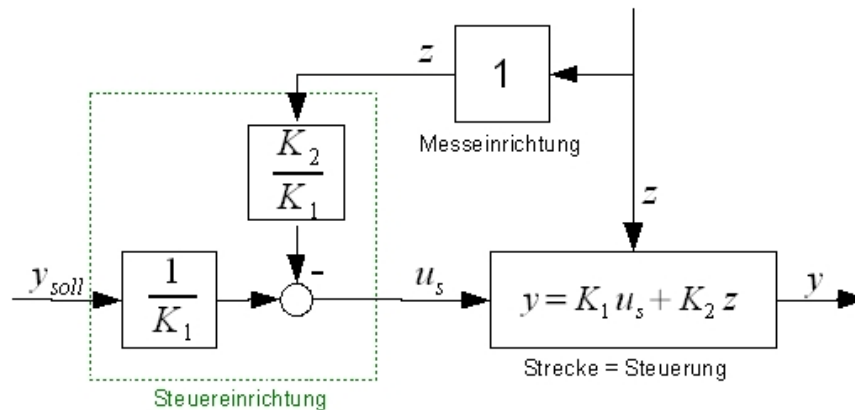
$$K_1 \cdot u_s + K_2 \cdot z \stackrel{!}{=} y_{\text{soll}} \quad u_s = \frac{1}{K_1} \cdot y_{\text{soll}} - \frac{K_2}{K_1} \cdot z$$

Also: Falls Störung und Strecke vollständig bekannt, gezielte Beeinflussung von $y(t)$ durch Reihenschaltung der Strecke mit davor angebrachter Steuereinrichtung möglich: Steuerung

Kennzeichen der Steuerung:

offene Wirkungskette → stabil, wenn alle Blöcke stabil

Fall 2: Störeinfluss und/oder Strecke nicht vollständig bekannt (d.h. nicht durch Messung gegeben und/oder Streckenparameter sind nicht genau bekannt)



$$y = (K_1 + \Delta K) \cdot \left(\frac{1}{K_1} y_{\text{soll}} - \frac{K_2}{K_1} z_s \right) + K_2 \cdot z = y_{\text{soll}} + \frac{\Delta K}{K_1} \cdot y_{\text{soll}} + K_2 (z - z_s) - \frac{\Delta K}{K_1} \cdot K_2 \cdot z_s \neq y_{\text{soll}}$$

für $\Delta K \neq 0$ und/oder $z_s \neq z$

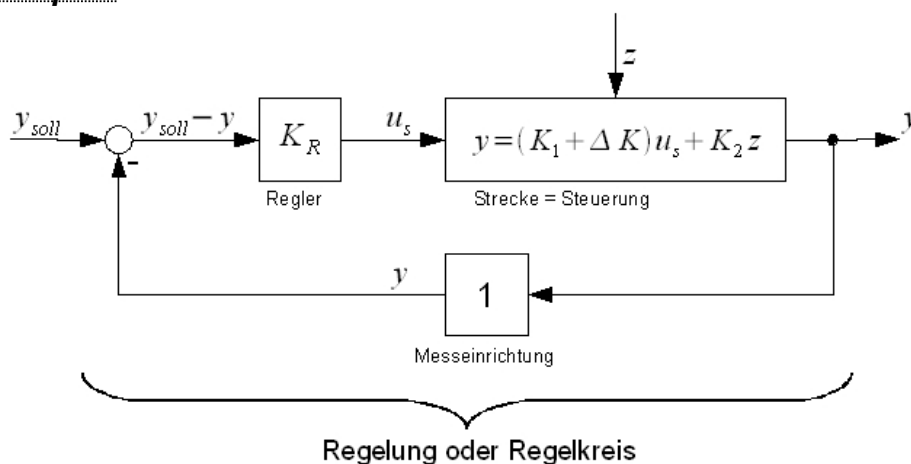
→ Steuerung gewährleistet nicht mehr die Einhaltung der Entwurfsforderung $y \stackrel{!}{=} y_{\text{soll}}$

naheliegender Lösungsansatz:

Ausgangsgröße y messen, fortlaufend mit y_{soll} vergleichen und bei Abweichung (auf Grund von Störeinwirkung und/oder Streckenparameteränderung) Eingangsgröße u_s in Abhängigkeit von Betrag und Vorzeichen der Abweichung so verstellen, dass y wieder an y_{soll} angeglichen werden.

Prinzipbeispiel:

24.10.2005



Hierfür gilt:

$$y = (K_1 + \Delta K) \cdot u_s + K_2 \cdot z \quad \text{mit} \quad u_s = K_R (y_{\text{soll}} - y)$$
$$\rightarrow y = \frac{(K_1 + \Delta K) \cdot K_R}{1 + (K_1 + \Delta K) \cdot K_R} \cdot y_{\text{soll}} + \frac{K_2}{1 + (K_1 + \Delta K) \cdot K_R} \cdot z$$

K_R so, dass $(K_1 + \Delta K) \cdot K_R \gg 1$ $(K_1 + \Delta K) \cdot K_R \gg K_2$

$$\rightarrow y \approx 1 \cdot y_{\text{soll}} + 0 \cdot z = y_{\text{soll}} \quad \forall |\Delta K|, |z| < \infty$$

Also: Trotz nicht vollständig bekannter Störung und/oder nicht vollständig bekannter Strecke gezielte Beeinflussung von $y(t)$ mit dieser Anordnung möglich: Regelung bzw. Regelkreis (RK)

Kennzeichen der Regelung:

geschlossene Wirkungskette (Wirkungskreislauf)

→ kann instabil werden, auch wenn alle Blöcke selbst stabil sind (und umgekehrt)

Allgemeines Blockbild einer Regelung:

(s. BB 7 unten)

Dabei hier verwendete Darstellung und Betrachtungsweise sind nicht vollständig DIN-konform (s. BB 7)

Elementaraufgaben der Regelung:

Störung z ausregeln und Führungsgröße w bzw. Sollwert y_{soll} einregeln (d.h. $\tau(t) \xrightarrow{!} w(t)$ bzw. $y(t) \xrightarrow{!} y_{\text{soll}}(t)$ trotz $z(t) \neq 0$). Notwendige Voraussetzung hierfür: Umkehr der Wirkrichtung im Soll-Istwert-Vergleich (y fällt $\rightarrow e$ steigt, und umgekehrt).

Falls $w = \text{konstant}$: Festwertregelung (z.B. Rolltreppenantrieb mit $w_{\text{soll}} = \text{konstant}$)

Falls $w \neq \text{konstant}$: Folge- oder Nachlaufregelung (z.B. Aufzugantrieb mit $w_{\text{soll}} = w_{\text{soll}}(t)$)

Gegenüberstellung von Steuerung und Regelung:

(s. BB 8)

optimaler Ansatz:

Kombination von Steuerung und Regelung (wobei Reaktion auf alles Bekannte gesteuert und nur unbekannte Einflüsse durch Regelung bekämpft werden sollten).

Prinzipbeispiel:

(s. BB A)

- $\Delta K = 0$ und $\tilde{z} = 0 \rightarrow y = y_{\text{soll}}$ und $u_{\text{Reg}} = 0$, d.h. $u_s = u_{\text{St}}$
→ Regelung liefert keinen Beitrag, nur Steuerung aktiv.

- $\Delta K \neq 0$ und/oder $\tilde{z} \neq 0$

$$\rightarrow y \rightarrow y_{\text{soll}} \quad \text{und} \quad u_{\text{Reg}} \rightarrow -\frac{\frac{\Delta K}{K_1}}{K_1 + \Delta K} \cdot y_{\text{soll}} + \frac{\frac{\Delta K}{K_1}}{K_1 + \Delta K} \cdot K_2 \cdot z - \frac{K_3}{K_1 + \Delta K} \cdot \tilde{z} \neq 0 \quad \text{für} \quad K_R \rightarrow \infty$$

d.h. $u_s = u_{\text{St}} + u_{\text{Reg}} \rightarrow$ Steuerung und Regelung aktiv

Praxisbeispiel:

(s. BB B)

Im Weiteren:

Zunächst Betrachtung von Regelung (für kontinuierliche Eingrößensysteme).

Dann in Abschnitt 4.6 Kombination mit Steuerungsmaßnahmen

1.3 Grundanforderungen an eine Regelung

(s. BB 9)

27.10.2005

1.4 Bearbeitungsschritte einer Regelungsaufgabe

(s. BB 10/1 + 10/2)

2. Beschreibung dynamischer Systeme durch Strukturbild

(DIN: Wirkungsplan)

2.1 Einführung des Strukturbilds und Vorgehensweise zu seiner Einstellung

Beispiel: Raumtemperaturregelung über die Vorlauftemperatur

Geräteschema: (s. BB 11)

1. Schritt: Ermittlung der beschreibenden Gleichungen aus den physikalischen Gesetzen

- Wärmebilanz für den beheizten Raum:

$$\text{enthaltene Wärmemenge } W(t) = c_R \vartheta(t) \rightarrow \dot{W}(t) = c_R \dot{\vartheta}(t) = Q_{zu}(t) - Q_{ab}(t)$$

$$\text{mit } Q_{zu}(t) = c_H [\vartheta_H(t) - \vartheta(t)] \text{ und } Q_{ab}(t) = c_F [\vartheta(t) - \vartheta_{\text{au\ss en}}(t)]$$

$$\rightarrow \underline{\vartheta(t) + T \dot{\vartheta}(t) = K \tilde{\vartheta}(t)} \quad (1) \text{ mit } T = \frac{c_R}{c_H + c_F}, \quad K = \frac{c_F}{c_H + c_F} \text{ und}$$

$$\underline{\tilde{\vartheta}(t) = \frac{c_H}{c_F} \vartheta_H(t) + \vartheta_{\text{au\ss en}}(t)} \quad (2)$$

- Heizungsanlage:

$$\underline{\vartheta_H(t) = \vartheta_K(t - T_t)} \quad (3) \text{ mit } T_t = \text{Fließdauer von Kessel bis Heizkörper}$$

$$\underline{\vartheta_K(t) = c_B u(t)} \quad (4), \text{ falls Brenner mit einer Kesseltemperaturregelung}$$

- Regler:

$$u(t) = f_R(\vartheta_{\text{soll}}(t) - \vartheta(t)) \text{ , z.B. } \underline{u(t) = K_R [\vartheta_{\text{soll}}(t) - \vartheta(t)]} \quad (5)$$

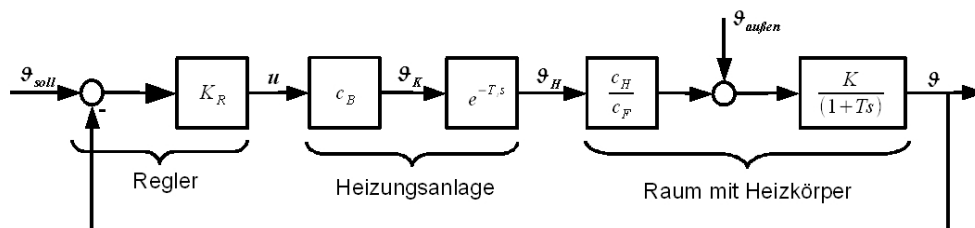
2. Schritt: Auflösung der nicht expliziten Gleichungen (bei linearen dynamischen Beziehungen z.B. Mittels Laplace-Transformation, ansonsten durch Integration).

