תרגיל בית 1 במבוא לבינה מלאכותית

חלק א':

1.

	בלי תחנות דלק	עם תחנות דלק, l=5
K=1	$k! = 1$	$k!\,l^{k-1} = 1$
K=2	$k! = 2$	$k!\,l^{k-1} = 10$
K=3	$k! = 6$	$k!\,l^{k-1} = 150$
K=4	$k! = 24$	$k!\,l^{k-1} = 3000$
K=5	$k! = 120$	$k!\,l^{k-1} = 75000$
K=6	$k! = 720$	$k!\,l^{k-1} = 2250000$
K=7	$k! = 5040$	$k!\,l^{k-1} = 78750000$
K=8	$k! = 40320$	$k!\,l^{k-1} = 3150000000$
K=9	$k! = 362880$	$k!\,l^{k-1} = 141750000000$
K=10	$k! = 3628800$	$k!\,l^{k-1} = 7087500000000$

חלק ג':

2. מקדם הסיעוף המקסימלי מתקבל בצומת ההתחלתי מכיוון שאפשר לעבור ממנו לכל תחנת דלק ולכל צומת הזמנה, ולכן נקבל שיש k+l בנים. מקדם הסיעוף המינימלי מתקבל מהצומת האחד לפני האחרון שיכול להתקדם רק לצומת האחרון ולכל תחנת דלק ולכן מקדם הסיעוף שלו הוא l+1 .

3. כן, ייתכנו מעגלים למשל ניתן ללכת הלוך ושוב בין 2 תחנות דלק.

4. מרחב המצבים אינסופי כי כמות הדלק בכל מצב היא מספר ממשי. לא כל המצבים ישיגים כי לא ניתן להגיע לכל מצב עם כל כמות דלק.

5. כן, ייתכן שנגיע לצומת שאינה תחנת דלק מבלי מספיק דלק כדי להתקדם לתחנת דלק כלשהי או לצומת הזמנה כלשהו.

6.

$$Succ\big((v,d,T,F)\big) = \begin{cases} \{(v', d - Dist(v,v'), T \setminus \{v'\}, F \cup \{v'\} \mid Dist(v,v') \le d\}, & v' \in T \\ \{(v', d_{fuel}, T, F \mid Dist(v,v') \le d\}, & v' \in GasStations \end{cases}$$

7. k, מכיוון שאם יש מספיק דלק אפשר להמשיך בשרוך מכוון דרך כל צמתי ההזמנה.

8.

פלט הריצה המתוקנת:

load_map_from_csv: 1.74sec

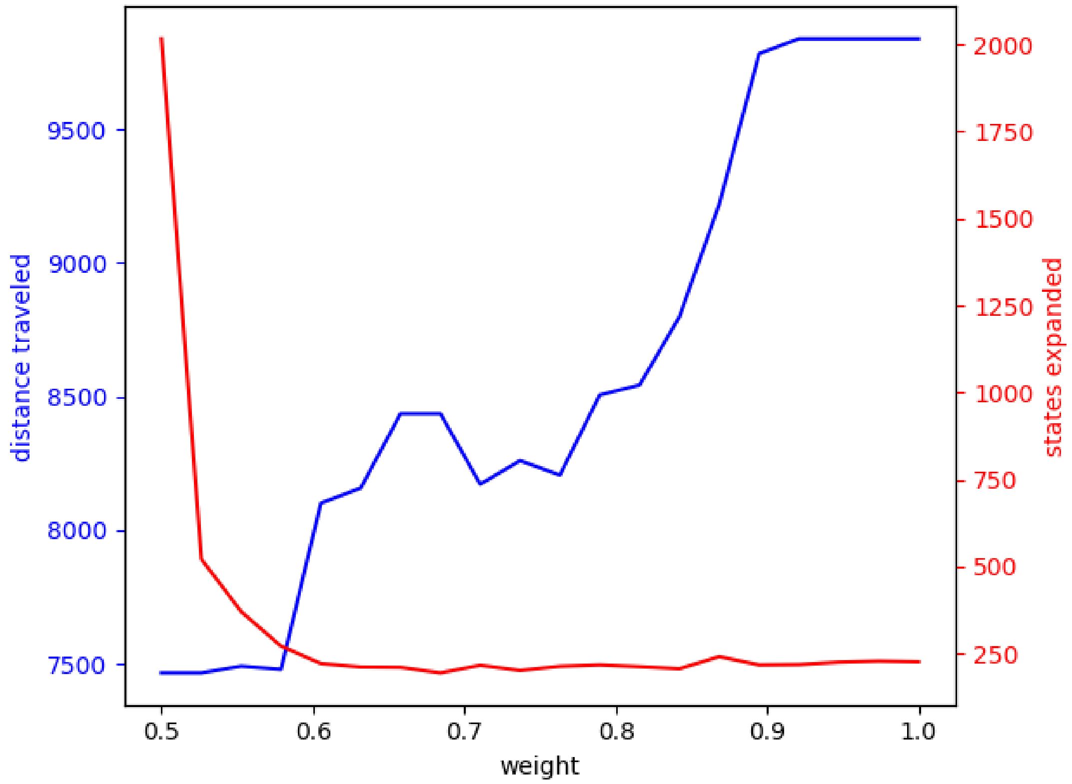
Solve the map problem.