Da bei meist: Anfangswerte = 0 ! (da primär das Ein-Ausgangsverhalten interessiert)

$$\underline{\vartheta(t) + T \dot{\vartheta}(t) = K \tilde{\vartheta}(t) \xrightarrow{L} L\{\vartheta(t)\} + T s L\{\vartheta(t)\} = K L\{\tilde{\vartheta}(t)\} \rightarrow L\{\vartheta(t)\} = \frac{K}{1 + Ts} L\{\tilde{\vartheta}(t)\}} \quad (6)$$

$$\underline{\tilde{\vartheta}(t) = \frac{c_H}{c_F} \vartheta_H(t) + \vartheta_{\text{au\ss en}}(t) \xrightarrow{L} L\{\tilde{\vartheta}(t)\} = e^{-T_t s} L\{\vartheta_K(t)\}} \quad (7)$$

3. Schritt: Übersetzung der Gleichungen ins Strukturbild, d.h. die Operationen werden durch Rechtecke bzw. Kreise, und die veränderlichen Größen durch gerichtete Linien dargestellt, sowie ein Operationssymbol eingetragen (bei linearen Beziehungen z.B. die Übertragungsfunktion)



2.2 Weiters Beispiel zur Strukturbilderstellung: v-Regelung eines PKW

(s. BB 12)

Schritt 1+2: Gleichungsermittlung und -auflösung

- Fahrzeug (s.BB 12/1):

$$m \cdot \dot{v}(t) = F_A(t) - F_H(t) - F_R(t) - F_L(t) \Leftrightarrow L\{v\} = \frac{1}{s} L\{F_A - F_H - F_R - F_L\} \quad (1)$$

$$F_A = \frac{1}{r} \cdot M_A \quad (2), \quad F_H = m \cdot g \cdot \sin \alpha_{st} \quad (3), \quad F_R = f_R \cdot F_N = f_R \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha_{st} \quad (4),$$

$$F_L = c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \quad (5), \quad \omega_A = \frac{1}{r} \cdot v \quad (6),$$

- Motor und Getriebe (s.BB 12/2 und 12/3)

$$M_A = i \cdot \eta (M_M - M_N) \quad (7), \quad M_M = f_M(\alpha_{DK}, n_M) \quad (8), \quad n_M = i \cdot n_A = i \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} \omega_A \quad (9)$$

- Sauganlage:

Durch DK-Verstellung Veränderung des angesaugten Luftmassenstroms (d.h. Beschleunigung oder Verzögerung)

→ zeitl. Übergangsvorgang gemäß: $\tilde{\alpha}_{DK} + T_s \dot{\tilde{\alpha}}_{DK} = \alpha_{DK}$

$\tilde{\alpha}_{DK}$ am Motoreingang wirksamer DK-Wert

$$\alpha_{DK} + T_s \dot{\alpha}_{DK} = \alpha_{DK} \Leftrightarrow L\{\alpha_{DK}\} = \frac{1}{1 + T_s s} L\{\alpha_{DK}\} \quad (10)$$

31.10.2005

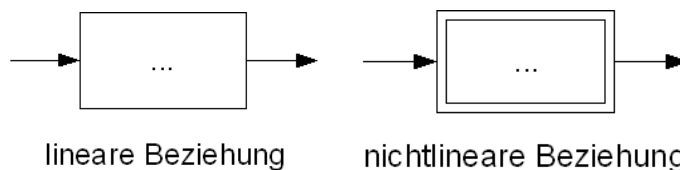
- Tempomat: $\dot{\alpha}_{DK} = \frac{100}{\pi/2} \omega_{DK}$ wobei $\omega_{DK} = K_{st} + u_{st} \Rightarrow$

$$\dot{\alpha}_{DK} = \frac{200 K_{st}}{\pi} u_{st} \Leftrightarrow L\{\alpha_{DK}\} = \frac{200 K_{st} / \pi}{s} L\{u_{st}\} \quad (11)$$

↑ wegen α_{DK} in % ($100 \triangleq \frac{\pi}{2}$)

$$u_{st} = f_R(u_\sigma - u_T) \quad , \text{z.B.} \quad u_{st} = K_R(u_\sigma - u_T) = K_R K_T (v_{soll} - v) \quad (12)$$

Schritt 3: Übersetzung in Strukturbild: (s. BB 13)



2.3 Die Blöcke des Strukturbildes

(s. Beiblätter 14/1 – 14/3)

Im Strukturbild treten stets die gleichen einfachen Blocktypen auf. Ein Block erzeugt dabei aus jedem Zeitverlauf der Eingangsgröße eindeutig einen Zeitverlauf der Ausgangsgröße und wirkt so als Übertragungsglied (ÜG).

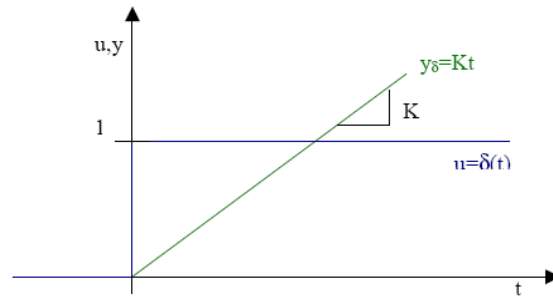
2.3.1 Das Integrierglied (I-Glied)

Def.gl.: $y(t) = K \int_0^t u(\tau) d\tau$ mit $K > 0$, konstant: Übertragungskonstante o. Verstärkungsfaktor

$$\xrightarrow{\text{L-Trf.}} Y(s) = \frac{K \cdot 1}{s} U(s) \quad \text{bzw.} \quad Y \frac{(s)}{U(s)} = \frac{K}{s} : \text{Übertragungsfunktion (ÜF) des I-Gliedes}$$

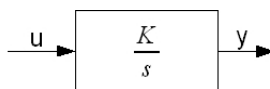
Zur Veranschaulichung des Zeitverhaltens eines Ügs Aufschaltung einer Testfunktion, z. B. Einheitssprung $u(t) = \sigma(t) \rightarrow y(t) = y_\sigma(t) = \text{Sprungantwort (Übertragungsfunktion)}$, wobei stets $y_\sigma(t) = 0$ für $t < 0$

$$\begin{aligned} y_\sigma(t) &= K \int_0^t \sigma(\tau) d\tau \\ \text{hier:} \quad &= K \int_0^t 1 d\tau = K t, t \geq 0 \end{aligned}$$

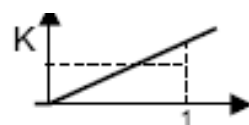


Symbol des I-Gliedes:

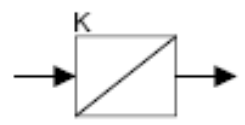
bisher:



Nunmehr zusätzlich:



oder



2.3.2 Weitere elementare Ügl:

(s. BB 14/1)

Die ÜGer in Beiblatt 14/1 können nicht in noch einfachere ÜGer zerlegt werden: elementar ÜGer. Mit diesen wenigen Grundbausteinen fast alle dynamischen Systeme beschreibbar!

- Proportionalglied (P-Glied)
- Differenzierglied (D-Glied): „raut auf“ \rightarrow möglichst vermeiden
- Integrierglied (I-Glied): „glättet“
- Totzeitglied/Laufzeitglied: Tritt auf bei Transport von Masse (z.B. mit Förderband), Energie (z.B. Temperaturregelung) oder Information (z.B. Bussysteme oder Funkkanäle)
- Summierglied: Vereinbarung: negative Vorzeichen so, dass eindeutige Zuordnung zu den Eingangspfeilen möglich
- Kennlinienglied: nichtlinear \rightarrow Charakterisierung durch Funktionalbeziehung oder Kurvenverlauf
- Multiplizierglied: ebenfalls nichtlinear

zusammengesetzte ÜGer; besonders häufig: P-T₁-Glied und P-T₂-Glied.

2.3.3 P-T₁-Glied (Verzögerungsglied 1. Ordnung, VZ₁-Glied)

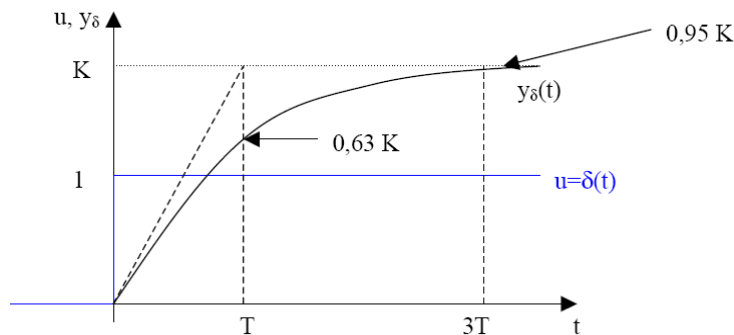
Def-gl: $T \dot{y}(t) + y(t) = K u(t)$, $T, K > 0$

T: (Verzögerungs-)Zeitkonstante,

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{L-Trf.} \\ \rightarrow \text{ÜF: } Y \frac{(s)}{U(s)} = \frac{K}{1 + Ts} = \underbrace{K}_{\text{P-Glied}} \cdot \underbrace{\frac{1}{1 + Ts}}_{\text{T}_1\text{-Glied}} \end{array} \right.$$

K: Übertragungskonstante o. Verstärkungsfaktor

Sprungantwort: $Y_{\sigma}(s) = \frac{K}{1+Ts} \cdot \frac{1}{s} \Leftrightarrow y_{\sigma}(t) = K(1 - e^{-t/T}), t \geq 0$



$$\begin{aligned} \rightarrow y_{\sigma}(t=1T) &= 0,63 K \\ \rightarrow y_{\sigma}(t=3T) &= 0,95 K \end{aligned}$$

Aufbau aus elementaren ÜGern:

$$\left. \begin{array}{l} \text{L-Trf.} \\ \rightarrow \\ \text{der Def.-gl.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} T(s)Y(s) + Y(s) = KU(s) \quad \left| \cdot \frac{1}{Ts} \right. \\ Y(s) = \frac{1}{Ts} [KU(s) - Y(s)] \end{array} \quad (\text{Bild})$$

2.3.4 P-T₂-Glieder (Verzögerungsglied 2. Ordnung, VZ₂-Glieder)

Def.-gl: $T^2 \ddot{y}(t) + 2DT \dot{y}(t) + y(t) = Ku(t), \quad T, D, K > 0$ mit D: Dämpfung(skonstante, -sgrad)

$$\xrightarrow{\text{L-Trf.}} \text{ÜF: } Y(s) = \frac{K}{U(s)} \cdot \frac{1}{1 + 2DTs + T^2 s^2} = \underbrace{K \cdot \frac{1}{1 + 2DTs + T^2 s^2}}_{T_2\text{-Glieder}}$$

Normierte Sprungantworten für $D \leq 1$: siehe BB 14/3

Es gilt:

1 Überschwingen um 5% und $y_{\sigma} = 0,95K$ für $t = 3T$ bei $D = \frac{1}{2}\sqrt{s} \approx 0,7$

gerade kein Überschwingen und $y_{\sigma} = 0,95K$ für $t = 5P$ bei $D = 1$

7.11.2005

2.3.5 Strukturbild der Temperaturregelung: zweite Darstellungsmöglichkeit

(s. BB C)

2.4 Linearisierung um den Betriebspunkt

2.4.1 Betriebspunkt (Arbeitspunkt) eines Systems = stationärer Systemzustand, bei dem die Ausgangsgröße ihren Sollwert annimmt

Ein stationärer Zustand (eingeschwungener Zustand, Ruhezustand oder Ruhelage) eines dynam. Systems ist dabei ein Zustand, in dem alle zeitveränderlichen Systemgrößen konstant und damit ihre Ableitungen null sind. Zur Bestimmung des stationären Zustandes in den ÜFen $s=0$ setzen (folgt aus dem Endwertsatz der L-Trf), mit einer Ausnahme: beim I-Glied (mit der ÜF K/s) muss die Eingangsgröße null sein, damit ein stationärer Zustand angenommen wird. Zur Betriebspunktbestimmung dann noch Ausgangsgröße gleich ihrem Sollwert setzen.

Vereinbarung: Kennzeichnung der Betriebspunkte durch Index B

Bsp: Fahrzeug – v – Regelung (-> BB13)

- gewünschtes Sollverhalten: Konstantfahrt auf ebener Strecke ($\rightarrow \alpha_{StB}=0^\circ$) mit $v_B=120 \text{ km/h} \hat{=} 33 \text{ m/s}$ bei $M_{NB}=4 \text{ Nm}$
- gesucht: erforderliches Motormoment M_{MB} und zugehörige Drosselklappen-Stellung α_{DKB}

Im Betriebspunkt muss gelten:

$$u_{StB}=0 \text{ und } F_{AB}-F_{HB}-F_{RB}-F_{LB}=0(*) \text{ , da Eingangsgrößen von I-Gliedern}$$

Dabei gilt: $F_{AB}=\frac{1}{r}i\eta(M_{MB}-M_{NB})$, $F_{HB}=0$ und $F_{RB}=f_R mg$ (wegen $\alpha_{StB}=0^\circ$),

$$F_{LB}=c_W A \frac{\rho}{2} v_B^2$$

Damit aus (*):
$$M_{MB}=\underbrace{\frac{r}{i\eta}(f_R mg + c_W A \frac{\rho}{2} v_B^2)}_{\text{Parameter auf BB 12/1+12/2}} + M_{NB}=63 \text{ Nm}$$

Weiterhin muss gelten: $M_{MB}=f_u(\alpha_{DKB}, n_{MB}) \stackrel{!}{=} 63 \text{ Nm}$, wobei $n_{MB}=\frac{60}{2\pi} \frac{1}{r} v_B=4240 \text{ U/min}$ und

$\alpha_{DKB}=\alpha_{DKB}$ (wegen $s=0$ in der ÜF)

$$\rightarrow f_M(\alpha_{DKB}, 4240 \text{ U/min}) \stackrel{!}{=} 63 \text{ Nm} \xrightarrow[\text{BB 12/3}]{\text{Motorkennfeld}} \alpha_{DKB}=20$$

2.4.2 Durchführung der Linearisierung um den Betriebspunkt

1. Schritt: Übergang von den Absolutwerten $x(t)$ zu deren Abweichungen $\Delta x(t)$ vom Betriebspunkt x_B : $x(t)=x_B+\Delta x(t)$

Was hat dies zur Folge?

- Bsp. für lineare ÜGer: P-T₁-Glied mit $y(t)+T \dot{y}(t)=K u(t) \Leftrightarrow Y(s)=\frac{K}{1+Ts} U(s)$

Übergang zu den Abweichungen
$$\left. \begin{aligned} y(t) &= y_B + \Delta y(t), & \dot{y}(t) &= \Delta \dot{y}(t) \\ u(t) &= u_B + \Delta u(t) \end{aligned} \right\} \text{ wobei } y_B = K u_B$$

$$y_B + \Delta y(t) + T \Delta \dot{y}(t) = K u_B + D \Delta u(t) \Leftrightarrow \Delta Y(s) = \frac{K}{1+Ts} \Delta U(s)$$

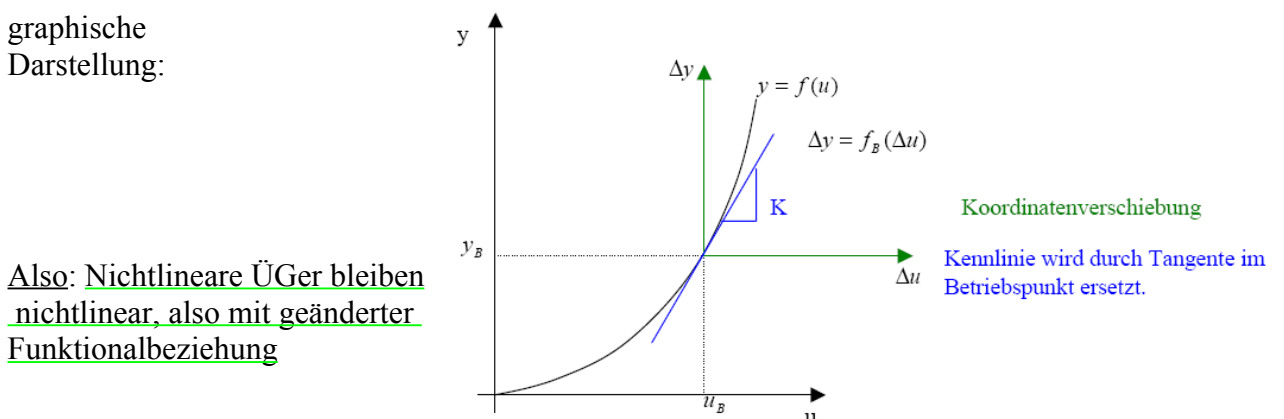
→ Also: lineare ÜGer bleiben dabei linear und unverändert

- Bsp. für nichtlineare ÜGer: Kennlinienglied mit $y(t)=f(u(t))$

Übergang zu den Abweichungen:
$$\left. \begin{aligned} y(t) &= y_B + \Delta y(t) \\ u(t) &= u_B + \Delta u(t) \end{aligned} \right\} \text{ wobei } y_B = f(u_B)$$

$$y_B + \Delta y(t) = f(u_B + \Delta u(t)) \rightarrow y(t) = f(u_B + \Delta u(t)) - f(u_B) = f_B(\Delta u(t))$$

graphische
Darstellung:



2. Schritt: Annahme kleiner Abweichungen und lineare Approximation der nichtlinearen Beziehungen durch Taylorreihenentwicklung mit Abbruch nach dem linearen Glied:

$$\Delta y(t) = \underbrace{f_B(\Delta u=0)}_{=0} + f_B'(0) \cdot \Delta u(t) + R(\Delta u^2) \xrightarrow{\text{Linearisierung}} \Delta y(t) = K \Delta u(t) \text{ mit } K = f_B'(0) = \left. \frac{df}{du} \right|_B \quad (\text{P-Glied})$$

Also: Nichtlineare ÜGer gehen (für kleine Abweichungen) in P-Glieder über. Diese Linearisierung gilt in einer nicht zu großen Umgebung des Betriebspunkts!

Linearisierung der Fahrzeug-v-Regelung (s. BB 13)

1. Übergang zu den Betriebspunktabweichungen: -> BB 13

2. Linearisierung der nichtlinearen Blöcke:

$$\bullet \quad F_H = mg \sin \alpha_{St} \rightarrow \Delta F_H = mg \underbrace{\cos \alpha_{StB}}_{=0} \cdot \Delta \alpha_{St} = mg \Delta \alpha_{St}$$

$$\bullet \quad F_R = f_R mg \cos \alpha_{St} \rightarrow \Delta F_R = f_R mg \underbrace{(-\sin \alpha_{StB})}_{=0} \cdot \Delta \alpha_{St} = 0$$

$$\bullet \quad F_L = c_w A \frac{\rho}{2} v^2 \rightarrow \Delta F_L = c_w A \frac{\rho}{2} v_B \cdot \Delta v = c_w A \rho v_B \cdot \Delta v$$

$$\bullet \quad M_M = f_M(\tilde{\alpha}_{DK}, n_M) \rightarrow \Delta M_M = K_\alpha \Delta \tilde{\alpha}_{DK} + K_n \Delta n_M, \text{ wobei}$$

$$K_\alpha = \left. \frac{\partial f_M}{\partial \tilde{\alpha}_{DK}} \right|_B \approx \frac{f_M(30\%, n_{MB}) - f_M(10\%, n_{MB})}{30\% - 10\%} = \frac{136 \text{ Nm} - (-10 \text{ Nm})}{20\%} = 7,3 \frac{\text{Nm}}{\%}$$

$$K_n = \left. \frac{\partial f_M}{\partial n_M} \right|_B = \frac{-50 \text{ Nm}}{5500 \frac{\text{U}}{\text{min}}} = -9,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Nm}}{\text{U min}^{-1}} \quad (\text{damit } K_n > 0)$$

BILD

2.5 Umformung des Strukturbildes

(s. BB 15/1 & 15/2)

Zusammenfassungsregeln beruhen auf der Übertragungsgleichung $Y(s) = F(s) \cdot U(s)$ und gelten daher nur für LZI Glieder

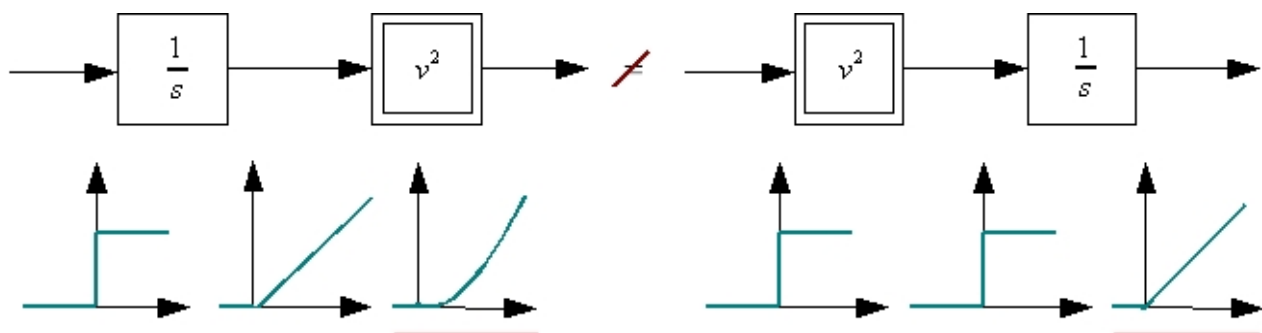
Gegenkopplung: $y = F_1 \cdot (U - F_2 \cdot Y) = F_1 \cdot U - F_1 \cdot F_2 \cdot Y \rightarrow Y + F_1 \cdot F_2 \cdot Y = F_1 \cdot U$ oder

$$(1 + F_1 \cdot F_2) Y = F_1 \cdot U \rightarrow Y = \frac{F_1}{1 + F_1 \cdot F_2} \cdot U$$

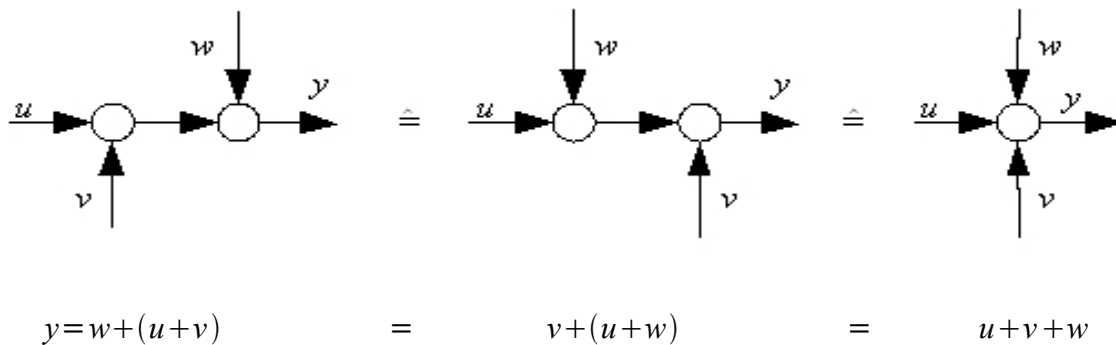
Geltungsbereich der Vertauschungsregeln: (s. BB 15/2)

BEACHTEN: Nichtlineare Übertragungsglieder sind im Allgemeinen nicht miteinander vertauschbar, ebenso wenig nichtlineare und lineare Übertragungsglieder.