Map(src: 54 dst: 549) UniformCost time: 0.73 #dev: 17355 total_cost: 7465.52897 |path|: 137 path : [54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 28893, 14580, 14590, 14591, 14592, 14593, 81892, 25814, 81, 26236, 26234, 1188, 33068, 33069, 33070, 15474, 33071, 5020, 21699, 33072, 33073, 33074, 16203, 9847, 9848, 9849, 9850, 9851, 335, 9852, 82906, 82907, 82908, 82909, 95454, 96539, 72369, 94627, 38553, 72367, 29007, 94632, 96540, 9269, 82890, 29049, 29026, 82682, 71897, 83380, 96541, 82904, 96542, 96543, 96544, 96545, 96546, 96547, 82911, 82928, 24841, 24842, 24843, 5215, 24844, 9274, 24845, 24846, 24847, 24848, 24849, 24850, 24851, 24852, 24853, 24854, 24855, 24856, 24857, 24858, 24859, 24860, 24861, 24862, 24863, 24864, 24865, 24866, 82208, 82209, 82210, 21518, 21431, 21432, 21433, 21434, 21435, 21436, 21437, 21438, 21439, 21440, 21441, 21442, 21443, 21444, 21445, 21446, 21447, 21448, 21449, 21450, 21451, 621, 21452, 21453, 21454, 21495, 21496, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549]

11. פלט הריצה עם שימוש ב-A* עם יוריסטיקה של מרחק אווירי:

Map(src: 54 dst: 549)   A* (h=AirDist, w=0.500)   time: 0.18   #dev: 2016   total_cost: 7465.52897 |path|: 137
path ,81 ,25814 ,81892 ,14593 ,14592 ,14591 ,14590 ,14580 ,28893 ,60 ,59 ,58 ,57 ,56 ,55 ,54] :
,9847 ,16203 ,33074 ,33073 ,33072 ,21699 ,5020 ,33071 ,15474 ,33070 ,33069 ,33068 ,1188 ,26234 ,26236
,72367 ,38553 ,94627 ,72369 ,96539 ,95454 ,82909 ,82908 ,82907 ,82906 ,9852 ,335 ,9851 ,9850 ,9849 ,9848
,96544 ,96543 ,96542 ,82904 ,96541 ,83380 ,71897 ,82682 ,29026 ,29049 ,82890 ,9269 ,96540 ,94632 ,29007
,24848 ,24847 ,24846 ,24845 ,9274 ,24844 ,5215 ,24843 ,24842 ,24841 ,82928 ,82911 ,96547 ,96546 ,96545
,24863 ,24862 ,24861 ,24860 ,24859 ,24858 ,24857 ,24856 ,24855 ,24854 ,24853 ,24852 ,24851 ,24850 ,24849
,21438 ,21437 ,21436 ,21435 ,21434 ,21433 ,21432 ,21431 ,21518 ,82210 ,82209 ,82208 ,24866 ,24865 ,24864
,21452 ,621 ,21451 ,21450 ,21449 ,21448 ,21447 ,21446 ,21445 ,21444 ,21443 ,21442 ,21441 ,21440 ,21439
[549 ,548 ,547 ,546 ,545 ,544 ,543 ,542 ,541 ,540 ,539 ,21496 ,21495 ,21454 ,21453

12. מרחק הפתרון ומספר המצבים שפותחו כפונקציה של המשקל:



14. היוריסטיקה קבילה: היוריסטיקה המושלמת מחזירה את סכום המרחקים האוויריים במסלול האופטימלי, במסלול האופטימלי נעבור מרחק גדול או שווה למרחק מהצומת הנוכחית אל הצומת הרחוקה ביותר, שזה בדיוק מה שהיוריסטיקה שלנו תחזיר, לכן היא אופטימית.

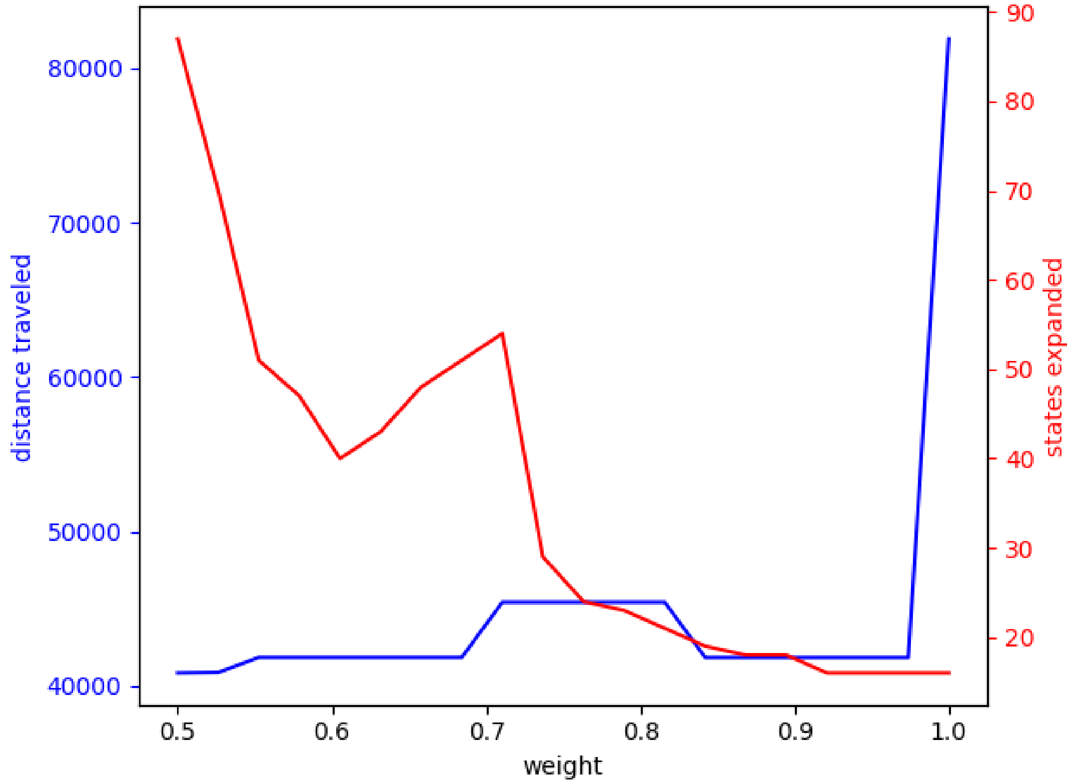
.16

RelaxedDeliveries(big_delivery)   A* (h=MaxAirDist, w=0.500)   time: 4.87   #dev: 3908   total_cost: 40844.21165 |path|: 11   path: [33919, 18409, 77726, 26690, 31221, 63050, 84034, 60664, 70557, 94941, 31008]   gas-stations: [31221, 70557]

.17

RelaxedDeliveries(big_delivery)   A* (h=MSTAirDist, w=0.500)   time: 1.39   #dev: 87   total_cost: 40844.21165 |path|: 11   path: [33919, 18409, 77726, 26690, 31221, 63050, 84034, 60664, 70557, 94941, 31008]   gas-stations: [31221, 70557]

18.



19. הוכחה:

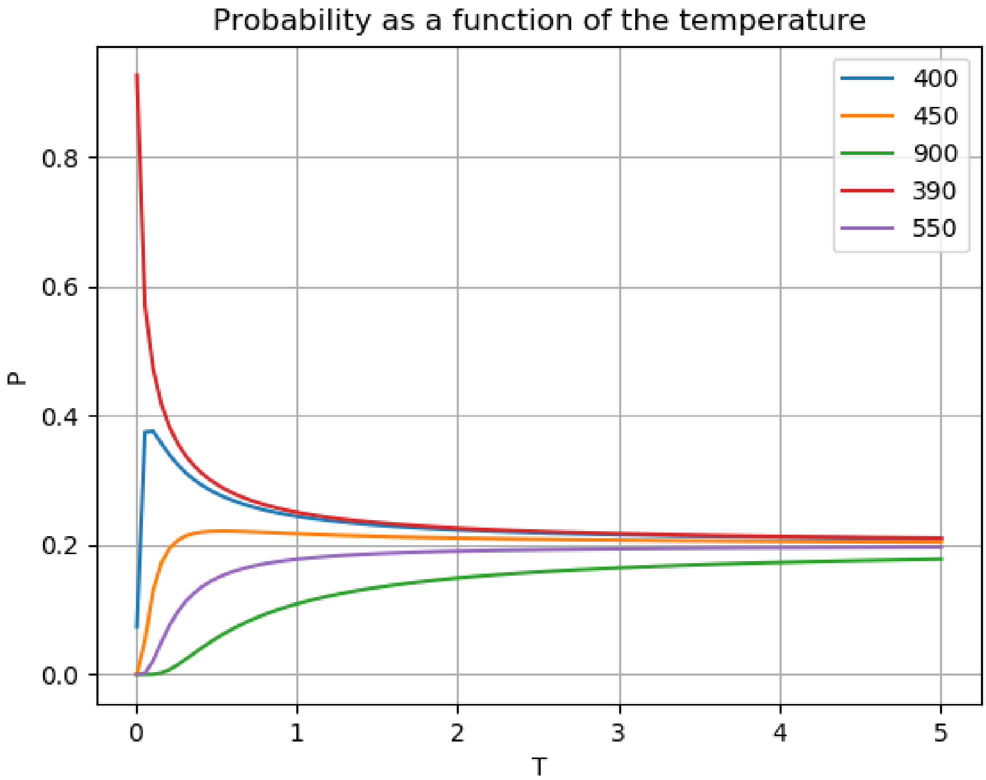
יהי $x_i \in x^t$, נסמן ב $P'(x_i)$ את ההסתברות לבחור בx_i לאחר שינוי הסקאלה וב־ $P(x_i)$ לפני השינוי.
מתקיים:

$$P(x_i) = \frac{(x_i)^{-\frac{1}{T}}}{\sum\limits_{x_h \in best\ N\ points} (x_h)^{-\frac{1}{T}}} = \frac{\frac{1}{\alpha}^{-\frac{1}{T}}}{\frac{1}{\alpha}^{-\frac{1}{T}}} \cdot \frac{(x_i)^{-\frac{1}{T}}}{\sum\limits_{x_h \in best\ N\ points} (x_h)^{-\frac{1}{T}}} =$$

$$\frac{(x_i)^{-\frac{1}{T}} \cdot \frac{1}{\alpha}^{-\frac{1}{T}}}{\sum\limits_{x_h \in best\ N\ points} (x_h)^{-\frac{1}{T}} \cdot \frac{1}{\alpha}^{-\frac{1}{T}}} = \frac{(\frac{x_i}{\alpha})^{-\frac{1}{T}}}{\sum\limits_{x_h \in best\ N\ points} (\frac{x_h}{\alpha})^{-\frac{1}{T}}} = P'(x_i)$$

מכיוון שלכל $x_i \in x^t$ ההסתברות נשארה זהה אז ההתפלגות לא השתנתה

20.



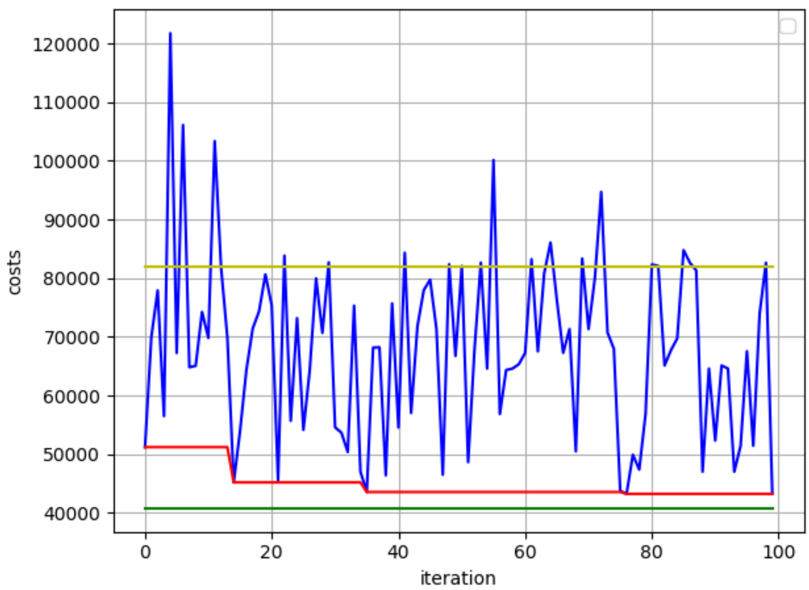
21.