Beispiel:



Vertauschung und Zusammenfassung von Summationsstellen



Anwendung auf die linearisierte Fahrzeug-v-Regelung

Resultat der 1. Umformung: (s. Vorlage B)

BILD

$$\bullet \text{ Gegenkopplung: } F_4(s) = \frac{\frac{1}{m \cdot s}}{1 + \frac{1}{m \cdot s} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho_{vB}} = \frac{\frac{1}{c_w \cdot A \cdot \rho_{vB}}}{1 + \frac{m}{c_w \cdot A \cdot \rho_{vB}} \cdot s} = \frac{K_4}{1 + T_4 \cdot s}$$

Resultat 2. Umformung: (s. Vorlage C)

$$\bullet \text{ Zsammenfassung der Störgrößen: } x = u - (\Delta M_N + \frac{m \cdot g}{K'_2} \Delta \alpha_{St}) = u - \Delta z$$

$$\text{mit } \Delta z = \Delta M_N + \frac{m \cdot g}{K'_2} \Delta \alpha_{St}$$

$$\bullet \text{ Gegenkopplung: } F_2(s) = \frac{\frac{K'_2 \cdot K_4}{1 + T_4 s}}{1 + \frac{K'_2 \cdot K_4}{1 + T_4 s} \cdot K_3} = \frac{K'_2 \cdot K_4}{1 + K'_2 \cdot K_3 \cdot K_4 + T_4 \cdot s} = \frac{\frac{K'_2 \cdot K_4}{1 + K'_2 \cdot K_3 \cdot K_4}}{1 + \frac{T_4}{1 + K'_2 \cdot K_3 \cdot K_4} \cdot s} = \frac{K_2}{1 + T_2 \cdot s}$$

Resultat 3. Umformung:

BILD

vereinfachtes Strukturbild der linearisierten Geschwindigkeitsregelung

3. Analyse des Regelkreises (RK)

3.1 Allgemeines Strukturbild und Gleichung des RK

Aus den Beispielen (vgl. BB 16) folgt das allgemeine Strukturild des RK gemäß BB 17/oben. Dabei Annahme, dass die Komponenten des RK LZI-Glieder sind.

21.11.2005

$$\rightarrow Y = F_2(Z + F_1 E) \quad \text{mit} \quad E = W - F_3 Y$$

$$\rightarrow Y = F_2 Z + F_1 F_2 (W - F_3 Y) = F_2 Z + F_1 F_2 W - F_1 F_2 F_3 Y$$

$$(1 + F_1 F_2 F_3) Y = F_2 Z + F_1 F_2 W$$

$$\rightarrow \underbrace{Y(s)}_{\text{Gleichung des RK}} = \underbrace{\frac{F_1(s) F_2(s)}{1 + F_1(s) F_2(s) F_3(s)}}_{F_w(s) \text{ Führungs-ÜF}} W(s) + \underbrace{\frac{F_2(s)}{1 + F_1(s) F_2(s) F_3(s)}}_{F_z(s) \text{ Stör-ÜF}} Z(s)$$

Dabei ist $F_1(s) \cdot F_2(s) F_3(s) = F_0(s)$ die Übertragungsfunktion des offenen Kreises bzw bei Standardformen (s. BB 17 oben):

$$Y(s) = \frac{F_1(s) F_2(s)}{1 + F_0(s)} W(s) + \frac{F_2(s)}{1 + F_0(s)} Z(s) \quad \text{wobei } F_z(s) : \text{D-T}_2\text{-Glieder}$$

(s. BB 17 unten):

$$Y(s) = \frac{F_0(s)}{1 + F_0(s)} W(s) + \frac{1}{1 + F_0(s)} Z(s)$$

Beispiel: Temperaturregelung (s. BB 16 oben)

$$F_1(s) = k_r c_B e^{-T_i s} \cdot \frac{c_H}{c_F} ; \quad F_2(s) = \frac{k}{1 + T_s s} ; \quad F_3 = 1 ;$$

$$F_0(s) = F_1(s) \cdot F_2(s) \cdot F_3(s) = k_r \cdot c_B \cdot e^{-T_i s} \cdot \frac{c_H}{c_F} \cdot \frac{k}{1 + T_s s} = \frac{V}{1 + T_s s} \cdot e^{-T_i s}$$

mit $V = k_r \cdot c_B \cdot \frac{c_H}{c_F} \cdot k$ (Kreisverstärkung)

$$\text{Damit: } F_w(s) = \frac{F_1(s) \cdot F_2(s)}{1 + F_0(s)} = \frac{F_0(s)}{1 + F_0(s)} = \frac{\frac{V}{1 + T_s s} \cdot e^{-T_i s}}{1 + \frac{V}{1 + T_s s} \cdot e^{-T_i s}} = \frac{V \cdot e^{-T_i s}}{1 + T_s s + V e^{-T_i s}}$$

$$F_z(s) = \frac{F_2(s)}{1 + F_0(s)} = \frac{\frac{K}{1 + T_s s}}{1 + \frac{V}{1 + T_s s} e^{-T_i s}} = \frac{K}{1 + T_s s + V e^{-T_i s}}$$

Beispiel: Geschwindigkeitsregelung (s. BB 16 unten)

$$F_1(s) = \frac{K_R \cdot K_1}{s(1 + T_1 s)} ; \quad F_2(s) = \frac{K_2}{1 + T_2 s} ; \quad F_3(s) = 1 ;$$

$$F_0(s) = F_1(s) \cdot F_2(s) = \frac{V}{s(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} ; \quad \text{mit } V = K_R \cdot K_1 \cdot K_2 ;$$

bzw. bei Vernachlässigung von T_1 wegen $T_1 \ll T_2$: $\frac{V}{s(1 + T_2 s)}$

$$F_w(s) = \frac{F_1 F_2}{1 + F_0} = \frac{\frac{V}{s(1 + T_2 s)}}{1 + \frac{V}{s(1 + T_2 s)}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{V} s + \frac{T_2}{V} s^2} \quad \text{P-T}_2\text{-Glieder}$$

$$F_z(s) = -\frac{F_2(s)}{1 + F_0(s)} = -\frac{\frac{K_2}{1 + T_2 s}}{1 + \frac{V}{s(1 + T_2 s)}} \quad \text{D-T}_2\text{-Glieder}$$

3.2 Eigenschaften des offenen Kreises

Ein offener Kreis ist eine Reihenschaltung einfacher Übertragungsglieder: P-, I-, P-T₁-Glieder usw.; Zählerfaktoren können noch hinzutreten;
Allgemeine Form und Eigenschaften von $F_0(s)$ in BB 18.

3.3 Stationäres Verhalten des Regelkreises

Ausgangspunkt ist das allgemeine Strukturbild des RK (s. BB 17, oben)

Wunsch: keine bleibende Regeldifferenz, d.h. $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = e_\infty \stackrel{!}{=} 0$;

$\rightarrow w_\infty = r_\infty = K_3 y_\infty \rightarrow y_\infty = y_{soll, \infty}$, falls $w = K_3 \cdot y_{soll}$

Fall 1:

$F_1(s)$ enthält I-Glied \rightarrow im stationären Fall muss gelten: $e_\infty = 0$, d.h. keine bleibende Regeldifferenz.

Fall 2:

$F_2(s)$ enthält I-Glied, nicht aber $F_1(s) \rightarrow$ im stationären Zustand muss gelten: $x_\infty + z_\infty = 0$; mit $x_\infty = F_1(0) \cdot e_\infty = K_1 \cdot e_\infty$: $e_\infty = -\frac{1}{K_1} z_\infty$, d.h. bleibende Regeldifferenz im Störverhalten, kann aber klein gemacht werden, durch genügend großes K_1 .

Fall 3:

$F_1(s)$, $F_2(s)$, $F_3(s)$, d.h. $F_0(s)$ enthält kein I-Glied \rightarrow Im stationären Zustand ($s=0$) gilt dann mit $F_i(0) = K_i$, $i \in \mathbb{N}$

$$e_\infty = w_\infty - K_3 K_2 z_\infty + K_1 e_\infty = w_\infty - K_2 K_3 z_\infty - \underbrace{K_1 K_2 K_3}_{=V} e_\infty \rightarrow (1+V) e_\infty = w_\infty - K_2 K_3 z_\infty$$

$e_\infty = \frac{1}{1+V} w_\infty - \frac{K_2 K_3}{1+V} z_\infty$, d.h. bleibende Regeldifferenz im Führungs- und im Störverhalten, die aber durch genügend großes K_1 und damit V klein gemacht werden kann.

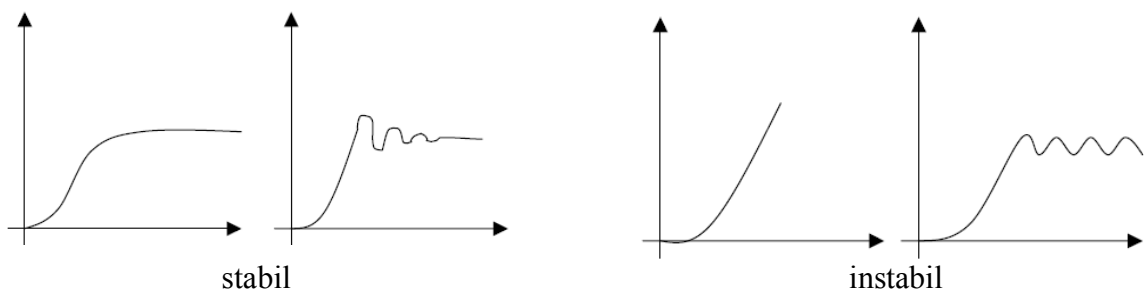
Fazit für den Reglerentwurf: Für stationäre Genauigkeit muss entweder die Reglerverstärkung (und damit K_1 bzw V) ausreichend groß gemacht oder ein I_Glied in $F_1(s)$ untergebracht werden. (z.B. über Regler mit I-Verhalten)

Voraussetzung für das Vorhergehende:

Stationärer Zustand wird angenommen, d.h. RK ist stabil

3.4 Stabilitätsdefinition und grundlegende Stabilitätskriterien für RK

hier: Definition der Stabilität als Übertragungsstabilität oder BIBO-Stabilität (vgl. Vorlesung Systemtheorie)



8.11.2005

→ Ein LZI-System mit rationaler Übertragungsfunktion ist genau dann stabil, wenn alle Pole seiner Übertragungsfunktion $F(s)$ links der j-Achse liegen, also $\left| \lim_{t \rightarrow \infty} y_o(t) \right| = K < \infty$ gilt.

↓ Übertragung auf den Regelkreis mit der Gleichung $y(s) = F_w(s)W(s) + F_z(s)Z(s)$
 Regelkreis stabil, wenn die Pole von $F_w(s)$ und von $F_z(s)$ links der j-Achse liegen.

↓ Da $F_w(s)$ und $F_z(s)$ den gleichen Nenner $1 + F_o(s)$ haben, gilt:

↓ Pole von $F_w(s)$ = Pole von $F_z(s)$ = Nullstellen von $1 + F_o(s) = 0$

Grundlegendes Stabilitätskriterium für Regelkreise

Der Regelkreis ist genau dann stabil, wenn alle Nullstellen seiner charakteristischen Gleichung $1 + F_o(s) = 0$ links der j-Achse liegen. Dies gilt auch, wenn die Übertragungsfunktion des offenen Kreises totzeitbehaftet ist.

Beispiel 1: Fahrzeug-v-Regelung

Für $T_1 = 0$ (wegen $T_1 \ll T_2$) gilt: $F_o(s) = \frac{V}{s(1 + T_2 s)}$ mit $V = K_R K_1 K_2 > 0$ und $T_2 > 0$

→ charakteristische Gleichung: $1 + \frac{V}{s(1 + T_2 s)} = 0 \rightarrow s + T_2 s^2 + V = 0 \rightarrow s^2 + \frac{1}{T_2} s + \frac{V}{T_2} = 0$

→ Nullstellen: $\alpha_{1/2} = -\frac{1}{2T_2} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_2^2} - \frac{V}{T_2}} = -\frac{1}{2T_2} (1 \pm \sqrt{1 - 4VT_2})$

• $0 < 4VT_2 \leq 1 \rightarrow \alpha_{1/2}$ reel und < 0

• $4VT_2 > 1 \rightarrow \alpha_{1/2} = -\frac{1}{2T_2} (1 \pm j\sqrt{4VT_2 - 1})$
 $\Re\{\alpha_{1/2}\} < 0$

→ Regelkreis ist für alle $V > 0$ stabil (sofern $T_1 = 0$ gilt)

Beispiel 2: Temperaturregelung

$F_o(s) = \frac{V}{1 + Ts} e^{-T_i s}$ → charakteristische Gleichung: $1 + \frac{V}{1 + Ts} e^{-T_i s} = 0$

→ $1 + Ts + V e^{-T_i s} = 0$: transzendente Gleichung, nicht formelmäßig lösbar, im Allgemeinen unendlich viele Nullstellen.

Konkrete Polberechnung zur Stabilitätsprüfung nicht zwingend erforderlich. Ausreichend wäre ein zusätzliches Kriterium, mit dem man über die Lage der Nullstellen der charakteristischen Gleichung zur j-Achse entscheiden kann, ohne diese im Einzelnen berechnen zu müssen: Nyquist-Kriterium

3.5 Frequenzgang und Ortskurve des offenen Kreises

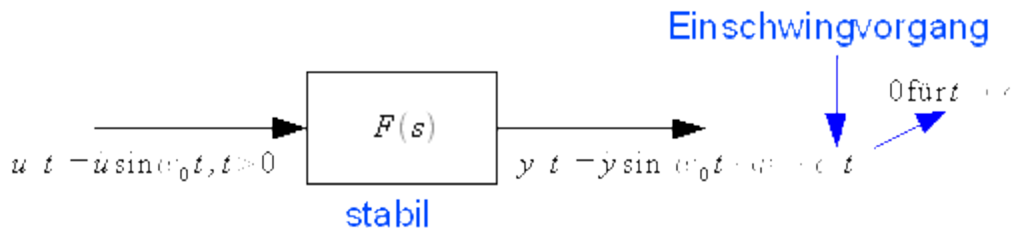
3.5.1 Der Frequenzgang (FG)

Def: Der FG $F(j\omega)$ eines LZI-Gliedes ist dessen Übertragungsfunktion $F(s)$ auf der j-Achse (d.h. in $F(s)$ ist $s = j\omega$ zu setzen)

Beispiel: P-T₁-Glieder mit

$$F(s) = \frac{K}{1 + Ts} \xrightarrow{s=j\omega} F(j\omega) = \frac{K}{1 + Tj\omega} = \frac{K}{1 + T^2\omega^2} - j \frac{KT\omega}{1 + T^2\omega^2} = \frac{K}{\sqrt{1 + T^2\omega^2}} e^{-j \arctan T\omega}$$

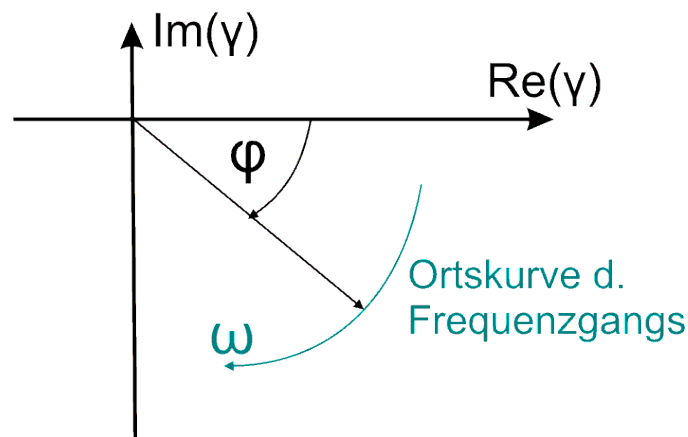
Bedeutung des FG:



Dabei gilt: $\hat{y} = |F(j\omega_0)| \hat{u}$, $\rho = \arg F(j\omega_0)$

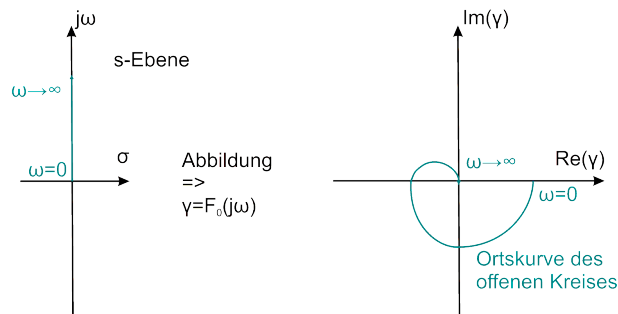
→ Der FG charakterisiert die Sinusantwort eines LZI-Gliedes.

Darstellung in der komplexen Zahlenebene (γ -Ebene)



3.5.2 Die Ortskurve des offenen Kreises (OK)

Definition: $\gamma = F_o(j\omega)$

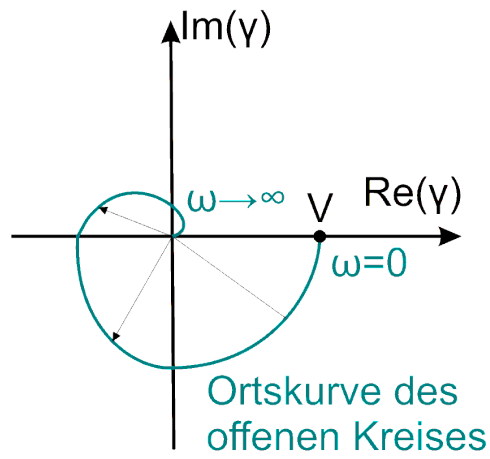


Regeln zur Erstellung einer OK-Skizze: s. BB 19 !

$$\bullet \quad |j\omega| \rightarrow 0 \rightarrow |F_o(j\omega)| \rightarrow \frac{V}{\omega^q} \text{ und } \arg F_o(j\omega) \rightarrow -q \frac{\pi}{2}$$

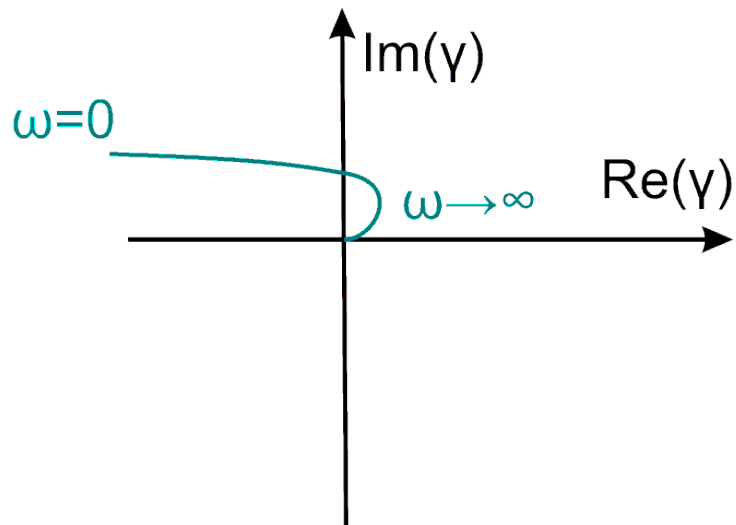
Annahme: offene Kreis-Verzögerungssystem mit $n=4$ und

P-Verhalten ($q=0$): I-Verhalten ($q=1$)



P-Verhalten ($q=0$)

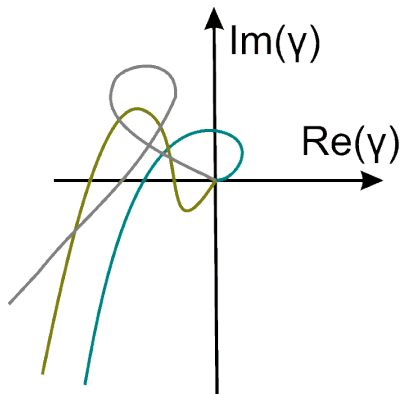
Doppel-I-Verhalten ($q=2$)



Doppel-I-Verhalten ($q=2$)

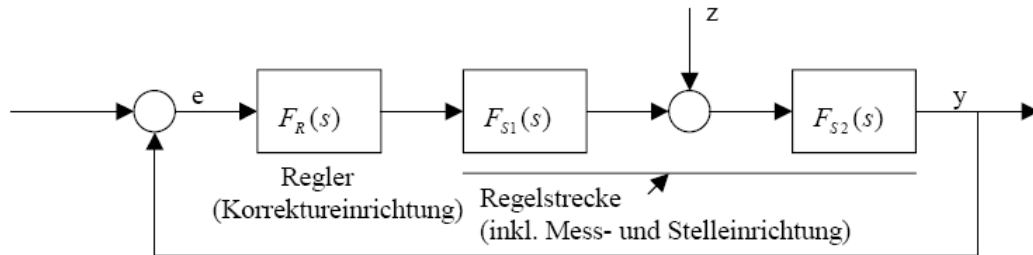
Beispiel zu Regel 4:

Offener Kreis mit I-Verhalten ($q=1$), $n=3$, $n=1$, $b_m > 0$, ohne Totzeit



4. Synthese (Entwurf von Regelkreisen)

Ausgangspunkt:



Damit: $F_0(s) = F_R(s) F_{S1}(s) F_{S2}(s)$ -korrigierter offener Kreis

Annahme: $F_0(s)$ erfülle die Vor. auf BB 18.

4.1 Anforderungen an den RK

- Grundanforderung 1: Der RK muss stabil sein
Bild
Gemäß NK: Die OK $\gamma = F_0(j\omega)$ muss den Pkt -1 links liegen lassen!
- Grundanforderung 2: Der RK muss genügende stationäre Genauigkeit aufweisen

$$\left| 1 - \frac{y_\infty}{y_{soll}} \right| < \epsilon \Leftrightarrow \left| \frac{Y_{soll} - Y_\infty}{Y_{soll}} \right| = \left| \frac{e_\infty}{Y_{soll}} \right| < \epsilon$$

Gemäß Abschnitt 3.3: Man muss über den Regler entweder ein I-Glied einfügen (sofern $F_{S1}(s)$ kein I-Glied enthält) oder V genügend groß machen. Im ersten Fall ist $e_\infty = 0$, ansonsten gilt (bei $F_0(s)$ mit

P-Verhalten): $\left| \frac{e_\infty}{y_{soll}} \right| \sim \frac{1}{1+V}$.

Die Anforderungen 1 u. 2 sind gegenläufig

Bsp.: Temperaturregelung mit $T = 10 T_t$

Stabilität: $V < V_{soll} = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{T}{T_t} \right)^2} = 15,7$

stat. Genauigkeit (Führungsverhalten) $\left| \frac{e_\infty}{y_{soll}} \right| = \frac{1}{1+V} \leq 5 \rightarrow V \geq 19$

=> nicht gleichzeitig erfüllbar

- Grundanforderung 3: Der RK muss ausreichend gedämpft sein. D.h.: Er darf bei Führungs- und oder Störgrößenänderung nicht oder nur mäßig über- bzw. unterschwingen (z.B. max 5% vom Endwert)
- Grundanforderung 4: Der RK muss genügend schnell sein. D.h.: Er muss den Endwert in entsprechen kurzer Zeit hinreichend nahe kommen (z.B. t_{am} oder $T_{aus} \leq$ vorgegebener Wert)

Simulationen auf BB 20 => Anforderungen zu 3. u. 4 sind ebenfalls gegenläufig!

=> resultierende Synthesaufgabe: Regler so wählen, dass all diese Anforderungen trotz ihrer Gegenläufigkeit zugleich erfüllt werden!