בגבול ש- T שואף ל- 0, ההסתברות של הערך היוריסטי הנמוך ביותר להיבחר שואפת ל- 1 ועבור כל שאר הערכים ההסתברות להיבחר שואפת ל- 0. אינטואטיבית, זה קורה מכיוון שככל ש- T קטן הסיכוי לבחור בערך יוריסטי גבוה יותר גדל.

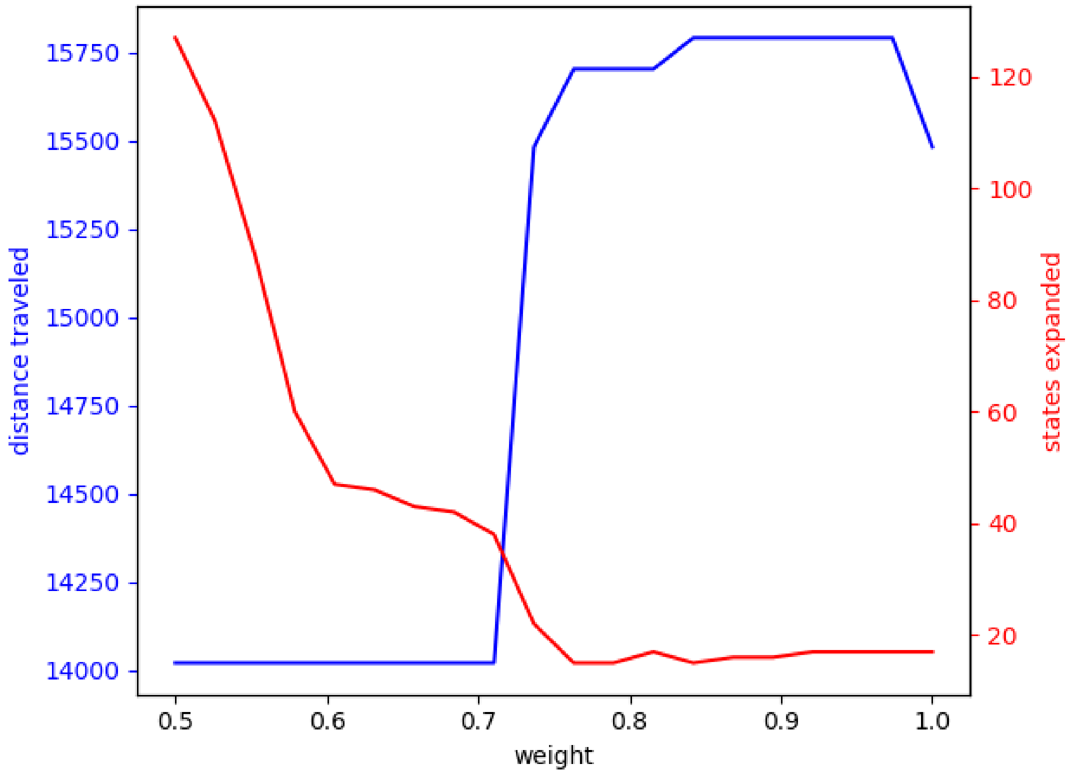
22.

בגבול ש- T שואף לאינסוף, ההסתברות של כל ערך יוריסטי להיבחר שואפת לחמישית מכיוון שככל שערך T גדל אזי מחלקים הסתברויות קרובות יותר זו לזו.

24. הנה הגרף:



.26



27. היוריסטיקה שבחרנו לממש היא פתרון הבעיה מהצומת הנתון כבעיית relaxed deliveries. היוריסטיקה קבילה מפני שהבעיה הזו מניחה שיש כביש בקו אווירי בין כל שני צמתים ולכן הפתרון שלה בהכרח יותר זול.

28. הפלט של הריצה עם היוריסטיקה שהצענו:

Solve the strict deliveries problem.