4.2 Herleitung der gegenläufigen Reglerstruktur

- Für stationäre Genauigkeit ideal: I-Glied im Regler
- Zur Stabilitätssicherung: Reglerverstärkung K_R für V-Einstellung erforderlich

$$\Rightarrow \text{Ansatz: } F_R(s) = \frac{K_R}{s} \tilde{F}_R(s)$$

- Wie ist dann $\tilde{F}_R(s)$ zu wählen, damit auch 3 u. 4 erfüllt werden?

$$F_S(s) = F_{SI}(s) F_{S2}(s) = \frac{K_S}{(1+T_1s)(1+T_2s)\dots(1+T_ns)} \quad \text{und} \quad F_R(s) = \frac{K_R}{s} \tilde{F}_R(s)$$

$$\Rightarrow F_O(s) = F_R(s) F_S(s) = \frac{K_R K_S \tilde{F}_R(s)}{s(1+T_1s)\dots(1+T_ns)}$$

Damit:

$$F_w(s) = \frac{F_O(s)}{1+F_O(s)} = \frac{1}{1+\frac{1}{F_O(s)}} = \frac{1}{1+\frac{1}{V} s \frac{(1+T_1s)\dots(1+T_ns)}{\tilde{F}_R(s)}} = \frac{1}{1+\frac{1}{V} s} \quad \text{für}$$

$$\tilde{F}_R(s) = (1+T_1s)\dots(1+T_ns)$$

\Rightarrow RK mit P-T₁-Verhalten, d.h. kein Überschwingen und über V bzw. K_R beidseitig schnell einstellbar, dabei für alle $V > 0$ stabil und stationär genau: ideales RK-Verhalten!

\Rightarrow ideale Reglerstruktur:

$$F_R(s) = \frac{K_R}{s} (1+T_{R1}s)(1+T_{R2}s)\dots(1+T_{Rn}s) = \frac{r-1}{s} + r_0 + r_1s + r_2s^2 + \dots + r_{n-1}s^{n-1} \triangleq \text{Parallelschaltung}$$

von I-; P-; D-; D₂-Glieder; ...

4.3 Realisierungsproblematik und realisierbare Reglerstrukturen

Die differenzierenden Anteile können wegen stets vorhandener Störwelligkeit (Rauschen) $n(t)$ so nicht realisiert werden. In grober Näherung: $n(t) = A_n \sin \omega_n t$ mit A_n klein, bzw. ω_n groß gegen mittlere Beträge der Nutzsignale bzw. deren Frequenzen

- D-Glied:

Also: D-Glied bewirkt starke Vergrößerung der Störwelligkeit!

Abhilfe: Abweichung der Differentiation durch Normierfaktor $1 + \tau j\omega$ mit Zeitkonstante

$$\tau > \frac{1}{\omega_n} \quad (\text{s.u.})$$

$$A = |F(j\omega_n)| A_n = \frac{\omega_n A_n}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega_n^2}} = \frac{A_n}{\sqrt{\frac{1}{\omega_n^2} + \tau^2}} \approx \frac{1}{\tau} A_n \quad \text{für} \quad \frac{1}{\tau} < \omega_n$$

\Rightarrow Störwelligkeitsverstärkung einstellbar über τ , mit $\tau > \frac{1}{\omega_n}$ möglichst klein, damit weiterhin

D-Verhalten bzgl. des Nutzsignal.

- D₂-Glieder, etc:

extreme Verstärkung der Störwelligkeit (mit ω_n^2 , ω_m^3 , ...);

würde so starke Abschwächung erfordern, dass auch die Nutzsignaldifferentiation beeinträchtigt wird.

Also: Neben dem P- und I-Glied nur (verzögertes) D-Glied praktisch umsetzbar.

→ realisierbare Regelsystem:

a) Regler ohne D-Anteil: $F_R(s) = K_R$: P-Regler / $F_r(s) = \frac{K_R}{s}(1 + T_R s) = \underbrace{K_R T_R}_{\text{P-Glied}} + \underbrace{\frac{K_R}{s}}_{\text{I-Glied}}$: PI-Regler

b) bei höheren Anforderungen an die Regelkreisdynamik:

$$F_R(s) = \frac{K_R}{s} \frac{(1 + T_{R1}s)(1 + T_{R2}s)}{(1 + \tau s)} = \underbrace{K_1(T_{R1} + T_{R2} - \tau)}_{\text{P-Glied}} + \underbrace{\frac{K_R}{s}}_{\text{I-Glied}} + \underbrace{K_R(T_{R1} - \tau)(T_{R2} - \tau)}_{\text{D-}T_1\text{-Glied}} \frac{1}{1 + \tau s} :$$

PID- T_1 -Regler oder (realer) PID-Regler (wobei $\tau < T_{R1}, T_{R2}$)

für $\tau = 0$: idealer PID-Regler

c)

BILD SEB

Enthält die Regelstrecke bereits ein I-Glied, dann i.Allg. PI- bzw PID-Regler nicht angebracht, da ansonsten Stabilitätssicherung problematisch. Dann:

$$F_R(s) = K_R \frac{1 + T_r s}{1 + \tau s} = \underbrace{K_R}_{\text{P-Glied}} + \underbrace{K_R(T_r - \tau)}_{\text{D-}T_1\text{-Glied}} \frac{s}{1 + \tau s} :$$

PD- T_1 -Regler oder (realer) PD-Regler (wobei $\tau < T_R$)

für $\tau = 0$: idealer PD-Regler

4.4 Grundregeln zur Einstellung der Regelparameter

Es gelte: $F_s(s) = K_s \frac{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)(1 + T_3 s) \dots}$ mit $T_1 > T_2 > T_3 > \dots$

a) Wahl der Regler-Zählerzeitfunktion:

Um die größten ($\hat{=}$ langsamsten) Steckenkonstanten im RK unwirksam zu machen, ist deren Kompensation naheliegend, d.h.:

- $T_R = T_1 =$ größte Streckenzeitkonstante beim PI- und PD-Regler
- $T_{R1} = T_1 =$ größte / $T_{R2} = T_2 =$ zweitgrößte Streckenzeitkonstante beim PID-Regler

insbesondere zweckmäßig, wenn $T_1 \gg T_2, \dots$ bzw. $T_1, T_2 \gg T_3, \dots$. Falls $T_1 \approx T_2$,... bzw $T_2 \approx T_3, \dots$ dann meist günstiger

- $T_R \sum_{i=1}^n T_i =$ Summenzeitkonstante der Strecke beim PI- und PD-Regler
- $T_{R1} = T_1, T_{R2} = \sum_{i=2}^n T_i =$ Summenzeitkonstante der Reststrecke beim PID-Regler

Hinweis: Kompensation im Störverhalten nur wirksam, wenn Störeingriff hinter der großen Streckenzeitkonstanten erfolgt. Falls nicht, besseres Störverhalten mit nicht kompensierenden Reglerzeitkonstanten erzielbar (siehe Vorl. „Synthese linearer Regelungen“).

b) Wahl der Regler – Nennerzeitkonstanten τ (bei realem PD- und PID-Regler)

Damit ausgeprägtes D-Verhalten, τ möglichst klein gegen T_r bzw. T_{R2} , nach Maßgabe der

Störwelligkeit; normalerweise: $\frac{1}{50} \leq \frac{\tau}{T_R \text{ bzw. } T_{R2}} \leq \frac{1}{10}$

c) Wahl der Reglerverstärkung K_R : derart, dass $V = K_R K_S < V_{krit}$ mit genügend Sicherheitsabstand gilt (Sicherung der Stabilität und ausreichende RK-Dämpfung)

- Falls $F_0(s) =$ Verzögerungssystem 2. Ordnung (oder als solches approximierbar), dann ist RK für beliebige $V > 0$ stabil und besitzt P-T₂-Verhalten → Bestimmung von v bzw. $K_R = \frac{V}{K_S}$ durch direkte Vorgabe der Dämpfung D möglich.
- Ansonsten: Vergabe der Phasenreserve φ_R als Maß für Abstand von der Stabilitätsgrenze (Ver.: $|F_0(j\omega)|$ nimmt in der Umgebung von ω_B mindestens mit $\frac{1}{\omega}$ ab!)

Richtwerte (Erfahrungswerte) für φ_R :

Tabelle

Phasenstabilität:

- $\varphi_R = 90^\circ \rightarrow F_0$ verhält sich in ω_0 -Umgebung wie i-Glied, d.h. der RK hat P-T₁-Verhalten → keine Überschwingungen

09.01.2006

4.5 Relerentwurf für die Vorlesungsbeispiele

4.5.1 Fig. - Geschwindigkeistregelung

$$F_S(s) = \frac{K_1 K_2}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)} \quad \text{mit } T_1 = 0,3 \text{ sec} \ll T_2 \approx 30 \text{ sec}$$

Streche mit I-Glied in $F_{SI}(s) \rightarrow$ stationäre Genauigkeit bereits gesichert un Regler ohne I-Anteil ausreichen

a) P-Regler mit $F_R(s) = K_R$

$$\rightarrow F_0(s) = F_R(s) F_S(s) = \frac{\overbrace{K_R K_1 K_2}^V}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)} \stackrel{T_1 \ll T_2}{\approx} \frac{V}{s(1+T_2 s)} : \text{Verzögerungssystem 2. Ordnung}$$

$$\rightarrow \text{(s. 3.1)} \rightarrow F_w(s) = F_0 \frac{(s)}{1+F_0(s)} = \frac{1}{1 + \underbrace{\frac{1}{V}}_{2DT} s + \underbrace{\frac{T_2}{V}}_{T^2} s^2} :$$

$$\text{P-T}_2\text{-System mit } T^2 = \frac{T_2}{V} \rightarrow T = \sqrt{\frac{T_2}{V}} \rightarrow 2DT = \frac{1}{V} \rightarrow D = \frac{1}{2\sqrt{V T_2}}$$

$$\text{Wahl: } D = \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad (\text{d.h. nur 5\% Überschwingungen und } t_{an} = t_{aus} = 3T) \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{V T_2}} \stackrel{!}{=} \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow$$

$$V = \frac{1}{2T_2} = K_R K_1 K_2 \rightarrow K_R = \frac{1}{2K_1 K_2 T_2}$$

$$\text{Es gilt: } V = \frac{1}{2T_2} < \frac{1}{T_2} < \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1} = V_{krit}$$

→ RK ist bei obiger Einstellung stabil. Dabei: $t_{an} = t_{aus} = 3T \approx 120 \text{ sec}$, denn $T = \sqrt{\frac{T_2}{3}} = \sqrt{2} T_2 = 40 \text{ sec}$ (vgl. BB 20)

Für schnelle Einschwingen bei gleichbleibender Dämpfung

b) Übergang zum PD-Regler und $F_R(s) = K_R \frac{1+T_R s}{1+\tau s} \rightarrow F_0(s) = F_R(s) F_S(s) = K_R \frac{1+T_R s}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$

$$\begin{matrix} T_R=T_2 \\ \tau=0,1 T_R=0,1 T_2 \approx 3 \text{ sec} \gg T_1=0,3 \text{ sec} \end{matrix} \quad F_0(s) = \frac{\overbrace{K_R K_1 K_2}^V}{s(1+T_1 s)(1+\tau s)} \stackrel{T_1 \ll \tau}{\approx} \frac{V}{s(1+\tau s)} :$$

gegenüber P-Regelung T_2 durch τ ersetzt!

→ Auch hier $F_w(s)$ mit P- T_2 -Verhalten, wobei $T = \sqrt{\frac{\tau}{V}}$ und $D = \frac{1}{2\sqrt{V\tau}}$.