StrictDeliveries(small_delivery)   A* (h=RelaxedProb, w=0.500)   time: 12.54   #dev: 80   total_cost: 14254.79234 |path|: 8
path: [43516, 67260, 17719, 43454, 43217, 32863, 7873, 42607]   gas-stations[32863 ,17719] :

ניתן לראות שעבור A* עם היוריסטיקה הקודמת מספר הפיתוחים היה מעל 120. עבור היוריסטיקה הקודמת, המשקל שהביא לראשונה למספר פתוחים נמוך ממספר הפיתוחים עם היוריסטיקה הנוכחית הוא 0.58 בערך, עם משקל זה איכות הפתרון לא נפגעה. זה קורה מכיוון שהיוריסטיקה הנוכחית (פתרון של relaxed deliveries) היא מיודעת על היוריסטיקה של MSTAirDistHeuristic.

חלק ב':

א.

נסמן ב- h' את היוריסטיקה המושלמת. יהי $s \in S$ מצב כלשהו במרחב המצבים. אזי אם: $Applicable_h(s) = True$:

אז $h_0(s) = h(s) \le h'(s)$ כי h יוריסטיקה קבילה.

אם $Applicable_h(s) = False$:

$h_0(s) = 0 \le h'(s)$

בכל מקרה ראינו ש- $h_0(s) \le h'(s)$ ולכן היא אופטימית ולכן קבילה.

ב.

נגדיר את היוריסטיקה h_1 כך:

$$h_1(v) = \begin{cases} h(v) & Applicable_h(v)\ is\ True \\ h(\pi(v)) - cost\left((\pi(v), v)\right) & v \neq T.root,\ h(\pi(v)) - cost\left(\pi(v), v\right) > 0 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

כאשר $\pi(v)$ הוא האבא של v.
היוריסטיקה קבילה מפני שהיא קבילה עבור השורש ולכל צומת v שאינו השורש:
- אם h מוגדרת על v אז מחזירים את $h(v)$ ו־ h יוריסטיקה קבילה.
- אם מתקיים $v \neq T.root,\ h(\pi(v)) - cost\left(\pi(v), v\right) > 0$ אז (מהנחה שיוריסטיקה על האבא קבילה) בהכרח $h(\pi(v)) - cost\left((\pi(v), v)\right)$ אופטימית (אחרת היוריסטיקה על האבא לא קבילה)
- אחרת נחזיר 0 ו־ 0 תמיד קביל.

ג.

נגדיר יוריסטיקה h_1 כך:

$$h_1(v) = \begin{cases} h(v) & Applicable_h(v)\ is\ True \\ \min\limits_{x \in succ(v)} \left(h(x) + cost(v,x)\right) & otherwise \end{cases}$$

היוריסטיקה קבילה:
- אם h מוגדרת על v אז מחזירים את $h(v)$ והיא קבילה.
- אחרת מחזירים את $\min\limits_{x \in succ(v)} \left(h(x) + cost(v,x)\right)$,

נניח בשלילה שערך זה לא קביל, נסמן $y = arg \min\limits_{x \in succ(v)} \left(h(x) + cost(v,x)\right)$.
וב־ $h^*(u)$ את המרחק האמיתי לפתרון של צומת u. מתקיים:

$$\underbrace{h^*(v) < h(v)}_{h(v)\ is\ unadmissible} = \min\limits_{x \in succ(v)} \left(h(x) + cost(v,x)\right) = h(y) + cost(v,y) \leq h^*(y) + cost(v,y) = h^*(v)$$

זו סתירה ולכן היוריסטיקה קבילה.

ד.

הוכחה: נשתמש ב־ IDA^*. נראה שזמן ריצתו חסום מלעיל על ידי זמן הריצה של A^*.
נשים לב כי באיטרציה הראשונה האלגוריתם יחפש עד למחיר ששווה ליוריסטיקה של הצומת הראשון,מכיוון שזו מדויקת אז בהכרח באיטרציה הראשונה נמצא פתרון.
לכל צומת חוץ מלצומת הראשונה מתקיים $f(s) = h_0(s) + g(s) = g(s)$ כלומר נקבל כי A^* עם היורסטיקה הזו הוא בעצם $uniform\ cost$ ולכן הוא יעבור על צמתי מטרה בהכרח אחרי שהוא יעבור על כל הצמתים עם מחיר קטן מ־ $h_0(I)$. IDA^* לא יבקר בצמתים עם מחיר גדול מ־ $h_0(I)$ ולכן קבוצת הצמתים אותם יפתח קטנה או שווה לקבוצת הצמתים ש־ A^* יפתח ולכן זמן ריצתו חסומה מלעיל על ידיזמן הריצה של A^*.
IDA^* קביל.