Wahl gleicher Dämpfung wie bei P-Regelung d.h. $D \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \sqrt{2} \rightarrow V = \frac{1}{2\tau}$. Damit wie bei P-Regelung

Stabilität gesichert und es gilt: $T = \sqrt{2}\tau = 0,1 \sqrt{2} T_2 = \frac{1}{10} T_{\text{P-Regelung}}$. Also: Bei gleicher Dämpfung hier PD-Regelung im Führungsverhalten 10x schneller als P-Regelung (s. BB 20/1)

Vergleich des Störverhaltens bei P- und PD- Regelung:

$$F_Z(s) = \frac{-\frac{K_2}{1+T_2 s}}{1+F_0(s)} = \begin{cases} -\frac{K_2}{V} \frac{s}{1+\frac{1}{V}s+\frac{T_s}{V}s^2} & \text{bei P-Regelung} \\ -\frac{K_2}{V} \frac{s}{1+\frac{1}{V}s+\frac{\tau}{V}s^2} \cdot \frac{1+\tau s}{1+T_2 s} & \text{bei PD-Regelung} \end{cases}$$

→ Langsame Zeitkonstante T_2 bleibt trotz Wahl $T_R = T_2$ in Störverhalten der PD-Regelung wirksam (da hinter Störeingriff liegen)

→ Im Störverhalten geringere Verbesserung der Ausregelzeit als im Führungsverhalten (nur Faktor 6), vgl BB 21/1. Stellgrößenverläufe der Regelung: s. BB 21/2

4.5.2 Raumtemperatur – Regelung

Mit P-Regler und $T_i = 0,1 T$ Forderung nach max 5% bleibender Regeldifferenz nicht erfüllbar (s. Abschnitt 4.1). Zur Sicherung stationärer Genauigkeit daher Übergang zum PI-Regler mit

$$F_R(s) = K_R \frac{1+T_R s}{s} \rightarrow F_0(s) = F_R(s) F_S(s) = K_R \frac{1+T_R s}{s} \frac{K_s}{1+T_s s} e^{-T_i s} \xrightarrow{T_R=T} F_0(s) = \frac{V}{s} e^{-T_i s}$$

mit $V = K_R K_s$

K_R -Festlegung über Vorgabe der Phasenreserve, z.B. $\varphi_R = 45^\circ$ (da hier primär Störungsregelung von Interesse):

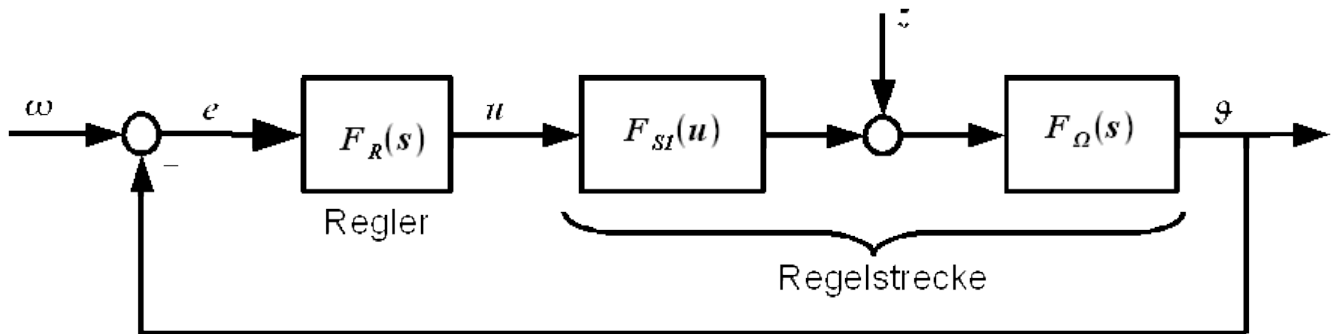
GoberausBild

- $\varphi_R = \pi + \arg F_0(j\omega_R) \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{4} \rightarrow \pi + 0^\circ - \frac{\pi}{2} T_i \omega_D \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{4} \rightarrow \omega_D = \frac{\pi}{4 T_i}$
- $|F_0(j\omega_D)| \stackrel{!}{=} 1 \rightarrow \frac{V}{\omega_D} \stackrel{!}{=} 1 \rightarrow V = \omega_D = \frac{\pi}{4 T_i} \rightarrow K_R = \frac{V}{K_s} = \frac{\pi}{4} K_s T_i$

Damit RK Stabilität gesichert, denn $V = \frac{\pi}{4 T_i} < \frac{\pi}{2 T_i} = V_{\text{krit}}$ (s. Übungsaufgabe 7.2)

4.6 Strukturelle Maßnahmen zur weiteren Verbesserung des Systemverhaltens

Bisherige Systemstruktur:

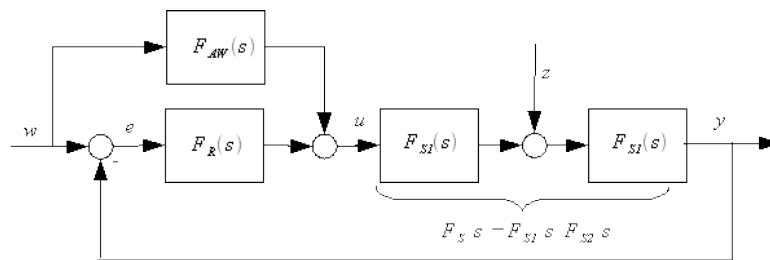


Falls damit Anforderungen an Führungs- und Störverhalten nicht gleichzeitig erfüllbar, Ergänzung um weitere Korrekturglieder (zusätzlich zum Regler)

4.6.1 Steuerungstechnische Maßnahmen

17.01.06

- a. Führungsgrößenaufschaltung
(oder Vorsteuerung)



Ziel: Regler von w-Einreglung entlasten, so dass er hauptsächlich für die z-Ausreglung zuständig ist und gezielt hierfür entworfen werden kann.

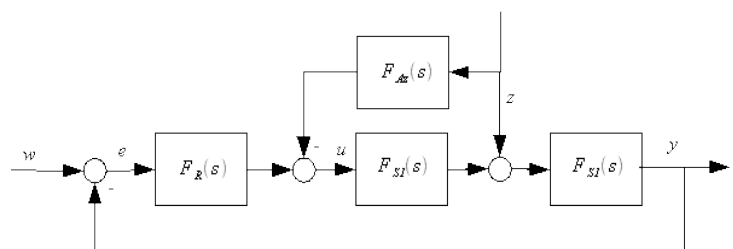
Im Idealfall: $E(s) = W(s) - Y(s) = [1 - F_W(s)] W(s) - F_Z(s) Z(s) \stackrel{!}{=} -F_Z(s) Z(s)$, d.h. nur z beeinflusst den Regler, wird also geregelt, während w über $F_{AW}(s)$ rein gesteuert wird.

→ $F_W(s) = \frac{F_O(s) + F_{AW}(s) F_S(s)}{1 + F_O(s)} \stackrel{!}{=} 1 \leftrightarrow F_{AW}(s) = \frac{1}{F_S(s)}$ Jedoch $F_{AW}(s)$ meist so nicht realisierbar, da durch Streckeninversion D-Anteile entstehen.

Daher: näherungsweise Realisierung, z.B., falls $F_S(s)$ als P-T₁-Glied $\frac{K_S}{1 + T_S s}$

approximierbar, gemäß $F_{AW}(s) = \frac{1}{K_S} \frac{1 + T_S s}{1 + \tau s}$ mit $\tau < T_S$.

- b. Störgrößenaufschaltung



Ziel: Regler von z-Ausregelung entlasten, so dass er hauptsächlich für w-Einregelung (bzw. Ausregelung der restlichen Strgrößen) zuständig ist und gezielt dafür entworfen werden kann.

Im Idealfall: $E(s) = \{1 - F_w(s)\} W(s) - F_z(s) Z(s) \stackrel{!}{=} \{1 - F_w(s)\} W(s)$, d.h. nur w beeinflusst den Regler, wird also geregelt, während z über $F_{AZ}(s)$ rein gesteuert wird

$$\rightarrow F_z(s) = \frac{F_s(s) - F_{AZ}(s) F_{SI}(s) F_{S2}(s)}{1 + F_0(s)} \stackrel{!}{=} 0 \leftrightarrow F_{AZ}(s) = \frac{1}{F_{S2}(s)}$$

Jedoch $F_{AZ}(s)$ so meist nicht realisierbar, da durch F_{SI} -Inversion D-Anteile entstehen. Daher:

näherungsweise Realisierung, z.B. oft statische Approximation gemäß $F_{AZ}(s) = \frac{1}{K_{SI}}$ mit

$K_{SI} = F_{SI}(s=0) =$ Verstärkung von Teilstrecke 1.

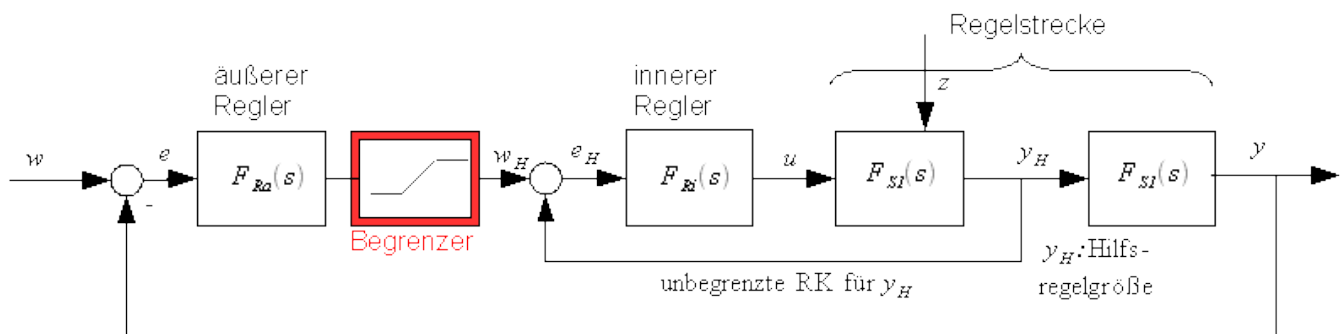
Voraussetzung: Störgröße z ist mit vertretbarem Aufwand messbar.

Bsp.: Außentemperatur bei Gebäudeheizungen; wird darf zur Störungskompensation durch entsprechende Veränderung der Vorlauftemperatur verwendet (s. BB B).

4.6.2 Regelungstechnische Maßnahme: Einführung unterlagerter Regelkreise (Kaskadenregelung)

Prinzip: Neben der Regelgröße y werden weitere Systemgrößen messtechnisch erfasst und als Hilfsgrößen in unterlagerten Regelkreisen (inneren Schleifen) zurückgeführt

resultierende RK-Struktur (bei einer Hilfsgröße)



Wirkungsweise und Entwurf eines Kaskadenregelung: siehe BB 22

Typisches Einsatzfeld:

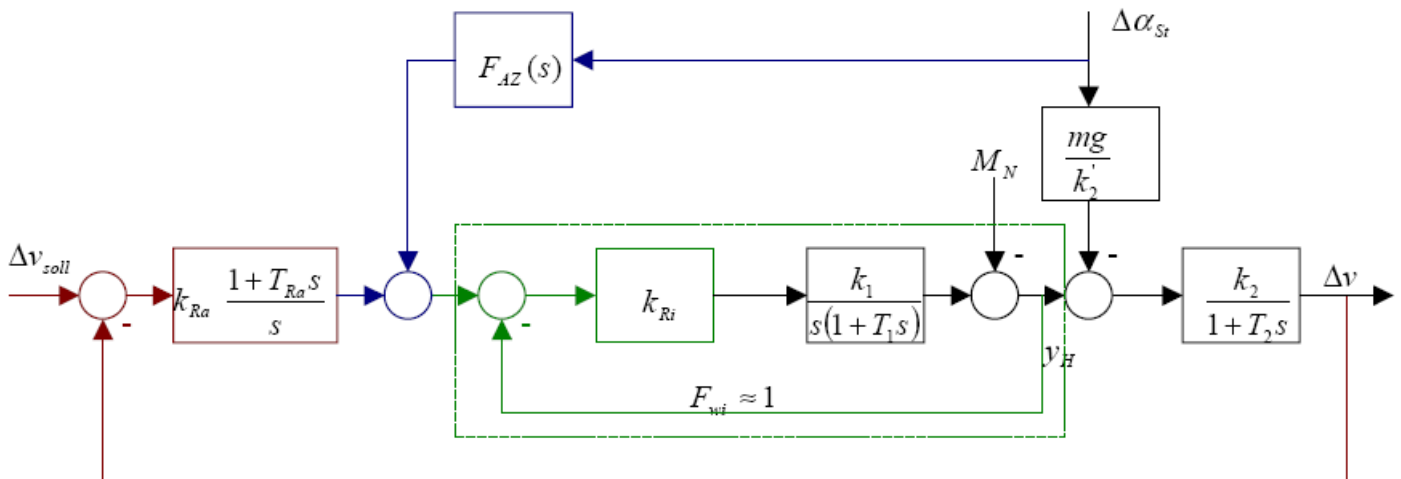
elektrische Stellantriebe für schnelle und hochgenaue Positionsaufgaben.

zugehörig RK-Struktur: s. BB 23

Hinweis: Bestes Ergebnis durch gezielte Kombination dieser Maßnahmen erzielbar.

4.6.3 Anwendungsbeispiel: Fzg.-v-Regelung

Aus Strukturbild auf Beiblatt 16 folgt mit $\Delta z = \Delta M_N + \frac{m_g}{K_2'} \Delta \alpha_{St}$ (vgl. Abschnitt 2.5):



1. Einführung einer unterlegten Drehmomentregelung zur Ausregelung von ΔM_N -Störungen, sofern das Getriebemoment als Hilfsgröße y_H verfügbar ist. Dabei wegen I-Verhalten der internen Teilstrecke P-Regler ausreichend

$$\rightarrow F_{wi}(s) = \frac{\frac{K_{Ri} K_I}{s(1+T_1s)}}{1 + \frac{K_{Ri} K_I}{s(1+T_1s)}} = \frac{1}{1 + 2D_i T_i s + T_i^2 s^2} \quad \text{mit} \quad T_i = \sqrt{\frac{T_1}{K_{Ri} K_1}}, \quad D_i = \frac{1}{2\sqrt{K_{Ri} K_1 T_1}}$$

$$\rightarrow D_i \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \sqrt{2} \rightarrow K_{Ri} = \frac{1}{2K_1 T_I} \quad \text{und} \quad T_i = \sqrt{T_1} \rightarrow F_{wi} \approx 1 (F_{zi} \approx 0)$$

2. Störgrößenaufschaltung zur Kompensation des $\Delta \alpha_{St}$ -Einfluss, wobei $\Delta \alpha_{St}$ über Navigationssysteme (der Störbeobachter) gegeben ist:

$$\frac{L\{\Delta v\}}{L\{\Delta \alpha_{St}\}} = \frac{K_2}{1 + T_2 s} \left\{ F_{AZ}(s) F_{wi}(s) - \frac{m g}{K_i} \right\} \stackrel{!}{=} 0 \xrightarrow{F_{wi} \approx 1} F_{AZ}(s) = \frac{m g}{K_2'} = \text{konstant}$$

3. überlagerte PI-Geschwindigkeitsregelung zur Sollwertfolge.

$$F_{Ra} = T_2 \xrightarrow{F_{wi} \approx 1} F_{0a}(s) = \frac{K_{Ra} K_2}{s} \rightarrow F_{wa}(s) = \frac{\frac{K_{Ra} K_2}{s}}{1 + \frac{K_{Ra} K_2}{s}} = \frac{1}{1 + T_a s} \quad \text{mit} \quad T_a = \frac{1}{K_{Ra} K_2}$$

$$\text{Wahl: } T_a = T_{\text{PD-Regelung}} = 0,1 \sqrt{2} T_2 \rightarrow K_{Ra} = \frac{10}{\sqrt{2} K_2 T_2}$$

resultierendes Zeitverhalten: s. BB 21/1 und 21/2.

5. Realisierung von Reglern

5.1 Darstellungsform für die Regler-ÜF und in der Praxis verwendete Reglerparameter

a) ~~PID-Regler~~: bisher $F_R(s) = K_R \frac{(1 + T_{RI}s)(1 + T_{R2}s)}{s}$ „Produktdarstellung“ (günstig zum Entwurf) →

Ausmultiplikation (u. Division) →

$$F_R(s) = K_R \left\{ (T_{RI} + T_{R2}) + \frac{1}{s} + T_{RI} T_{R2} s \right\} \rightarrow F_R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_N s} + T_V s \right)$$

$K_P = K_R (T_{RI} + T_{R2})$: Proportionalbeiwert

$T_N = T_{RI} + T_{R2}$: Nachstellzeit

mit

$T_V = \frac{T_{RI} T_{R2}}{T_{RI} + T_{R2}}$: Vorhaltzeit

„Summendarstellung“ (günstig zur Realisierung)

Für $T_{R2} \ll T_{RI}$ gilt: $K_P = K_R T_{RI}$, $T_N = T_{RI}$, $T_V = T_{R2} \rightarrow F_R(s) = K_P \frac{(1 + T_N s)(1 + T_V s)}{T_N s}$

(sofern $T_N \gg T_V$)

b) ~~PI-Regler~~: $F_R(s) K_R \frac{1 + T_R s}{s} \rightarrow F_R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_N s} \right)$ mit $K_P = K_R T_R$, $T_N = T_R \rightarrow$

$$F_R(s) = K_P \frac{1 + T_N s}{T_N s}$$

c) ~~PD-Regler~~: $F_R(s) = K_R (1 + T_R s) = K_P (1 + T_V s)$ mit $K_P = K_R$, $T_V = T_R$

Anmerkung: Beim realen PD bzw. PID-Regler steht in der Summendarstellung $\frac{T_V s}{1 + \tau s}$ anstelle von $T_V s$

5.2 Analoge Realisierungen

5.2.1 Regler ohne Hilfsenergie (meist P-Regler)

Beispiele auf BB 24/1 + 24/2

5.2.2 Regler mit Hilfsenergie (alle Reglertypen)

- ursprüngliche Aufbau als rückgekoppelter Verstärker:
BILD

$$F_R(s) = \frac{V F_1(s)}{1 + V F_1(s) F_2(s)} \approx \frac{V F_1(s)}{V F_1(s) F_2(s)} = \frac{1}{F_2(s)} \quad \text{für } |V F_1(s) F_2(s)| \gg 1 \quad \text{z.B. durch } V \gg 1$$

Beispiele für derartige pneumatische und elektronische PI-Regler mit BB 24/3.

Heutzutage Aufbau analog.-elektr.- Regler meist in Parallelstruktur: s. BB 24/4

5.3 Digitale Regelung

Digitale Regelung $\hat{=}$ zeitdiskreter Regler für zeitkontinuierliche Strecke \rightarrow grundsätzlicher Aufbau gemäß BB 25

Regelalgorithmen:

a) quasikontinuierliche Fall

Dabei Reglerentwurf im Zeitkontinuierlichen anhand der modifizierten Strecken – ÜF

$$\tilde{F}_S(s) = F_S(s) \cdot F_{PA}(s) \quad , \text{ mit } F_{AP}(s) = \frac{1 - e^{-T_A s}}{T_A s} \approx \frac{1}{1 + \frac{T_A}{2} s} \quad \text{als näherungsweise Beschreibung des Ü-}$$

Verhaltens der Prozessankopplung, und anschließend Zeitdiskretisierung des Reglers derart, dass er quasi wie der zeitkontinuierliche Regler arbeitet

Voraussetzung: Abtastzeit T_A genügend klein (mind. Faktor 5-10) gegenüber der Zeitkonstante der Regelung ($\hat{=} \frac{1}{\omega_D}$)

b) zeitdiskreter Fall

Dabei zunächst Zeitdiskretisierung der Strecke (z.B. der Beschreibung mittels z-ÜF) und dann Entwurf des Reglers als Abtastregler unmittelbar im zeitdiskreten. Siehe dazu Vorlesung „Digitale Regelung“.

Hier: quasikontinuierliche Betrachtung

1. Schritt: Reglerentwurf im Zeitkontinuierlichen anhand $\tilde{F}_S(s)$, z.B: mit Methoden aus Kapitel 4
2. Schritt: Zeitdiskretisierung des entworfenen zeitkontinuierlichen Reglers

Beispiel:

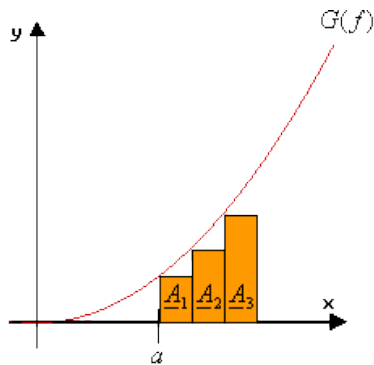
Jeder PID-Regler mit $F_R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_N s} + T_V s \right)$, d.h.

$$U(s) = F_R(s) E(s) = K_P \left[E(s) + \frac{1}{T_N} E \frac{(s)}{s} + T_V s E(s) \right] \rightarrow u(t) = K_P \left[e(t) + \frac{1}{T_N} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_V \dot{e}(t) \right] \quad (1)$$

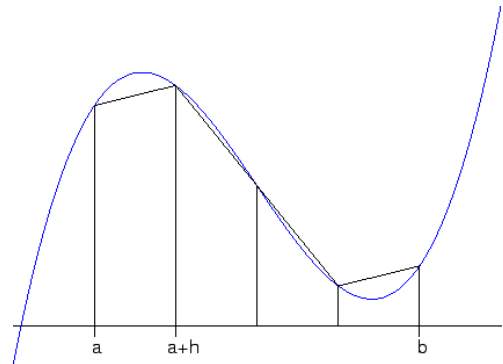
Überlegung zum zeitdiskreten Algorithmus:

d.h. Betrachtung von GL (1) nur zu den Abtastzeitpunkten, $t = k T_A \quad k = 0, 1, 2, \dots$

- $u(t)$ und $e(t)$ gehen über in $u_k = u(t = k T_A)$ und $e_k = e(t = k T_A)$
- Integral $\int_0^t e(\tau) d\tau$ wird ersetzt durch



$$\sum_{y=0}^{k-1} e_y T_A = T_A \sum_{y=0}^{k-1} e_y \quad \text{- Rechteckregler}$$



$$\frac{T_A}{2} \sum_{y=0}^{k-1} (e_y + e_{y+1}) \quad \text{-Trapezregler}$$

- Differentialquotient $\dot{e}(t = k T_A)$ wird ersetzt durch Differenzquotienten $\frac{e_k - e_{k-1}}{T_A}$ Damit aus (1),

falls Rechteckregel verwendet wird:

$$u_k = K_P \left[e_k + \frac{T_A}{T_N} \sum_{y=0}^{k-1} e_y + \frac{T_A}{T_D} (e_k - e_{k-1}) \right], \quad k = 0, 1, 2, \dots : \text{PID-Stellungsalgorithmus}$$

rekursive Form durch Differentialbildung

$$u_k = u_{k-1} + K_P \left[\left(1 + \frac{T_A}{T_D} \right) e_k - \left(1 - \frac{T_A}{T_N} + 2 \frac{T_A}{T_D} \right) e_{k-1} + \frac{T_A}{T_D} e_{k-2} \right], \quad k = 0, 1, 2, \dots : \text{PID-}$$

Geschwindigkeitsalgorithmus

U.a. erforderlich für manche Stellanrichtungen, z.B. Schrittmotoren die nicht durch Absolutwerte u_k , sondern nur durch Inkremente $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$ angesteuert werden dürfen.

- Algorithmus mit Trapezregel bzw. für reale Regler-Üfen in entsprechender Weise herleitbar.
- Aus PID-Algorithmen PI-Algorithmus für $T_D = 0$ bzw. PD-Algorithmus für $T_N \rightarrow \infty$ erhältlich!

3. Schritt: Überprüfung des Entwurfs (insbesondere hinsichtlich der gewährten Abtastbarkeit T_A) durch Simulation